

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ**

**ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ  
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

з курсу

# **ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ**

*(для студентів денної і заочної форм навчання напрямку підготовки  
6.050701 «Електротехніка та електротехнології»)*

**Харків – ХНАМГ – 2012**

**Говоров П. П.** Конспект лекцій з курсу «Теорія автоматичного керування» (для студентів денної і заочної форм навчання напряму підготовки 6.050701 «Електротехніка та електротехнології») / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; авт.: П. П. Говоров, В. П. Говоров, В. О. Перепечений, О. В. Король. – Х. : ХНАМГ, 2012. – 221 с.

Автори: д.т.н., проф. П. П. Говоров,  
В. П. Говоров,  
В. О. Перепечений,  
О. В. Король.

Рецензент: ас., к.т.н. Ю. О. Васильєва

Рекомендовано кафедрою світлотехніки і джерел світла,  
протокол № 6 від 2. 04. 2010 р.

## ЗМІСТ

	Стр.
ВСТУП.....	6
1. СТРУКТУРА ТА ЕЛЕМЕНТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ.....	10
1.1. Сутність та структура САК.....	10
1.1.1 Сутність автоматичного керування.....	10
1.1.2 Основні поняття автоматичного керування.....	13
1.1.3 Історія розвитку теорії автоматичного керування.....	16
1.1.4 Приклади системи автоматичного керування.....	17
1.1.5 Область застосування систем автоматичного керування.....	23
1.2 Класифікація та основні принципи побудови САК.....	26
1.2.1 Класифікація САК.....	26
1.2.2 Основні принципи побудови систем автоматичного керування.....	29
1.2.3 Основні види автоматичного керування.....	36
1.3 Елементи САК.....	40
1.3.1 Датчики.....	40
1.3.1.1 Загальні відомості про датчики.....	40
1.3.1.2 Способи отримання вимірювальних сигналів і типи датчиків для різних величин.....	42
1.3.1.3 Класифікація датчиків.....	44
1.3.1.3.1 Електричні датчики.....	47
1.3.1.3.2 Датчики-Модулятори.....	48
1.3.1.3.2.1 Тензометричні датчики.....	48
1.3.1.3.2.2 Потенціометричні датчики.....	50
1.3.1.3.2.3 Термометричні датчики.....	52
1.3.1.3.2.4 Фоторезисторні датчики.....	53
1.3.1.3.2.5 Іонні датчики.....	54
1.3.1.3.2.6 Індукторні датчики.....	54
1.3.1.3.2.7 Магнітопружні датчики.....	55
1.3.1.3.2.8 Трансформаторні датчики.....	56
1.3.1.3.2.9 Ємнісні датчики.....	56
1.3.1.3.2.10 Генераторні датчики.....	58
1.3.1.3.2.11 Індукційні датчики.....	58
1.3.1.3.2.12 Тахогенератори постійного струму.....	59

1.3.1.3.2.13 Тахогенератори змінного струму.....	59
1.3.1.3.2.14 Термоелектричні датчики.....	61
1.3.1.4 Фоторезистори .....	62
1.3.1.5 Датчики струму.....	72
1.3.1.6 Датчики напруги.....	72
1.3.2 Пристрої, що задають.....	73
1.3.3 Порівнювальні елементи.....	75
1.3.4 Елементи, що підсилюють.....	80
2 ПАРАМЕТРИ ТА РЕЖИМИ САК.....	84
2.1 Властивості САК.....	84
2.1.1 Принципи керування.....	84
2.1.2 Види зворотного зв'язку.....	88
2.1.3 Способи корекції САК.....	90
2.1.3.1 Застосування принципу зворотного зв'язку.....	90
2.1.3.2 Застосування принципу компенсації .....	91
2.2 Моделювання процесів в САК.....	92
2.2.1 Математичний опис елементів у змінних вхід – вихід.....	93
2.1.1.1 Стандартна форма запису диференціальних рівнянь САК.....	94
2.1.1.2 Операційний метод опису лінійних САК.....	96
2.1.1.2.1 Основні властивості перетворення Лапласа.....	97
2.1.1.2.2 Властивості й особливості передаточної функції.....	98
2.1.1.3 Лінеаризація рівнянь САК.....	101
2.2 Математичний опис САК у змінних стану.....	110
2.2.1 Стандартна форма запису рівнянь стану.....	115
2.3 Структурні схеми САК .....	119
2.3.1 Позначення у структурних схемах.....	119
2.3.2 Передаточні функції типових з'єднань ланок.....	120
2.3.3 Додаткові правила перетворення структурних схем.....	123
2.3.4 Визначення передатних функцій замкнутої САК за її структурною схемою.....	125
3 ХАРАКТЕРИСТИКИ САК .....	132
3.1 Часові характеристики.....	132
3.2 Частотні характеристики.....	142
3.2.1 Логарифмічні частотні характеристики.....	147

3.3 Співвідношення взаємозв'язку характеристик САК між собою і передаточною функцією.....	149
3.4 Типові ланки САК і їхні характеристики.....	150
3.4.1 Пропорційна ланка .....	152
3.4.2 Інтегруюча ланка .....	154
3.4.3 Диференціююча ланка.....	156
3.4.4 Аперіодична ланка першого порядку .....	158
3.4.5 Форсуюча ланка .....	161
3.4.6 Коливальна ланка .....	163
3.4.7 Ланка запізнення .....	172
3.5 Стійкість САК.....	175
3.6 Якість і точність САК.....	180
4 ПАРАМЕТРИ ТА ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ОСВІТЛЕННЯМ.....	188
4.1 Системи автоматичного керування освітленням.....	188
4.1.1 Структура та функції локальних систем автоматичного керування освітленням.....	188
4.1.2 Структура та функції інтегрованих систем автоматичного керування освітленням.....	194
4.1.3 Структура та функції систем автоматичного керування зовнішнім освітленням.....	201
ДЖЕРЕЛА.....	220

## ВСТУП

Курс «Теорія автоматичного керування» (ТАК) передбачає вивчення принципів та законів автоматичного керування в технічних системах і, побудованих на їх основі, методів аналізу та синтезу систем автоматичного керування (САК).

В цілому, ТАК є розділом кібернетики і в своїй основі має за мету вивчення систем різної природи: технічних, економічних, біологічних тощо. У зв'язку з цим, хоча безпосередньо задачею курсу є вивчення закономірностей побудови систем автоматичного керування технічними об'єктами, врахування їх зв'язку з біологічною та екологічною системами безумовно є обов'язковим. Тому предметом курсу «Теорія автоматичного керування» є вивчення закономірностей функціонування та властивостей автоматичних технічних систем в їх безпосередньому зв'язку з економічними, екологічними, біологічними та іншими системами.

В контексті викладеного, вивчення процесів у САК вимагає абстрагування від фізичних особливостей технічних систем. Виходячи з цього, методологічною основою дослідження процесів у САК є математичне моделювання. Його основу складають теорія диференціальних рівнянь, операційне числення та гармонічний аналіз. Подальший розвиток САК забезпечило застосування сучасної новітньої теорії керування, побудованої на основі застосування методів дослідження операцій, системотехніки, теорії ігор, масового обслуговування тощо. Тому сьогодні, разом з теорією функціонування елементів, САК стає основою побудови складних автоматизованих систем керування, таких як автоматизовані системи керування технологічним процесом (АСК ТП), автоматизовані системи керування підприємствами (АСК П), автоматизовані системи керування енергоспоживанням (АСК Е), автоматизовані системи диспетчерського управління (АСК ДУ), автоматизовані системи керування освітленням (АСК О) тощо. Слід звернути увагу на те, що ТАК історично формувалась на засадах теорії автоматичного регулювання (ТАР) і є сьогодні системою більш високого рівня, яка включає в себе і ТАР.

У даний час автоматизація стала одним з основних шляхів підвищення ефективності різних галузей виробництва. Важлива роль у рішенні цього завдання приділяється автоматизації процесів в освітлювальних системах, які споживають у цей час близько 20 % електроенергії, що виробляється. Застосування засобів автоматизації в системах освітлення у стані забезпечити значну економію трудових та енергетичних ресурсів. Тому кожному фахівцю-світлотехніку необхідно знати основні відомості з питань автоматизації технологічних процесів в світлотехніці. З цієї причини курс «Теорія автоматичного керування» для спеціальності «Світлотехніка та джерела світла» є базовим курсом. При проробленні цього курсу студент повинен вивчити основні елементи автоматичних пристроїв і засвоїти основні принципи побудови й експлуатаційні характеристики, побудованих на їх основі систем автоматичного керування світлотехнічними об'єктами.

Виходячи з викладеного вище, метою викладання курсу ТАК для студентів світлотехніків є формування у студентів знань про загальні принципи побудови і закони функціонування автоматичних систем керування, основні методи аналізу й синтезу безперервних і дискретних систем керування при детермінованих і випадкових зовнішніх впливах. Студенти повинні одержати практичні навички зі складання функціональних і структурних схем систем автоматичного керування світлотехнічними об'єктами, визначення передатних функцій і параметрів окремих конструктивних елементів системи, запису передатних функцій і рівнянь динаміки систем, розрахунку статичної і динамічної точності керування, аналізу стійкості систем, оцінці показників якості процесу керування (з використанням обчислювальних машин). Формування у студентів навичок практичного володіння методами математичного аналізу і розрахунку автоматичних систем керування у процесі вивчення дисципліни, пробудження інтересу студентів до досліджуваної дисципліни досягнуто на основі широкого застосування прикладів з світлотехніки та електротехніки.

У результаті вивчення ТАК студент повинен одержати знання і уміння, необхідні інженеру в практичній роботі зі створення та експлуатації автоматичних систем керування світлотехнічними об'єктами. Студент, який вивчив ТАК, повинен знати:

- фундаментальні принципи побудови систем керування, класифікацію систем за основними ознаками, достоїнства й недоліки замкнених і розімкнених систем, роль зворотного зв'язку в системах керування;

- методику лінеаризації статичної характеристики окремого елемента, запис рівнянь статички і динаміки елемента у відхиленнях;

- форми опису динамічних властивостей лінійних одномірних елементів і систем керування, диференційні рівняння, часові характеристики (перехідну й імпульсну), передаточну функцію, частотні характеристики і їхній взаємозв'язок, векторно–матричну форму опису багатовимірних елементів;

- класифікацію динамічних ланок за виглядом їхніх передатних функцій, характерні риси інерційних статичних ланок першого й другого порядку, інтегруючої і диференційних ланок;

- основні прийоми моделювання типових ланок і систем із застосуванням комп'ютерної техніки;

- правила перетворення алгоритмічних схем і одержання еквівалентних передатних функцій систем керування, принцип суперпозиції, методику запису рівняння динаміки системи з декількома вхідними впливами, закономірність впливу загального передатного коефіцієнта системи на точність керування;

- поняття та умову стійкості лінійної системи керування, основні критерії стійкості й прийоми їхнього практичного застосування для аналізу стійкості, закономірність впливу загального передатного коефіцієнта на стійкість системи;

- прямі й непрямі показники якості процесу керування, методику їхньої наближеної оцінки, закономірності впливу загального передатного коефіцієнта на показники, прийоми дослідження якості систем на обчислювальних машинах.



Вивчивши ТАК, студент повинен уміти:

- складати за принциповою схемою автоматизації керування конкретної світлотехнічної системи її математичну модель у вигляді структурної схеми, визначати передаточні функції окремих конструктивних елементів і числові значення параметрів, що входять у ці передаточні функції, записувати для лінійної системи рівняння динаміки й передаточні функції за впливом що задають та що збурюють;

- обчислювати сталі значення помилок керування з відомими передатними функціями і параметрами;

- аналізувати за допомогою алгебраїчного або частотного критеріїв стійкість лінійної системи;

- оцінювати за наближеними формулами або визначати експериментально (за допомогою обчислювальної машини) основні показники якості процесу керування;

- вибирати передаточну функцію та параметри типового керуючого пристрою, що забезпечують одержання необхідних показників якості системи;

- освоювати самостійно за спеціальною літературою нові розділи або методи ТАК, що не викладалися в Академії.

Для успішного вивчення ТАК студентам треба знати наступні розділи попередніх дисциплін навчального плану:

- з вищої математики – елементи лінійної алгебри, дослідження функцій за допомогою похідних, невизначений, певний і невластний інтеграли, функції декількох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряд і інтеграл Фур'є, елементи теорії функцій комплексного змінного, операційне вираховання, елементи математичної статистики, елементи варіаційного обчислення;

- з електротехніки – характеристики електричних ланцюгів при синусоїдальному струмі, основи комплексного методу, класичний, операторний і частотний методи розрахунку перехідних процесів у лінійних електричних ланцюгах із зосередженими параметрами, основи синтезу електричних ланцюгів;

- з теоретичної механіки – принцип Д'аламбера, загальне рівняння динаміки, гармонійні коливання матеріальної точки.

# **1. СТРУКТУРА ТА ЕЛЕМЕНТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ**

## **1.1. Сутність та структура САК**

### **1.1.1. Сутність автоматичного керування**

Цілеспрямовані процеси, виконувані людиною для задоволення різних потреб, являють собою організовану сукупність дій – операцій, які ділять на два класи: робочі операції й операції керування. До робочих операцій відносять дії, безпосередньо необхідні для виконання процесу відповідно до тих природних законів, які визнають хід процесу, наприклад зняття стружки при обробці деталі на верстаті, обертання вала двигуна й т.п. Заміну праці людини в робочих операціях називають механізацією, ціль якої – звільнення людини від важких операцій, що вимагають більших витрат фізичної енергії (грабарства, підйом вантажів); у шкідливих операціях (хімічні, радіоактивні процеси); в одноманітних, стомлюючих для нервової системи операціях (загвинчування однотипних гвинтів при зборці, заповнення великої кількості типових документів, виконання великого обсягу стандартних обчислень і т.п.).

Для правильного й високоякісного виконання робочих операцій їх необхідно направляти діями іншого роду – операціями керування, які забезпечують у потрібні моменти часу початок, порядок проходження й припинення окремих операцій, забезпечують виділення необхідних для їхнього виконання ресурсів, задають потрібні параметри самого процесу: напрямок, швидкість, прискорення робочого інструмента, температуру, концентрацію в хімічному процесі й т.д. Сукупність керуючих операцій утворює процес керування.

Операції керування, частково або повністю, можуть виконувати технічні пристрої. Заміну праці людини в операціях керування називають автоматизацією, а технічні пристрої, що виконують операції керування,

автоматичними пристроями. Сукупність технічних засобів – машин, знарядь праці, засобів механізації, що виконують даний процес, з погляду керування, називається об'єктом керування. Сукупність засобів керування й об'єкта утворюють систему керування. Систему, у якій всі робітники й керуючої операції виконують автоматичні пристрої, називають автоматичною системою. Систему, у якій автоматизована тільки частина операцій, інша ж їхня частина (звичайно найбільш відповідальна) зберігається за людьми, називають автоматизованою (частково автоматичної) системою.

Якщо об'єктами й операціями автоматизації керування охоплюються всі технологічні процеси й агрегати, групи агрегатів, цехи, підприємства, людські колективи й організації, то автоматизація носить назву повної. Коли автоматизація охоплює окремі цеха або групи цехів, то вона називається комплексною, а якщо тільки окремі процеси – то частковою.

Усякий технічний процес характеризується сукупністю фізичних величин, названих показниками, координатами, а іноді параметрами процесу. Для здійснення керування й побудови керованих систем потрібні знання двоякого виду: по-перше, це знання даного процесу та його технології, а по-друге – знання принципів і методів керування, загальних для найрізноманітніших об'єктів і процесів. Конкретні, спеціальні знання дають можливість установити, що і як варто змінювати в системі, щоб одержати необхідний результат. Все це задано технологіями, тому вивчення необхідно вести абстрагуючись від приватних властивостей й ставлячись на загальні закони й методи керування й способи їхньої реалізації.

При рішенні задачі автоматизації виникає необхідність у різного виду операцій керування. До таких видів операцій відносяться початок (включення), припинення (відключення) даної операції й перехід від однієї операції до іншої (перемикання). Різні аспекти цих видів операцій розглядаються в теорії перемикаючих пристроїв і частково в теорії розкладів, що становлять предмет інших курсів.

Інша група операцій пов'язана з контролем за координатами з метою встановлення чи не вийшли вони за припустимі границі. Ця група операцій складається у вимірі значень координат і видачі результатів виміру в зручній для людини-оператора формі. Операції цієї групи розглядаються в теорії автоматичного контролю.

Для правильного й високоякісного ведення процесу деякі з його координат (керовані координати) повинні підтримуватися в певних границях або змінюватися за певним законом. Тому третю групу операцій керування – операції по підтримуванню заданого закону зміни координат, вивчають у теорії автоматичного керування, який присвячений даний курс.

Необхідність у керуванні значеннями координат виникає в тому випадку, коли нормальний хід процесу порушується через різний рід збурювань, тобто коливань навантаження, впливів зовнішнього середовища або внутрішніх перешкод. Нехай  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  – сукупність керованих координат процесу.

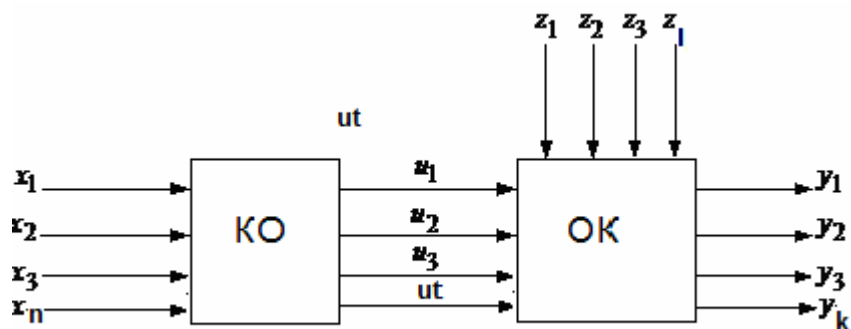


Рис. 1.1 – Структурна схема АСК

У схемі, зображеної на рис. 1.1, об'єкт поданий прямокутником, а керовані координати, або, як їх часто називають, вихідні величини об'єкта, – одиночними стрілками, якщо вони скалярні величини  $y_1, y_2, \dots, y_k$  або подвійними при зображенні вектора  $y$ . На схемі показані також, впливи, що обурюють  $z = \{z_1, z_2, \dots, z_i\}$ , вхідні та керуючі впливи  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $u = \{u_1, u_2, \dots, u_t\}$ , що прикладаються до керуючого органа об'єкта КО, відповідно, за допомогою яких можна змінювати координати  $y$ .

Величини  $x$ ,  $y$ ,  $u$  й  $z$  залежно від природи об'єкта зв'язані різними математичними залежностями. У загальному випадку

$$y = A(z, x, u), \quad (1.1)$$

де  $A$  – оператор, що визначає вид залежності.

У найпростішому випадку, коли це звичайна функціональна залежність

$$y = F(z, x, u). \quad (1.2)$$

об'єкт називають статичним або безінерційним, а залежність (1.2) або її графічне зображення – статичною характеристикою об'єкта.

Якщо об'єкт має інерцію, то зміни координат під впливом збурень  $z$  або керувань  $u$  відбуваються не миттєво й у цьому випадку об'єкт називають динамічним. Величини  $y$ ,  $x$ ,  $u$  й  $z$  у динамічних об'єктах зв'язані диференціальними, інтегральними або різницеvими рівняннями. Зміни координат у нормальному ході процесу визначаються сукупністю правил, приписань або математичних залежностей, що називається алгоритмом функціонування системи. Алгоритм функціонування складається на підставі технологічних, економічних й інших вимог без врахування динамічних перетворень. У теорії автоматичного регулювання алгоритм функціонування вважають заданим.

Він залежить від алгоритму функціонування і від динамічних властивостей системи.

### **1.1.2. Основні поняття автоматичного керування**

Теорія автоматичного керування (ТАК) з'явилася в другій половині 19 століття, спочатку як теорія регулювання. Широке застосування парових машин викликало потребу в регуляторах, тобто в спеціальних пристроях, що підтримують стійкий режим роботи парової машини. Це дало початок науковим дослідженням в області керування технічними об'єктами. Виявилось, що результати й висновки даної теорії можуть бути застосовні до

керування об'єктами різної природи з різними принципами дії. У цей час сфера її впливу розширився на аналіз динаміки таких систем, як економічні, соціальні й т.ін. Тому колишня назва “Теорія автоматичного регулювання” замінена на більш широку – “Теорія автоматичного керування”.

Керування будь яким об'єктом (ОК) є вплив на нього з метою досягнення необхідних станів або процесів. У якості ОК може служити літак, верстат, електродвигун, система освітлення і та ін. Керування об'єктом за допомогою технічних засобів без участі людини називається автоматичним керуванням. Сукупність ОК й засобів автоматичного керування називається системою автоматичного керування (САК).

Основним завданням автоматичного керування є підтримка певного закону зміни однієї або декількох фізичних величин, які характеризують процеси, що протікають в ОК, без особистої участі людини. Ці величини називаються керованими величинами. Якщо в якості ОК розглядається хлібопекарська піч, то керованою величиною буде температура, що повинна змінюватися по заданій програмі відповідно до вимог технологічного процесу. Якщо в якості ОК розглядати освітлювальну установку, то керованою величиною є освітленість  $E$ , яка повинна змінюватися у відповідності до вимог людини.

Структура системи – це сукупність її елементів і зв'язків між ними, по яким можуть проходити сигнали й впливи.

Сигнали, подані елементами системи, можуть надходити за межі системи, у цьому випадку вони називаються вихідними сигналами системи. У свою чергу, на елементи можуть надходити сигнали ззовні системи, вони називаються вхідними. Аналогічним образом визначаються вхідні й вихідні впливи.

Входами називаються елементи системи, до яких прикладені вхідні впливи або на які надходять вхідні сигнали.

Вхідними показниками називаються ті показники системи, які змінюються в результаті вхідного впливу або сигналу.

Виходами називаються елементи системи, які здійснюють вплив або передають сигнал в іншу систему.

Вихідними показниками називаються ті показники системи, зміни яких викликають вихідний вплив або вихідний сигнал, або самі є таким впливом або сигналом.

Функціонування системи – це прояв функцій системи в часі, який означає перехід системи з одного стану в інший, тобто рух у просторі станів.

Керування – це такий вхідний вплив або сигнал, у результаті якого система працює з заданими характеристиками за заданим образом. Звичайне керування спрямоване на те, щоб система перебувала у стаціонарному режимі (рівноважному або періодичному). Керування завжди має певну мету. Звичайно вона формулюється як обмеження на безліч можливих станів системи, або який-небудь показник системи, який потрібно підтримувати в заданих межах, або максимізувати. Якщо відома залежність зазначеного показника від вхідних впливів на систему, або її стану, то він називається цільовою функцією.

Для здійснення процесу керування потрібна наявність як мінімум трьох елементів:

- об'єкту керування;
- органу керування;
- виконавчого органу.

Об'єкт керування – це технічний пристрій або технологічний процес, деякі фізичні величини якого підтримуються незмінними або підлягають цілеспрямованим змінам.

Орган керування – це система, на вхід якої надходять сигнали про стан керованого об'єкта й середовища, а на виході – сигнал необхідний у даній ситуації керуванні.

Виконавчий орган – це система, на вхід якої надходить сигнал про необхідне керування, а на виході виробляється керуючий вплив на керований об'єкт.

Керуючий вплив формується регулятором і прикладається до об'єкта керування для того, щоб останній перейшов у потрібний стан. Отже завдання керування й полягають у формуванні керуючого впливу.

### 1.1.3. Історія розвитку теорії автоматичного керування

Звичайно історію автоматичного керування починають із регулятора Дж. Уатта для парової машини. Однак можна вважати, що подібного типу регулятори, у яких здійснювався зворотний зв'язок, застосовувалися ще раніше для млинів. Вернер Сименс також використовував принцип зворотного зв'язку, взагалі говорячи, позитивного зворотного зв'язку для самозбудження динамо-електричної машини. Максвелл першим установив, що ланцюг автоматичного регулювання являє собою замкнутий цикл впливів. Йому також була вже відома проблема стійкості такого ланцюга, що він розглядав стосовно до диференціальних рівнянь не вище третього порядку.

Критерії стійкості повністю були сформульовані Раусом (Routh) в 1877р. і пізніше в 1895 р. Гурвіцем (Hurwitz). Томсон (Thomson) виявив залежність між замкнутим ланцюгом зворотного зв'язку і її диференціальних рівнянь і на цій підставі побудував першу моделюючу рахункову машину.

Подальший розвиток техніки автоматичного регулювання, як складовою автоматичного керування, йшло в ногу з успіхами в області машинобудування, але це відбувалося головним чином чисто емпірично. Імпульс до створення сучасної техніки автоматичного регулювання пішов з боку техніки зв'язку.

В історичному розвитку систем автоматичного регулювання характерно те, що ці системи поступово створювалися й використовувалися задовго до того, як були розроблені методи їх аналізу й розрахунку. Практичний розвиток, що досягався інтуїтивним шляхом у міру виникнення потреб промисловості, ішло набагато поперед теорії. У той же час результати теоретичних досліджень не тільки підводили фундамент під уже існуючі автоматичні пристрої, але й давали потужний імпульс для створення принципово нових конструкцій і систем. Наприклад, після винаходів автоматичних регуляторів І. П. Ползуновим і Дж. Уаттом необхідно було ще близько 80 років, щоб з'явилися класичні дослідження К. Максвелла й І. А. Вишнеградського по цим регуляторам. Однак лише через ще піввіку після цього, тобто тільки в 40-х роках прошлого сторіччя, аналіз систем автоматичного регулювання зі зворотним зв'язком стає доступним для практичних інженерних розрахунків.



#### **1.1.4. Приклади системи автоматичного керування**

Найпростіша, однак не вичерпна відповідь на це питання може бути сформульована у такий спосіб: сутністю або метою автоматичного керування є підтримка постійного (або точніше необхідного) значення регульованої змінної величини незалежно від усякого роду впливів або «збурювання», яким може піддаватися керований об'єкт і звідки б ці збурювання не виходили. Загалом кажучи, у техніці можуть застосовуватися різні засоби й методи для підтримки сталості значення регульованої величини. Можна, наприклад, додати об'єкту таку характеристику, щоб з появою збурювання, тобто якого-небудь впливу, що порушує сталий стан об'єкта, його характеристика приводила б регульовану величину до необхідного колишнього значення. Такий спосіб використовується, наприклад, у стабілізаторах напруги або струму.

Можна усувати вплив збурювання й іншим способом, а саме, створюючи за допомогою деякого додаткового пристрою протидію збурюванню, тобто зустрічно йому спрямований ефект. Для приклада уявимо собі приміщення, у якому повинна підтримуватися певна температура. Саме по собі, тобто без усяких додаткових пристроїв, це приміщення повинне мати температуру, що встановлюється з відомим відставанням – залежно від зовнішньої температури. Цьому можна перешкодити, управляючи опаленням приміщення залежно від зовнішньої температури; це означає, що кожному значенню зовнішньої температури буде відповідати певну кількість тепла, що повинне подаватися в приміщення для збереження постійної його температури незалежно від коливань зовнішньої температури. Можна встановити такий чисто автоматичний зв'язок, при якому термометр, що вимірює температуру зовнішнього повітря, буде впливати в зазначеному змісті на інтенсивність горіння в топлени й котельної нагрівальної системи. Однак на цьому «автоматизм» буде кінчатися. Температура усередині самого приміщення тут не впливає сама по собі на інтенсивність опалення.

Така система реагує тільки на коливання температури зовнішнього повітря, але не реагує на інші можливі джерела порушення температури приміщення, тобто на такі «збурювання», як: 1) поява вітру тієї або іншої сили й напрямку; 2) стан вентиляційної заслінки (відкрита або закрита); 3) якість (теплотворна здатність) палива котельні й т.п. Якщо, здійснити (у принципі це можливо) додаткові впливи від кожного із цих збурювань на джерело тепла, то це зажадає значних витрат, не говорячи вже про чисто технічні труднощі через переплетення окремих систем впливу різної природи й з різними характеристиками. Розглянута тут система являє собою відкриту, або незамкнуту, ланцюг її впливів не є системою автоматичного керування.

Під «автоматичним керуванням» у нашій прикладі розуміється пристрій, що виходить тільки з підлягаючого збереження температури приміщення як «регульованої величини» і управляє перестановкою клапана опалювальної системи при змінах (відхиленнях) температури приміщення винятково на основі безперервного її виміру. Перестановка клапана повинна здійснюватися в такому змісті, щоб при кожній зміні температури приміщення відбувалося відновлення її колишнього заданого значення. Тому, що зміна значення температури знову впливає на розглянутий пристрій і та ін. Отже, ми маємо справу з «замкнутим контуром впливів», у якому безупинно циркулює деякий вплив рис. 1.2.

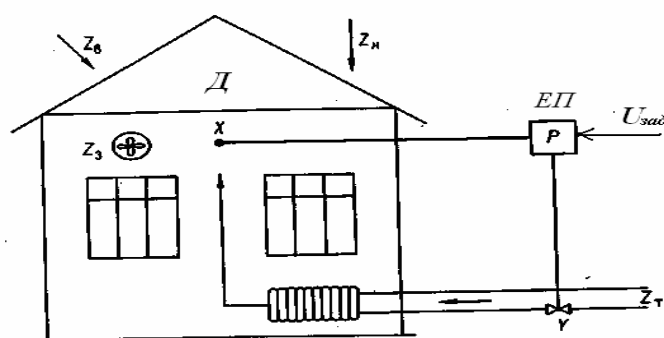


Рис. 1.2 – Приклад замкнутого контуру регулювання:

$X$  – регульована величина «температура приміщення»;  $B$  – регулюючий вплив (вентиль опалення);  $P$  – регулятор (утримуючий і орган, що задає температуру);  
 $Z$  – збурення «зовнішня температура»;  $Z_B$  – збурення «вітер»;  
 $Z_3$  – збурення «вентиляційна заслінка»;  $Z_T$  – збурення «стан джерела тепла»

З рис.1.2 видно, що на тепловий стан приміщення усередині будинку впливають наступні збурювання:  $z_n$  – зовнішня температура,  $z_B$  – вітер,  $z_3$  – відкриття вентиляційної заслінки,  $z_T$  – теплова інтенсивність джерела тепла, що може також піддаватися коливанням. У деякій точці приміщення вимірюється фактичне значення  $X$  – регульованої величини, наприклад, за допомогою контактного термометра. Часто результат такого виміру в системі регулювання повинен перетворюватися в інший вид енергії – у механічне зусилля, в електричну напругу й т.п.

Обмірюване й перетворене значення порівнюється в регуляторі  $R$  із запропонованим (заданим) значенням регульованої величини. Це задане значення визначає в нашій випадку ту температуру, на яку повинне здійснюватися автоматичне керування; задане значення, мабуть, повинне допускати різні уставки, щоб можна було пристосовуватися до різних умов, наприклад, в одних випадках може знадобитися більше висока температура приміщення, в інші – більше низька. Результатом порівняння фактичного й заданого значень, тобто їхня різниця, буде те, що називається відхиленням регульованої величини (іноді користуються термінами «помилка» або «неузгодженість») від її запропонованого значення. Відхилення діє на керуючий орган, що здійснює вплив на опалювальну систему. Цей вплив називається керуючим впливом  $Y$  і може мати різне значення. Вентиль опалювальної системи є входом регульованої установки або об'єкта керування, а місце виміру температури  $X$  – її виходом. Таким чином, до складу об'єкта керування в цьому випадку входять: опалювальна установка, радіатор, повітряний простір у приміщенні й зовнішні стіни, що більш-менш інтенсивно віддають тепло назовні.

З іншого боку, можна вважати, що місце виміру  $X$  є одночасно входом для регулятора, а вентиль – його виходом. Регулятор складається з окремих частин, що визначають його функціональні властивості. Вид і конструктивне оформлення визначається призначенням, тобто областю застосування регулятора.

Об'єкт керування може складатися з декількох частин. У нашому прикладі такими частинами є: вентиль, джерело теплової енергії, система трубопроводів, радіатор, повітряний простір, стіни. Всі складові частини регулятора й об'єкта регулювання, називані регулювальними ланками, визначають у сукупності поведження системи керування.

Підрозділ системи керування на «об'єкт керування» і «регулятор» і саме протиставлення цих понять є трохи умовними й навіть довільними. У деяких випадках керуючий орган вимагає для оперування з ним (тобто для його перестановки) певної витрати енергії. Тоді доводиться вводити в систему додаткову ланку, що доставляє енергію від деякого джерела й що служить для перестановки керуючого органа згідно команді, отриманої від регулятора. Цю додаткову ланку відносять в одних випадках до регулятора, в інших - до самого об'єкта керування, дивлячись по тому, як це обумовлено. Протиставлення «об'єкта керування» і «регулятора» як двох окремих частин установки (або системи керування) іноді буває корисним; тоді й на схемах їх представляють у вигляді двох окремих блоків. В інших випадках систему керування зручніше досліджувати, поєднуючи об'єкт керування й регулятор в один загальний блок.

У системи автоматичного керування існують фізичні границі дії. Регулятор не в змозі задовольнити всім умовам і у всякому разі тим умовам, які не були передбачені в його розрахунку. У розглянутому прикладі опалювальної установки одна границя дії регулятора наступає при досягненні вентилем опалення свого граничного положення. При зовнішній температурі в  $+30^{\circ}\text{C}$  не можна одержати усередині приміщення  $+20^{\circ}\text{C}$ . Інша границя дії регулятора може бути обумовлена, наприклад, тим, що при зовнішній температурі в  $-50^{\circ}\text{C}$  не вистачить теплової енергії в джерела тепла, або якщо при достатній кількості тепла вийде з ладу яка-небудь інша частина опалювальної установки.

Діапазон дії системи керування й кожного її складеного елемента повинен відповідати її розрахунковим завданням, інакше, як ми бачили,

регулювальні властивості порушуються. На обраному прикладі це добре видно. Потрібно сказати, що по своїй істоті приклад з опалювальною установкою є далеко не найпростішим, тому що в ньому мають місце складні процеси переходу тепла від радіатора в приміщення, із приміщення назовні, причому все це пов'язане з інерційністю опалювальної системи й самого приміщення (будинку).

Надалі для стислості систему автоматичного регулювання будемо позначати САР.

Основне завдання системи автоматичного керування в даному випадку може бути сформульовано в такий спосіб: при даній команді, що може бути деякою функцією часу, потрібно управляти деякою фізичною величиною так, щоб вона була близька до значення командної функції. Регульованою фізичною величиною можуть бути: струм, напруга, потужність (в електричній системі), положення, швидкість, прискорення (у механічній системі), тиск, температура, кількість подаваного газу або рідини (в гідравлічній і пневматичній системах) і т.д. (табл. 1.1 і табл. 1.2).

Таблиця 1.1

Основні регульовані величини і їхні розмірності	Одиниця виміру
1	2
<b>Машинобудування</b>	
Натискання, тиск	кг/мм <sup>2</sup>
Крутний момент	кг/м
Швидкість обертання	оберт/хв
Хід, рівень, положення	м, градус
Швидкість переміщення	м/сек
<b>Електротехніка</b>	
Активна й реактивна потужність	Вт, вар
Частота	Гц
<b>Хімія</b>	
Витрата речовини, рідини, газу	кг/сек кг/сек, м <sup>3</sup> /година
Відношення речовин у суміші	
Концентрація іонів	сименс/см
Електрична провідність рідини	%
Теплотворна здатність .	ккал/кг, ккал/м <sup>3</sup>

Таблиця 2

Вимірювані й регульовані величини у системах автоматичного регулювання у різних областях техніки

Електричні величини	
Напруга постійного струму	Активна потужність
Постійний струм	Реактивна потужність
Напруга змінного струму	Частота
Змінний струм активний	Інтеграл частоти (в електричних годинниках)
Змінний струм реактивний	Опір
Змінний струм повний	Фазовий кут (також коефіцієнт потужності)
	Провідність та інше
Неелектричні величини	
Температура	Сила звука
Число про/хв	Розтягання
Вологість	Швидкість (лінійна)
Сила світла	Кутове положення
Тиск (механічний)	Довжина шляху (переміщення)
Кількість рідини, що протікає у газу, сек	Сила, зусилля
Натяг	Час (тривалість)
Товщина	Теплопродуктивність
Кількість	Щільність (суміші)
	Співвідношення кількостей

Система автоматичного керування складається в основному із пристрою виміру регульованої величини на виході з'єданого зворотним зв'язком із приладом, що вимірює помилку або відхилення; підсилювача для посилення сигналу помилки й джерела енергії для виконання команди. Загалом, система автоматичного керування може бути визначена як чутлива до помилки, що відтворює й підсилює пристрій між входом (командою або завданням) і виходом (виконанням, або відпрацюванням, або реакцією).

Сформульований вище спосіб дії САК є до відомого ступеня ідеалізованим. У практичних умовах все-таки існує деяка розбіжність за часом або по величині або по обох цих факторах між керованою змінною й керуючим сигналом через запізнювання реакції внаслідок неминучих інерції й тертя у фізичних ланках системи, які можуть накопичувати енергію. Наявність у системі зворотних зв'язків і підсилювача, які можуть мати свої інерції, приводить іноді до запізнювання або несвоєчасної дії коригувального сигналу. Цей сигнал із зазначеної причини може діяти «невлад», тобто замість ослаблення первісної команди, підсилувати її, так що вона стає усе

більше й більше й починає «розгойдувати» систему. Це породжує одну з найважливіших проблем при створенні САР – проблему стійкості.

Нарешті, є ще один практичний фактор, що може відхиляти поведінку САК від описаного вище ідеалізованого виконання нею своїх функцій – перешкоди або небажані сигнали, які можуть утримуватися в команді, тобто в самому командному сигналі, і несприятливо впливати на процес керування.

Наведена тут коротка характеристика состава й принципу дії САР відбиває й основний зміст теорії автоматичного регулювання.

### **1.1.5. Область застосування систем автоматичного керування**

Успішна дія різних виробничих процесів, машин і складних лабораторних пристроїв часто вимагає такого митецького обігу й такого точного виконання, яке буває не під силу обслуговуючій особі. У таких випадках звичайне утруднення усувається звертанням до автоматики.

Очевидні підстави для введення автоматичного керування виникають у таких установках, де для обслуговуючої людини створюються фізичні межі через недостатню його силу, швидкості дії, важких навколишніх умов (наприклад, високої температури, наявності шкідливих випромінювань і т.п.). Є ще й інші серйозні причини, що змушують уникати людини як слабка ланка в системі керування, а саме:

1) запізнювання реакції людини, що становить величину порядку 0,3 сек., виключає ручне керування в пристроях, що вимагають високої швидкості спрацьовування. Для приклада можна привести керування натискним пристроєм валків у смугових прокатних станах при швидкостях виходу смуги в 10-30 м/сек, час, що потрібно оператору для виявлення відхилення товщини смуги від заданої, занадто великий, щоб можна було встигнути впливати на відповідний коригувальний пристрій. Інший приклад: пристрій для керування зенітним вогнем по цілі яка швидко рухається. Тим часом сучасні автоматичні пристрої можуть бути виконані так, щоб успішно справлятися з наведеними й із ще більш важкими умовами;

2) багато виробничих процесів і лабораторні досвіди вимагають безперервного й точного контролю протягом тривалого періоду часу.

У таких випадках ручне керування часто небажано, тому що фізичне стомлення оператора може відбитися на точності спостереження. Якщо, крім того, оператор піддається розумовій напрузі або небезпеці в процесі керування, то порушення й зниження якості роботи неминучі;

3) неможливо стандартизувати поведження людини – оператора, якщо тільки не стосуватися найпростіших виконуваних їм завдань тому структура й дія ручних систем керування являють собою емпіричний процес. Неминучим результатом цього є широкий розкид їх експлуатаційних характеристик.

На відміну від цього системи автоматичного регулювання можуть бути побудовані так, що в них будуть забезпечені бажані характеристики й властивості без відхилень, властивому ручному керуванню. Тому включення «людського елемента», у ланцюг точних операцій автоматичної системи, у загальному небажано, за винятком того випадку, коли по ходу процесу потрібні якісь судження, оцінка або вибір для наступних автоматичних дій апаратури. Однак у найбільш розроблених системах автоматичного керування – так званих екстремальних, або самонастроювальних, системах керування функцію оцінки або вибору також покладають на відповідну ланку автоматики, так що потреба в людині тут зовсім відпадає;

4) часте використання ручного керування просто неекономічне, і звертання до автоматики диктується досить обґрунтованими міркуваннями економіки.

Зупинимося докладніше на цих питаннях. У зв'язку з розвитком і вдосконаленням всіх галузей техніки автоматичне регулювання придбало дуже велике значення: застосування його поширюється, як у шир (у нові області), так і вглиб (всі нові тонкі й більше дрібні процеси). Поліпшується якість сировинних матеріалів, для яких устанавлюються більше строгі технічні умови й більше вузькі допуски: дотримання їх вимагає спеціальних мір у виробництві. Методи виробництва ускладнюються так, що один виробничий процес слідує безпосередньо за іншим, або вони навіть взаємно переплітаються. Тому нагляд і контроль у виробництві досить ускладнюються. Багато видів виробів виготовляються методами масового виробництва, що означає підвищення робочих швидкостей виробничих машин. Людські очі й руки вже не в змозі стежити за точністю підтримки



показників, що задаються, або за швидкістю виконання виробничого процесу. У спеціальних видах виробництва мулі в окремих цехах, де перебування людини сполучене з небезпекою, потрібно звільнити його від виконання його функцій.

У всіх цих і багатьох інших випадках на допомогу приходять автоматичне регулювання, автоматика. Якщо говорять, що автоматика звільняє людину від праці або від необхідності міркувати, то це вірно лише умовно. Людині однаково доводиться думати (в іншій формі), щоб створювати методи регулювання, здійснювати їх на практиці, досліджувати й трактувати на широкій основі автоматизовані установки. Техніка автоматичного регулювання стосується не тільки інженера, конструктора або проектувальника, але в такому ж ступені й працівника експлуатації, що повинен знати поводження своїх установок.

У техніці автоматичного регулювання особливого значення набувають динамічні процеси. Якщо техніка колись вимагала в багатьох областях тільки статичного підходу, то надалі вона вимагає, принаймні, в області техніки регулювання, динамічного підходу. Це потрібно для того, щоб мати можливість досліджувати протікання змінних процесів і станів у часі.

Для опису тимчасових залежностей існують різні математичні методи. Теорія автоматичного регулювання будується на широкій основі з ряду інших дисциплін: механіки, теоретичної електротехніки, електричних машин і електропривода, гідравліки й ін. Багато методів аналізу, використовуваних в теорії автоматичного регулювання, перейшли в неї з області електричного зв'язку. Це остаточно стирає існуючу інколи грань між областями так званих «сильних струмів» і «слабких струмів».

Автоматизацію виробництва слід розглядати і як економічну необхідність. При ручному керуванні виробничими механізмами лише невелику частину часу вдається вести роботу з найкращим використанням устаткування й сировини. Наприклад, у паперовій промисловості в результаті систематичних спостережень було встановлено, що машини які виробляють папір, поблизу найкращого режиму працюють усього лише близько 10% від загального часу роботи. Що ж стосується іншого часу роботи, то тут подаване в машини сировина використовується недостатньо раціонально, близько 20-30% його губиться; продукція, що випускається – папір, неоднорідний за своїми показниками; продуктивність машин нижче можливої. Застосування автоматизації дозволяє зменшити ці недоліки й поліпшити техніко-економічні показники виробництва.

## 1.2. Класифікація та основні принципи побудови САК

### 1.2.1. Класифікація САК

САК доцільно класифікувати виходячи з найбільш загальних ознак й їхніх властивостей.

Класифікація систем автоматичного керування за основними ознаками наведена на рис. 1.3.

За метою керування розрізняють системи стабілізації, програмного керування і системи спостереження. За принципом дії САК можуть бути розімкнутими, замкнутими або комбінованими. За можливістю контрольованих змін своїх властивостей САК можна розділити на два великих класи – адаптивні (здатні автоматично пристосовуватися до зміни зовнішніх умов і властивостей об'єкта) і неадаптивні.



Рис. 1.3 – Класифікація САК

Адаптивні системи, у свою чергу, класифікуються залежно від обсягу адаптаційних змін на:

екстремальні – міняються тільки керуючі впливи;

самонастроювальні – міняються керуючі впливи і параметри системи;

системи, що самоорганізуються – міняються керуючі впливи, параметри і структура системи;

системи, що навчаються – міняються керуючі впливи, параметри і структура системи, алгоритм функціонування, а у випадку самонавчання і цільова функція.

За характером сигналів у ланцюзі керування розрізняють системи безперервні й дискретні, в яких через дискретні проміжки часу відбувається комутація ланцюга впливів.

Дискретні системи, у свою чергу, розділяються на імпульсні (комутація ланцюга впливів відбувається примусово і періодично), релейні (переривчаста, східчаста зміна сигналів при безперервному характері вхідного сигналу) і цифрові (квантування сигналів відбувається як за часом, так і за рівнем).

За виглядом математичного опису виділяють лінійні (всі елементи описуються лінійними диференціальними та алгебраїчними рівняннями) й нелінійні системи (хоча б один елемент описується нелінійним рівнянням).

За величиною похибки  $\delta(\omega)$  в сталому режимі САК діляться на статичні ( $\delta(\omega) \neq 0$ ) й астатичні ( $\delta(\omega) = 0$ ).

За характером параметрів розрізняють стаціонарні (параметри постійні) й нестаціонарні САК (параметри міняються).

Кожний з цих класів підрозділяється на системи із зосередженими й розподіленими параметрами

За кількістю керованих величин виділяють одномірні (одна керована величина) й багатомірні САК (таких величин багато).

Залежно від приналежності джерела енергії, за допомогою якого створюється керуючий вплив, системи можуть бути прямої і непрямой дії. У системах прямої дії використовується енергія керованого об'єкта. До них відносяться найпростіші системи стабілізації, в яких сприймаючий елемент

через важільну систему безпосередньо діє на виконавчий орган (заслінку, клапан і та ін.). У системах непрямої дії керуючий вплив створюється за рахунок енергії додаткового джерела.

Залежно від характеру електричних сигналів системи можуть бути: безперервними, з гармонійними сигналами й дискретні. Дискретні у свою чергу, можуть бути релейними, імпульсними або цифровими. Внаслідок бурхливого розвитку мікроелектроніки широке поширення одержали цифрові системи керування, що володіють насамперед високою точністю.

За математичним описом розрізняють:

- а) лінійні системи;
- б) нелінійні системи.

До лінійних систем застосуємо принцип суперпозиції, відповідно до якого вихідний сигнал лінійної системи на будь-який довільний вхідний вплив можна визначити через її реакцію на певний елементарний вплив.

Нелінійні системи описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Закон керування в такій системі являє собою нелінійну функцію.

Залежно від характеру зовнішніх впливів розрізняють детерміновані й стохастичні системи. У детермінованих САК зовнішні впливи мають вигляд постійних функцій часу. У стохастичних системах зовнішні впливи мають вигляд випадкових функцій.

За видом використовуваної енергії:

- а) електричні системи, мають зручність і легкість обробки й передачі інформації;
- б) пневматичні системи, використовують енергію стисненого газу й забезпечують високу швидкодію;
- в) гідравлічні системи, використовують енергію рідини й забезпечують високу потужність;
- г) електропневматичні системи;
- д) електрогідравлічні системи.

Розглянуті різновиди й властивості є основними й не вичерпують усього різноманіття САК.

### **1.2.2. Основні принципи побудови систем автоматичного керування**

Знаючи статичні й динамічні властивості керування системи, можна побудувати математичну модель системи й знайти такий алгоритм керування, що забезпечує заданий алгоритм функціонування при відомих, заданих впливах. Однак модель завжди приблизно виражає властивості оригіналу, а впливи, що обурюють, можуть змінюватися невідомим задалегідь образом, тому й при знайденому алгоритмі керування фактичне поведіння системи буде відрізнятися від бажаного, обумовленим алгоритмом функціонування.

Щоб наблизити поведіння до необхідного, алгоритм керування потрібно погодити не тільки із властивостями системи й алгоритмом функціонування, але й з фактичним функціонуванням системи.

В основі побудови системи автоматичного керування лежать деякі загальні фундаментальні принципи керування, що визначають, яким чином здійснюється зв'язування алгоритмів функціонування й керування з фактичним функціонуванням або причинами, що викликають відхилення функціонування від заданого. У даний час у техніку відомі й використовують три фундаментальних принципи: розімкнутого керування, компенсації й зворотному зв'язку.

**Принцип розімкнутого керування.** Сутність принципу полягає в тому, що алгоритм керування виробляється тільки на основі заданого алгоритму функціонування й не контролюється іншими факторами – збурюваннями або вихідними координатами процесу. Загальна функціональна схема системи показана на рис. 1.4а.

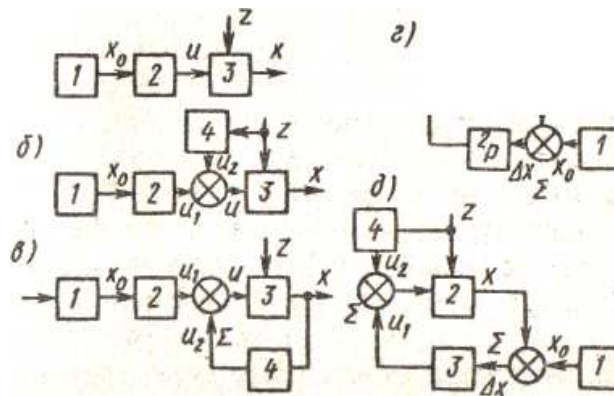


Рис. 1.4 – Загальна функціональна схема системи

Завдання  $x_0(t)$  алгоритму функціонування може вироблятися як спеціальним технічним пристроєм – задатчиком програми 1, так і виконуватися задалегідь при проектуванні системи й потім безпосередньо використатися при конструюванні керуючого пристрою 2. В останньому випадку блок 1 на схемі відсутній. В обох випадках схема має вигляд розімкнутого ланцюжка, у якій основний вплив передається від вхідного елемента до вихідного елемента 3, як показано стрілками. Це й дало підставу назві принципу. Близькість  $x$  и  $x_0$  у розімкнутих системах забезпечується тільки конструкцією й підбором фізичних закономірностей, що діють у всіх елементах.

Незважаючи на очевидні недоліки, цей принцип використовують дуже широко. Елементи, що представляють розімкнутим ланцюгом, входять до складу будь-якої системи, тому принцип представляється настільки простим, що його не завжди виділяють як один з фундаментальних принципів. Цьому сприяє й те, що загальних правил побудови розімкнутих ланцюгів можна виділити не багато. Основні правила, корисні конструкторові, істотно залежать від приватних властивостей конкретних пристроїв і вивчаються в спеціальних прикладних курсах по приладобудуванню й машинобудуванню.

Згадувані вище операції включення, відключення й перемикання часто виконують за допомогою різних логічних елементів й їх наборів (вимикачами, реле, елементами І, НЕ, АБО й ін.), кожний з яких може являти собою елемент із керуванням по розімкнутому ланцюзі.

Іншим типом цих елементів можуть бути датчики програми, що складаються із пристрою запуску програмного елемента й самого програмного елемента (наприклад, пристрій пуску й барабан музичної скриньки, магнітофон, профільований кулачковий механізм, що приводить у рух двигуном і здійснює переміщення робочого інструмента по заданому контурі, і т.п.).

Наступним типом елементів є лінійні перетворювачі. Один вид таких перетворювачів здійснює пропорційне перетворення однієї фізичної величини в іншу, більше зручну для використання, інший їхній вид – підсилювачі мають на вході й виході ту саму фізичну величину, але з різними значеннями її кількісних показників. Використаються також нелінійні функціональні перетворювачі.

До елементів розімкнутого типу можна віднести й багато лічильно-вирішальних елементів, що виконують операції диференціювання, інтегрування й формування різних диференційно-інтегральних операторів.

**Принцип компенсації** (керування по збурюванню). Якщо впливи, що обурюють, настільки великі, що розімкнутий ланцюг не забезпечує необхідної точності виконання алгоритму функціонування, то для підвищення точності іноді можливо, вимірявши збурювання, увести за результатами виміру корективи в алгоритм керування, які компенсували б викликувані збуреннями відхилення алгоритму функціонування.

Тому що відхилення регульованої величини залежить не тільки від керуючого й, але й від впливу що збурює, тобто  $x = F_1(u_1, z)$ , то в принципі можна підібрати керування  $u = F_2(z)$  таким чином, щоб у сталому режимі відхилення було відсутнє, тобто  $\Delta x = x_0 - F_1(u_1, z) = 0$ .

Тоді, у найпростішому лінійному випадку, якщо характеристика об'єкта в статиці  $x_0 = k_0 u - k_z z$ , то, вибираючи  $u = x_0 / k_0 + k_z z / k_0$ , одержимо  $x = x_0 = \text{const}$ .

Функціональна схема регулювання за збуренням показана на рис. 1.4б.

Прикладами систем компенсації можуть служити: відома з фізики біметалічна система стрижнів з різними коефіцієнтами теплового розширення в маятнику хронометра, що забезпечує сталість довжини маятника при коливаннях температури; схема компаундування генератора постійного струму, що забезпечує незмінність напруги при коливаннях струму навантаження рис. 1.4. Якщо ЕРС генератора  $E_g = k\Phi$  лінійно залежить від його потоку збудження  $\Phi_B$ , а зменшення напруги викликане тільки активним опором якоря, тобто пропорційно току навантаження, то для підтримки сталості заданої напруги  $u_{го}$  треба змінювати ЕРС генератора у функції струму навантаження за законом  $E_g = IR_a + u_{го}$ . Таку зміну здійснюють за допомогою додаткової компаундної обмотки К, по якій проходить струм  $I_k$ , рівний або пропорційний току якоря  $I$ . За допомогою компаундування, вибираючи коефіцієнт пропорційності при  $I$ , можна зменшити статизм характеристики  $\delta$ , зробити його рівним нулю або змінити знак статизму, одержавши зростання напруги при росту навантаження (перекомпенсація). Варто підкреслити, що компенсація досягається тільки за вимірюваних збуреннях. Так, у наведеному прикладі не компенсуються коливання температури, швидкості приводного двигуна й ряд інших факторів, внаслідок чого помилку не можна звести до нуля навіть при ідеальному компаундуванні.

Інший принцип – принцип регулювання парової машини по моменту опору на її валу був запропонований в 1830 р. французьким інженером Ж. Понселе, однак реалізувати свою пропозицію на практиці йому не вдалося, тому що динамічні властивості машини (астатизм) не допускали безпосереднього використання принципу компенсації. В 1840 р. Г. В. Щипанов запропонував принцип досягнення незалежності керованої величини від збурень, так званий принцип інваріантності. Г. В. Щипанов намагався одержати компенсацію шляхом відповідного підбора зв'язків у регуляторі, не вимірюючи безпосередньо збурювання. Він одержав математичні умови для такого підбора, але спроби реалізувати ці умови



натрапляли на фізичну нереалізуємість. Це викликало у свій час гостру тривалу дискусію, в якій великі фахівці взагалі ставили під сумнів можливість самого принципу інваріантості. В. С. Кулебакін в 1848 р. і Б. Н. Петров в 1855 р. показали, як слід будувати системи, щоб у них можна було реалізувати принцип інваріантості. Цим принципом є принцип зворотнього зв'язку.

**Принцип зворотнього зв'язку** (регулювання по відхиленню). Систему можна побудувати й так, щоб точність виконання алгоритму функціонування забезпечувалася й без виміру збурень. На рис. 1.4 в показана схема, у якій корективи в алгоритм керування вносяться за фактичним значенням координат у системі. Для цієї мети в конструкцію системи вводять додатковий зв'язок 4, у яку можуть входити елементи для виміру  $x$  і для вироблення коригувальних впливів на керуючий пристрій. Схема має вигляд замкнутого ланцюга, що дало підставу назвати здійснюваний у ній принцип принципом керування по замкнутому контуру. Уведений додатковий ланцюг називають ланцюгом зворотнього зв'язку, тому що напрямок передачі впливів у додатковому зв'язку назад напрямку передачі основного впливу на об'єкт.

Схема, зображена на рис. 1.4в, являє собою найбільш загальний вид замкнутих систем. За такою схемою будують, наприклад, багато перетворювальних і лічильно-вирішальних елементів. У керуванні ж найбільше широко розповсюджений вид замкнутих систем, у яких корекцію алгоритму керування здійснюють не безпосередньо за значеннями координат  $x$ , а по їх відхиленнях від значень, обумовленим алгоритмом функціонування  $x_0$ , тобто  $\Delta x = x_0 - x$ .

Схема, що реалізує цей різновид керування зі зворотним зв'язком, показана на рис. 1.4г, у якій: елемент 1 задає алгоритм функціонування, а елемент порівняння – суматор  $\Sigma$ , здійснює вирахування  $x$  з  $x_0$ , тобто виробляє величину  $\Delta x$ , називану відхиленням або помилкою керування.

Часто виявляється доцільним виробляти керуючий вплив у функції не тільки  $\Delta x$ , але також його похідних й інтегралів за часом:

$$u = f\left(\Delta x, \Delta \dot{x}, \dots, \int_0^t \Delta x dt, \dots\right), \Delta x = x_0 - x. \quad (1.3)$$

Функція  $f$  повинна бути неубутною функцією  $\Delta x$  одного з нею знака. Щодо інших аргументів її знак визначається з аналізу.

Керування у функції відхилення при згаданих вимогах до функції  $f$  називають регулюванням. Керуючий пристрій у цьому випадку називають автоматичним регулятором. Об'єкт 3 і регулятор 2 див. рис. 1.4г утворять замкнуту систему, називану системою автоматичного регулювання (САР). Регулятор, що виробляє керуючий вплив і відповідно до алгоритму керування (1.3), утворить стосовно виходу об'єкта негативний зв'язок, оскільки знак  $\Delta x$ , як видно з (1.3), зворотним знаку  $x$ . Зворотний зв'язок, утворений регулятором, називають головним зворотним зв'язком. Крім її усередині регулятора можуть бути й інші місцеві зворотні зв'язки.

Коли регулюються кілька величин  $x_1, x_2$  за допомогою декількох керувань  $i_1, i_2, \dots$ , тобто якщо  $x$  и  $u$  вектори, що відповідають стрілки зображують подвійними лініями див. рис. 1.4д.

Приклад системи автоматичного регулювання напруги генератора постійного струму показаний на рис.1.5. З дільника напруги ДН знімається напруга  $ku_r$ , пропорційна регульованій нарузі  $u_r$ . Воно рівняється з напругою  $u_0$  еталонної батареї. Різниця  $\Delta x = u_0 - ku_r$  подається на вхід підсилювача В, до виходу якого підключений якір двигуна постійного струму Д. Двигун надає руху регульовальному органу – реостату R, включеному у ланцюг обмотки збудження ОУ генератора. При збільшенні  $u_r$  понад задане значення двигун перемістить повзунок реостата так, щоб опір реостата збільшилася й напруга, яка підведена до ОУ, зменшилося. Наслідком буде зменшення регульованої напруги.

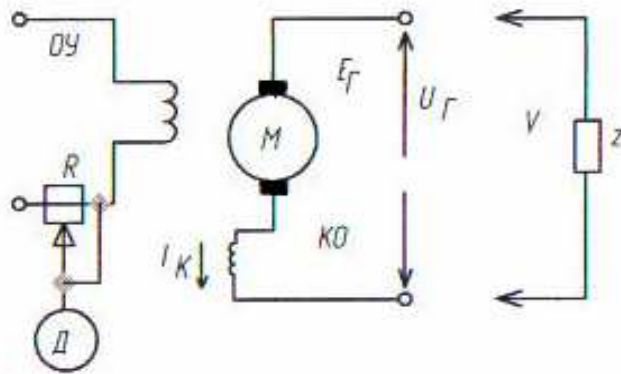


Рис. 1.5 – Приклад регулювання напруги ГПТ

У даній схемі потужності сигналу  $\Delta x$  виявляється недостатньо для безпосереднього керування струмом порушення, тому й використаний підсилювач  $У$ . Такі системи називають системами непрямого регулювання. У малопотужних системах іноді можна застосувати пряме регулювання, управляючи виконавчим органом безпосередньо від сигналу помилки.

Принцип зворотного зв'язку широко розповсюджений не тільки в техніку, але й у процесах керування, здійснюваних у Живих організмах (системи регуляції різних функцій – температури, ритму кровообігу й ін.). У керуванні громадськими організаціями цей принцип реалізується у вигляді перевірки виконання ухвалених рішень і розпоряджень, що відіграють роль керуючих впливів.

У ряді випадків ефективно застосування комбінованого регулювання по збурюванню й відхиленню, наприклад компаундування з корекцією потужних синхронних генераторів. Комбіновані регулятори поєднують достоїнства обох принципів – швидкість реакції на зміну збурень і точне регулювання незалежно від того, яка причина викликала відхилення.

### 1.2.3. Основні види автоматичного керування

На першому етапі розвитку техніки керування використався практично лише один вид автоматичного керування – підтримка заданого постійного значення регульованої величини. Довгий час під системами автоматичного керування розумівся саме цей вид. Згодом число видів збільшувалося, і цілком імовірно, що шість основних їхніх видів не вичерпують не тільки можливі види в майбутньому, але й існуючі сьогодні.

Стабілізація (*Stabilus* – стійкий). Системи підтримки сталості керованої величини називають також системами стабілізації. Бажаний закон у них має вигляд  $x_0(t) = \text{const}$ .

Приклад системи автоматичної стабілізації напруги генератора постійного струму був розглянутий у п. 1.2.2 рис. 1.5. Якщо в цій схемі вилучити ланцюжок ДН – еталонна батарея – В – Д, то одержимо систему стабілізації, що діє по розімкнутому контурі. У ряді установок місцевого значення, де не потрібно високої точності стабілізації, такі розімкнуті схеми використовують й у наші дні.

Відома важлива особливість систем регулювання по відхиленню: якщо в них використати регулятори, що складаються тільки з елементів, що здійснюють звичайні аналітичні перетворення, тобто які характеризуються аналітичними статичними характеристиками, то регулювання по відхиленню може зменшити, але не усунути помилку.

Розглянемо схему з найпростішими лінійними перетворювальними ланками. Рівняння статички для такої схеми див. рис. 1.4г, 1.5 будуть

$$x = k_0 u - k_z z; u = k_p \Delta x = k_p (x_0 - x), \quad (1.4)$$

де  $k_0$ ,  $k_p$  й  $k_z$  – постійні коефіцієнти, називані відповідно коефіцієнтами передачі об'єкта, регулятора й навантаження.

З (1.4) одержуємо значення регульованої величини  $x$ , яке залежить від навантаження  $z$ , зменшуючись із її ростом.

Регулювання, у якому стала помилка при постійному заданому значенні  $x_a$  залежить від навантаження, називають статичним. Стала статична помилка

$$x = \frac{k_0 k_p}{1 + k_0 k_p} x_0 - \frac{k_z}{1 + k_0 k_p} z. \quad (1.5)$$

Вираження це громіздко, і для оцінки ступеня залежності статичної помилки від навантаження переходять до рівнянь, що зв'язують відносні безрозмірні відхилення  $\varphi = \Delta x / x_{\min}$ ,  $\lambda = \Delta z / z_{\text{НОМ}}$ , де абсолютні значення  $\Delta x = x - x_{\min}$  й  $\Delta z = z - z_{\min}$  віднесені, до базових значень, що відповідають номінальному навантаженню  $z_{\text{НОМ}}$  рис. 1.5. Взагалі статизм  $\delta$  дорівнює відносній крутості регулювальної характеристики  $x = F(z)$  [або  $\varphi = \Phi(\lambda)$ ], тобто

$$\delta = -\partial \varphi / \partial \lambda. \quad (1.6)$$

Якщо характеристика прямолінійна, то

$$\delta = -\frac{\Delta \varphi_{\max}}{\Delta \lambda_{\max}} = \frac{(x_{\max} - x_{\min}) / x_{\min}}{(z_{\text{НОМ}} - 0) / z_{\text{НОМ}}} = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{x_{\min}}. \quad (1.7)$$

Статичний регулятор підтримує постійне значення регульованої величини з помилкою. Статизм – це величина відносної статичної помилки при зміні навантаження від холостого ходу до номінальної. У деяких системах статична помилка небажана. Тоді переходять до регулювання, у якому вона в силу структури системи дорівнює нулю, тобто до астатичного регулювання. Регулювальна характеристика ідеального астатичного регулювання являє собою пряму лінію, паралельну осі навантаження рис. 1.6.

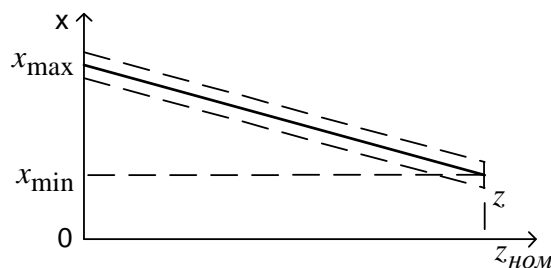


Рис. 1.6 – Регулювальна характеристика ідеального астатичного регулювання

Внаслідок неточності регулятора регульована величина може приймати будь-яке значення усередині деякої зони (на рисунку заштрихована), але помилка при цьому не буде залежати від навантаження. Для одержання астатичного регулювання в регуляторі потрібно усунути тверду залежність між положенням регульовального органа й значенням регульованої величини, для того щоб те саме значення регульованої величини можна було підтримувати при будь-якому навантаженні. Для цього в ланцюг регулювання вводять астатичну ланку. Прикладом астатичної ланки є інтегруюча ланка, описувана рівнянням

$$u = k \int_0^t \Delta x dt \quad \text{або} \quad du/dt = k\Delta x \quad (1.8)$$

Регулятор при цьому буде перебувати в рівновазі тільки в тому випадку, коли  $du/dt = \Delta x = 0$ , тобто коли регульована величина буде дорівнювати заданому значенню. Електричний двигун являє приклад астатичної ланки. У схемі, зображеної на рис. 1.5, двигун, що переміщає повзунок реостата – астатична ланка, а зображена система є система астатичного регулювання.

**Програмне керування.** При програмному керуванні алгоритм функціонування заданий і можна побудувати спеціальний пристрій – датчик програми, що виробляє  $x_0(t)$ . Таким чином, всі схеми, показані на рис. 1.4, у яких  $x_0(t)$  є задана функція, а ланки 1 являють собою датчики програми, що виробляють цю функцію, ставляться до класу систем програмного керування. Програмне керування можна здійснити по кожному з фундаментальних принципів або за допомогою їхньої комбінації.

У практиці використовують два види систем програмного керування: системи з часовою програмою й системи із просторовою програмою. У системах першого виду датчик програми виробляє безпосередньо функцію  $x_0(t)$ . Прикладами можуть служити пристрої, в яких рух годинного механізму або двигуна з рівномірним ходом перетвориться за допомогою функціональних перетворювачів (профільованих кулачків, реостатів і т.п.) у рух  $x_0(t)$ . До таких пристроїв відносять пристрої і програми для зміни

температури гартівних печей, заводні іграшки, магнітофони, програвачі й т.д. Системи другого виду використовують у програмному керуванні металообробними верстатами. У них рух виконавчого органа (інструмента) здійснюється по заданій у просторі траєкторії, закон же руху по траєкторії в часі мало істотний й у широких межах може бути довільним.

Використаються два способи просторового програмного керування. Перший полягає в тому, що рух по кожній з координатних просторових осей виконується окремим приводом, рух по одній з осей задається довільно (звичайно рівномірним), а інші рухи погоджуються з першим так, щоб інструмент рухався по заданій траєкторії. Прикладом може служити копіювальний палець П, що сковзає по шаблону 3 у системі керування 1 копіювальним верстатом 2 рис. 1.7. Один рух – подача по осі  $x$  двигуном  $D_x$  відбувається рівномірно, другий – рух по осі  $y$  задається профілем кулачка (шаблону 3). При обробці виробу 4 інструмент Ф верстата 2 повторює рух пальця П. Другий спосіб полягає в тому, що задана траєкторія описується за допомогою системи параметричних рівнянь, у яких параметром є час, а потім будується вирішальний пристрій, що задає рух приводам по окремих осях відповідно до цих параметричних рівнянь.

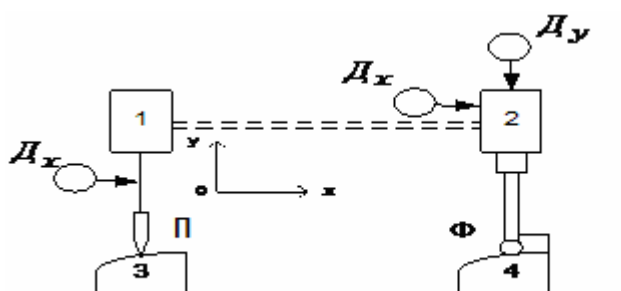


Рис. 1.7 – Приклад програмного керування

Системи програмного керування за своєю структурою також можуть бути статичними й астатичними, однак, оскільки величини  $x_0(t)$  і  $z$  у них непостійні, статична помилка не усувається, тому що виникають сталі помилки, що залежать від швидкості й вищих похідних. Для усунення цих складові помилки можна вводити в систему додаткові астатичні ланки (підвищувати порядок астатизму).

## 1.3. Елементи САК

### 1.3.1. Датчики

#### 1.3.1.1. Загальні відомості про датчики

Як впливає з функціональної схеми регулювання рис. 1.8, на виході об'єкта регулювання перебуває вимірювальний пристрій. Як і багато інших органів САК, він має інші найменування – датчик, чутливий елемент, детектор і та ін.

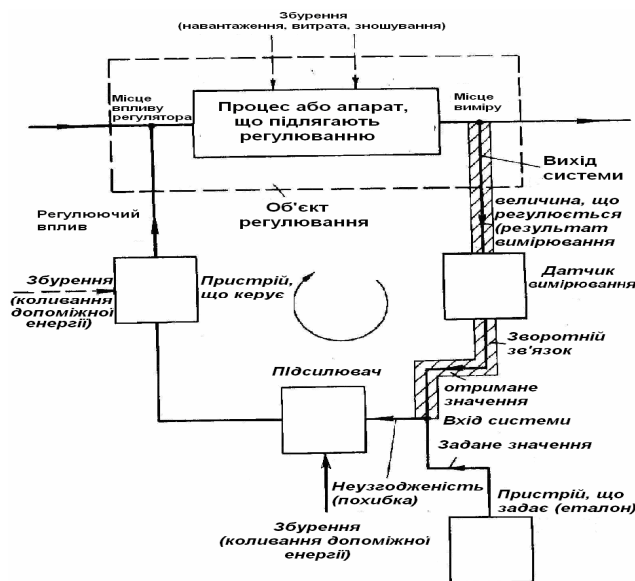


Рис. 1.8 – Схема процесу регулювання за замкнутим циклом

Призначення цього пристрою – безупинно вимірювати дійсне значення регульованої величини й подавати відповідний вимірювальний сигнал до пристрою, що порівнює. Це дуже важлива функція в САК, якщо згадати основну аксіому в області автоматичного керування: «Те, що не піддається виміру, не може регулюватися», або, інакше кажучи, «без виміру не може бути автоматичного регулювання».

Разом з виміром вимірювальний пристрій виконує часто функцію перетворення регульованої величини (світлового потоку, температури, тиску, механічної напруги й та ін.) у сигнал, зручний для використання в САК, найчастіше в електричний сигнал, у формі ЕРС. Тому вимірювальний пристрій називається іноді перетворювачем.



Існує величезна кількість різноманітних конструкцій і типів вимірювальних пристроїв (датчиків), заснованих на різних фізичних принципах і призначених для виміру різного роду параметрів – регульованих величин. Вимірювальним пристроям – датчикам, присвячено багато спеціальної літератури. В огляді, що нижче приводиться, зазначені тільки основні види датчиків і принципи їхньої дії, оскільки це необхідно для з'ясування їхніх функцій у загальній схемі САК.

На практиці користуються різними способами класифікації датчиків – вимірювальних пристроїв, за основу яких береться та або інша ознака. Так, прийнято ділити їх на контактні і безконтактні або класифікувати по роду вимірюваної величини й та ін.

Як уже було зазначено, датчики й перетворювачі вимірюваної величини служать для енергетичного або кількісного перетворення регульованої величини з метою пристосування її до входу регулятора. На виході регулятора перебувають ланки, які служать для перетворення керуючим органом його вихідної величини у величину, необхідну за енергетичними умовами, для створення відповідного регулюючого впливу.

Зазначені пристрої, що є в контурі регулювання перед регулятором і після регулятора, часто мають такі перехідні характеристики, які впливають на поведінку й показники всієї системи регулювання не менше, ніж регулятор і об'єкт регулювання. Датчики й перетворюючі ланки можуть бути наділені інерціями (постійними часу), а це приводить до підвищення порядку характеристичного диференціального рівняння системи й до більших обмежень у виборі параметрів за умовами стійкості.

Щоб отримати належну якість регулювання треба, за можливостю, скорочувати число ланок, що беруть участь у контурі регулювання, і піклуватися про те, щоб характеристики цих ланок були сприятливі, тобто лінійні й безінерційні. У зв'язку з цим, часто доводиться обмежувати довжину ліній, що передають інформацію на вхід регулятора або на керуючу ланку. Вимірювальні датчики, що наділені інерцією,

(механічною або тепловою) у пристроях з більшими постійними часу є більш сприйнятними, тому що тут іноді можна зневажати й власними інерціями регулятора.

У загальному випадку вимірювальний пристрій повинен бути точним і не мати нелінійності характеристик, не наділеними інерційністю або значним споживанням енергії, тому що ці властивості можуть впливати на характеристики САК у цілому.

### 1.3.1.2 Способи отримання вимірювальних сигналів і типів датчиків для різних величин

У якості параметрів, вимірюються можуть бути:

*Електрична напруга U:* а) безпосередній вимір  $U$ ; б) від потенціометра  $UR_1/(R_1+R_2)$ ; в) від трансформатора напруги  $Uw_2/w_1$ ; г) від ємнісного дільника напруги  $UC_2/(C_1 + C_2)$ .

*Струм I:* а) від активного падіння напруги в шунті  $IR$ ; б) від індуктивного падіння напруги  $IX_L$ ; в) від конденсатора  $IX_C = C \square U$ ; г) від навантаженого трансформатора струму  $RIw_1/w_2$ .

*Магнітний потік  $\Phi$ :* а) за допомогою пробної котушки в магнітному полі  $w \frac{d\Phi}{dt}$ ; б) за допомогою датчика Холу.

*Швидкість обертання  $n$  об/хв:* а) за допомогою тахогенератора (постійного струму, синхронного, асинхронного, електростатичного)  $U=\Phi n$ ; б) за допомогою тахометричного (потенціометричного) мосту на затискачах двигуна  $n = U - IR$ ; в) за допомогою відцентрового маятника.

*Крутний момент M:* а) безпосередній вимір в електричній машині  $\Phi I$ ; б) за величиною падіння напруги  $RI$ , де  $I$  – функція моменту  $M$  від тензометричного датчика; в) за величиною  $RI$ , де  $I$  – функція моменту  $M$  від електромагнітного торсіометра (вимірника моменту, що скручує вал) або від іншого моментоміра.

*Потужність P* – за допомогою електронного або електродинамічного ватметру  $P \equiv UI$ .

*Прискорення лінійне або обертальне  $j = \frac{dn}{dt}$* : а) за допомогою тахогенератору й трансформатора, що диференціює,  $dn/dt = dU/dt$ ; б) за допомогою двофазного асинхронного тахогенератора; в) за допомогою датчика прискорення (електромагнітного або електронного).

*Механічна напруга  $S$*  – за допомогою тензометричного датчика як при вимірі крутного моменту  $M$  (див. вище).

*Тиск  $Q$  кг/кВ·см*: а) за допомогою п'єзокристалевої або ємнісної месдозы; б) за падінням напруги  $RI$ , де струм  $I$  – функція зсуву в конденсаторному (або іншого типу) мікрофоні; в) за допомогою мембрани або манометра;

г) за допомогою сільфона.

*Температура  $\tau$* : а) за допомогою термометра опору за величиною  $IR(1-k\tau)$ ; б) за допомогою термопари, струм якої пропорційний величині  $(k_1\tau - k_2\tau^2)$ ; в) за допомогою біметалічної пластинки.

*Освітленість  $E$*  – за допомогою фотоелемента за величиною  $IR$ , де фотострум  $I$  – функція величини: люмен/одиниця площі фотоелемента («електричне око»).

*Потужність звуку  $\Gamma$*  – за допомогою вугільного, індуктивного або конденсаторного мікрофона, що дає функцію від  $R$ ,  $L$  та  $C$  («електричне вухо»).

*Механічне переміщення (лінійне або кругове)  $x$* : а) за зміною опору  $R$  (у реостаті з вугільними шайбами або в дотовому реостаті); б) за зміною індуктивності  $L$  (у регульованій індуктивній котушці); в) за зміною ємності  $C$  (у конденсаторі з рухливими обкладинками).

*Частота  $f$* : а) за величиною індуктивного опору або падіння напруги  $XI = \omega LI = 2\pi / LI$ ; б) за величиною ємнісного опору  $1/(2\pi fC)$ . (Опори включаються в плече містка).

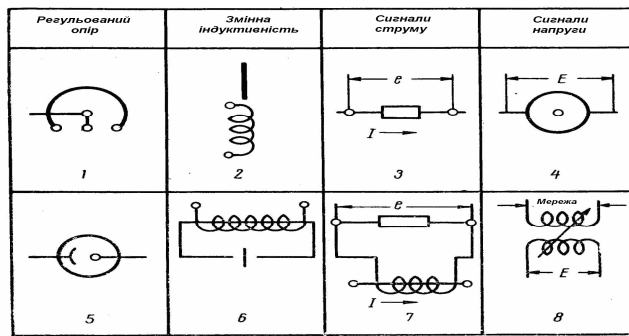


Рис. 1.9 – Основні типи вимірювальних датчиків:

- 1 – реостат, механічне переміщення; 2 – механічне переміщення;  
 3 – ланцюг постійного струму; 4 – тахогенератор, обертання;  
 5 – фотоелемент (світло); 6 – механічне переміщення;  
 7 – ланцюг змінного струму, трансформатор струму;  
 8 – трансформатор зі змінним зв'язком, переміщення

До цього переліку слід додати деякі пояснення рис. 1.9. Найпростішим пристроєм для перетворення шляху механічного переміщення в сигнал є реостат (1), але він має обмежене поширення на практиці внаслідок його підвищеного зношування й порівняно короткого терміну служби. Для передачі сигналу шляху механічного переміщення може бути використане інший пристрій, вільний від швидкого зношування, – реактор зі осереддям індуктивністю (2). Для цієї мети застосовується реактор із осереддям, що переміщається в ньому – плунжером або двополюсним електромагнітом із залізним якорем, що пересувається між кінцями полюсів (6).

### 1.3.1.3 Класифікація датчиків

Як було визначено раніше у системах автоматики призначення датчика – перетворення контрольованої або регульованої величини у вихідний сигнал, більше зручний для подальшої передачі інформації. Часто датчик називають перетворювачем. Перетворювач, це більше загальний термін, тому що будь-який елемент автоматики, який має свій вхід і вихід, у тім і іншому ступені є перетворювачем.

У найпростішому випадку датчик здійснює тільки одне перетворення  $y = f(x)$ , наприклад сили в переміщення (у пружині), або температури в електрорушійну силу (у термоелементі). Однак, у ряді випадків у датчику здійснюється ряд перетворень: вхідна величина  $X$  впливає на проміжну  $Z$ , а сигнал  $Z$  – на необхідну вихідну величину  $Y$

$$Z = f_1(X); Y = f_2(Z) \quad (1.9)$$

Число таких послідовних перетворень може бути й більше двох. У цьому випадку датчики є складними і називаються датчиками з послідовним перетворенням. Вхідна частина таких датчиків називається сприймаючим органом, вихідна частина – виконавчим органом. Всі інші частини називаються проміжними органами. Нерідко той самий конструктивний елемент датчика виконує кілька функцій, наприклад, пружна мембрана виконує функцію сприймаючого органа (перетворення тиску в силу) і функцію виконавчого органа (перетворення сили в переміщення).

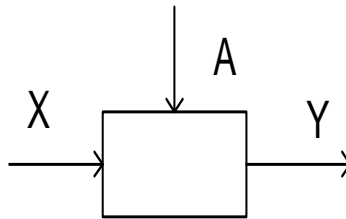
Виняткове різноманіття датчиків, застосовуваних в автоматичі, викликає необхідність їхньої класифікації. У даний час відомі наступні типи датчиків, які за вхідною величиною діляться наступним чином:

Приклади датчика	Вхідна величина
1. Механічний	Переміщення твердого тіла
2. Електричний	Електрична величина
3. Гідравлічний	Переміщення рідини
4. Пневматичний	Переміщення газу
5. Термічний	Теплота
6. Оптичний	Світлова величина
7. Акустичний	Звукова величина
8. Радіохвильовий	Радіохвилі
9. Ядерний	Ядерні випромінювання.

У межах кожної групи, можливий розподіл датчиків на підгрупи.

Найбільш широке застосування одержали електричні датчики. Електричні датчики за принципом перетворень діляться на два типи – модулятори й генератори.

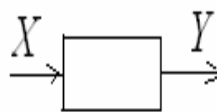
У модуляторів (їх ще називають параметричними датчиками) вхідний сигнал впливає на допоміжне електричне коло, змінюючи її параметри й модулюючи значення й характер зміни струму або напруги від стороннього джерела енергії. Завдяки цьому одночасно підсилюється вхідний сигнал. Наявність стороннього джерела енергії обов'язкова умова роботи параметричних датчиків.



Модуляція здійснюється за допомогою зміни одного з трьох параметрів – омичного опору, індуктивності або ємності. Відповідно до цього розрізняє групи омичних, індуктивних і ємнісних датчиків.

Кожна із груп може ділитися на підгрупи. Так, найбільш велика група омичних датчиків може бути розділена на підгрупи: тензорезисторни, потенціометри, терморезистори, фоторезистори.

Другий тип – є просто перетворювачами. Вони засновані на виникненні електрорушійної сили, під впливом різних процесів, пов'язаних з контрольованою величиною.



Виникнення такої ЕРС може відбуватися, наприклад, внаслідок електромагнітної індукції термоелектрики, п'єзоелектрики, фотоелектрики. Інші явища викликають поділ електричних зарядів.

Таким чином, можемо одержати загальну схему класифікації електричних датчиків рис. 1.10.

### 1.3.1.3.1 Електричні датчики

Електричні датчики найпоширеніші як в автоматичі, так і в телемеханіці. За допомогою їх одержують найбільш прості, зручні й надійні форми зв'язку що задають і виконавчих систем автоматичного регулювання. Електричні датчики використовуються практично у всіх галузях сучасної техніки. Більшість електричних датчиків має універсальність і їх можна застосовувати для рішення різних технічних завдань.

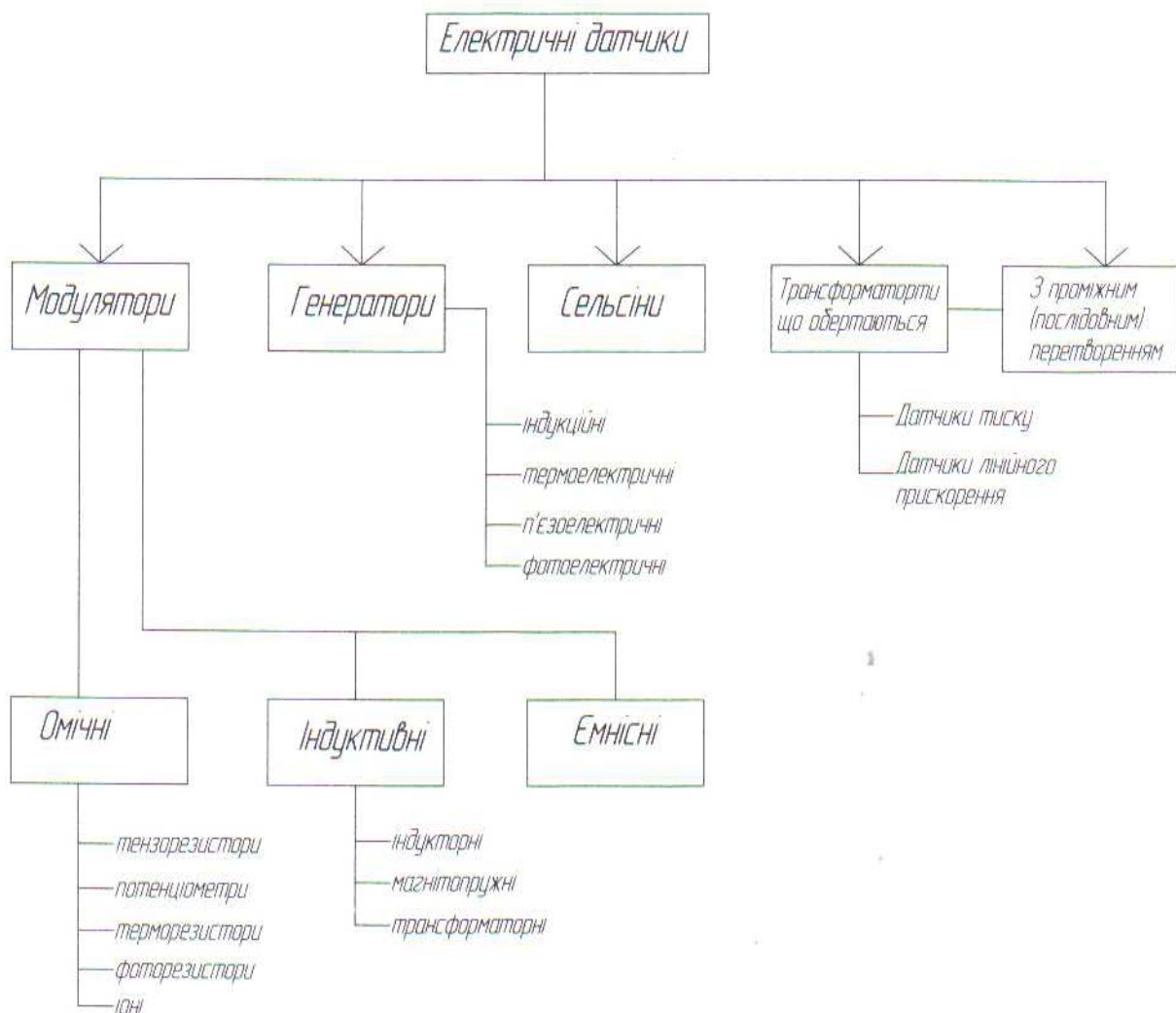


Рис. 1.10 – Загальна схема класифікації електричних датчиків

### 1.3.1.3.2 Датчики-модулятори

**1.3.1.3.2.1 Тензометричні датчики.** До датчиків з омичним опором, що змінюється, відносяться ті, які застосовують для виміру пружних деформацій (вимір розтягання або стиску тіл), а також для виміру макрорельєфів і згинальних моментів, що виникають на поверхні різних деталей при їхньому механічному навантаженні. Значення вимірюваної девіації дозволяє за допомогою відомих формул теорії пружності й пружних констант (постійних значень) матеріалу деталей вчислити механічні напруження в них і судити про доцільність їхньої конструкції. Тензодатчики, використовувані в автоматичному контролі, дають можливість стежити за деформаціями при статичних і динамічних навантаженнях.

Основним елементом дротового тензодатчика є константановий дріт діаметром 0,015...0,05мм, складений у вигляді петльоподібної решітки (спіралі) між двома склеєними смужками тонкого паперу або плівки. Датчик 1 через спеціальний папір 2 приклеюється до деталі 3, деформацію якої потрібно виміряти. При дії деформації, наприклад при розтяганні, (непреривна лінія на рис. 1.11), разом з деталлю буде розтягуватися й дріт. При цьому її довжина  $l$  збільшується, а перетин  $S$  зменшується. За рахунок цього опір дроту  $R = \rho \frac{l}{S}$  збільшується. Цей опір є вихідною величиною датчика.

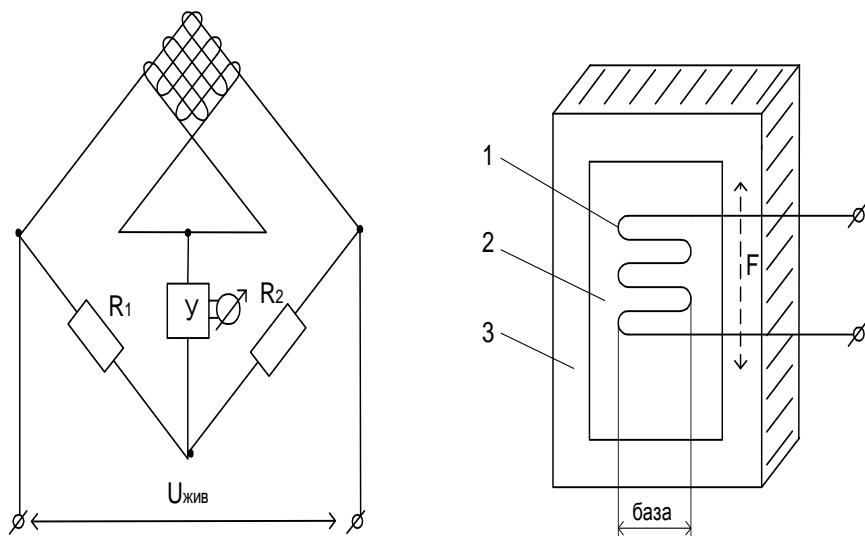


Рис. 1.11 – Непреривна лінія



Якщо деформація буде діяти (як показано пунктирною лінією), то дріт на вигинах ще більше буде вигинатися. При цьому ні товщина, ні довжина дроту практично не змінюються. Отже, опір датчика не змінюється. Деформацію такого напрямку датчик не вимірює.

Відносна зміна опору тензодатчика:

$$\Delta R / R = K \Delta l / l, \quad (1.10)$$

де  $K$  – коефіцієнт відносної чутливості (у межах пружних деформацій дроту величина постійна);  $l$  – початкова довжина деформуємої ділянки дроту.

Для тензодатчиків, що випускаються промисловістю, використовується константовий або фехралевий дріт. Тензочутливість таких датчиків може мати значення від 1,7 до 2,9, опір становить 50 - 2000 Ом, база 1 - 5 - 30мм, номінальний робочий струм – 30мА, припустимі відносні деформації – не більше 0,3% (при більшій деформації дріт обривається), максимальна робоча температура становить 600°C (для датчиків із плівковою основою).

Достоїнство дротових тензодатчиків – простота конструкції, практично безінерційність, недолік – мала чутливість (при роботі опір тензодатчика змінюється не більше ніж на 0,33%). З метою виключення залежності тензодатчика від температури застосовують мостові схеми з двома тензодатчиками в суміжних плечах, з яких один не піддається деформації, але перебуває в тих же температурних умовах. Це досягається перпендикулярним розташуванням обох датчиків. Тоді температурні зміни опір урівноважуються й баланс схеми зберігається.

Вимірювальний або реєстраційний прилад звичайно включається через підсилювач. Похибка вимірів із застосуванням дротових тензодатчиків перебувають у межах 1 ... 0,5%.

Розроблені також напівпровідникові тензодатчики, в яких чутливість в 50-60 разів вище, ніж у дротових. Їхні недоліки – мала механічна міцність, вплив освітленості, розкид параметрів у різних зразків.

**1.3.1.3.2.2 Потенціометричні датчики (реостатні)** застосовуються для виміру кутових або лінійних переміщень й перетворення цієї величини в зміну опору. Конструктивно датчик такого типу являє собою каркас 4 прямокутної або кільцевої форми, на який намотано в один ряд тонкий дріт. По витках дроту 4 сковзає щітка 3, називана движком потенціометра, що механічно пов'язана з об'єктом, переміщення якого потрібно виміряти.

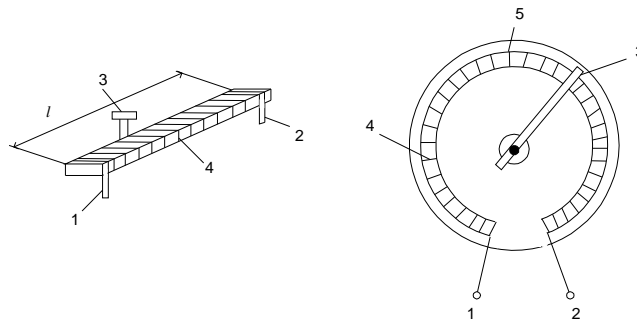


Рис. 1.12 – Потенціометричні датчики (реостатні)

Від кінців намотування й від движка зроблені електричні виводи 1, 2 і 3, за допомогою яких датчик включають у схему. При переміщенні движка потенціометра від виводу 1 до виводу 2 щітка переходить від одного витка намотування на іншій. При цьому довжина дроту між движком і виводом 1 збільшується, а між движком і виводом 2 зменшується. За рахунок цього опір між виводами 3 і 1 збільшується від 0 до  $R$ , а між виводами 2 і 3 зменшується від  $R$  до 0, де  $R$  – опір дроту, намотаного на каркас. За зміною цих опорів можна визначити переміщення  $l$ .

Опір між движком і одним з виводів намотування називають вихідним опором датчика  $R_{\text{вих}}$ . При переміщенні щітки в межах одного витка  $R_{\text{вих}}$  не змінюється, що спричиняється зоною нечутливості, а при переході з одного витка на інший  $R_{\text{вих}}$  змінюється стрибком. Для зменшення стрибків і зон нечутливості при намотуванні використовують тонкі проволоки діаметром 0,03 – 0,05мм.

З метою зниження впливу температури на  $R_{\text{вих}}$  застосовується проволочка з малим температурним коефіцієнтом опору (ніхром, константан, манганін). Найбільш часто застосовують лінійні потенціометри.

У яких перетин каркаса до всій довжині однаково, а намотування рівномірне. За рахунок цього вихідний опір датчика лінійно залежить від переміщення, тобто  $R_{вих} = c \cdot l$ .

де  $c$  – коефіцієнт пропорційності.

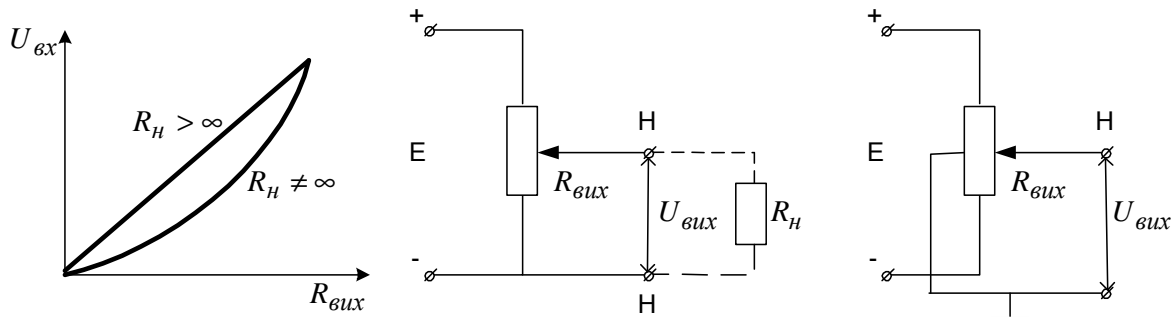


Рис. 1.13 – Характеристика  $U_{вых} = f(R_{вых})$  та варіанти включення

Існує кілька варіантів включення потенціометричних датчиків. Живляча напруга підводить до виводів намотування (+) (-). Для лінійного потенціометра вихідна напруга

$$U_{вых} = \frac{E}{R} \cdot R_{вых} \quad (1.11).$$

При підключенні до датчика навантаження  $R_H$  через її шунтуючу дію лінійна залежність вихідної напруги від переміщення движка потенціометра порушується. Щоб порушення нелінійності було незначним, повинне бути  $R_H \gg R$  (в 20 разів і більше).

Застосовуються також потенціометричні датчики з виводом від середньої точки. При переміщенні движка потенціометра в одну сторону від середньої точки на виході датчика з'являється напруга позитивної полярності, а при переміщенні в іншу сторону від середньої точки – негативної полярності. За полярністю вихідного сигналу можна судити про напрямок переміщення.

Достоїнство потенціометричного датчика: висока точність перетворення, простота конструкції, можливість живлення постійним і змінним струмом, безінерційність.

**1.3.1.3.2.3 Термометричні датчики** (термістори), або терморезистори, призначені для виміру температури шляхом перетворення вимірюваного сигналу в зміну активного опору. Термістори бувають металеві й напівпровідникові.

Металеві термістори виготовляють з чистих металів з великим температурним коефіцієнтом опору (мідь, платина), діапазон вимірюваних температур платинових термісторів – від 200 до 600°C, мідних – від -50 до 150°C. Точність виміру платинових термісторів  $\pm 0,1^\circ\text{C}$ , мідних – до  $\pm 1^\circ\text{C}$ . При більш високих температурах термістори не застосовуються, тому що в діапазоні високих температур вони мають недостатню точність і сильно окисляються.

Залежність опору металевих термісторів майже лінійна

$$K_t = R_0(1 + \alpha(t - t_0)), \quad (1.12)$$

де  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору;  $R_0$  – опір при  $t_0$ , Ом;  $t_0$  – початкова температура, °C;  $t$  – вимірювана температура, °C.

Лінійність статичної характеристики в інших діапазонах температур порушується.

Залежно від призначення термістори мають різну конструкцію. Їх виготовляють у вигляді нитки, спіралі, котушки та ін. Останнім часом термістори знайшли широке застосування для температурного контролю обмоток різних виконавчих механізмів (електродвигунів, котушок і та ін.).

Термістори мають один істотний недолік: вони мають велику інерційність. Постійна часу термісторів змінюється від одиниць до десятків секунд і залежить від діаметра дроту.

Напівпровідникові термістори виготовляють з окису різних металів (марганцю, міді, нікелю, титана та ін.). Вони мають негативний температурний коефіцієнт опору, це означає, що зі збільшенням температури опір напівпровідника зменшується. Найбільш широко напівпровідникові термістори застосовують в діапазоні температур від -100 до 120°C. У порівнянні й металевими напівпровідникові термістори мають більшу

чутливість і меншу інерційність. У них високий внутрішній опір, що дозволяє не враховувати опір сполучних провідників. Недоліками напівпровідникових термісторів є вузький діапазон температур, нелінійність статичної характеристики й розкид параметрів між окремими екземплярами. Термістори знайшли широке застосування у вимірювальній техніці.

Термоанемометр – прилад для виміру швидкості газу – являє собою термоопір, виготовлений з платинової нитки, укріпленої між двома струмопровідними електродами, до яких підводить постійний струм.

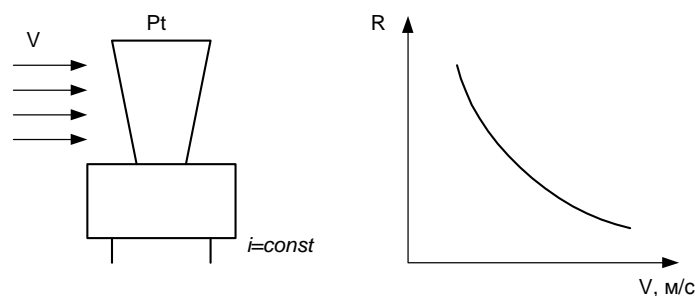


Рис. 1.14 – Термоанемометр та його статична характеристика  $R = f(U)$

Нагрівання нитки струмом залежатиме від умов її охолодження, а охолодження, у свою чергу, залежатиме від швидкості руху навколишню нитку газу. Статична характеристика  $R = f(U)$  криволінійна й знімається експериментально.

**1.3.1.3.2.4 Фоторезисторні датчики**, або фотоопір, знайшли широке застосування в системах автоматики для контролю з будь-яким видом переданої інформації: сигналізації, виміру й реєстрації.

ФОТООПІР – це напівпровідники, у яких число вільних електронів і електропровідність збільшуються при освітленні. Конструкція цього опору досить проста. Тонкий шар напівпровідникового матеріалу наноситься на прозору пластинку, до якої прикріплюють електроди, що здійснюють контакт із напівпровідниковим тілом. При подачі до електродів електричної напруги через напівпровідник піде струм, сила якого залежить від освітленості світлочутливої поверхні. Залежність струму від освітленості називається світловою характеристикою фотоопору.

**1.3.1.3.2.5 Іонні датчики** представляють різноманітну підгрупу датчиків, у яких вхідна величина функціонально пов'язана зі струмом іонної провідності, а отже і з омичним опором, що обумовлено наявністю іонів. Зі струмом іонної провідності доводиться переважно зустрічатися в рідких і газоподібних середовищах.

Прикладом електролітичного датчика є концентратомер, заснований на залежності опору  $r$  між двома електродами від концентрації розчину  $x$ . Зі збільшенням концентрації число іонів збільшується, що й викликає збільшення провідності.

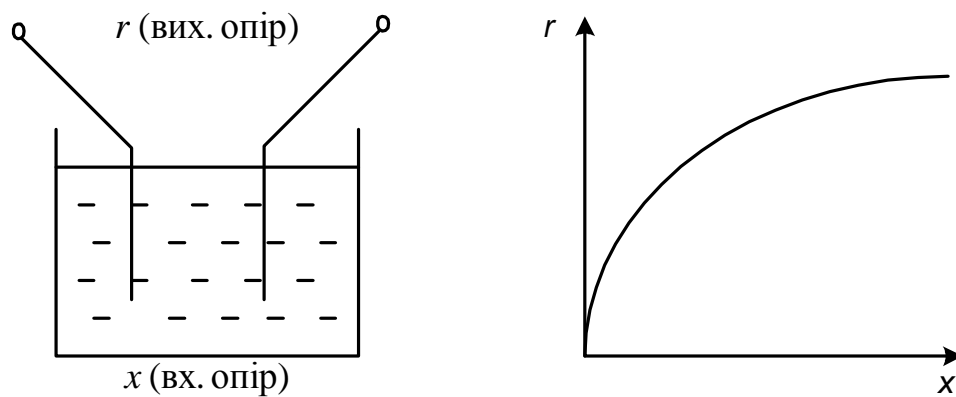


Рис. 1.15 – *Електролітичний датчик та його залежність опору  $r$  між двома електродами від концентрації розчину  $x$*

На принципі дії іонних датчиків розроблені й застосовуються пристрої з ядерними випромінюваннями для виміру товщини, щільності й маси матеріалів, товщини покриттів, рівнів всіляких матеріалів аж до розплавлених металів, витрати рідин і газів, газового аналізу й ін.

**1.3.1.3.2.6 Індукторні датчики** знайшли широке застосування в системах автоматики для наміру лінійного та кутового переміщення. Принцип дії заснований на зміні індуктивності котушки з при переміщенні якоря. Простий принцип дії дозволив створити цілий ряд конструкцій датчика. Індукторний датчик з рухливим якорем, являє собою котушку з феромагнітним осередком і з рухливим якорем. При переміщенні якоря датчика повітряний зазор змінюється, а отже, змінюється й індуктивність котушки.

Струм у котушці датчика

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \quad (1.13)$$

де  $U$  – напруга живлення;  $Z$  – повний опір котушки;  $R$  – активний опір котушки;  $X_L$  – індуктивний опір котушки;  $f$  – частота напруги живлення;  $L$  – індуктивність котушки, що залежить від повітряного зазору.

Зі співвідношення видно, що при постійних  $U$ ,  $R$  і  $f$  струм залежить тільки від її індуктивності, а отже від повітряного зазору. Таким чином, струм у котушці датчика пропорційний повітряному зазору, тобто:

$$I = kL$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності або чутливості датчика.

Реальна характеристика індуктивного датчика відрізняється від ідеальної наявністю деякої нелінійності.

Індуктивний датчик з рухомим сердечником являє собою котушку з рухливим феромагнітний сердечником. Від середньої точки обмотки зроблений вивід, що дозволяє створити вимірювальну схему. Коли сердечник перебуває в центрі котушки, то в силу симетрії  $L_1, L_2$  при переміщенні сердечника, наприклад вправо, індуктивність правої половини котушки  $L_1$  збільшується, а лівої  $L_2$  зменшується. За зміною цих індуктивностей можна виміряти значення переміщення осередка. Ці датчики застосовують для виміру значних переміщенні – до  $\pm 50$ мм. Статична характеристика їх лінійна.

**1.3.1.3.2.7 Магнітопружні датчики** ставляться до підгрупи індуктивних датчиків, тому що принцип дії їх заснований на властивості феромагнітних матеріалів змінювати магнітну проникність. Індуктивність же котушки прямопропорційна магнітної проникності котушки.

Магнітопружні датчики застосовують для виміру великих зусиль.

**1.3.1.3.2.8 Трансформаторні датчики** мають на своєму виході в заїмоіндуктивність і тому їх тип можна віднести до групи індуктивних датчиків. Вони відрізняються від індукцій датчиків тим, що використовують на виході явище електромагнітної індукції, але це явище має допоміжний характер і використовується для модулювання змін напруги на виході. Найпоширенішим типом трансформаторного датчика, що получили широке застосування в телемеханіці для передачі на відстань показань різних приладів є датчик з поворотною котушкою, називаний також індукційним перетворювачем.

Котушка датчика виготовлена у вигляді рамки, що пронизується змінним магнітним потоком, який створюється обмоткою збудження, підключеної до джерела стабілізованої напруги стандартної частоти» (напруга промислової мережі). При повороті котушки міняється значення пронизуючого її магнітного потоку, а отже, і індукційна ЕРС. За допомогою полюсних наконечників можна одержати прямолінійну статичну характеристику при повороті рамки на  $\pm 70^\circ$  від нейтрального положення. З'єднуючи механічним зв'язком вісь рамки з віссю стрілки приладу, що показує, можна перетворити показання приладу в електричну напругу. Достоїнством всієї підгрупи індуктивних датчиків є відсутність ковзних контактів, висока чутливість і порівнювальна простота конструкції, а недоліками – можливість роботи тільки на змінному струмі, труднощі одержання нульового значення напруги на виході датчика, необхідність запобігання від перешкод. Динамічні властивості датчиків залежать від інерційності рухливих частин.

**1.3.1.3.2.9 Ємнісні датчики.** Ємнісні датчики призначені для перетворення вимірюваної неелектричної величини в зміну ємності. Датчик являє собою плоский конденсатор зі змінюваною ємністю.

Ємність плоского конденсатора

$$C = \epsilon s / d$$

де  $\epsilon$  – абсолютна діелектрична проникність середовища між пластинами;  
 $s$  – площа пластин;  $d$  – відстань між пластинами.

Змінюючи  $\epsilon$ ,  $s$  і  $d$  можна одержати три типи ємнісних датчиків.



Ємнісний датчик зі змінною відстанню між пластинами містить дві нерухливі пластини та рухливу пластину, що механічно пов'язана з вимірюваним об'єктом. Коли  $d_1 = d_2$ , то  $C_1 = C_2$ . При переміщенні рухливої пластини зліво,  $d_1$  зменшується, а  $d_2$  – збільшується. Через цього ємність між однама пластинами збільшується, а ємність між іншими пластинами зменшується. По зміні цих ємностей можна виміряти лінійне переміщення об'єкта (практично до 0,1мм). Статичною характеристикою такого датчика є гіпербола, що не дуже зручно для виміру переміщення.

Застосовуючи такий тип датчика, варто враховувати не ємність, а реактивний ємнісний опір,

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{d}{\omega \epsilon S}, \quad (1.14)$$

що пропорційно відстані між пластинами, тобто переміщенню, і для нього статична характеристика буде прямолінійна.

Ємнісний датчик з поворотними пластинами являє собою повітряний конденсатор, в якого одна група пластин нерухлива (звичайно через одну пластину), а інша може повертатися на деякий кут  $\alpha$ . При повороті рухливих пластин на кут  $\alpha$  площа перекриття і ємність датчика зменшуються. Такі датчики застосовуються для виміру кутів повороту від 0 до 180°.

Ємнісний датчик зі змінною діелектричною проникністю являє собою конденсатор зі змінним діелектриком. При різних величинах діелектричної проникності повітря  $\epsilon_1$  й переміщуваного діелектрика  $\epsilon_2$  утворяться два паралельно з'єднаних конденсатори

$$C_0 = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_2 hb}{d} + \frac{\epsilon_2 b(H-h)}{d} = \frac{\epsilon_2 bH}{d} + \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_1)hb}{d}, \quad (1.15)$$

де  $b$  – ширина пластин.

Звідси видно, що при переміщенні діелектрика, тобто при зміні рівня рідини, змінюється переміщення  $h$  і ємність датчика. По зміні ємності  $C$  визначають переміщення  $h$ . Такі датчики застосовуються для виміру рівня рідини.

На принципі зміни діелектричної проникності будуються датчики для виміру вологості матеріалів, що дозволяє автоматизувати цей вимір, який займає багато часу при лабораторному виконанні за допомогою сушильних шаф. Принцип дії датчика заснований на вологості вимірюваного матеріалу, що впливає на діелектричну проникність.

Достоїнства ємнісних датчиків: висока чутливість, простота, мала інерційність. Недоліки: сильний вплив можливих побічних ємностей і сторонніх електричних полів (необхідна екраніровка), значний вплив температури (змінюються розміри пластин) і вологості (змінюється  $\epsilon$  повітря) навколишнього середовища.

**1.3.1.3.2.10 Генераторні датчики.** До групи генераторних датчиків ставляться перетворювачі різних видів енергії в електричну. Найбільше застосування як датчики знаходять індукційні, термоелектричні й п'єзоелектричні перетворювачі.

**1.3.1.3.2.11 Індукційні датчики.** Принцип дії індукційних датчиків заснований на законі електромагнітної індукції, що дає можливість безпосереднього перетворення вхідної вимірюваної величини в ЕРС без джерела додаткової енергії. До цих датчиків ставляться тахогенератори на постійний і змінний струми, що представляють собою невеликі електромашинні генератори, у яких вихідна напруга пропорційна кутовій швидкості обертання вала генератора. Тахогенератори використовуються як датчики кутової швидкості.

**1.3.1.3.2.12 Тахогенератори постійного струму** бувають двох типів: зі збудженням від постійних магнітів і з електромагнітним збудженням від незалежного джерела постійного струму. Тому що індукційна ЕРС пропорційна не тільки швидкості обертання, але й магнітному потоку:

$$E = BLU = \frac{\Phi}{s} \cdot L \cdot \frac{\pi D n}{60} = k\Phi n, \quad (1.16)$$

то основною вимогою до тахогенераторів є сталість магнітного потоку.

**1.3.1.3.2.13 Тахогенератори змінного струму** також бувають двох типів: синхронні й асинхронні.

Синхронні тахогенератори мають просту конструкцію й складаються зі статора (зовнішньої обмотки) і ротора, виконаного у вигляді постійного магніту з декількома полюсами. При обертанні ротора в статорі індукчується ЕРС, значення й частота якої визначаються відомими формулами

$$E = 4.44k_w f \Phi = K_n, \quad f = \frac{pn}{60}, \quad (1.17)$$

Отже зі зміною швидкості обертання разом з ЕРС змінюється й частота. Це створює незручність при використанні такого датчика в автоматичних пристроях з індуктивністю і ємністю, тому що при зміні швидкості обертання будуть змінюватися параметри (індуктивний і ємнісний опори) навантаження й самого тахогенератора, завдяки чому лінійність статичної характеристики порушується.

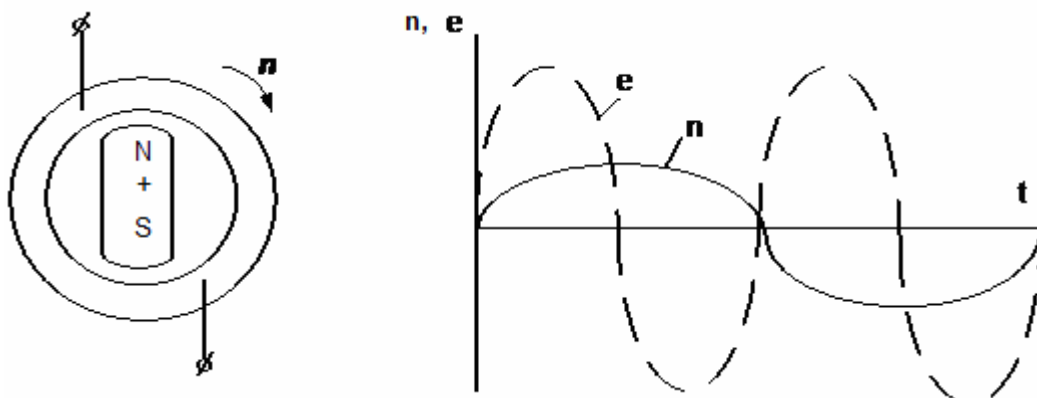


Рис. 1.20 – Синхронний тахогенератор його характеристики  $e, n = f(t)$

Це явище накладає певні обмеження в застосуванні синхронних тахогенераторів. Їх використовують лише в якості, індикаторів для безпосереднього виміру швидкості обертання.

Асинхронний тахогенератор знайшов широке застосування в автоматичних схемах керування, тому що його частота не залежить від швидкості обертання ротора, що створює лінійність статичної характеристики.

Конструктивно асинхронний, тахогенератор являє собою двофазний, двигун з порожнім ротором. Дві обмотки статора зрушені на  $90^\circ$  і до однієї з них підходить постійна по амплітуді й частоті напруга живлення, що створює магнітний потік  $\Phi_1$ . Цей потік ніякого впливу на другу обмотку при нерухливому роторі не робить, тому що діє перпендикулярно її магнітній вісі. Тому при нерухливому роторі друга обмотка напруги створювати не буде.

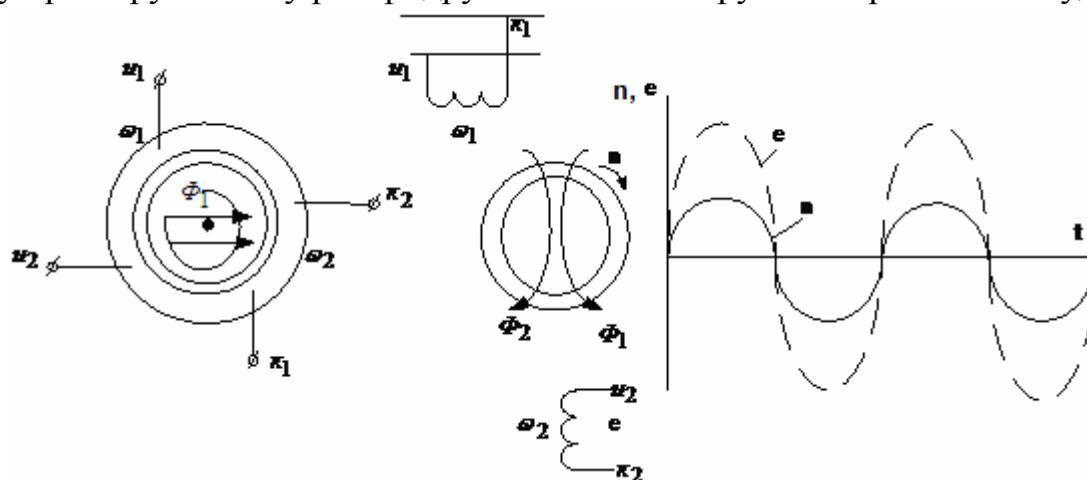


Рис. 1.21 – Асинхронний тахогенератор його характеристики  $e, n = f(t)$

Але, коли ротор почне обертатися, то його стінки буде перетинати потік  $\Phi_1$  і в них з'являться струми, що створюють магнітний потік  $\Phi_L$  уже спрямований по магнітній вісі другої котушки. Тому що потік  $\Phi_L$  змінюється; по синусоїді, то й потік  $\Phi_2$  буде теж синусоїдальним і буде наводити внаслідок цього в другій обмотці індукційовану ЕРС:

$$E_2 = 4.44kfw_2\Phi_2, \quad (1.18)$$

де  $f$  – частота, обумовлена тільки частотою напруги живлення;  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

Від швидкості обертання залежить тільки потік  $\Phi_2$ , створюваний струмом в роторі, що залежить від потоку  $\Phi_1$  й частоти обертання  $n$ :

$$\Phi_2 = k_1 I_{rot} = k_2 \Phi_1 n, \quad (1.19)$$

Тому, що потік  $\Phi_1$ , прямопропорційний напрузі живлення, підтримуваній постійною, то

$$\Phi_2 = k_3 u_n = k_4 n; \quad E_2 = Kn, \quad (1.20)$$

тобто індукована, у другій обмотці ЕРС прямопропорційна швидкості обертання ротора.

**1.3.1.3.2.14 Термоелектричні датчики (термопари)** призначені для виміру температури. Вони складаються з двох термоелектродів 1 і 2, виготовлених з різнорідних провідників. Одні кінці цих провідників зварені, а інші служать виходом датчика, звідки знімається вихідна напруга. Точка спаю термоелектродів міститься в область контрольованої температури. Якщо температура "холодних" кінців термопари  $t_1$  відрізняється від температури гарячого спаю  $t_2$ , то в силу термоелектричного ефекту в термоелектродах виникає термо-ЕРС  $E_t$ , пропорційна різниці температур. Це можна пояснити тим, що енергія вільних електронів у різних металах по різному росте з ростом температури.

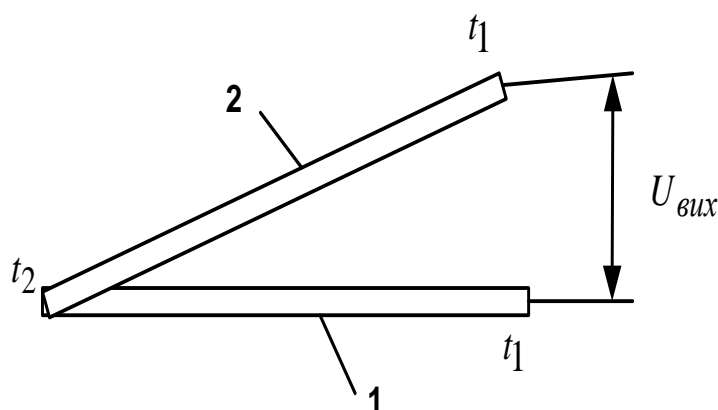


Рис. 1.22 – Термоелектричні датчики (термопари)

Якщо уздовж провідника існує перепад температури, то електрони на гарячому кінці здобувають більше високі швидкості, чим на холодному. Завдяки цьому виникає рух електронів від гарячого кінця до холодного, різний в різних металах. При наявності замкнутого ланцюга різний рух електронів створює струм, який можна трактувати, як результат виникнення термоелектрорушійної сили в гарячому спаї. За рахунок цієї ЕРС з'являється вихідна напруга

$$U_{вих} = E_t = C(t_2 - t_1), \quad (1.21)$$

де  $C$  – коефіцієнт пропорційності, що залежить від матеріалу провідників термопар. Виникнення термо-ЕРС дозволяє термопару називати датчиком-генератором.

Статичні характеристики більшості термопар нелінійні. Найчастіше використовуються наступні термопари: хромель-копель (до  $600^\circ\text{C}$  тривале нагрівання); хромель-алюмель (до  $1000^\circ\text{C}$ ); платина-платинородий (до  $1300^\circ\text{C}$ ); вольфрам-молібден (до  $2100^\circ\text{C}$ ). Термо-ЕРС при максимальній робочій температурі не перевищує 10 - 50 мВ.

Всі термопари володіють інерційністю. Постійні часу термопар залежно від конструкції можуть бути від десятих часток секунди до декількох сотень секунд.

#### **1.3.1.4 Фоторезистори**

Напівпровідникові фотоелементи – фоторезистори мають властивість міняти свій активний опір під дією падаючого на них світла. Фоторезистори мають високу чутливість до випромінювання в самому широкому діапазоні – від інфрачервоної до рентгенівської області спектра, причому опір їх може мінятися на кілька порядків. Фоторезисторам властива висока стабільність у часі, вони мають невеликі габарити й випускаються на різні номінали опорів. Найбільше поширення одержали фоторезистори, виготовлені із сірчистого свинцю, сірчистого кадмію, селенистого кадмію. Назва типу фоторезисторів складається з букв і цифр, причому в старих позначеннях букви А, К, Д позначали тип використаного світлочутливого матеріалу, у новому ж

позначенні ці букви замінені цифрами. Буква, що стоїть за дефісом, при старому позначенні, характеризувала конструктивне виконання (Г-Герметизированные, П-пленочные). У новому маркуванні ці букви також замінені цифрами. У табл. 1.4 наведені найменування найпоширеніших позначень фоторезисторів.

Таблиця 1.4

#### ТИПОВІ ПОЗНАЧЕННЯ ФОТОРЕЗИСТОРІВ

Вид фоторезисторів	Старе позначення	Нове позначення
Сірчато-свинцеві	ФСА-0, ФСА-1, ФСА-6, ФСА-Г1, ФСА-Г2	
Серністо-кадмієві	ФСК-0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, ФСК-Г1, ФСК-Г2, ФСР;-Г7, ФСК-П1	СФ2-1, 2, 4, 9, 12
Селеністо-кадмієві	ФСД-0, ФСД-1, ФСД-Г1	СФ3-1, 8

Світлочутливий елемент у деяких типах фоторезисторів виконаний у вигляді круглої або прямокутної таблетки, спресованої з порошкоподібного сульфїду або селенїду кадмію, в інших він являє собою тонкий шар напівпровідника, нанесеного на скляну підставу. У тому і іншому випадку з напівпровідниковим матеріалом з'єднані два металевих виводи. Схематичний пристрій фоторезистора і його включення показано на рис. 1.23.

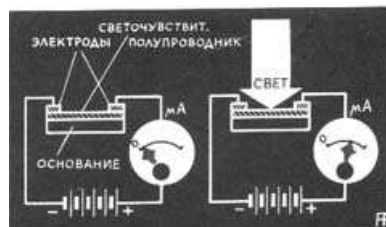


Рис. 1.23 – Схематичний пристрій фоторезистора і його включення

Залежно від призначення, фоторезистори мають різне конструктивне оформлення. Іноді це просто пластина напівпровідника на скляній підставі зі струмонесучими виводами, в інших випадках фоторезистор має пластмасовий корпус із твердими штирками. Серед таких фоторезисторів слід особливо зазначити фоторезистор ФСК-6, пристосований для роботи від відбитого світла, для чого його корпус має в центрі отвір для проходження світла до поверхні, що відбиває. Випускаються фоторезистори в металевому корпусі із цоколем, що нагадує ламповий, або в корпусі, як у герметизованих конденсаторів плівкових транзисторів.

Малогабаритні плівкові фоторезистори випускають в пластмасових і металевих корпусах із вологозахисним покриттям світлочутливого елемента прозорими епоксидними смолами. Зовнішній вигляд і розміри найпоширеніших типів фоторезисторів показані на рис.1. 24

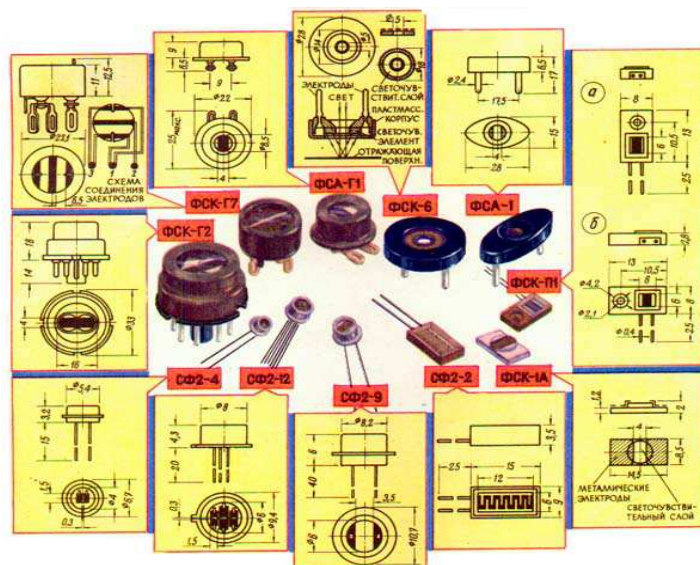


Рис. 1.24 – Зовнішній вигляд і розміри найпоширеніших типів фоторезисторів

Фоторезистори характеризуються наступними параметрами див. табл. 1.5: – темновим опором  $R_t$  – активним опором при повній відсутності освітлення.

Таблиця 1.5

ПАРАМЕТРИ ФОТОРЕЗИСТОРІВ

Тип ФР	Ураб, В	$R_t$ , ом.	$I_t$ , мкА	$I_{св}$ , мкА	$\Delta I = I_{св} - I_t$ , мкА	$R_t/R_{св}$	Питома почуттв., мкА/лм·В	Інтегральна чутливість, а/лм	Потужність розсіювання, Вт
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ФСА-0	4-100	$40 \cdot 10^3 - 10^6$	-	-	-	1,2	500	-	0,01
ФСА-1	4-100	$40 \cdot 10^3 - 10^6$	-	-	-	1,2	500	-	0,01
ФСА-Г1	4-40	$47 \cdot 10^3 - 470 \cdot 10^3$	-	-	-	1,2	500	-	0,01
ФСА-Г2	4-40	$40 \cdot 10^3 - 10^6$	-	-	-	1,2	500	-	0,01
ФСА-6	5-30	$50 - 300 \cdot 10^3$	-	-	-	1,2	500	-	0,01
ФСК-0	50	$5 \cdot 10^6$	10	2000	1990	200	7000	1,4	0,125



Продовження табл. 1.5									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ФСК-1	50	$5 \cdot 10^6$	10	2000	1990	200	7000	1,4	0,125
ФСК-2	100	$10 \cdot 10^6$	10	800	790	80	1500	-	0,125
ФСК-4	50	$5 \cdot 10^6$	10	2000	1990	200	7000	1,4	0,125
ФСК-5	50	$5 \cdot 10^6$	10	1000	1990	100	6000	1,2	0,05
ФСК-6	50	$3,3 \cdot 10^6$	15	2000	1885	-	9000	1,8	0,2
ФСК-7а	50	$10^6$	50	350	300	-	1500	-	0,35
ФСК-7б	50	$10^5$	50	800	750	-	6000	1,2	0,35
ФСК-Г7	50	$5 \cdot 10^6$	10	2000	1990	200	3500	0,7	0,35
ФСК-Г1	50	$5 \cdot 10^6$	10	1500	1490	150	6000	1,2	0,12
ФСК-Г2	50	$5 \cdot 10^6$	10	4000	3990	400	12000	2,4	0,2
ФСК-П1	100	$10^{10}$	0,01	1000-2000	1000-2000	-	4000	-	0,1
СФ2-1	15	$30 \cdot 10^6$	0,5	1000	1000	2000	400000	-	0,01
СФ2-2	2(10)	$4 \cdot 10^6$	0,5	1500	1500	3000	75000	-	0,05
СФ2-4	15	-	1,0	>750	-	-	-	-	0,01
СФ2-9	25	$>3,3 \cdot 10^6$	-	240-900	-	-	-	-	0,125
СФ2-12	15	$>15 \cdot 10^6$	-	200-1200	-	-	-	-	0,01
ФСД-0	20	$20 \cdot 10^8$	1	2000	2000	2000	40000	-	0,05
ФСД-1	20	$20 \cdot 10^6$	1	2000	2000	2000	40000	-	0,05
ФСД-Г1	20	$20 \cdot 10^6$	1	2000	2000	2000	40000	-	0,05
СФ3-1	15	$15 \cdot 10^8$	0,01	1500	1500	150000	600000	-	0,01
СФ3-8	25	-	<1	750	-	-	-	-	0,025

У таблиці наведені середні значення, які визначені при освітленості 200 лк.

У деяких типів фоторезисторів темновий опір може мати значний розкид – кратність зміни опору  $R_T/R_{св}$ , параметром, що показує відношення темного опору до опору при освітленому стані. Це один з найважливіших параметрів, що характеризує чутливість фоторезистору. Зі збільшенням освітленості кратність зростає за лінійним законом, зі зменшенням – знижується.

Найменшою чутливістю володіють сірчато-свинцеві фоторезистори, у яких кратність при освітленості 200 лк не нижче 1,2. В інших типів фоторезисторів чутливість значно вище. Важливим параметром фоторезистора є робоча напруга, під якою розуміється напруга, що гарантує тривалу роботу фоторезистора. При роботі в імпульсному режимі в серністо-кадмієвих і селеністо-кадмієвих фоторезисторів допустима напруга може в 2–3 рази перевищувати робочу. У сірчато-свинцевих фоторезисторів робочу напругу можна прийняти рівною  $0,1 R_T$ , де  $R_T$  – припустима потужність розсіювання, яка дозволяє тривалу експлуатацію фоторезистора при  $+20^\circ\text{C}$  у навколишнім середовищі без небезпеки появи необоротних змін у світлочутливому шарі. Властивості фоторезисторів характеризуються також спектральними характеристиками, що показують, у якій частині спектра фоторезистор має найбільшу чутливість.

Характеристики фоторезисторів із серністо-кадмієвим світлочутливим елементом мають максимальну чутливість у видимій частині спектра, фоторезистори, виконані на основі селеністого кадмію, найбільш чутливі до червоної й інфрачервоної частини спектра, а сірчато-свинцеві фоторезистори мають максимум чутливості в інфрачервоної, області спектра. Важливим параметром фоторезисторів є питома чутливість, що розраховується за формулою:

$$K = \frac{\Delta I}{10^{-4} \cdot L \cdot S \cdot U}, \quad (1.22)$$

де:  $\Delta I$  – фотострум, мкА;  $L$  – освітленість, лк;  $S$  – розмір світлочутливої площадки,  $\text{cm}^2$ ;  $U$  – напруга, прикладена до фоторезистора, В.

Якщо величину чутливості помножити на робочу напругу, то вийде інтегральна чутливість. Крім цього, властивості фоторезисторів характеризуються вольт-амперними характеристиками, які показують залежність струму через фоторезистор від прикладеної до нього напруги рис. 1.25а. Ця характеристика лінійна в досить широких межах. Для деяких типів фоторезисторів при напругах менш робочої спостерігається нелінійність рис. 1.25б.

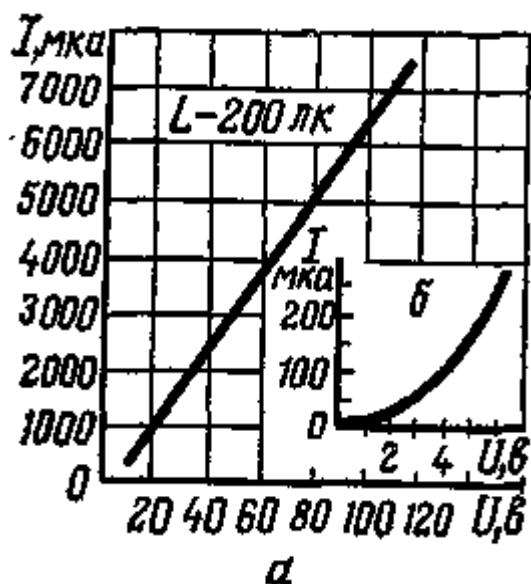


Рис. 1.25 – Вольт-амперна характеристик фоторезисторів

Фоторезистори мають інерційність, судити про яку можна за частотною характеристикою, наведеною на рис. 1.26. Ця характеристика виражає залежність між величиною фотоструму й частотою модуляції світлового потоку, що падає на фоторезистор. Як видно з характеристики, величина сигналу, що знімається з фоторезистора, зменшується зі збільшенням частоти модуляції світлового потоку.

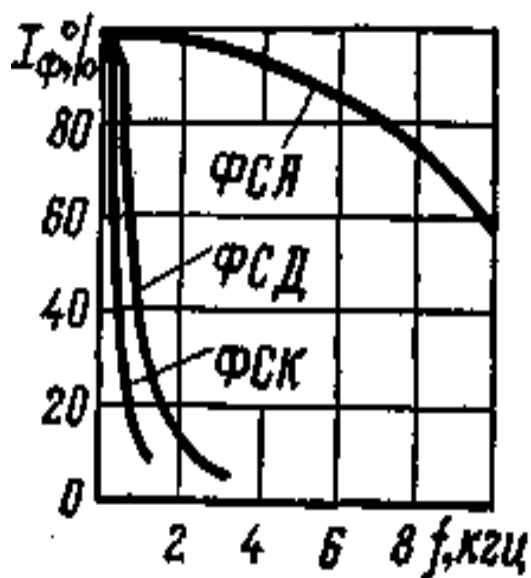


Рис. 1.26 – Частотна характеристика фоторезистора

Чутливість фоторезисторів міняється (зменшується) у перші 50 годин роботи, залишаючись надалі практично постійною протягом усього терміну служби, вимірюваного декількома тисячами годин. Інтервал робочих температур для серністо-кадмієвих фоторезисторів становить від  $-60$  до  $+85^{\circ}\text{C}$ , для селеністо-кадмієвих – від  $-60$  до  $+40^{\circ}\text{C}$  і для сірчасто-свинцевих – від  $-60$  до  $+70^{\circ}\text{C}$ .

Основною областю застосування фоторезисторів є автоматика, де вони в деяких випадках з успіхом замінюють вакуумні й газонаповнені фотоелементи. Маючи підвищену припустиму потужність розсіювання в порівнянні з деякими типами фотоелементів, фоторезистори дозволяють створювати прості й надійні фотореле без підсилювачів струму. Такі фотореле незамінні в пристроях для телекерування, контролю й регулювання, в автоматах для розбраковування, при сортуванні й рахунку готової продукції, для контролю якості й готовності всіляких деталей. Широко використовуються фоторезистори в поліграфічній промисловості при виявленні обривів паперової стрічки, контролі за кількістю аркушів, що подаються в друковану машину. У вимірювальній техніці фоторезистори застосовуються для виміру високих температур, для регулювання температури в різних технологічних процесах. Контроль рівня рідини й сипучих тіл, захист персоналу від входу в небезпечні зони, контроль за запиленістю і задимленістю всіляких об'єктів, автоматичні вимикачі вуличного висвітлення і турнікети в метрополітені – це далеко не повний перелік областей застосування фоторезисторів. Фоторезистори знайшли застосування в медицині, сільському господарстві й інших областях. У цей час важко знайти таку галузь народного господарства, де б вони не використовувалися з метою підвищення продуктивності праці, поліпшення якості продукції й полегшення праці людини.

На рис. 1.27 наведена схема пристрою, яку можна використовувати для автоматичного вмикання і вимикання світла залежно від освітленості навколишнього простору.

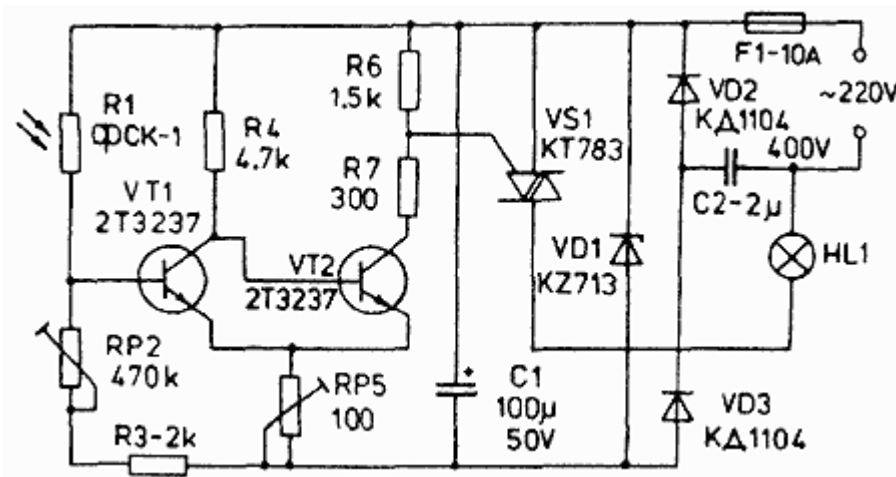


Рис. 1.27 – Принципова схема автоматичного вимикача освітлення

У пропонованому вмикачі в якості виконавчого органу використано безконтактний комутуючий елемент – симетричний тиристор VS1. У результаті цього забезпечується можливість живлення навантаження протягом обох напівперіодів напруги електромережі без використання потужних двухполуперіодних випрямлячів.

Електронний вмикач являє собою фотореле на основі тригера Шмітта (VT1, VT2). Як фоточутливий елемент (датчик освітленості) використаний фоторезистор R1 типу ФСК-1, що у темряві має високий опір (порядку 3,3 МОм), а при освітленні його опір зменшується в 400 разів. Фоторезистор R1 разом з резисторами RP2 і R3 утворюють дільник напруги, що визначає струм бази транзистора VT1. Резистор R3 обмежує струм у дільнику при можливому влученні на R1 прямого сонячного світла. Резистор R7 визначає струм у керуючому електроді симістора VS1, а R6 служить для вирівнювання напруги на керуючому електроді й на катоді VS1, коли транзистор VT2 закритий. Це забезпечує стабільну роботу симістора.

Пристрій працює так. Удень, коли світло, опір фоторезистора R1 малий, VT1 відкритий, а VT2 закритий. Колекторний струм VT2 і, отже, струм керуючого електрода симістора майже дорівнює нулю. У цьому стані VS1 закритий, і лампочка HL1 не горить. Зі зменшенням освітленості опір фоторезистора збільшується. Струм бази VT1 починає зменшуватися. При досягненні певного рівня VT1 закривається, а VT2 відкривається, тобто

тригер перемикається. Струм керуючого електрода VS1, який проходить через відкритий транзистор VT2 і резистори RP5 і R7, підтримує VS1 у відкритому стані протягом обох напівперіодів напруги мережі, і лампочка HL1 світиться на повну потужність. Вимикання здійснюється у зворотному порядку.

Регулювання порога спрацьовування здійснюється ввечері за допомогою подстроїчних потенціометрів RP2 і RP5. Фоторезистор R1 необхідно встановити так, щоб протягом дня на нього не попадали прямі сонячні промені, а вночі – штучне висвітлення. За допомогою такого пристрою можна управляти навантаженням з потужністю до 400 Вт без використання охолодного радіатора. Якщо ж необхідно збільшити потужність до 1500 Вт, VS1 вимагає охолодження. Для цього необхідний радіатор з охолодною поверхнею. Крім зазначених на схемі діодів Зенера (стабілітронів), можна також використовувати Д816А, Д816АП, КЗ714, КС527А. Симетричний тиристор можна замінити на КТ729, КТ784, ВТW38, ВТW42, ВТ853D, ВТ853Е, ТІС232D.

На рис. 1.28 наведена схема ще одного пристрою, що може бути використаний для визначення кількості людей, що пройшли через певне місце, або кількості деталей, що рухаються в певному напрямку (наприклад, на конвеєрі).

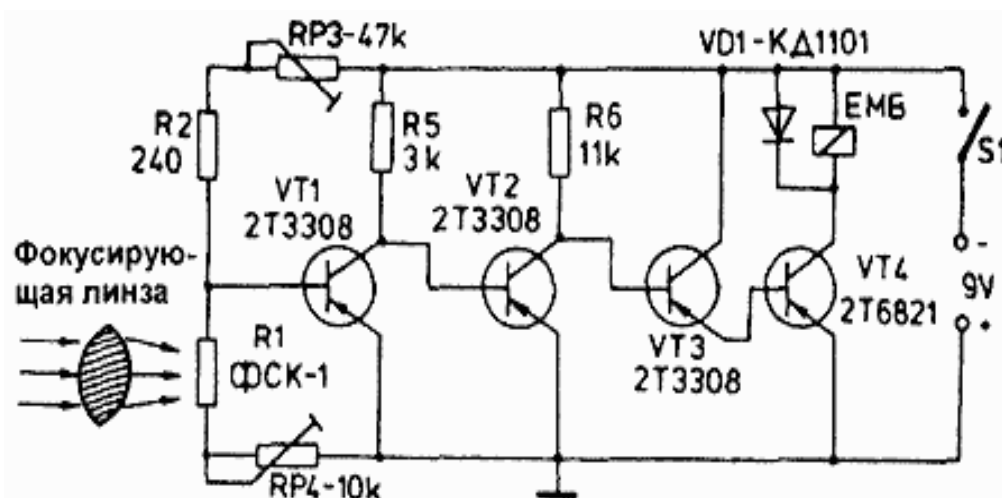


Рис. 1.28 – Принципова схема фотолічильника

Фоточутливим елементом у пристрої служить фоторезистор ФСК-1. Транзистори VT1 і VT2 працюють у режимі ключа, а VT3 і VT4 зібрані, як складений транзистор і виконують роль підсилювача постійного струму. Для індикації використовується електромеханічний лічильник (ЕМБ), включений у колекторний ланцюг VT4.

За допомогою подстроїчних потенціометрів RP3 і RP4 підбирається такий режим роботи транзистора VT1, щоб він був закритий, коли освітлений фоторезистор R1. Оскільки через VT1 струм не протікає, на його колекторі буде негативний потенціал, що подається на базу VT2. У результаті цього VT2 відкритий, і нульовий потенціал з його колектора замикає підсилювач постійного струму (VT3, VT4). У ланцюзі колектора VT4 буде протікати дуже малий струм, що не викличе спрацьовування електромеханічного лічильника. Якщо в якийсь момент переривається світловий потік, спрямований на фоторезистор, його опір різко зростає, а разом з ним зростає й негативний потенціал на базі VT1; транзистор відкривається. У результаті цього закривається транзистор VT2, що забезпечує насичення VT3 і VT4. Колекторний струм VT4 збільшується й приводить до спрацьовування електромеханічного лічильника, що відраховує одного відвідувача або один предмет, що пройшов через контрольну точку.

Для фокусування світлового потоку й, тим самим, підвищення чутливості лічильника, перед фоторезистором встановлюється фокусуєча лінза. У пристрої використано електромеханічний лічильник від автоматичної телефонної станції, що має опір котушки 100 Ом і струм спрацьовування 30 мА. Живиться пристрій від двох плоских батарейок, з'єднаних послідовно (2 x 4,5 В), але можна також використовувати й невеликий випрямляч, що дає на виході 9 В/0,2 А.

Замість зазначених на схемі транзисторів можна використовувати інші з аналогічним коефіцієнтом підсилювача (не менш 80). Фоторезистор ФСК-1 можна замінити на ФСК-1А, ФСК-Г1, ФСК-2, SFH203, ВРХ-60.

### 1.3.1.5 Датчики струму

У системах регулювання струму або тих, що діють залежно від струму, потрібні датчики, що вимірюють величину, пропорційну струму. У ланцюгах постійного струму для цього використовують сигнал  $e = RI$ , який дорівнює падінню напруги на опорі  $R$  і, по якому проходить регульований струм. При наявності електричних машин треба використовувати падіння напруги на частині обмотки замість того, щоб вводити в ланцюг спеціальний додатковий опір. У ланцюгах змінного струму застосовують трансформатор струму, на вторинні затискачі якого включають опір. Напруга на цьому опорі пропорційно величині вимірюваного струму в первинному ланцюзі.

### 1.3.1.6 Датчики напруги

Призначення датчиків напруги – перетворення напруги елементів первинних систем, у такий вихідний сигнал, інформативні параметри якого функціонально пов'язані з інформативними параметрами вхідного сигналу й можуть вимірятися із заданою точністю. При цьому датчики напруги повинні реалізувати ряд операцій, що дозволяють у підсумку використовувати вихідні сигнали перетворювачів наступними органами вторинних систем:

- нормування рівня сигналу;
- оперативне (динамічне) перетворення сигналу;
- зміна (зниження) потенціалу сигналу стосовно землі;
- узгодження вихідного опору датчика напруги й вхідного опору наступних органів вторинних систем;
- перетворення характеру зміни сигналу в часі (наприклад, аналоговий в дискретний);
- перетворення фізичного роду сигналу (наприклад, електричного в оптичний і навпаки);
- передача енергії, що забезпечує заданий рівень потужності вихідного сигналу.



Слід зазначити, що в конкретному датчику напруги звичайно реалізуються не всі операції, а тільки їхня частина. У той же час перша й третя операції є обов'язковими, тому що без їхньої реалізації неможливе використання сигналу у вторинних системах.

Залежно від того, у якому режимі сигналу вони використовуються, датчики напруги відносяться до статичних або динамічних. При цьому під статичним режимом розуміється режим, при якому значення вихідного сигналу можна вважати незмінним протягом часу. Під динамічним мається на увазі режим, при якому вихідний сигнал протягом часу роботи вторинної системи помітно змінюється, причому з погляду роботи вторинних пристроїв динамічна погрішність має істотне значення. З наведеного визначення слідує, що датчик напруги можна розглядати в динамічному або статичному режимі залежно від швидкодії вторинних пристроїв, з якими працюють датчики напруги. Перетворення періодичних (синусоїдальних і несинусоїдальних) напруг, при яких вторинні системи реагують на середні й діючі перетворення сигналів є динамічними, якщо діючі вторинні системи реагують на миттєві значення напруги.

Звичайно до складу датчиків напруги входять індуктивності і ємності, тому їх слід розглядати як динамічні системи. Крім того, додатковою ознакою віднесення перетворювачів до статичних або динамічних є характер зміни вхідного сигналу.

### **1.3.2 Пристрої, що задають**

У кожній САР є пристрій що задає (еталон), який служить для уставки необхідного або ідеального значення регульованої величини, інакше кажучи, її рівня. Дійсне значення регульованої змінної величини в процесі регулювання повинне зрівнюватися з необхідним значенням або наближатися до нього із заданим ступенем точності.

У пристроях стабілізуючого регулювання необхідно щоб значення, що задають, залишалося постійним у часі (при тій або іншій уставці); у пристроях програмного регулювання значення, що задають, самозмінюється у функції часу за деякою програмою, що задається.

У САК відбувається безперервне порівняння вимірюваного дійсного значення .регульованої величини, що задається, із еталонним значенням. Існують два принципи, по яких здійснюється це порівняння: а) безпосереднє протиставлення ЕРС у ланцюзі або ампер-витків обмоток (гальванічне й магнітне порівняння) і б) параметричне порівняння за допомогою нелінійного моста рис. 1.29, у два плечі якого включені постійні опори, а в інші два плечі - нелінійні (електронні лампи, тиристори).

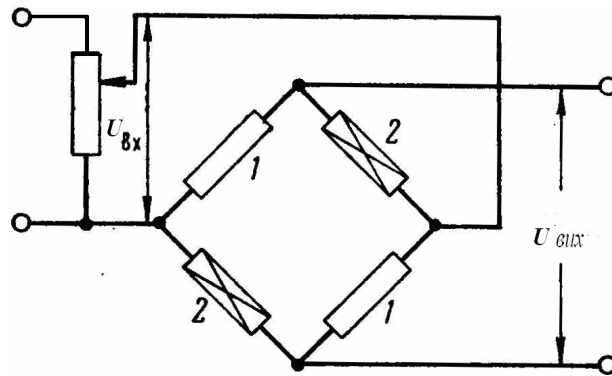


Рис. 1.29 – Нелінійний міст як порівнюючі ланки на параметричному принципі:  
 1 - 1 — постійні опори; 2 - 2 — нелінійні опори

На одну діагональ мосту подається, як результат виміру регульованої величини, напруга  $U_{вх}$ . Доти, поки ця напруга дорівнює заданій, міст перебуває в рівновазі й напруга на іншій діагоналі  $U_{вих} = 0$ . При відхиленні  $U_{вх}$  від заданого рівня опір нелінійних елементів змінюється й рівновага моста порушується. Тепер  $U_{вих} \neq 0$ , а величина й знак  $U_{вих}$  визначаються величиною і знаком виниклого відхилення  $U_{вх}$ . Потенціометричний реостат у ланцюзі перед мостом дозволяє змінювати уставку, тобто рівень напруги  $U_{вх}$ . Неважко бачити, що такий міст поєднує в собі три ланки (органа): що задає, вимірювальне й порівнювальне. У багатьох САК для кожної із цих ланок застосовується окремий апарат.

Очевидно, що для правильної роботи САР необхідно, щоб напруга, що задає, зберігала постійну величину. Цю напругу можна одержати від акумуляторної батареї або з мережі, забезпечуючи сталість його включенням стабілізатора.

В електромеханічних регуляторах, у яких використовується електромагніт, тягове зусилля сердечника електромагніта з вимірювальною котушкою пропорційно регульованій величині. Натяг пружини, що протидіє тяговому зусиллю сердечника, служить величиною, що задає. Змінюючи за допомогою відповідного гвинта первісний натяг пружини, можна міняти уставку величини, що задає.

### 1.3.3 Порівнювальні елементи

Призначення пристрою, що порівнює, полягає в тому, щоб зіставляти або порівнювати сигнал від вимірювального пристрою (датчика) із сигналом від пристрою, що задає, різниця що виходить між ними – неузгодженість подається на вхід наступної (за схемою рис. 1.30) ланки – підсилювача. Тому, пристрій, що порівнює іноді називають датчиком неузгодженості.

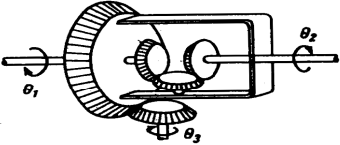
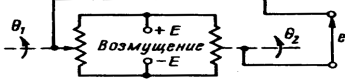
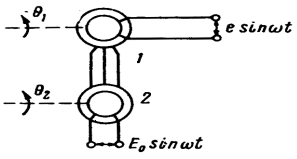
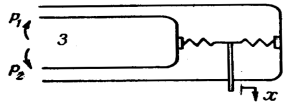
Вид	Пример устройства	Связь вход—выход
Механический дифференциал		$\theta_3 = \theta_1 - \theta_2$
Потенциометрический мост		$E = K (\theta_1 - \theta_2)$
Сельсины		$E = K (\theta_1 - \theta_2)$
Пневматическая диафрагма		$X = K (P_1 - P_2)$

Рис. 1.30 – Принципові схеми пристроїв, що порівнюють:  
 1 – сельсин-трансформатор; 2 – сельсин-датчик; 3 – тиск на вході

Відома досить велика кількість пристроїв, що порівнюють, які служать для зіставлення різних фізичних величин і діючих на різних принципах. На рис. 1.30 показані основні види пристроїв, що порівнюють: а) механічний диференціал – для порівняння кутів повороту двох валів; б) потенціометрична схема – для порівняння двох електрорушійних сил; в) пари сельсинів – для порівняння двох кутових показників; г) пневматична діафрагма – для порівняння тисків газу.

Існують два основних принципи, на яких заснована дія електричного пристрою, що порівнює: а) порівняння напруг або «гальванічне» порівняння; б) порівняння магнітних потоків або «магнітне» порівняння рис. 1.31. Кожний з цих принципів має свої достоїнства й недоліки, які слід враховувати при виборі типу пристрою, що порівнює, для конкретного застосування.

1. Електричне («гальванічне») порівняння являє собою порівняння в одному ланцюзі двох зустрічно включених ЕРС постійного струму – однієї, що відповідає значенню, що задане, та іншому, відповідному вірному значенню. Якщо підлягають порівнянню не ЕРС, а постійні струми, то останні змушують протікати по двох активних опорах і порівнюють за допомогою зустрічного включення падіння напруги, що відбивається на опорах. Результатом порівняння в тому й іншому випадку буде невелика за величиною напруга постійного струму, знак, тобто напрямок, якої може мінятися. Наприклад, якщо потрібна точність регулювання до 0,1%, то зазначена напруга за величиною становитиме 1/1000 частки регульованої величини. Очевидно, що настільки незначна напруга не може бути безпосередньо використана для впливу на керуючий орган, тому потрібне введення підсилювача в контур регулювання.

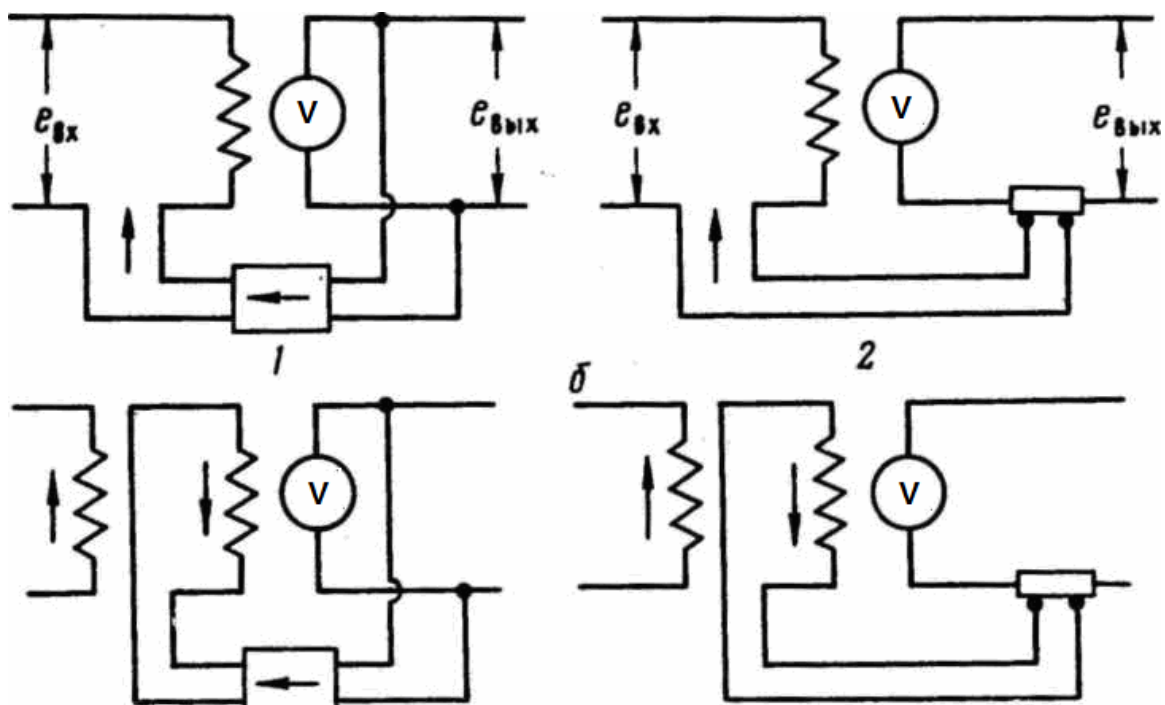


Рис. 1.31 – Схеми зворотних зв'язків ланцюгів за напругою і струмом:  
 а – гальванічний зв'язок ланцюгів; б – магнітний зв'язок ланцюгів.  
 1 – зворотний зв'язок по напрузі; 2 – зворотний зв'язок по струму.

У контурі порівняння напруг утворюється різниця між сигналами напруг від вимірювального пристрою й від еталона, що подається звичайно на вхід підсилювача. На рис. 1.32 показано, як різниця напруг від тахогенератора (сигнал швидкості) і від потенціометра, що задає швидкість, подається на котушку, що перебуває на сталевому осереді. Друга котушка цього пристрою, що є трансформатором, передає пропорційну величину напруги на вхід підсилювача. Різниця напруг може бути також підведена до обмотки збудження електромашинного підсилювача або на сітку електронного підсилювача.

Така система дає ефективне використання матеріалів. Вся мідь вхідної обмотки служить для утворення ампер-витків (сили, що намагнічує) від різниці напруг, тобто є активною.

У той же час описана схема має й недоліки. Самий головний з них полягає в тому, що ланцюги сигналів вимірювального й що задає, електрично зв'язані між собою. Крім того, в деяких САК потрібно, щоб у ланцюг

вимірювального сигналу подавалися деякі додаткові сигнали для наступного порівняння загального результату із сигналом, що задає. Розглянута схема незручна для вводу таких додаткових сигналів.

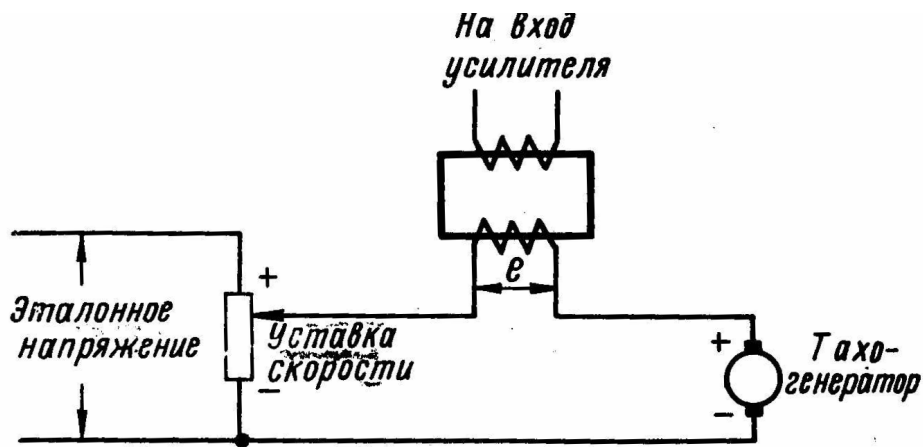


Рис. 1.32 – Порівняння напруг (гальванічне)

У деяких випадках при наявності магнітної системи з котушками може встановлюватися додаткова окрема котушка для живлення її додатковим сигналом. Але її ампер-витки будуть протидіяти ампер-виткам котушки від сигналу неузгодженості  $e$ ; це може привести до зсуву загального рівня сигналу неузгодженості.

2. «Магнітне» порівняння являє собою порівняння двох зустрічно спрямованих магнітних потоків або відповідних ампер-витків. Таке порівняння здійснюється за допомогою двох окремих обмоток на магнітних підсилювачах, електромашинних підсилювачах і на електромагнітних реле. У принципі магнітне порівняння можна здійснювати й на електронних лампах і напівпровідникових елементах, використовуючи для цього ефект Холу.

Магнітне порівняння має ту перевагу, що дозволяє порівнювати ампер-витки, утворені ланцюгами різної напруги.

При дуже точному регулюванні, наприклад, коли допускається помилка не більше 0,1%, кожна з обмоток порівняння повинна бути розрахована на 1000-кратну величину номінальної різниці ампер-витків, достатньої для керування.

Перетворювач вимірюваної величини й джерело що задає (еталонне) значення повинні бути розраховані на струм в 1000 разів більший чим у випадку електричного порівняння.

Якщо застосовується таке «магнітне» порівняння, то необхідно користуватися магнітною системою того або іншого виду з розміщеними на ній котушками для окремих ланцюгів. Такі пристрої саме й зустрічаються в електромашинних і магнітних підсилювачах. Магнітне порівняння може бути застосовано й в електронному регуляторі, якщо у вхідному ланцюгу поміщений насичений реактор.

Система магнітного порівняння відрізняється великою гнучкістю й універсальністю, тому що в ній може діяти багато сигналів через окремі котушки рис. 1.33. Котушки сигналів, що вимірюють й задають, так розраховані, що ампер-витки, що обумовлюються ними, у сталому стані САР взаємно врівноважуються. При наявності різниці між сигналами, тобто відповідними магнітними потоками, вона використовується для подачі на підсилювач.

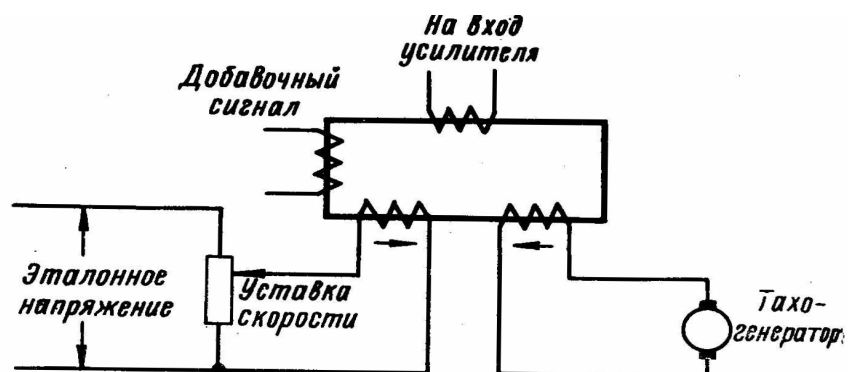


Рис. 1.33 – Порівняння магнітних потоків

Основний недолік системи магнітного порівняння полягає в тому, що вона не дозволяє ефективно використовувати активні матеріали. Більша частина енергії сигналів, що вимірювальні й задають, витрачається на нагрівання котушок, а не на створення діючих ампер-витків у ввідному пристрої. Такого недовикористання можна уникнути, якщо значно збільшити розміри магнітопровода й перетину проводів котушок у ввідному пристрої. Інший шлях полягає у використанні зменшеної магнітної системи у ввідному пристрої для того, щоб слабкий сигнал, що виходить у ньому, підсилити до належного рівня за рахунок додаткових у підсилювачів.

### 1.3.4 Елементи, що підсилюють

Підсилювач або підсилювальний пристрій служить для посилення сигналу (напруги, струму, потужності) до значення, необхідного для виконавчого пристрою, до якого сигнал далі підводить. У загальному випадку підсилювач може служити також і для створення похідних або інтегралів від сигналу неузгодженості, якщо це потрібно для виконання заданого закону регулювання; тоді підсилювач називається керуючим пристроєм.

Найбільш сучасний підсилювач повинен мати лінійну характеристику й на виході повторювати закон зміни величини (сигналу) на його вході. Однак при підсиленні звичайно відбуваються деякі перекручування величини сигналу і його фази. Вимога лінійності не є обов'язковим, тому що завжди наявний в системі зворотний зв'язок забезпечує правильне регулювання й при нелінійній характеристиці підсилювача.

Підсилювачі характеризуються родом застосовуваної в них енергії, чутливістю або потужністю вхідного сигналу, величиною коефіцієнта підсилення й способом дії.

За родом енергії підсилювачі діляться на електричні й неелектричні (механічні, гідравлічні, пневматичні). Механічні підсилювачі (важелі, шестірні та ін.) найбільш прості за конструкцією і безінерційні, але відрізняються невеликими коефіцієнтами підсилення. Гідравлічні й пневматичні підсилювачі характеризуються безінерційністю, більшими коефіцієнтами підсилення й плавністю роботи. Робочою речовиною в них є рідина або газ під тиском. Характеристики можуть вважатися лінійними. Приклади підсилювачів: золотник, гідромуфта, гідропередача.

Електричні підсилювачі відрізняються високою чутливістю, універсальністю застосування, високими коефіцієнтами підсилення й відсутністю в деяких видах підсилювачів рухливих частин. Приклади електричних підсилювачів: генератори постійного струму, електромашинні підсилювачі спеціального типу, магнітні підсилювачі, електронні й іонні



підсилювачі, напівпровідникові підсилювачі, реле й контактори та ін. Останнім часом особливого значення набувають напівпровідникові підсилювачі.

Чутливістю підсилювача називається величина вхідного сигналу, при якому вихідний сигнал досягає номінального значення. Величина потужності, напруги або токи, які підсилювач повинен віддавати на виході при роботі з номінальним для нього навантаженням, називається номінальною потужністю (напругою або струмом).

Коефіцієнтом підсилення  $K_y$  підсилювача називають відношення вихідного сигналу  $x_{y.вих}$  до вхідного  $x_{y.вх}$ , якщо обидва сигнали однорідні за своєю величиною, тобто

$$K_y = \frac{x_{y.вих}}{x_{y.вх}} \quad (1.23)$$

Якщо ж обидва сигнали різнорідні, то це відношення називається коефіцієнтом перетворення. У загальному випадку коефіцієнт підсилення або перетворення являє собою комплексну величину.

За способом дії розрізняють підсилювачі безперервної й переривчастої дії. Той самий тип підсилювача може бути використаний у системі або в умовах, що вимагають від нього безперервної або переривчастої дії. Реле й контактори є підсилювачами тільки переривчастої дії.

У табл. 1.6 – 1.8 наведені приклади найбільш характерних властивостей і показників підсилювачів різного типу. Вони полегшують вибір підходящого типу підсилювача для конкретних умов, на який впливають такі фактори, як коефіцієнт підсилення, найменша величина вхідного сигналу, збої в експлуатації, чутливість до вібрацій, вартість, габарити, вага, термін служби, можливість одержання й та ін. Діапазон потужностей підсилювальних пристроїв показаний на рис. 1.34.

В одній і тій же установці при великому коефіцієнті підсилення можуть застосовуватися підсилювачі різних типів у послідовному (каскадному) посиленні, засновуючи кілька щаблів (перший щабель називається «попередньої»), наприклад електронний підсилювач і електромашинний; електронний підсилювач і магнітний; магнітний підсилювач і електромашинний і та ін. У той же час часто багатоступінчасте (каскадне) посилення здійснюється за допомогою підсилювачів того самого типу.

Таблиця 1.6

## Характеристики електромашинних, магнітних і електронних підсилювачів

Показники	ЕМП з поперечним полем	Магнітний підсилювач	Електронний підсилювач	
Вихідна потужність (при стандартному виконанні)	60 кВт і більше	до 50 кВА й більше	1-1000 Вт	
Коефіцієнт підсилення за потужністю К	$10^2—0,5 \cdot 10^4$	$10^2—10^4$	$10^6$	
Постійна часу Т, сек	$10^{-1}—1$	$10^{-1}—1$	$10^{-2}$	
Динамічний коефіцієнт підсилення КТ	$10^3—0,5 \cdot 10^4$	$10^3—10^4$	$10^7 - 10^8$	
Реверсивна робота	можлива	можлива лише ін		
Роздільні обмотки керування	мають	мають	неможливі	
Вхідний опір, ом	$10^{-1}-10^2$	$10—10^3$	$10^5—10^6$	
Похибка через гістерезис	існує	непомітна	не існує	
Коефіцієнт корисної дії	добрий	гарний		
Готовність до роботи	негайно потрібно через 1 незначний наявності щіток і підшипників		осцилограф	
Відхід в експлуатації	вимірювальні прилади			
Апаратура перевірки				
Термін служби	великий	необмежений	обмежений не	великий
Чутливість до вібрацій	обмежено	нечутливий	припустимі	не припустимі
Вимоги до установки	припустимі	значний	не припустимі	установки
Вага	фундаментн. рама великий		припустимо	ШОУ
			будь-які умови відносно невелика	

Таблиця 1.7

## Порівняння властивостей підсилювачів

Тип підсилювача	Діапазон вихідної потужності Р, напруги U і струму / (граничні значення)	Динаміка; коефіцієнт підсилення по потужності К	Нелінійності, причини мінливості характеристик	Експлуатація; термін служби
Напівпровідникові підсилювачі (наприклад, транзистори)	Перебувають у стадії розвитку	Практично безінерційні; $K > 10^4$	Характеристики залежать від температури	Термін служби дуже великий; не вимагають ніякого нагляду
Електронні підсилювачі	$i = C_{ит} \text{ до } i_{н} (400 \text{ в})$ $I = x \text{ в } K /_{н} (0, 1 \text{ а}) P = P_{мнн} K P_{н} (100 \text{ Вт})$	Практично безінерційні; $K > 10^4$	Криволінійна характеристика	Термін служби біля 6000 годин; потрібен нагляд і контроль
Магнітні підсилювачі	$V = /L_{шн} K ^{н} (1 \text{ кВ}) I = -/x \text{ в } D_{о} /_{,} (100 \text{ а}) P = P_{ыип} \text{ до } P_{н} (100 )$	Час запізнювання й постійна часу залежать від частоти; $D_{O}^* = 10^2 \text{ до } 10^4$	Криволінійна характеристика; більші гармоніки	Термін служби дуже великий; не вимагають ніякого нагляду
Електромашинні підсилювачі	$c/- \text{ -верб до } +^*/_{,} (1 \text{ кВ}) I = \text{—}/_{н} \text{ до } +/_{н} (5 \text{ ка}) P = - P_{,} \text{ до } +P_{,} (5 \text{ мегават})$	Є постійна часу (инерционность); $K = - 10^2 \text{ до } 0,5 \cdot 10^*$	Криволінійна характеристика, насиченням сталі й комутацією	Термін служби великий; потрібен нагляд

Таблиця 1.8

Технічні показники деяких підсилювачів переривчастої дії

Тип підсилювача	Напруга котушки (рід струму)	Потужність котушки	Вихідна потужність	Коефіцієнт підсилення по потужності	Власний час, сек
Поляризоване реле	постійний	0,1 мВт	до 40 ВА	$4 \cdot 10^5$	$10^{-2} - 10^{-3}$
Реле	змінний	5 мВА	до 1 кВА	$2 \cdot 10^5$	$10^{-2}$
Ртутний контактор	змінний	4 ВА	7,5 кВА	$2 \cdot 10^3$	$10^{-1}$
Великий контактор	постійний	70 Вт	300 кВт	$4 \cdot 10^3$	$10^{-1}$
	змінний	500 ВА	300 кВА	$6 \cdot 10^2$	$0,5 \cdot 10^{-1}$

На структурних блокових схемах підсилювач, як і інші ланки, зображується прямокутником. Але іноді для виділення його усередині прямокутника додається ще фігура трикутника або кута з вершиною по напрямку основного регулюючого впливу.

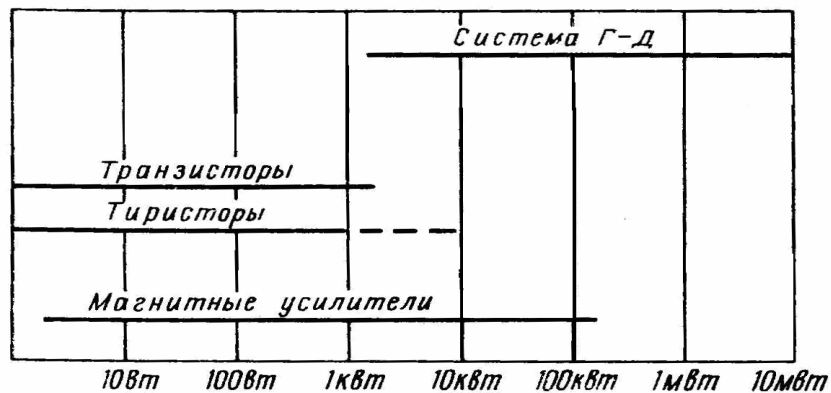


Рис. 1.34 – Діапазони потужності різних типів підсилювальних пристроїв в електроприводах (тиристори – багатошарові напівпровідники із ключовим режимом)

## 2. ПАРАМЕТРИ Й РЕЖИМИ САК

### 2.1 Властивості САК

#### 2.1.1 Принципи керування

Залежно від способів формування керуючого впливу розрізняють наступні принципи керування: по збурюванню; по відхиленню керованої величини від необхідного значення; комбінованої.

Система керування *по збурюванню* є розімкнутою рис. 2.1а.

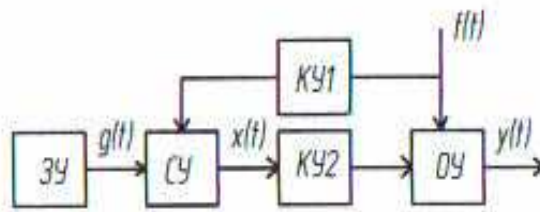


Рис. 2.1а – Система керування по збурюванню розімкнута

Принцип керування *по відхиленню* застосовується в замкнутих САК рис 2.1б.

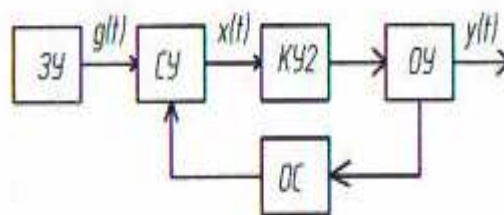


Рис. 2.1б – Принцип керування по відхиленню в замкнутих САК

У техніку широко застосовують САК з принципом комбінованого керування, що сполучає принцип керування по відхиленню (коригувальний пристрій КУ2) і по збурюванню (коригувальний пристрій КУ1) (рис. 2.2).

Завдяки такій структурі системи мають наступні властивості:

– за допомогою компенсаційних зв'язків (КУ1) можливе досягнення повної компенсації помилок (інваріантності), викликаних основними що обурюють і задають впливами;

– поряд з можливістю компенсації помилок від основних впливів знижуються помилки від другорядних впливів за допомогою зворотного зв'язку (КУ2);

– при порушенні умов компенсації помилка зменшується замкнутою системою;

– завдяки наявності розімкнутих компенсаційних каналів у комбінованій системі не так гостро стоїть проблема стійкості, як у замкнутих САК.

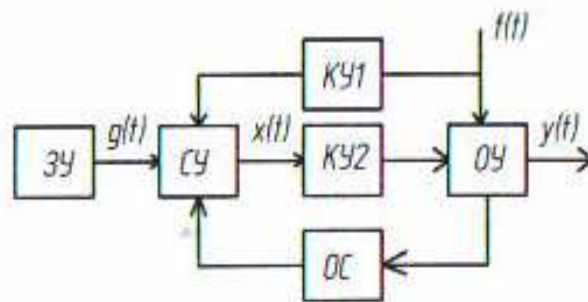


Рис. 2.2 – Функціональна схема комбінованої САК

В цілому теорія автоматичного регулювання є найбільш старим і краще інших розвиненим розділом загальної теорії керування. Сучасний етап розвитку кібернетики як науки про керування характеризується бурхливим розвитком загальної теорії керування, що поєднує в собі всі аспекти керування. Найбільш важливими її сучасними напрямками є теорія оптимальних й адаптивних систем керування та теорія складних систем. Крім того, адаптивні системи розділяються ще на екстремальні та самонастроювальні.

Теорія оптимальних систем займається питаннями побудови автоматичних систем, що забезпечують оптимальні, тобто найкращі в певному змісті результати. Іноді кібернетику визначають як науку про оптимальне (тобто найкраще) керування.

У будь-якій автоматичній системі керуючий пристрій вирішує в загальному випадку два завдання:

1) на підставі приходячої інформації "з'ясовує" властивості й стан керованого об'єкта;

2) на основі цих даних визначає, які дії необхідні для керування. У найпростіших системах рішення одного із цих завдань може бути відсутнім або мати примітивну форму.

Відомості про об'єкт можуть бути отримані в готовому виді як інформація від людини, або введенням у систему спостерігачів (ідентифікаторів), або пристроїв автоматичного пошуку у випадку екстремальних систем. В останньому випадку системи називаються *системами дуального керування*. Ця назва пов'язане з тим, що керуючий вплив повинне мати дуальний (двоїстий) характер. З одного боку, він повинен бути в відомій мірі вивчаючим, а з іншого боку, також і напрямним, що доводить об'єкт до необхідного стану.

Автоматична зміна способу функціонування керуючого пристрою, називана адаптацією або настроюванням системи (що самоприспосовуються) вимагає додаткових пристроїв, названих пристроями або контурами адаптації. У загальному вигляді схема *адаптивної системи* наведена на рис. 2.3. На підставі оцінки зовнішніх умов роботи й властивостей об'єкта керуючий пристрій адаптації УУа змінює структуру й параметри основного керуючого пристрою УУ<sub>0</sub>, забезпечуючи необхідне значення критерію якості  $J(g,u,f)$ . Пристрій адаптації визначає залежно від алгоритму роботи відхилення критерію  $J$  від заданого або екстремального значення.

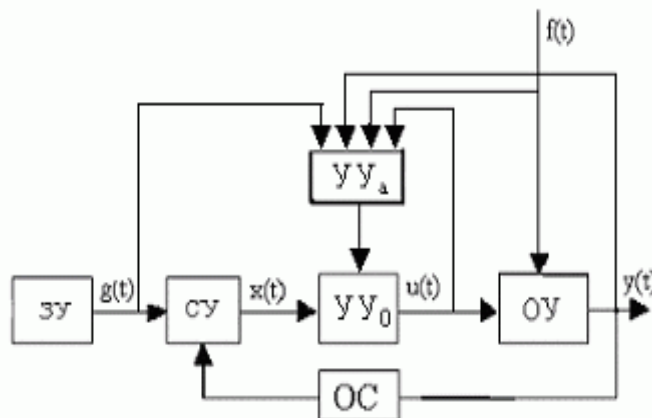


Рис. 2.3 – Функціональна схема адаптивної системи

Таким чином, в адаптивних системах УУ вирішує завдання:

а) одержання інформації про впливи й динамічні властивості об'єкта керування в процесі його роботи (одержання робочої або поточної інформації) – завдання ідентифікації, або впізнавання;

б) формування з отриманої інформації значення критерію якості системи  $J$  (поточного критерію адаптації);

в) порівняння поточного значення критерію якості з еталонним або екстремальним значенням й обчислення відповідного керуючого впливу;

г) зміни параметрів або структури основного керуючого пристрою  $УУ_0$  для приведення критерію якості до необхідного значення. Критеріями якості залежно від призначення системи можуть бути точність керування (наприклад, мінімум СКО), швидкодія, який-небудь показник ефективності керування (наприклад, коефіцієнт корисної дії, витрата енергії на керування й ін.).

Адаптивні системи, в яких адаптація здійснюється зміною значень параметрів керуючого пристрою, називаються *самонастроювальними*; зміною значень параметрів і структури керуючого пристрою – *системами що самоорганізуються*. У самоорганізуючих пристроях САК адаптація здійснюється шляхом вибору структури, т.ч. вибору коригувальної ланки або їхньої комбінації з набору певного числа ланок змінюваної частини основного керуючого пристрою, а потім відбувається самонастроювання параметрів обраної структури. Такі системи забезпечують необхідну якість керування при більше широких діапазонах зміни властивостей об'єкта й зовнішніх умов, чим самонастроювальні, але вони більше складні.

САК доцільно класифікувати виходячи з найбільш загальних ознак й їхніх властивостей. На рис. 1.3 наведена одна з можливих класифікацій.

### 2.1.2 Види зворотного зв'язку

Об'єкт керування – це технічний пристрій або технологічний процес, деякі фізичні величини якого підтримуються незмінними або підлягають цілеспрямованим змінам.

Найбільше поширення в техніці одержав принцип зворотного зв'язку (рис. 2.4). Тут керуючий вплив коректується залежно від вихідної величини  $y(t)$ . І вже не важливо, які збурювання діють на ОУ. Якщо значення  $y(t)$  відхиляється від необхідного, то відбувається коректування сигналу  $u(t)$  з метою зменшення даного відхилення. Зв'язок виходу ОУ з його входом називається головним зворотним зв'язком (ОЗ).

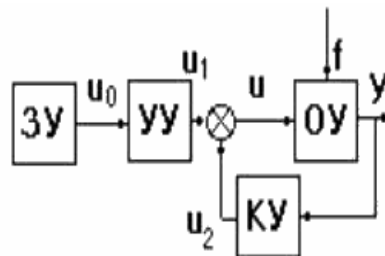


Рис. 2.4 – Принцип зворотного зв'язку

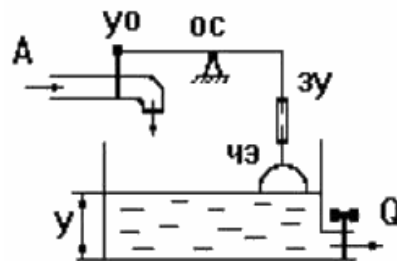


Рис. 2.5 – Приклад зворотного зв'язку

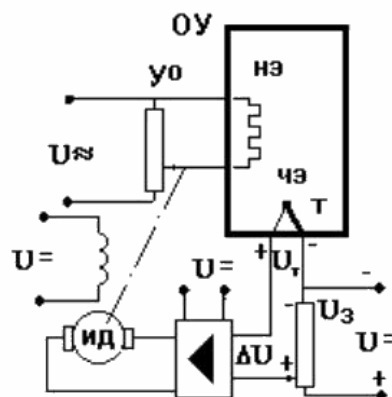


Рис. 2.6 – Формування ЗУ необхідного значення вихідної величини  $y_o(t)$



В окремому випадку рис. 2.6 ЗУ формує необхідне значення вихідної величини  $y_0(t)$ , що рівняється з дійсним значенням на виході САК  $y(t)$ . Відхилення  $e = y_0 - y$  з виходу пристрою, що порівнює, подається на вхід регулятора Р, що поєднує в собі УУ, УО, ЧЕ. Якщо  $e \neq 0$ , то регулятор формує керуючий вплив  $u(t)$ , що діє доти, поки не забезпечиться рівність  $e = 0$ , або  $y = y_0$ . Тому що на регулятор подається різниця сигналів, такий зворотний зв'язок називається негативним, на відміну від позитивного зворотного зв'язку, коли сигнали складаються.

Таке керування у функції відхилення називається регулюванням, а подібну САУ називають системою автоматичного регулювання (САР). Так на рис. 2.7 зображена спрощена схема САР хлібопекарської печі. Роль ЗУ тут виконує потенціометр, напруга на якому  $U_3$  рівняється з напругою на термопарі  $U_T$ . Їхня різниця  $\Delta U$  через підсилювач подається на виконавчий двигун, що регулює через редуктор положення движка реостата в ланцюзі. Наявність підсилювача говорить про те, що дана САР є системою непрямого регулювання, тому що енергія для функцій керування береться від сторонніх джерел живлення, на відміну від систем прямого регулювання, у яких енергія береться безпосередньо від ОУ, як, наприклад, у САР рівня води в баці рис. 2.5.

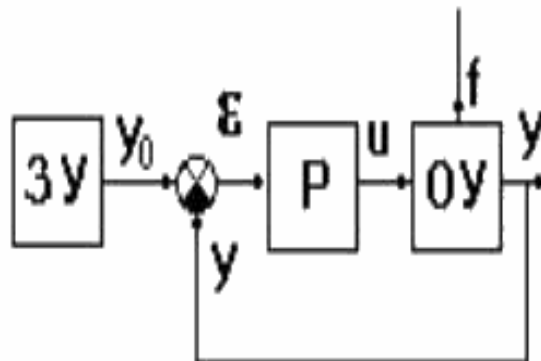


Рис. 2.7 – Спрощена схема САР хлібопекарської печі

Характерною рисою схеми є наявність вимірювально-перетворювального пристрою, що забезпечує роботу автоматичного регулятора зі стандартними значеннями струму або напруги. Вимірювально-перетворювальний пристрій виконує наступні функції: перетворить нестандартний вхідний сигнал у стандартний вихідний; здійснює фільтрацію вхідного сигналу; здійснює лінеаризацію статичної характеристики датчика з метою одержання лінійного діапазону.

Для розрахункових цілей вихідну схему спрощують до схеми, що включає в себе тільки АР – регулятор, ЕС – елемент порівняння й ОР – об'єкт регулювання. Тут під об'єктом регулювання вже розуміється незмінна частина системи, що складається з вимірювально-перетворювального пристрою, виконавчого механізму, регулювального органа й властиво об'єкта керування.

### **2.1.3 Способи корекції САК**

#### **2.1.3.1 Застосування принципу зворотного зв'язку**

Найбільше поширення в техніку одержав принцип зворотного зв'язку рис. 2.3. Тут керуючий вплив коректується залежно від вихідної величини  $u(t)$ . І вже не важливо, які збурювання діють на ОУ. Якщо значення  $u(t)$  відхиляється від необхідного, то відбувається коректування сигналу  $u(t)$  з метою зменшення даного відхилення. Зв'язок виходу ОУ з його входом називається головним зворотним зв'язком (ОЗ).

В окремому випадку ЗУ формує необхідне значення вихідної величини  $u_0(t)$ , що рівняється з дійсним значенням на виході САК  $u(t)$ . Відхилення  $e = u_0 - u$  з виходу пристрою, що порівнює, подається на вхід регулятора Р, що поєднує в собі УУ, УО, ЧЕ. Якщо  $e \neq 0$ , то регулятор формує керуючий вплив  $u(t)$ , що діє доти, поки не забезпечиться рівність  $e = 0$ , або  $u = u_0$ . Тому що на регулятор подається різниця сигналів, те такий зворотний зв'язок називається негативної, на відміну від позитивного зворотного зв'язку, коли сигнали складаються.

Таке керування у функції відхилення називається регулюванням, а подібну САК називають системою автоматичного регулювання (САР). Так на рис. 2.5 зображена спрощена схема САР хлібопекарської печі. Роль ЗУ тут виконує потенціометр, напругу на якому  $U_3$  рівняється з напругою на термопарі  $U_T$ . Їхня різниця  $\Delta U$  через підсилювач подається на виконавчий двигун ВД, що регулює через редуктор положення движка реостата в ланцюзі НЕ. Наявність підсилювача говорить про те, що дана САР є системою непрямого регулювання, тому що енергія для функцій керування береться від сторонніх джерел харчування, на відміну від систем прямого регулювання, у яких енергія береться безпосередньо від ОУ, як, наприклад, у САР рівня води в баці рис. 2.3.

Недоліком принципу зворотного зв'язку є інерційність системи. Тому часто застосовують комбінацію даного принципу із принципом компенсації, що дозволяє об'єднати достоїнства обох принципів: швидкість реакції на збурювання принципу компенсації й точність регулювання незалежно від природи збурень принципу зворотного зв'язку.

### **2.1.3.2 Застосування принципу компенсації**

Якщо фактор, що обурює, спотворює вихідну величину до неприпустимих меж, то застосовують принцип компенсації (КУ – коригувальний пристрій).

Коли  $y_0$  – значення вихідної величини, що потрібно забезпечити відповідно до програми. Насправді через збурення  $f$  на виході реєструється значення  $y$ . Величина  $e = y_0 - y$  називається відхиленням від заданої величини. Якщо якимсь образом вдається виміряти величину  $f$ , то можна відкоригувати керуючий вплив  $u$  на вході ОУ, підсумовуючи сигнал УУ з коригувальним впливом, пропорційним збурюванню  $f$  і що компенсує його вплив.

Приклади систем компенсації: біметалічний маятник у годинниках, компенсаційна обмотка машини постійного струму й та ін. У ланцюзі НЕ підключений термоопір  $R_t$ , величина якого міняється залежно від коливань температури навколишнього середовища, коректуючи напругу на НЕ.

Достоїнство принципу компенсації: швидкість реакції на збурення. Він більше точний, чим принцип розімкнутого керування. Недолік: неможливість врахування подібним чином всіх можливих збурень.

## 2.2 Моделювання процесів в САК

Вирішення питань аналізу існуючих і синтезу нових САК можливо лише за наявності відповідного математичного опису їхніх властивостей. Цей опис називають математичною моделлю САК, тому що при її складанні завжди робляться ті або інші допущення та наближення.

Відзначимо, що одна і та сама система залежно від цілей дослідження може описуватися кількома різними моделями. Це обумовлюється суперечливістю вимог до моделей: з однієї сторони вони повинні якомога повніше відбивати властивості оригіналу, а з іншої – бути по можливості простіше у використанні. Однак всі моделі САК звичайно є диференціальними рівняннями і тільки окремі елементи можуть характеризуватися алгебраїчними співвідношеннями.

При математичному описі САК застосовують два підходи: перший з них ґрунтується на поданні моделей у змінних «вхід – вихід», а другий – у змінних стану.

Подання в змінних «вхід-вихід» засноване на описі властивостей САК диференціальними рівняннями довільного порядку.

Модель у змінних стану використовує систему диференціальних рівнянь тільки першого порядку, записаних щодо перших похідних, тобто рівнянь у нормальній формі Коші. Така система, записана у векторно-матричній формі, звичайно називається рівняннями стану.

### 2.2.1. Математичний опис елементів у змінних вхід – вихід

Математичний опис системи роблять на основі опису всіх вхідних до неї елементів. Першим кроком у складанні моделі окремого елемента САК є ви-явлення фізичних законів, що визначають його поведження. Математичний вираз цих законів і є шуканою моделлю. Потім шляхом виключення проміж-них змінних одержують модель САК в цілому.

Для САК, що має один вхід  $x(t)$  і один вихід  $y(t)$ , математичну модель можна представити у вигляді

$$F(x(t), x'(t), y(t), y'(t), y''(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0 \quad (2.1)$$

Рівняння (2.1) називають рівнянням динаміки, тому що воно враховує вхідні змінні у вигляді функцій часу. Рівняння динаміки описує фізичні процеси в системі як у сталих, так і в перехідних режимах при будь-яких зовнішніх впливах. Скориставшись (2.1), можна виконувати аналіз властивостей системи, зокрема, можна визначати ступінь стійкості, точність, кількісні показники перехідних процесів.

Рівняння динаміки, якщо в ньому всі похідні взяти рівними нулю, перетворюється в рівняння статички:

$$F(x_0, 0, y_0, 0, 0, \dots, 0) = 0. \quad (2.2)$$

Рівняння статички описує фізичні процеси в системі в сталому режимі при постійних зовнішніх впливах. Звичайно це рівняння є алгебраїчним. З рівняння статички замкнутої системи може бути визначена, зокрема, статична помилка системи. Сказане справедливо для випадку, коли рівняння (2.1) містить крім похідних вихідної величини і саму вихідну величину  $y(t)$ . Якщо ж  $y(t)$  відсутня, то для одержання з рівняння динаміки рівняння статички потрібно прийняти всі похідні рівними нулю, крім похідної  $y(t)$  найнижчого порядку. У цьому випадку рівняння статички встановлює зв'язок між цією похідною і вхідним впливом.

Для лінійної стаціонарної САК рівняння (2.1) є лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням вигляду

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 u^{(m)}(t) + b_1 u^{(m-1)}(t) + \dots + b_m u(t), \quad (2.3)$$

де  $u(t)$  і  $y(t)$  – відповідно, вхідна і вихідна величини, що змінюються в часі;  $a_i$ ,  $b_j$  – постійні коефіцієнти, обумовлені параметрами системи;  $n$  – порядок рівняння.

Для визначення рішення рівняння (2.3) необхідно задати  $n$  початкових умов (значень вихідної величини і її похідних при  $t_0 = 0$ ):

$$y(t_0) = y(0), \quad y'(t_0) = y'(0), \quad \dots \quad y^{(n-1)}(t_0) = y^{(n-1)}(0) \quad (2.4)$$

і вигляд вхідної величини  $X(t)$ .

Однією з основних особливостей лінійних систем є те, що до них застосовується принцип суперпозиції, відповідно до якого реакція системи на сукупність збурювань визначається сумою реакцій на кожне збурювання окремо. Ця особливість має велике практичне значення, тому що в цьому разі значно спрощуються багато розрахунків.

### 2.1.1.1 Стандартна форма запису диференціальних рівнянь САК

При дослідженні САК, особливо при порівнянні властивостей систем і їхніх елементів між собою, зручно подати рівняння в так званій стандартній формі. При цьому використовують наступні правила:

– вихідну величину і всі її похідні записують у лівій частині рівняння, а всі інші члени – у правій;

– коефіцієнт при вихідній величині шляхом тотожних перетворень роблять рівним одиниці;

– якщо в правій частині є похідні, то члени, що містять певну вихідну величину і її похідні, поєднують в одну групу, а коефіцієнт при цій величині виносять за дужки.

Приклад 2.1. Вихідне рівняння системи має вигляд

$$a_0 y''(t) + a_1 y'(t) + a_2 y(t) = b_0 u'(t) + b_1 u(t) + c_0 f(t).$$

Представити це рівняння у стандартній формі.

Вирішення

Маємо:

$$\frac{a_0}{a_2} y''(t) + \frac{a_1}{a_2} y'(t) + y(t) = \frac{b_1}{a_2} \left[ \frac{b_0}{b_1} u'(t) + u(t) \right] + \frac{c_0}{a_2} f(t).$$

Уведемо позначення:

$$\frac{a_0}{a_2} = T_0^2; \quad \frac{a_1}{a_2} = T_1; \quad \frac{b_1}{a_2} = k_1; \quad \frac{b_0}{b_1} = T_2; \quad \frac{c_0}{a_2} = k_2.$$

Тоді

$$T_0^2 y''(t) + T_1 y'(t) + y(t) = k_1 \left[ T_2 u'(t) + u(t) \right] + k_2 f(t).$$

Коефіцієнти  $T_0$ ,  $T_1$  і  $T_2$  мають розмірність часу, тому що і називаються постійними часу.

$$\frac{[T_0]^2 [y]}{c^2} + \frac{[T_1] \cdot [y]}{c} + [y] = \frac{[y]}{[u]} \left\{ \frac{[T_2] \cdot [u]}{c} + [u] \right\} + \frac{[y]}{[f]} [f],$$

Їхні значення визначають швидкість і характер протікання перехідних процесів.

Коефіцієнти  $k_1$  і  $k_2$  називаються коефіцієнтами передачі, мають розмірність і визначають взаємозв'язок змінних у сталих статичних режимах.

Якщо ж вихідне рівняння не містить якихось коефіцієнтів, наприклад,  $a_2 = 0$ , то в стандартній формі одиниці повинен рівнятися коефіцієнт при похідній, що має найменший порядок. При цьому розмірність коефіцієнтів передачі буде мінятися, а їхні значення визначатимуть взаємозв'язок змінних у відповідних сталих динамічних режимах (наприклад, у режимі з постійною швидкістю зміни вихідної величини).

### 2.1.1.2 Операційний метод опису лінійних САК

У математиці під операційним вирахуванням мається на увазі розділ математичного аналізу, в якому розробляються методи вирішення лінійних диференціальних, різницевих і деяких типів інтегральних рівнянь. Операційне вирахування базується на ідеї заміни одних функцій на інші, одержуваних за певними правилами, наприклад, використовуючи перетворення Лапласа або перетворення Фур'є.

У ТАК саме широке застосування знайшов операційний метод опису, заснований на використанні інтегрального перетворення Лапласа (L – перетворення):

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt.$$

Це перетворення встановлює відповідність між функцією  $f(t)$  дійсної змінної  $t$  і функцією  $F(s)$  комплексної змінної  $s = a + jb$ . При цьому  $f(t)$  називають оригіналом, а  $F(s)$  – зображенням.

Достатніми умовами існування (2.5) є наступні вимоги:

– функція  $f(t)$  повинна бути однозначною і безперервною при всіх  $t \geq 0$ , безперервність може бути порушена тільки в окремих точках, що є точками розриву безперервності першого роду;

– функція  $f(t) = 0$  для всіх  $t < 0$ ;

– функція  $f(t)$  повинна мати обмежений порядок зростання, тобто повинні бути такі два постійних числа  $M > 0$  і  $c > 0$ , при яких  $f(t) < Me^{ct}$  при  $t > 0$ .



### 2.1.1.2.1 Основні властивості перетворення Лапласа

Перетворення Лапласа ставить у відповідність операціям над оригіналами деякі певні операції над зображеннями. У табл. 2.10 наведені основні співвідношення, використовувані при описі лінійних САК.

Таблиця 2.10

Найменування властивості	Оригінал	Зображення
Лінійність	$\sum_{k=1}^n a_k f_k(t)$	$\sum_{k=1}^n a_k F_k(s)$
Диференціювання оригіналу при нульових початкових умовах	$\frac{d^{(n)} f(t)}{dt^n}$	$s^n F(s)$
Інтегрування оригіналу при нульових початкових умовах	$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{F(s)}{s}$
Зміна масштабу	$f(\alpha t)$	$\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{s}{\alpha}\right)$
Зсув аргумента оригіналу	$f(t - \tau)$	$F(s)e^{-s\tau}$
Згортка функцій	$\int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau$	$F_1(s)F_2(s)$
Початкове значення оригіналу	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
Кінцеве значення оригіналу	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

Застосування перетворення Лапласа при математичному описі САК обумовлюється також тим, що з його допомогою визначають так звану передаточну функцію, що є самою компактною формою опису властивостей САК або її складових елементів.

Нехай дане лінійне неоднорідне рівняння САК

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 x^{(m)}(t) + b_1 x^{(m-1)}(t) + \dots + b_m x(t).$$

Перетворимо це рівняння за Лапласом при нульових початкових умовах:

$$a_0 s^n Y(s) + a_1 s^{n-1} Y(s) + \dots + a_n Y(s) = b_0 s^m X(s) + b_1 s^{m-1} X(s) + \dots + b_m X(s). \quad (2.6)$$

Скориставшись (2.6), можемо записати:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)}. \quad (2.7)$$

Аналіз виразу (2.7) показує, що співвідношення  $Y(s) / X(s)$  не залежить від вигляду вхідного впливу  $x(t)$ , а характеризує тільки власні властивості САК. Це співвідношення і називається передаточною функцією та позначається  $W(s)$ .

Таким чином, передатною функцією називається відношення вихідної величини до вхідного, перетворених за Лапласом при нульових початкових умовах.

#### **2.1.1.2 Властивості й особливості передаточної функції**

Передаточна функція встановлює зв'язок між вхідною і вихідною величинами як у динамічному, так і у статичному режимах.

Передаточна функція є функцією комплексної змінної  $s = a + jb$ , котра може при деяких значеннях  $s$  обернутися в нуль або в нескінченність. Значення змінної  $s$ , при якому  $W(s) = 0$ , називається нулем, а значення, при якому  $W(s) = \infty$ , – полюсом передаточної функції. З (2.7) видно, що нулями є корені полінома  $B(s)$ , а полюсами – корені полінома  $A(s)$ .

Корені поліномів  $B(s)$  і  $A(s)$  можуть бути комплексними сполученими й речовинними. Якщо ці корені відомі, то відповідно до теореми Безу вираз (2.7) можна подати у вигляді

$$W(s) = \frac{b_0 (s - \rho_1)(s - \rho_2) \dots (s - \rho_m)}{a_0 (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \dots (s - \lambda_m)},$$

де  $\rho_i$  – нулі, а  $\lambda_j$  – полюси  $W(s)$ .

Якщо поліном  $A(s)$  має один або кілька нульових коренів, то передаточну функцію можна представити у формі з явним виділенням цих коренів, а саме у вигляді

$$W(s) = k \frac{W^*(s)}{s^r}$$

$k$  – коефіцієнт передачі по відповідному каналу;  $\lim_{s \rightarrow \infty} W^*(s) = 1$ ;

$r$  – кількість нульових коренів полінома  $A(s)$ .

Справді, передаточна функція (2.7) має полюси, коли один або кілька молодших коефіцієнтів Полінома  $A(s)$  дорівнюють нулю:

$$a_n = a_{n-1} = \dots = a_{n-r+1} = 0,$$

тобто

$$W(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-r} s^r}.$$

Або після перетворень:

$$W(s) = \frac{k}{s^r} W^*(s) = \frac{k B_0 s^m + B_1 s^{m-1} + \dots + 1}{s^r A_0 s^{n-r} + A_1 s^{n-1-r} + \dots + 1},$$

$$\text{де } B_i = \frac{b_i}{b_m} \text{ при } i = \overline{0, m}; \quad A_j = \frac{a_j}{a_{n-r}} \text{ при } j = \overline{0, n-r}; \quad k = \frac{b_m}{a_{n-r}}.$$

Елементи САК, в яких  $r > 0$ , називаються астатичними, тобто не мають статичного режиму, який характеризується однозначною залежністю між вхідною і вихідною величинами. Величину  $r$  при цьому прийнято називати порядком астатизму. Якщо ж  $r = 0$ , то елемент називається статичним.

Для перевірки цього твердження скористаємося теоремою про кінцеве значення оригіналу операційного вираження і формулою (2.8) за умови

$$x(t) = \text{const} = x_0.$$

Маємо:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sW(s)X(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{kW^*(s)x_0}{s^r s} = kx_0 \frac{\lim_{s \rightarrow 0} W(s)}{\lim_{s \rightarrow 0} s^r} = \frac{kx_0}{\lim_{s \rightarrow 0} s^r}.$$

Таким чином, тільки при  $r = 0$  між величинами  $x_0$  і  $y(t)$  існує певна однозначна залежність у вигляді

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = kx_0$$

При  $r > 0$  така залежність відсутня.

Приклад 2.2. Нехай система описується рівнянням вигляду

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = kx$$

Потрібно знайти передаточну функцію  $W(s)$  системи при  $k = 1$ ,

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 3, \quad a_2 = 2.$$

Вирішення

Перетворимо рівняння системи за Лапласом при нульових початкових умовах. Одержимо  $(a_0 s^2 + a_1 s + a_2)Y(s) = kX(s)$ . Звідси передаточна функція буде

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}.$$

### 2.1.1.3 Лінеаризація рівнянь САК

Рівняння багатьох реальних елементів і САК в цілому тією чи іншою мірою є нелінійними. У цьому разі змінні  $x(t)$ ,  $y(t)$  і їхні похідні входять у вираз для функції  $F$  у вигляді добутків, часток, ступенів або інших більш складних функцій. Розглянемо приклад.

Приклад 2.3. Складемо математичну модель ДПС із незалежним збудженням, принципова схема якого наведена на рис. 2.8.

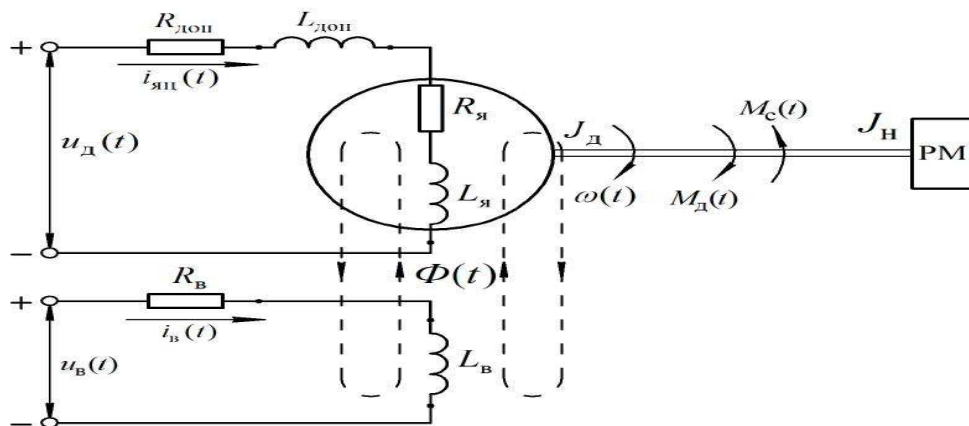


Рис. 2.8 – Принципова схема ДПС:

$R_я$ ,  $L_я$  – відповідно активний опір та індуктивність якірної обмотки;  
 $R_{доп}$ ,  $L_{доп}$  – активний опір і індуктивність додаткових елементів якірного ланцюга (щіток, додаткових полюсів і т.п.);  $i_{яц}(t)$  – струм якірного ланцюга;  
 $i_в(t)$ ,  $R_в$ ,  $L_в$  – відповідно струм, активний опір і індуктивність обмотки збудження;  $J_д$  і  $J_н$  – моменти інерції якоря двигуна і навантаження;  
 $\omega(t)$  – кутова швидкість обертання вала якоря;  
 $M_д(t)$  – момент, що розвивається двигуном;  $\Phi(t)$  – магнітний потік полюсів.

#### Рішення

Математичну модель двигуна визначимо для загального випадку керування як по ланцюгу якоря, здійснюваного за допомогою зміни напруги  $u_д(t)$ , так і по ланцюгу збудження, здійснюваного за допомогою зміни напруги збудження  $u_в(t)$ , при дії на двигун збурювання у вигляді моменту опору  $M_с(t)$  наявного навантаження.

За вхідні сигнали прийнемо  $u_д(t)$ ,  $u_в(t)$  і  $M_с(t)$ , а в якості вихідного –  $\omega(t)$ .

Зробимо допущення, що:

- параметри  $R_{\text{я}}$ ,  $L_{\text{я}}$ ,  $R_{\text{в}}$ ,  $L_{\text{в}}$ ,  $R_{\text{доп}}$  і  $L_{\text{доп}}$  є постійними;
- зв'язок робочого механізму з валом двигуна здійснюється без зазору (люфту) і є абсолютно твердим;
- приведений до валу двигуна момент опору не залежить від швидкості;
- вплив вихрових струмів у станині і полюсах двигуна, а також грузлого (швидкісного) тертя дорівнює нулю.

Фізику процесів у ДПС на основі даних літературних джерел можна описати наступною системою рівнянь:

- рівнянням електричної рівноваги для ланцюга обмотки якоря

$$U_{\text{Д}}(t) = e_{\text{Д}}(t) + R_{\Sigma} i_{\text{яц}}(t) + L_{\Sigma} \frac{di_{\text{яц}}(t)}{dt}; \quad (2.9)$$

- рівнянням електричної рівноваги для ланцюга обмотки збудження

$$U_{\text{В}}(t) = R_{\text{В}} i_{\text{В}}(t) + L_{\text{В}} \frac{di_{\text{В}}(t)}{dt}; \quad (2.10)$$

- рівнянням кривої намагнічування (гістерезис не враховується);

$$\Phi(t) = f[i_{\text{В}}(t) \cdot w]; \quad (2.11)$$

- рівнянням руху витків збудження:

$$R_{\Sigma} = R_{\text{Д}} + R_{\text{ДОП}}, \quad L_{\Sigma} = L_{\text{Д}} + L_{\text{ДОП}}, \quad J_{\Sigma} = J_{\text{Д}} + J_{\text{Н}}. \quad (2.12)$$

$$e_{\text{Д}}(t) = c \cdot \omega(t) \cdot \Phi(t), \quad (2.13)$$

а його обертаючий момент співвідношенням

$$M_{\text{Д}}(t) = c \cdot i_{\text{яц}}(t) \cdot \Phi(t). \quad (2.14)$$

де  $c = pN / (2p - a)$  – машинна постійна;  $p$  – число пар полюсів;  $N$  – число ефективних проводів якоря;  $a$  – число паралельних віток обмотки якоря.

Підставивши (2.10) і (2.11) в (2.6) і (2.9), одержимо систему:

$$\left. \begin{aligned} u_D(t) &= c \cdot \omega(t) \cdot \Phi(t) + R_{\Sigma} i_{яц}(t) + L_{\Sigma} \frac{di_{яц}(t)}{dt}; \\ u_B(t) &= R_B i_B(t) + L_B \frac{di_B(t)}{dt}; \\ \Phi(t) &= f[i_B(t) \cdot w]; \\ J_{\Sigma} \frac{d\omega(t)}{dt} &= c \cdot i_{яц}(t) \cdot \Phi(t) - M_c(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

Рівняння (2.13) і (2.14) містять добутки функцій, а рівняння (2.11) за визначенням є нелінійним. Аналіз і аналітичне вирішення нелінійних рівнянь, а тим більше систем є складним і не завжди здійсненним завданням.

Ефективним засобом вирішення (2.15) є використання чисельних методів. Для цього (2.15) зручно перетворити до наступного вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_{яц}(t)}{dt} &= \frac{1}{L_{\Sigma}} u_D(t) - \frac{c}{L_{\Sigma}} \cdot \omega(t) \cdot \Phi(t) - \frac{R_{\Sigma}}{L_{\Sigma}} i_{яц}(t); \\ \frac{di_B(t)}{dt} &= \frac{1}{L_B} u_B(t) - \frac{R_B}{L_B} i_B(t); \\ \Phi(t) &= f[i_B(t) \cdot w]; \\ \frac{d\omega(t)}{dt} &= \frac{c}{J_{\Sigma}} \cdot i_{яц}(t) \cdot \Phi(t) - \frac{1}{J_{\Sigma}} M_c(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

На рис. 2.9 представлена блок-схема реалізації процесу рішення (2.16) засобами структурного програмування пакета Simulink.

Таким чином, ДПС з незалежним збудженням являє собою складний об'єкт, що має три входи – ті що задають  $u_d(t)$  і  $u_b(t)$ , а також тий що збудює  $M_c(t)$  впливи.

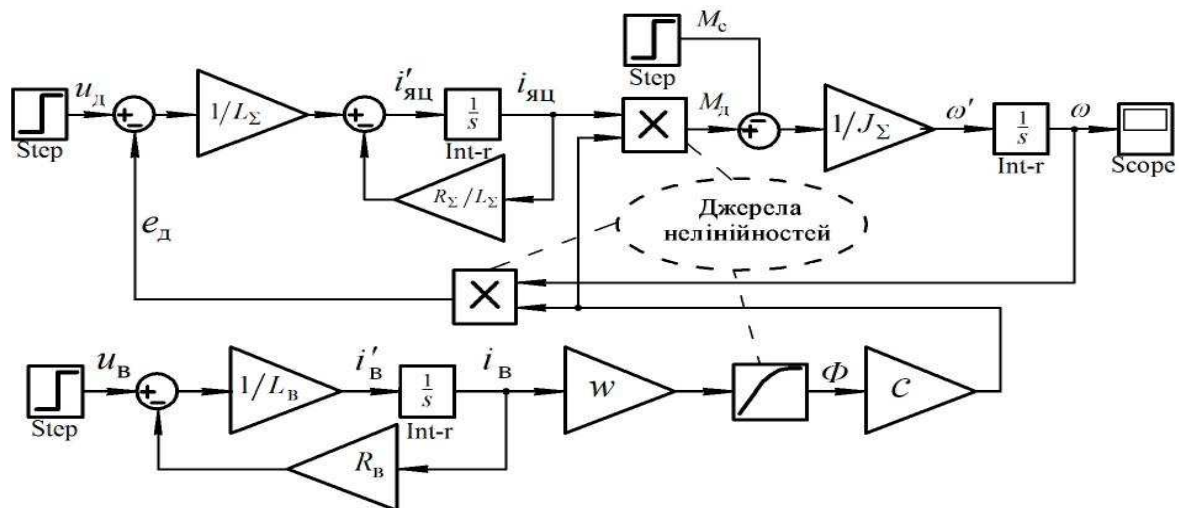


Рис. 2.9 – Реалізація системи (2.13) засобами Simulink

За наведеною схемою можна проводити розрахунки при певних (взагалі ж, будь-яких) параметрах вхідних сигналів і одержувати ті чи інші приватні результати. Тому така модель може бути з успіхом використана на стадії остаточної перевірки результатів виконуваного аналізу або синтезу САК. Однак застосувати багато апробованих методів лінійної ТАК в цьому разі неможливо. У зв'язку зі складністю аналізу і вирішення нелінійних рівнянь широко застосовується наближена їхня заміна на лінійні – лінеаризація. Існує кілька методів лінеаризації. Найбільше поширення одержав метод малих відхилень, що дозволяє лінеаризувати як нелінійні алгебраїчні характеристики окремих елементів, під якими розуміються залежності вихідних величин від вхідних у сталому режимі, так і нелінійні диференціальні рівняння. Необхідними й достатніми умовами застосування методу є наступні дві вимоги:

- відхилення змінюваних змінних від їхніх сталих значень протягом усього процесу керування повинні бути достатньо малі;
- функція  $F(x(t), x'(t), y(t), y'(t), y''(t) \dots, y^n(t))$ , складова лівої частини рівняння (2.1), має безперервні частки похідні по всіх своїх аргументах на околицях точки, що відповідає сталому режиму.



Достатня малість відхилень змінних від сталих значень звичайно виконується, чого вимагає сам принцип побудови замкнутої системи (принцип керування за відхиленням).

В основу методу лінеаризації покладене розкладання в ряду Тейлора, що дозволяє розкласти нелінійну функцію декількох змінних за ступенями малих відхилень цих змінних на околицях значень, що відповідають заданому сталому режиму. За сталий режим можна вибирати режим, що існував до початку дії збурювання, або режим, що встановиться після загасання перехідного процесу.

Розглянемо нелінійне диференціальне рівняння другого порядку вигляду

$$F(x, x', f, y, y', y'') = 0 \quad (2.17)$$

Похідні  $x'$ ,  $y'$ ,  $y''$  вважатимемо самостійними змінними. Тоді точка заданого сталого режиму може бути задана наступними значеннями аргументів

$$x(0) = x_0; \quad y(0) = y_0; \quad x'(0) = y'(0) = y''(0) = 0$$

Перепишемо рівняння (2.17), скориставшись розкладанням Тейлора відхилення змінних від сталих значень;  $\frac{\partial F}{\partial x}|_0, \frac{\partial F}{\partial(x')}|_0$  – значення приватних похідних, обчислені в точці заданого сталого режиму;  $R$  – залишковий член розкладання, що містить різні добутки відхилень відповідних аргументів, а також їхні ступені, тобто величини вищих порядків малості.

Скориставшись умовою про те, що відхилення змінних малі, у розкладанні залишаємо тільки члени, що містять ці відхилення в перших ступенях, тобто приймаємо, що  $R \gg 0$ .

Віднявши з рівняння (2.18) рівняння сталого режиму остаточно одержуємо

$$F(x_0, 0, f_0, y_0, 0, 0) = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x}|_0 \Delta x(t) + \frac{\partial F}{\partial(x')}|_0 \Delta[x'(t)] + \frac{\partial F}{\partial f}|_0 \Delta f(t) + \frac{\partial F}{\partial y}|_0 \Delta y(t) + \frac{\partial F}{\partial(y')}|_0 \Delta[y'(t)] + \frac{\partial F}{\partial(y'')}|_0 \Delta[y''(t)] = 0.$$

Рівняння (2.19) не містить нелінійних членів і є лінійним. Коефіцієнти рівняння є постійними або змінними, якщо сталий режим характеризується змінними в часі значеннями  $x_0(t)$ ,  $y_0(t)$ ,  $f_0(t)$  (програмною траєкторією). Однак при цьому слід враховувати, що в результаті лінеаризації одержуємо рівняння у відхиленнях. Змінними рівняння (2.19) є відхилення  $\Delta x(t)$  і  $\Delta y(t)$ , а не змінні  $x(t)$  і  $y(t)$ , що відповідає переносу початку координат у точку сталого режиму.

У випадку лінеаризації нелінійної алгебраїчної характеристики якогось елемента лінеаризоване рівняння записується також у відхиленнях. Наприклад, якщо  $y(t)$  є нелінійною функцією аргументу  $x(t)$  див. рис. 2.10, то  $F(x(t), y(t)) = y(t) - f[x(t)]$  і лінеаризоване рівняння такого елемента має вигляд:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_0 \Delta y(t) - \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_0 \Delta x(t) = 0.$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_0 = 1 \text{ і } \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_0 = tg$$

де  $a$  – кут нахилу дотичної до точки

Урахувавши рівноваги  $[x_0, y_0]$ , остаточно одержимо:

$$\Delta y(t) = tg\alpha \cdot \Delta x(t). \quad (2.20)$$

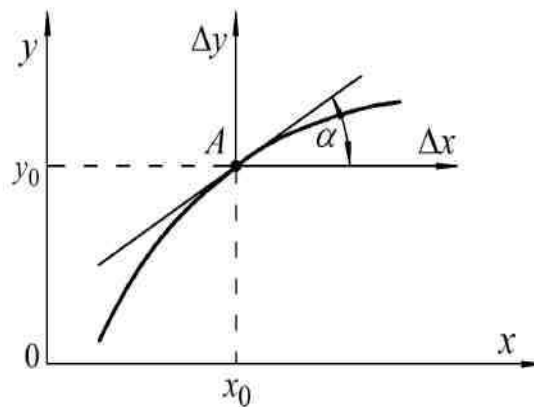


Рис. 2.10 – Геометрична інтерпретація лінеаризації рівнянь

З рисунка видно, що чим менше величини відхилень  $Dx(t)$ , тим точніше лінеаризоване рівняння відображає процеси, описувані вихідним рівнянням.

Відмітимо, що лінеаризація неприпустима в тих випадках, коли елемент має істотно нелінійну статичну характеристику, наприклад релейну. Лінеаризація нелінійного рівняння в цьому випадку означатиме зміну принципу роботи цього елемента.

Приклад 2.4. Зробимо лінеаризацію математичної моделі ДПС із незалежним збудженням з прикладу 2.3. Вирішення.

Спочатку лінеаризуємо рівняння (2.13). Запишемо його в такий спосіб:

$$F \setminus e_D(t), w(t), \Phi(t) = e_D(t) - c \times w(t) \times \Phi(t) = 0 \quad (2.21)$$

Лінеаризуємо функцію (2.21) на околицях базових значень змінних  $e_0, w_0$  і  $\Phi_0$ , що відповідають сталому режиму. Маємо

$$\left. \frac{\partial F}{\partial e_D} \right|_0 \cdot \Delta e_D(t) + \left. \frac{\partial F}{\partial w} \right|_0 \cdot \Delta w(t) + \left. \frac{\partial F}{\partial \Phi} \right|_0 \cdot \Delta \Phi(t) = 0. \quad (2.22)$$

Згідно з (2.21)

$$\left. \frac{\partial F}{\partial e_D} \right|_0 = 1, \left. \frac{\partial F}{\partial w} \right|_0 = -c \cdot \Phi_0, \left. \frac{\partial F}{\partial \Phi} \right|_0 = -c \cdot w_0 \quad (2.23)$$

Підставивши вираз (2.23) у (2.22), одержимо:

$$\Delta e_D(t) = c \cdot w_0 \cdot \Delta \Phi(t) + c \cdot \Phi_0 \cdot \Delta w(t). \quad (2.24)$$

Врахуємо, що

$$\frac{d \left[ i_{яц,0} + \Delta i_{яц}(t) \right]}{dt} = \frac{d \Delta i_{яц}(t)}{dt}$$

і запишемо рівняння (2.9) у відхиленнях

$$\Delta u_D(t) = \Delta e_D(t) + R_{\Sigma} \Delta i_{яц}(t) + L_{\Sigma} \frac{d \Delta i_{яц}(t)}{dt} \quad (2.25)$$

Перетворивши (2.25) і (2.24) за Лапласом та виключивши проміжну змінну  $\Delta E_{\text{д}}(s)$ , одержимо:

$$c \cdot \Phi_0 \cdot \Delta \Omega(s) + R_{\Sigma} \left( 1 + \frac{L_{\Sigma}}{R_{\Sigma}} s \right) \Delta I_{\text{яц}}(s) = \Delta U_{\text{Д}}(s) - c \cdot \omega_0 \cdot \Delta \Phi(s) \quad (2.26)$$

Лінеаризуємо рівняння (2.14). Запишемо його в такий спосіб:

$$F \left[ M_{\text{Д}}(t), i_{\text{яц}}(t), \Phi(t) \right] = M_{\text{Д}}(t) - c \cdot i_{\text{яц}}(t) \cdot \Phi(t) = 0. \quad (2.27)$$

Лінеаризуємо функцію (2.27) на околицях базових значень змінних  $M_{\text{д},0}$ ,  $I_{\text{яц},0}$  і  $\Phi_0$ , що відповідають сталому режиму: Згідно з (2.27)

$$\left. \frac{\partial F}{\partial M_{\text{Д}}} \right|_0 = 1, \left. \frac{\partial F}{\partial i_{\text{яц}}} \right|_0 = -c \Phi_0, \left. \frac{\partial F}{\partial \Phi} \right|_0 = -c \cdot i_{\text{яц},0} \quad (2.28)$$

Підставивши вираз (2.28) в (2.27), одержимо:

$$\Delta M_{\text{Д}}(t) = c \cdot \Phi_0 \cdot \Delta i_{\text{яц}}(t) + c \cdot i_{\text{яц},0} \cdot \Delta \Phi(t). \quad (2.29)$$

$$J_{\Sigma} \frac{d\Delta \omega(t)}{dt} = \Delta M_{\text{Д}}(t) - \Delta M_c(t). \quad (2.30)$$

Перетворивши (2.29) і (2.30) за Лапласом і виключивши проміжну змінну  $\Delta M_{\text{д}}(s)$ , одержимо:

$$J_{\Sigma} \cdot s \cdot \Delta \Omega(s) - c \cdot \Phi_0 \cdot \Delta I_{\text{яц}}(s) = c \cdot i_{\text{яц},0} \cdot \Delta \Phi(s) - \Delta M_c(s). \quad (2.31)$$

Виключимо з рівнянь (2.26) і (2.31) відхилення потоку  $\Delta \Phi(s)$  й відхилення струму  $\Delta I_{\text{яц}}(s)$ . Для цього скористаємося залежністю між потоком  $\Phi(t)$  і струмом порушення  $i_{\text{в}}(t)$ , що визначається кривою намагнічування (2.11) і також є нелінійною.

Лінеаризувавши функцію  $F = \Phi(t) - f[i_B(t) w]$  на околицях базових значень змінних,  $i_B, 0$  і  $\Phi_0$ , відповідно до (2.20) одержимо:

$$\Delta\Phi(t) = k_B \cdot \Delta i_B(t), \quad (2.32)$$

де  $k_B = \left. \frac{\partial\Phi}{\partial i_B} \right|_0^w$ .

Запишемо у відхиленнях рівняння (2.10):

$$\Delta u_B(t) = R_B \cdot \Delta i_B(t) + L_B \frac{d\Delta i_B(t)}{dt} \quad (2.33)$$

Перетворивши (2.29) і (2.30) за Лапласом і виключивши проміжну змінну  $\Delta I_B(s)$ , одержимо:

$$\Delta\Phi(s) = \frac{k_B}{R + Ls} \Delta U_B(s). \quad (2.34)$$

З урахуванням (2.26), (2.31) і (2.34) система рівнянь ДПС із незалежним збудженням (2.15) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} T_\theta T_M \cdot s^2 \cdot \Delta\Omega(s) + T_M \cdot s \cdot \Delta\Omega(s) + \Delta\Omega(s) = \\ = k_{Д,u} \Delta U_{Д}(s) + \frac{k_1 + k_2(1 + T_\theta s)}{1 + T_s} \Delta U_B(s) - k_{Д,M} (1 + T_\theta s) \Delta M_c(s), \end{aligned} \quad (2.35)$$

де  $T_\theta = L_s / R_s$  – електромагнітна постійна часу;

$T_M = J_\Sigma \cdot R_\Sigma / (c\Phi_0)^2$  – електромеханічна постійна часу;

$T_B = L_B / R_B$  – постійна часу обмотки збудження;

$k_{Д,u} = 1(c\Phi_0)$  – передаточний коефіцієнт двигуна за напругою кд,

$M = R_s$  – передаточний коефіцієнт двигуна за моментом

$$k_1 = k_B \cdot \omega_0 / (R_B \cdot \Phi_0); \quad k_2 = k_B \cdot i_{яц,0} \cdot R_\Sigma / (R_B \cdot c \cdot \Phi_0^2).$$

## 2.2 Математичний опис САК у змінних стану

Метод змінних стану заснований на понятті стану.

Стан системи в момент часу  $t_0$  – це такий мінімальний набір відомостей про неї, якого разом з вхідною функцією  $u(t)$ , заданою для інтервалу часу  $t_0 \leq t \leq t_k$ , достатньо для однозначного визначення вихідної функції  $y(t)$  для  $t_0 \leq t \leq t_k$  при кожному  $t_k \geq t_0$ .

Стан системи можна охарактеризувати сукупністю деяких змінних  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ , знання початкових значень яких  $x_1(0), x_2(0), \dots, x_n(0)$  і вхідного впливу  $u(t)$  дозволяє однозначно визначити майбутню поведінку динамічної системи. Ці змінні далі називатимемо змінними стану.

Способи задання змінних стану можуть бути різні. Звичайно використовують або ті, які дають перевагу в дослідженні математичної моделі системи, або ті, які мають ясний фізичний зміст.

У випадку наявності багатовимірної системи, що має  $m$  входів і  $r$  виходів, її стан у момент часу  $t$ , що характеризується змінними стану  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  рис. 2.11, є функцією початкового стану  $x_1(0), x_2(0), \dots, x_n(0)$  і вхідних впливів  $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$ , тобто

$$x_i(t) = \psi_i \left[ x_1(0), x_2(0), x_3(0), \dots, x_n(0); u_1(t), u_2(t), u_3(t), \dots, u_m(t) \right],$$

де  $\psi_i$  – однозначні функції своїх аргументів,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

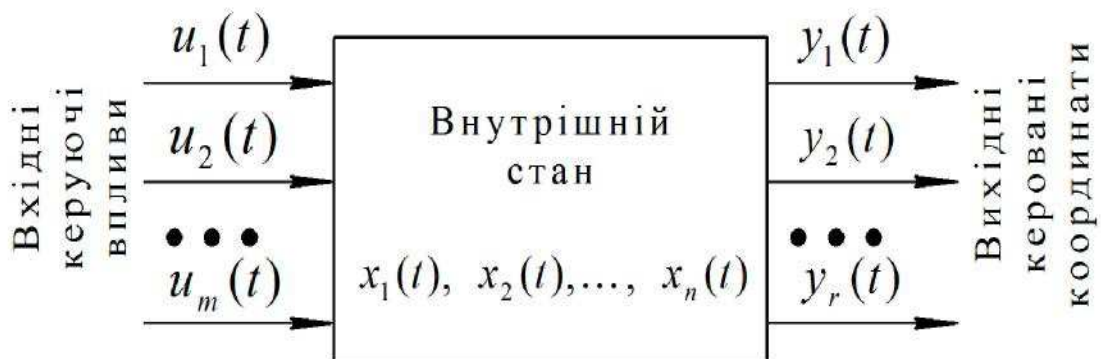


Рис. 2.11 – Модель багатовимірної системи в змінних стану

Введемо в розгляд поняття вектора стану  $x(t)$  :

$$\overline{x(t)} = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_n(t)]^T, \quad (2.36)$$

де  $T$  – означає транспонування матриці.

Розмірність вектора стану збігається з порядком диференціального рівняння, яке описує динамічні властивості системи.

Сукупність всіх значень, які може прийняти вектор  $x(t)$  у момент часу  $t$ , називається простором стану (фазовим простором), який можна розглядати як деякий абстрактний  $n$  – мірний векторний простір. Точка, що визначає положення кінця вектора стану  $x(t)$  в просторі станів, називається точкою зображення.

Рух кінця вектора стану  $x(t)$  в просторі станів називається траєкторією вектора стану (фазовою траєкторією).

Стан системи, описуваної диференціальним рівнянням першого порядку, характеризується вектором стану з однією змінною стану. Фазовий простір у цьому випадку називається одномірним і являє собою лінію на площині, а фазова траєкторія – відрізок цієї лінії рис. 2.12а, яку описує кінець вектора стану від значення, рівного  $x(t_0)$  в початковий момент часу  $t = t_0$  до значення, рівного  $x(t_k)$  в кінцевий момент часу  $t = t_k$

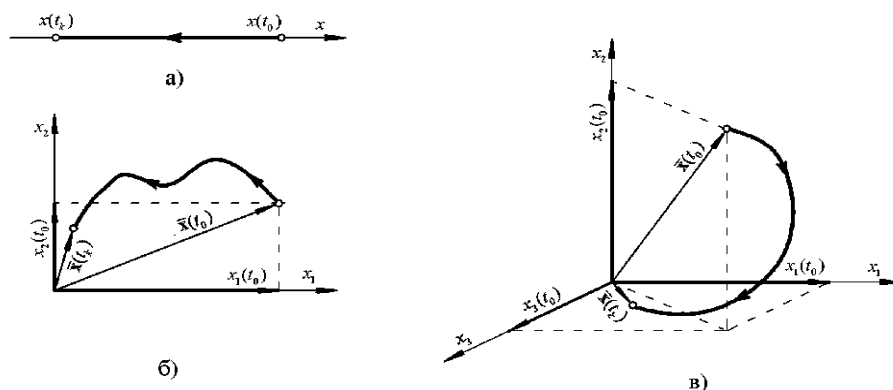


Рис. 2.12 – Фазовий простір і фазові траєкторії системи, описуваної диференціальним рівнянням:

- а) - першого порядку;
- б) - другого порядку;
- в) - третього порядку

Стан системи другого порядку характеризується вектором стану з двома змінними  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$ . Фазовий простір у цьому разі називається двовимірним і являє собою площину з прямокутними координатами  $x_1, x_2$ , а фазова траєкторія – криву на площині, що описує кінець вектора стану  $x(t)$  при зміні часу від  $t = t_0$  до  $t = t_k$  рис. 2.12б.

На рис. 2.5в показані фазова траєкторія у тривимірному фазовому просторі із системою координат  $x_1, x_2, x_3$  і положення вектора стану  $x(t_0)$  для моменту часу  $t = t_0$ . Тривимірний фазовий простір використовують для характеристики рухів системи третього порядку. Для системи  $n$  – го порядку змінні стани  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  розглядаються як координати вектора стану  $x(t)$  в  $n$  – мірному фазовому просторі.

За аналогією з простором станів для багатовимірної системи керування вводять простір керувань (входів) і простір виходів. При цьому керуючі впливи  $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$  й керовані координати  $y_1(t), y_2(t), \dots, y_r(t)$  розглядають як координати вектора керування  $\bar{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]$  в  $m$  – мірному просторі і координати вектора виходу  $\bar{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_r(t)]$  в  $r$  – мірному просторі відповідно.

Слід зазначити принципове розходження, вкладене в зміст понять векторів керування  $u(t)$ , виходу  $y(t)$  й вектору стану  $x(t)$ . Всі складові  $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$  і  $y_1(t), y_2(t), \dots, y_r(t)$  векторів  $u(t)$  і  $y(t)$  є конкретними фізичними величинами. Вектор же стану системи  $x(t)$  є абстрактною характеристикою системи.

Якщо на систему діють збурення, що характеризуються вектором збурень  $f(t) = [f_1(t), f_2(t), \dots, f_l(t)]$ , то в цьому випадку вводиться  $l$  – мірний простір збурень.

Щоб зв'язати послідовні стани системи в часі, використовують диференціальні рівняння.





де

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nm} \end{vmatrix} \quad (2.41)$$

$$C = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix}; D = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nm} \end{vmatrix} \quad (2.42)$$

Рівняння (2.39) і (2.40) можна подати у вигляді структурної схеми, наведеної на рис. 2.13.

Оскільки елементи матриць  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$  – постійні числа, то і самі ці матриці також постійні. Квадратна матриця  $A$  розмірності  $n \times n$  називається матрицею стану – структура цієї матриці визначає характер як вільних, так і змушених рухів системи.

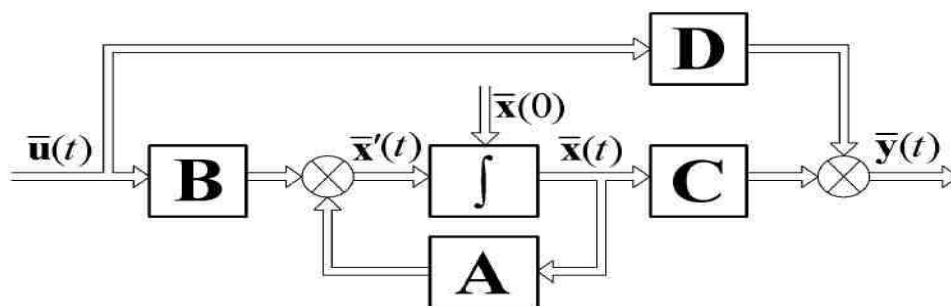


Рис. 2.13 – Структурна схема багатовимірної лінійної системи

Матриця  $B$  розмірності  $n \times m$  називається матрицею керуючих впливів. Її структура визначає характер зв'язку задаючих впливів на вході системи з різними змінними стану. Матриця  $C$  розмірності  $r \times n$  називається матрицею вихідних координат – її структура визначає характер зв'язку вихідних координат системи з окремими змінними стану. Матриця  $D$  розмірності  $r \times m$  характеризує прямий (не динамічний) зв'язок вихідних координат з керуючими впливами; її структура визначає, як задаючі впливи на вході безпосередньо впливають на різні складові виходу. Для багатьох фізичних систем матриця  $D$  є нульовою.

При векторно-матричному запису диференціальних рівнянь основними ланками структурної схеми, як видно з рис. 2.6, є багатовимірні суматори, інтегратори і матричні блоки А, В, С, D. Оскільки обумовлені елементами схеми операції лінійні, а коефіцієнти матричних блоків постійні, то схема лінеаризованої моделі на рис. 2.6 відповідає лінійній стаціонарній системі. Ця ж структурна схема при заміні матричних блоків з постійними матрицями на матричні блоки зі змінними матрицями А(t), В(t), С(t) і D(t) відповідатиме лінійній нестационарній системі.

### 2.2.1 Стандартна форма запису рівнянь стану

Нехай відомо нормоване ( $a_0 = 1$ ) диференціальне рівняння вхід – вихід, що встановлює зв'язок між виходом  $y(t)$  і входом  $u(t)$  двовимірної системи  $n$ -го порядку:

$$y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_{n-1} y'(t) + a_n y(t) = b_0 u(t). \quad (2.43)$$

Визначимо рівняння стану, що відповідають диференціальному рівнянню (2.43). Оскільки знання початкових значень вихідної змінної і її похідних повністю визначає майбутній рух системи, то змінні можуть бути прийняті як змінні стану

$$\left. \begin{aligned} x_1(t) &= y(t); \\ x_2(t) &= y'(t) = x_1'(t); \\ &\dots\dots\dots \\ x_n(t) &= y^{(n-1)}(t) = x_{n-1}'(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

Розв'язавши рівняння (2.43) щодо старшої похідної, маємо

$$y^{(n)}(t) = -a_1 y^{(n-1)}(t) - \dots - a_{n-1} y'(t) - a_n y(t) + b_0 u(t). \quad (2.45)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t); \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t); \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{x}_{n-1}(t) &= x_n(t); \\ \dot{x}_n(t) &= -a_n x_1(t) - a_{n-1} x_2(t) - \dots - a_1 x_n(t) + b_0 u(t); \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

Тоді з (2.44) і (2.45) одержуємо наступну систему диференціальних рівнянь першого порядку щодо змінних стану  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ , ...,  $x_n(t)$  і алгебраїчне рівняння, що зв'язує вихід системи  $y(t)$  з відповідною змінною стану.

Систему рівнянь (2.46) зручно записати у векторно-матричній формі в такий спосіб:

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dots\dots\dots \\ \dot{x}_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & -a_{n-3} \dots -a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots\dots\dots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_0 \end{pmatrix} u(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

$$y(t) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots 0] \cdot [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots x_n(t)]^T$$

або

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= A\bar{x}(t) + Bu(t), \\ y(t) &= C\bar{x}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & -a_{n-3} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_0 \end{bmatrix}; \\ C &= [1 \quad 0 \quad 0 \dots 0]; \bar{x}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \dots x_n(t)]^T \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

Рівняння (2.46) називаються рівняннями стану в стандартній формі.

Приклад 2.5. Рівняння САК по каналу вхід – вихід має вигляд

$$0,0079y(t)+0,054y(t)+0,3431y(t)+y(t)=2801,74u(t). \quad (2.50)$$

Перетворити це рівняння в рівняння стану і вирішити їх.

Вирішення.

Перетворимо (2.50) до нормованого вигляду

$$y(t)+6,84y(t)+43,43y(t)+126,58y(t)=354650,6u(t). \quad (2.51)$$

Позначимо:  $x_1(t) = y(t)$ ;  $x_2(t) = \dot{y}(t)$ ;  $x_3(t) = \ddot{y}(t)$  і перетворимо вихідне рівняння до системи вигляду у (2.46)

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t); \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t); \\ \dot{x}_3(t) &= -126,58x_1(t) - 43,43x_2(t) - 6,84x_3(t) + 354650,6u(t); \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \right\}, \quad (2.52)$$

Тоді рівняння стану САУ набуде вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}'(t) &= A\bar{x}(t) + Bu(t), \\ y(t) &= C\bar{x}(t) \end{aligned} \right\}, \quad (2.53)$$

де

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -126,58 & -43,43 & -6,84 \end{vmatrix}; B = |354650,6|; C = |1 \quad 0 \quad 0|;$$

$$\bar{x}(t) = \begin{vmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) \end{vmatrix}^T.$$

Вирішення системи (2.53) зручно виконати за допомогою програми Simulink, скориставшись методом зниження порядку похідних. Відповідна блок–схема наведена на рис. 2.14.

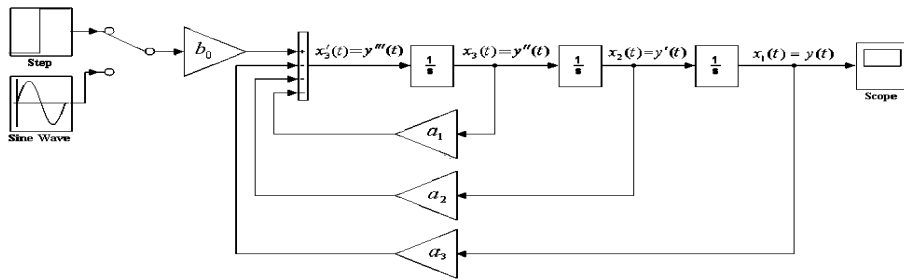


Рис. 2.14 – Блок-схема вирішення диференціального рівняння третього порядку за допомогою програми Simulink

Тут: три блоки Integrator здійснюють інтегрування відповідних вхідних змінних із заданням від внутрішнього джерела internal їхніх початкових значень; чотири блоки Gain служать для задання зазначених на рис. коефіцієнтів рівняння; ручний перемикач Manual Switch здійснює вибір типу вхідного сигналу.

Відповідні графіки змінних стану при  $u(t) = 1(t)$  подані на рис. 2.15.

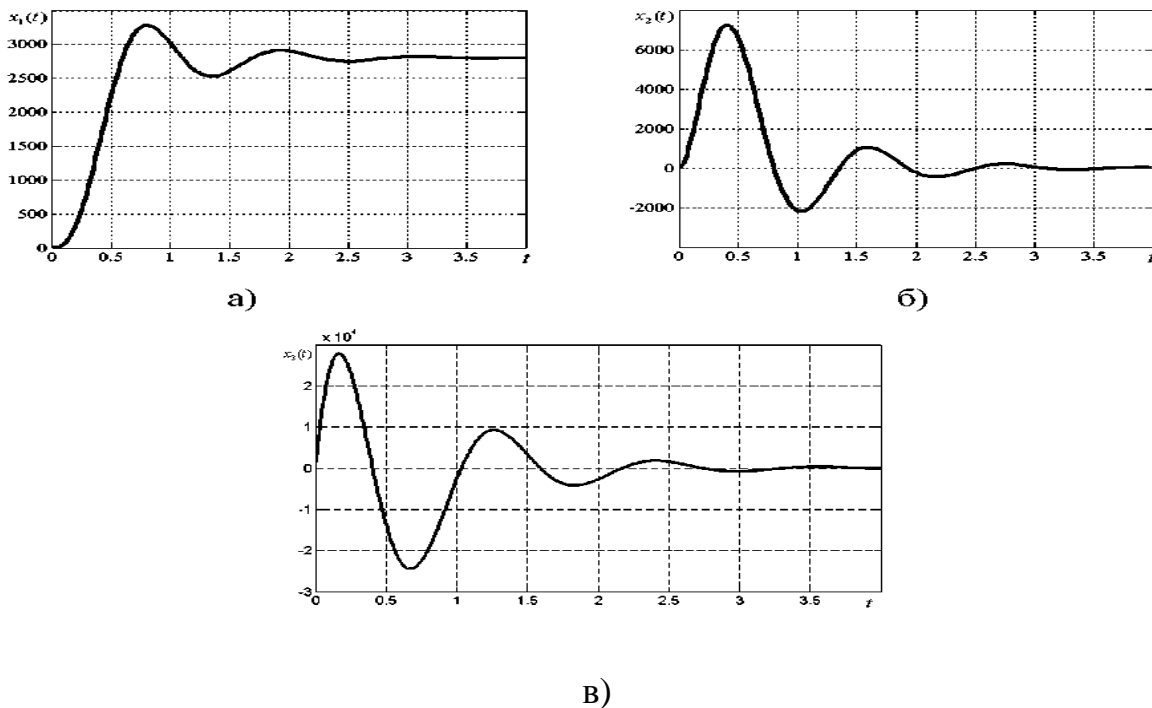


Рис. 2.15 – Графіки змінних стану:

а)  $x_1(t) = y(t)$ ; б)  $x_2(t) = y'(t)$ ; в)  $x_3(t) = y''(t)$ .

## 2.3 Структурні схеми САК

У ТАК при аналізі САК саме широке застосування одержали так звані структурні схеми. При цьому під структурною схемою САУ мається на увазі умовне графічне зображення математичної моделі системи у вигляді сукупності окремих ланок із вказівкою зв'язків між ними.

Ця схема, по суті, являє собою графічне зображення системи рівнянь, що описують поведінку елементів і пристроїв САК.

Структурна схема може також розглядатися як схема проходження і перетворення сигналів у САК. Тому її іноді ще називають алгоритмічною схемою.

### 2.3.1 Позначення у структурних схемах

Розглянемо правила зображення елементів САК на структурних схемах.

Ланка позначається у вигляді прямокутника із вказівкою вхідних і вихідних величин.



Рис. 2.16 – Зображення ланок

Усередині прямокутника вказують передаточну функцію рис. 2.16а. Допускається замість  $W(s)$  вказувати рівняння або характеристику ланки рис. 2.16б. Позначення вхідних і вихідних величин записують у вигляді зображень або оригіналів залежно від позначення у прямокутнику. Допускається також ланки нумерувати, а їхні передаточні функції, рівняння або характеристики представляти поза схемою.

Ланцюг передачі сигналу зображується прямою лінією, на якій стрілкою вказують напрямок проходження сигналу, а також наводять літерне позначення цього сигналу.

Елемент порівняння зображують у вигляді, наведеному на рис. 2.17

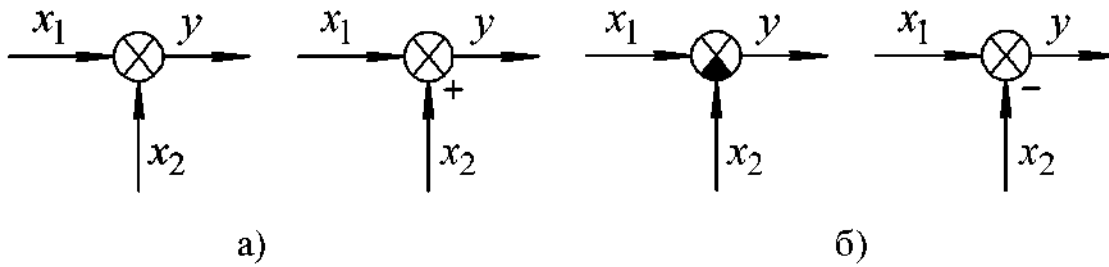


Рис. 2.17 – Зображення елементів порівняння при реалізації функцій:

а)  $y = x_1 + x_2$ ; б)  $y = x_1 - x_2$

### 2.3.2 Передаточні функції типових з'єднань ланок

Структурна схема реальної САК звичайно може бути представлена у вигляді комбінації трьох типів з'єднань ланок: послідовного, паралельного і зустрічно-паралельного. Кожне з цих з'єднань може бути замінене за певними правилами однією ланкою, властивості якої будуть еквівалентними властивостям з'єднання. Установимо ці правила.

Послідовне з'єднання. При такому з'єднанні вихідна величина попередньої ланки є вхідною величиною наступної ланки див. рис. 2.18а.

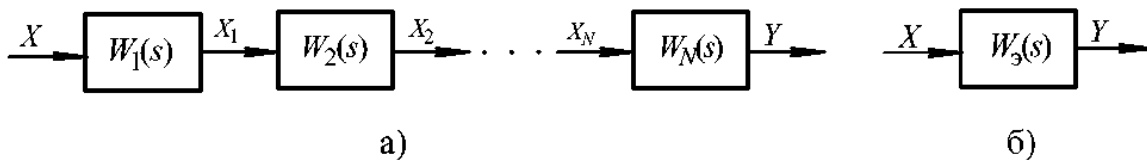


Рис. 2.18 – Структурна схема послідовного з'єднання ланок:

а) вихідна; б) еквівалентна

Запишемо рівняння ланок в операційній формі:

$$X_1(s) = W_1(s)X(s); \quad X_2(s) = W_2(s)X_1(s); \quad \dots \quad Y(s) = W_N(s)X_{N-1}(s).$$

Виключивши проміжні змінні

$$X_1(s), \quad X_2(s), \quad \dots \quad X_{N-1}(s)$$



одержимо:

$$Y(s) = W_1(s)W_2(s)\dots W_N(s)X(s).$$

Звідси можна одержати вираз для визначення еквівалентної передатної функції з'єднання  $W_{\text{з}}(s)$  по каналу  $X(s) \textcircled{R} Y(s)$  (див. рис. 2.18б):

$$W_{\text{з}}(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \prod_{i=1}^N W_i(s). \quad (2.54)$$

Паралельне з'єднання. При такому з'єднанні на вхід всіх ланок подається та сама величина, а вихідна величина дорівнює сумі вихідних величин окремих ланок див. рис. 2.19а.

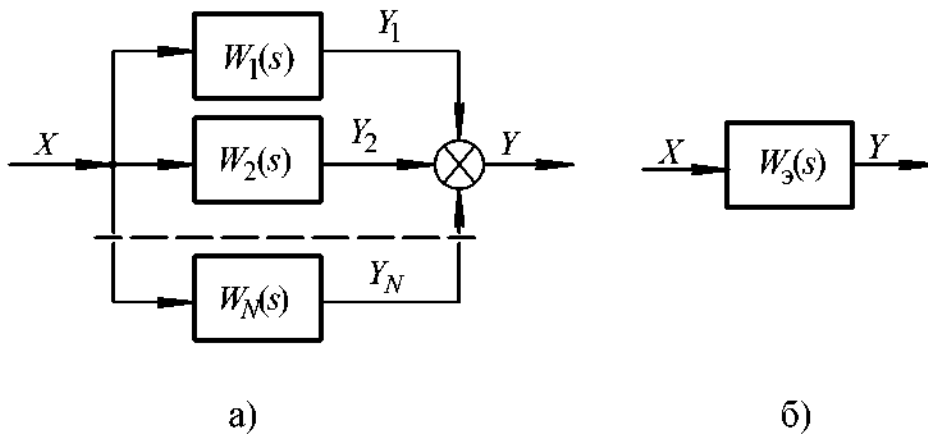


Рис. 2.19 – Структурна схема паралельного з'єднання ланок:

а) вихідна; б) еквівалентна

Запишемо рівняння ланок:

$$Y_1(s) = W_1(s)X(s);$$

$$Y_N(s) = W_N(s)X(s).$$

Звідки

$$W_{\text{з}}(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \sum_{i=1}^N W_i(s). \quad (2.55)$$

Зустрічно-паралельне з'єднання (обхват ланки зворотним зв'язком). У цьому разі структурна схема має вигляд, наведений на рис. 2.20а, де зворотний зв'язок може бути як негативним, так і позитивним.

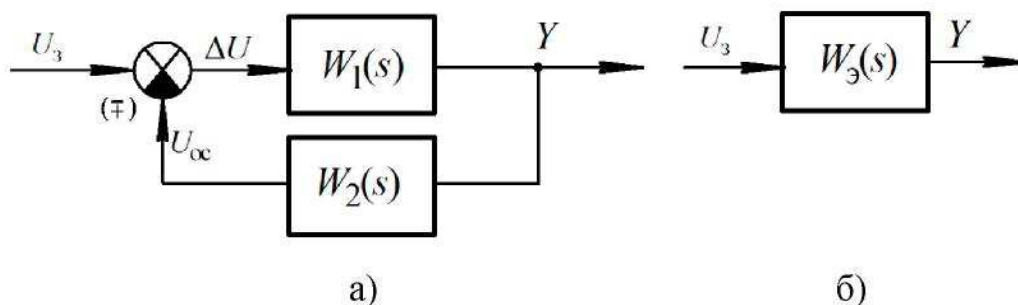


Рис. 2.20 – Структурна схема зустрічно-паралельного з'єднання ланок:

а) вихідна; б) еквівалентна

Запишемо рівняння ланок і рівняння замикання контуру:

$$\left. \begin{aligned} Y(s) &= W_1(s)\Delta U(s); \\ U_{oc}(s) &= W_2(s)Y(s); \\ \Delta U(s) &= U_3(s) \mp U_{oc}(s) \end{aligned} \right\}$$

Вирішивши цю систему відносно  $U_3(s)$  і  $Y(s)$ , одержимо:

$$Y(s) = W_1(s) [U_3(s) \mp U_{oc}(s)] = W_1(s) [U_3(s) \mp W_2(s)Y(s)] = W_1(s)U_3(s) \mp W_1(s)W_2(s)Y(s)$$

Останнє рівняння можна записати у вигляді

$$Y(s) [1 \pm W_1(s)W_2(s)] = W_1(s)U_3(s).$$

Звідси остаточно маємо:

$$W_3(s) = \frac{Y(s)}{U_3(s)} = \frac{W_1(s)}{1 \pm W_1(s)W_2(s)}. \quad (2.56)$$

Знак “+” в останній формулі ставиться у випадку негативного зворотного зв'язку, а “-” – позитивного.

Приклад 2.6. Знайдемо еквівалентну передаточну функцію системи, структурна схема якої показана на рис. 2.21.

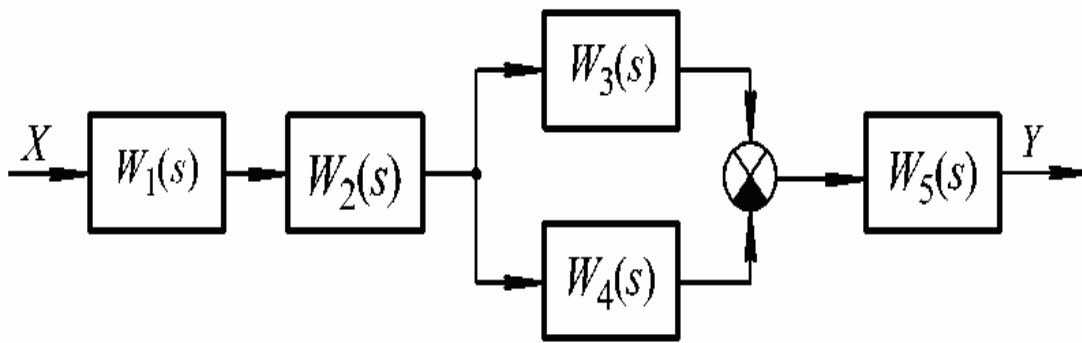


Рис. 2.21 – Структурна схема

Вирішення. Скориставшись формулами (2.55) і (2.54) для паралельних і послідовних з'єднань ланок, запишемо

$$W_{\text{э}}(s) = W_1(s)W_2(s) [W_3(s) - W_4(s)] W_5(s).$$

### 2.3.3 Додаткові правила перетворення структурних схем

У ряді випадків вихідна структура САК може бути такою, що застосування описаних вище основних правил структурних перетворень виявляється недостатнім для її спрощення. Такими системами є багатоконтурні системи, що містять перехресні зв'язки, наприклад, система вигляду, наведеного на рис. 2.22.

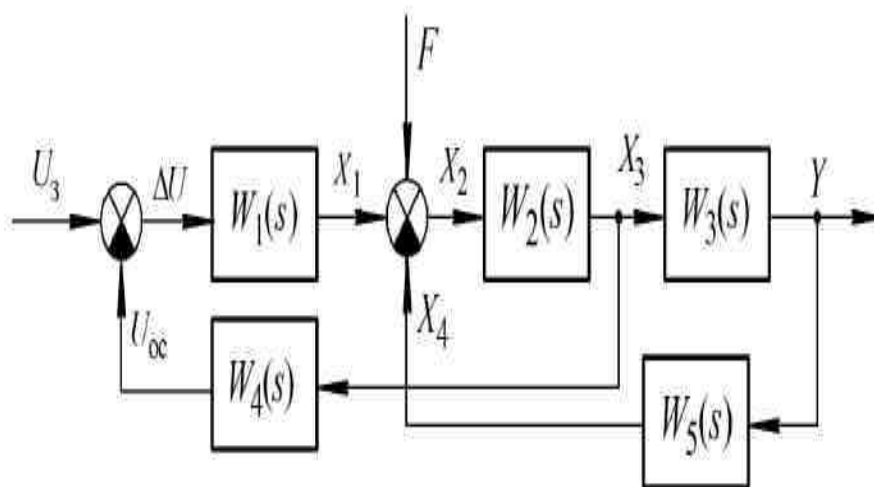


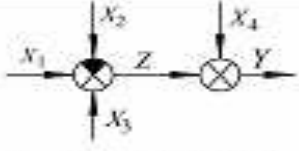
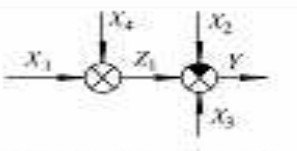
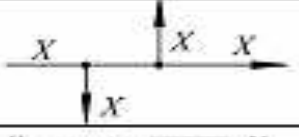
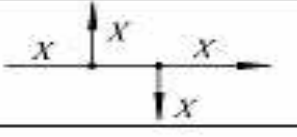
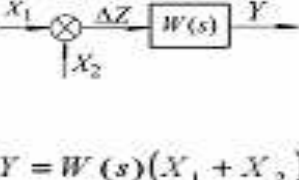
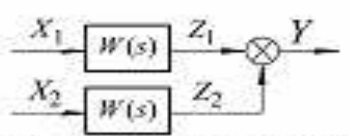
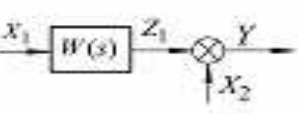
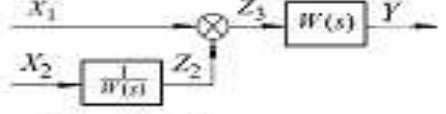
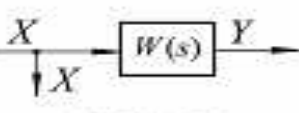
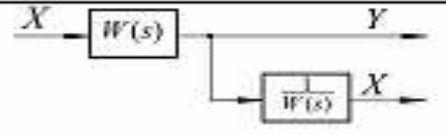
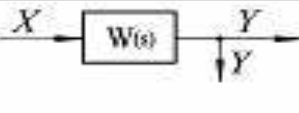
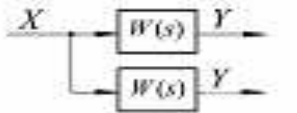
Рис. 2.22 – Структурна схема САК з перехресними зв'язками

Для перетворення такого роду схем використовують ряд додаткових правил, що ґрунтуються на принципі еквівалентності, відповідно до якого всі вхідні й вихідні сигнали кожної перетвореної ділянки схеми повинні залишатися незмінними.

Найпоширеніші з цих правил наведені в табл. 2.11, де всі змінні  $Z$  позначають сигнали, які з'явилися або зникли в результаті перетворень.

Таблиця 2.11

Правила перетворення структурних схем САК

Операція	Вихідна схема	Перетворена схема
Перестановка суматорів	 $Y = X_1 - X_2 + X_3 + X_4$	 $Y = X_1 + X_4 - X_2 + X_3$
Перестановка вузлів розгалуження сигналів		
Переміщення суматора через ланку вперед	 $Y = W(s)(X_1 + X_2)$	 $Y = W(s)X_1 + W(s)X_2 = W(s)(X_1 + X_2)$
Переміщення суматора через ланку назад	 $Y = W(s)X_1 + X_2$	 $Y = \left( X_1 + \frac{X_2}{W(s)} \right) W(s) = W(s)X_1 + X_2$
Переміщення вузла розгалуження через ланку вперед	 $Y = W(s)X$ $X = X$	 $X = X$ $Y = W(s)X$
Переміщення вузла розгалуження через ланку назад	 $Y = W(s)X$	 $Y = W(s)X$

### 2.3.4 Визначення передатних функцій замкнутої САК за її структурною схемою

Користуючись отриманими правилами структурних перетворень, довільні структурні схеми реальних замкнутих САК можна перетворити до одноконтурного вигляду, наведеного на рис. 2.23.

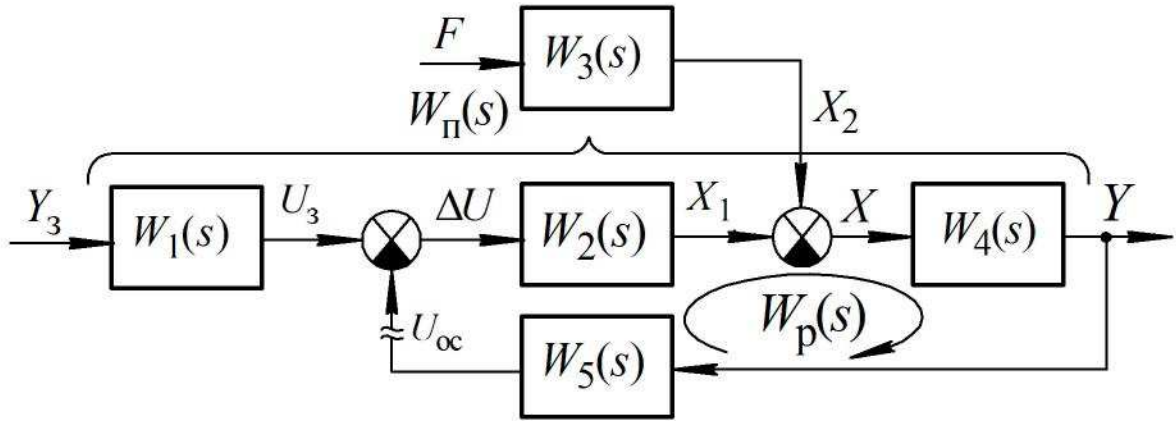


Рис. 2.23 – Узагальнена структура замкнутої САК

$Y_3(s)$  – задаючий вплив;  $Y(s)$  – керована величина;  $F(s)$  – збурюючий вплив;  
 $U_3(s)$  – сигнал задання;  $U_{oc}(s)$  – сигнал зворотного зв'язку;  
 $\Delta U(s)$  – сигнал неузгодженості;  $X_1(s)$ ,  $X_2(s)$ ,  $X(s)$ , – проміжні сигнали.

Установимо правила еквівалентної заміни наведеної узагальненої схеми більш простою структурою.

Відповідно до рисунка, керована величина залежить як від  $Y_3(s)$ , так і від  $F(s)$ . Визначимо цю залежність.

$$\Delta U(s) = U_3(s) - U_{oc}(s) = Y_3(s)W_1(s) - Y(s)W_5(s); \quad (2.57)$$

$$Y(s) = [\Delta U(s)W_2(s) + F(s)W_3(s)] \cdot W_4(s). \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= [(Y_3(s)W_1(s) - Y(s)W_5(s)) \cdot W_2(s) + F(s)W_3(s)] \cdot W_4(s) = \\ &= Y_3(s)W_1(s)W_2(s)W_4(s) - Y(s)W_2(s)W_4(s)W_5(s) + F(s)W_3(s)W_4(s). \end{aligned} \quad (2.59)$$

Перетворивши (2.59), одержимо:

$$Y(s) = Y_3(s) \frac{W_1(s)W_2(s)W_4(s)}{1+W_2(s)W_4(s)W_5(s)} + F(s) \frac{W_3(s)W_4(s)}{1+W_2(s)W_4(s)W_5(s)}, \quad (2.60)$$

або

$$Y(s) = Y_3(s) \frac{W_{\Pi}(s)}{1+W_p(s)} + F(s) \frac{W_3(s)W_4(s)}{1+W_p(s)}, \quad (2.61)$$

де  $W_{\Pi}(s) = W_1(s)W_2(s)W_4(s)$  – передаточна функція прямого ланцюга (еквівалентна передаточна функція між точкою дії задаючого впливу і керованою величиною при розімкненому контурі зворотного зв'язку);

$W_p(s) = W_2(s)W_4(s)W_5(s)$  – передаточна функція розімкнутого контуру, одержувана при уявному розмиканні контуру (найчастіше, на ділянці дії сигналу зворотного зв'язку) щодо точок розмикання, обчислена без урахування передатної функції елемента порівняння.

Рівняння (2.61) представимо у вигляді

$$Y(s) = Y_{Y_3}(s) + Y_F(s), \quad (2.62)$$

де  $Y_{Y_3}(s)$  – складова керованої величини, обумовлена дією задаючого впливу;

$Y_F(s)$  – складова керованої величини, обумовлена дією збурюючого впливу.

Позначимо:

$$\frac{Y_{Y_3}(s)}{Y_3(s)} = \frac{W_{\Pi}(s)}{1+W_p(s)} = W_{Y,Y_3}(s). \quad (2.63)$$

Величину  $W_{Y,Y_3}(s)$  називають передаточною функцією замкнутої системи за задаючим впливом.

Аналогічно отриману величину називають передаточною функцією замкнутої системи за збурюючим впливом.

$$\frac{Y_F(s)}{F(s)} = \frac{W_3(s)W_4(s)}{1+W_p(s)} = W_{Y,F}(s). \quad (2.64)$$

З урахуванням (2.63) і (2.64) рівняння (2.61) набуде вигляду

$$Y(s) = Y_3(s)W_{Y,Y_3}(s) + F(s)W_{Y,F}(s).$$

Отже вихідна структурна схема може бути представлена в наступному еквівалентному вигляді:

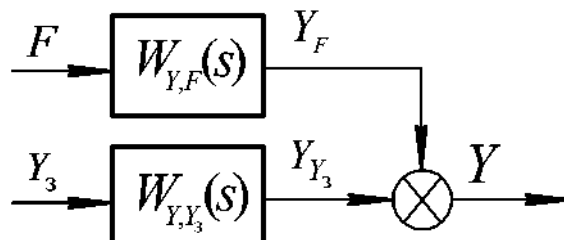


Рис. 2.24 – Еквівалентна структура замкнутої САК

Передаточні функції (2.63) і (2.64) є основними передаточними функціями САК, тому що вони встановлюють зв'язок керованої величини із вхідними впливами. Якщо ж у процесі розрахунку потрібне визначення передаточної функції замкнутої системи між довільними величинами, то слід застосовувати наступне загальне правило: передаточна функція між будь-якими величинами схеми дорівнює дробу, в якому чисельник є добутком передаточних функцій ланок, включених між точками дії вхідної і вихідної величин, а знаменник – збільшеній на одиницю передаточній функції розімкнутого контуру.

Крім функцій (2.63) і (2.64) до основних передаточних функцій замкнутих САК відносять також функції, що встановлюють зв'язок сигналу неузго-дженості  $DU(s)$  з вхідними впливами. Застосувавши загальне правило, одержимо:

- для передаточної функції за сигналом похибки, викликаним задаючим впливом;
- для передаточної функції за сигналом похибки, викликаним збурюючим впливом.

$$W_{\Delta U, Y_3}(s) = \frac{\Delta U(s)}{Y_p(s)} = \frac{W_1(s)}{1 + W_p(s)}; \quad (2.65)$$

$$W_{\Delta U, F}(s) = \frac{\Delta U(s)}{F(s)} = \frac{W_3(s)W_4(s)W_5(s)}{1 + W_p(s)}. \quad (2.66)$$

Приклад 2.7. Перетворити до одноконтурного вигляду і визначити основні передаточні функції САК, наведеної на рис. 2.25.

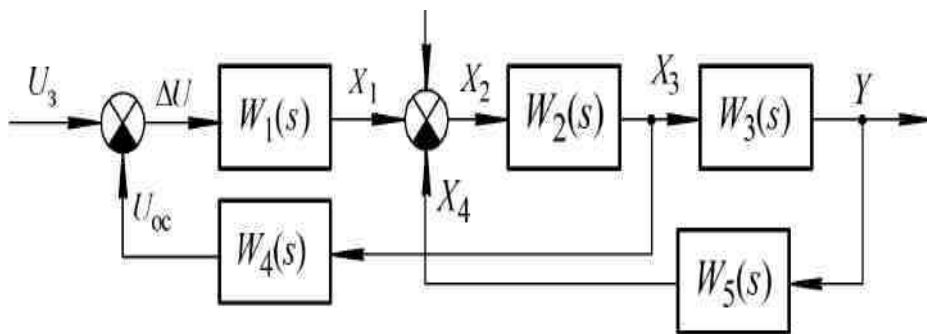


Рис. 2.25 – Вихідна структура САК

Вирішення

Перенесемо вузол розгалуження сигналу  $X_3$  через ланку  $W_3(s)$  вперед і поміняємо його місцем з вузлом розгалуження сигналу  $Y$  див. рис. 2.26.

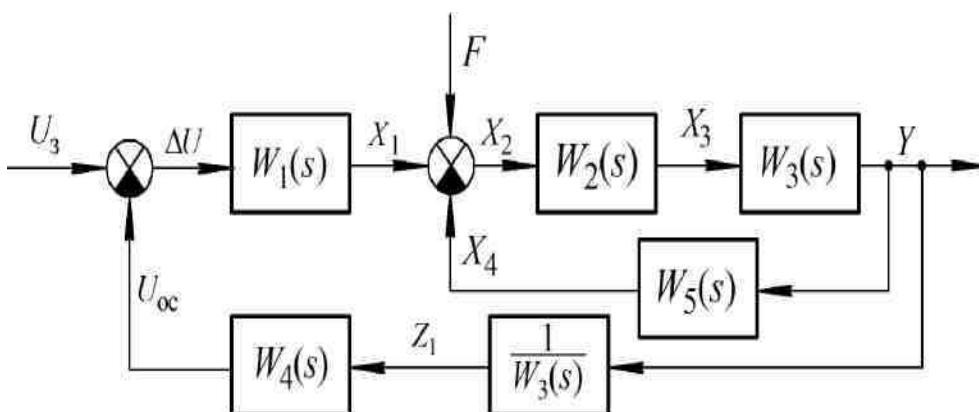


Рис. 2.26



Замінімо другий блок порівняння на еквівалентне з'єднання двох більш простих аналогічних блоків див. рис. 2.27.

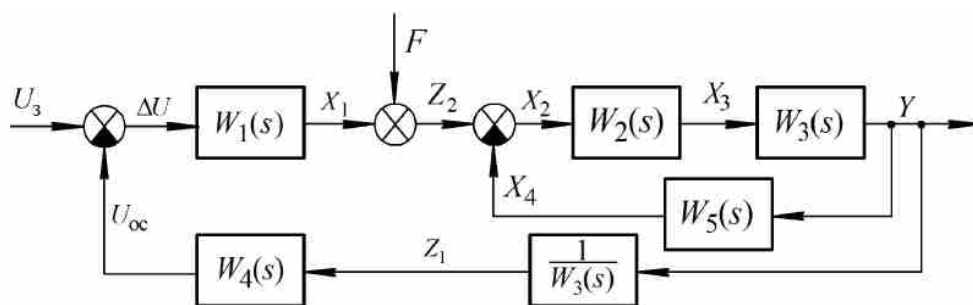


Рис. 2.27

Тоді еквівалентна одноконтурна структура САУ може бути подана у вигляді, наведеному на рис. 2.28.

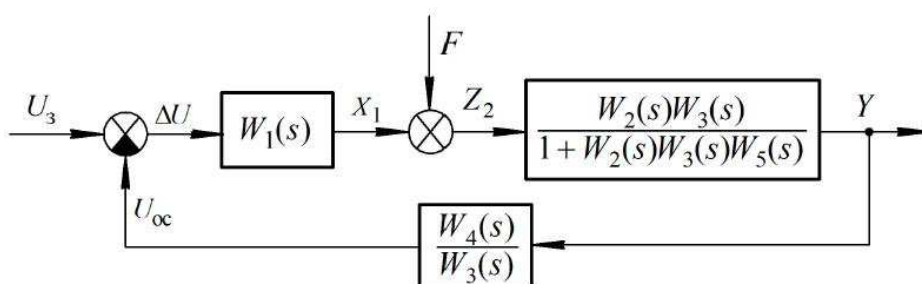


Рис. 2.28 – Еквівалентна одноконтурна структура САК

Передаточні функції системи мають вигляд

$$W_{Y,U_3}(s) = \frac{\frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)}{1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)}}{1 + \frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)W_4(s)}{[1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)] \cdot W_3(s)}} = \frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)}{1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)+W_1(s)W_2(s)W_4(s)};$$

$$W_{Y,F}(s) = \frac{\frac{W_2(s)W_3(s)}{1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)}}{1 + \frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)W_4(s)}{[1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)] \cdot W_3(s)}} = \frac{W_2(s)W_3(s)}{1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)+W_1(s)W_2(s)W_4(s)};$$

$$W_{\Delta U,U_3}(s) = \frac{1}{1 + \frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)W_4(s)}{[1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)] \cdot W_3(s)}} = \frac{1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)}{1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)+W_1(s)W_2(s)W_4(s)};$$

$$W_{\Delta U,F}(s) = \frac{\frac{W_2(s)W_3(s)W_4(s)}{[1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)] \cdot W_3(s)}}{1 + \frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)W_4(s)}{[1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)] \cdot W_3(s)}} = \frac{W_2(s)W_4(s)}{1+W_2(s)W_3(s)W_5(s)+W_1(s)W_2(s)W_4(s)}.$$

Відмітимо, що варіантів перетворення структурних схем завжди існує декілька. У нашому випадку, наприклад, можна спочатку перенести перший блок підсумовування через ланку  $W_1(s)$ , а потім блоки підсумовування поміняти місцями.

Приклад 2.8. Нехай структурна схема САК має вигляд, наведений на рис. 2.29

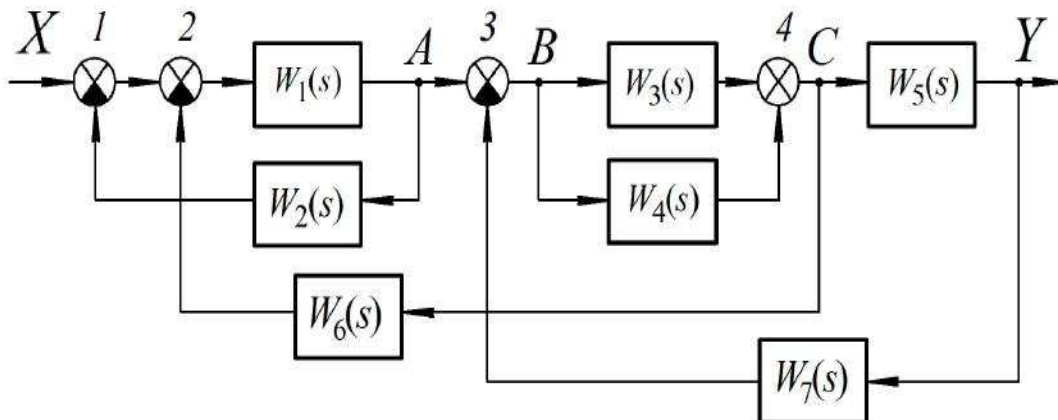


Рис. 2.29 – Вихідна структура САК

Знайдемо передаточну функцію замкнутої системи за задаючим впливом.

Вирішення

Застосувавши правило перестановки суматорів 1 і 2 і перенісши вузол D з виходу на вхід п'ятої ланки  $W_5(s)$ , а потім переставивши його з вузлом C, одержимо структурну схему без перехресних зв'язків.

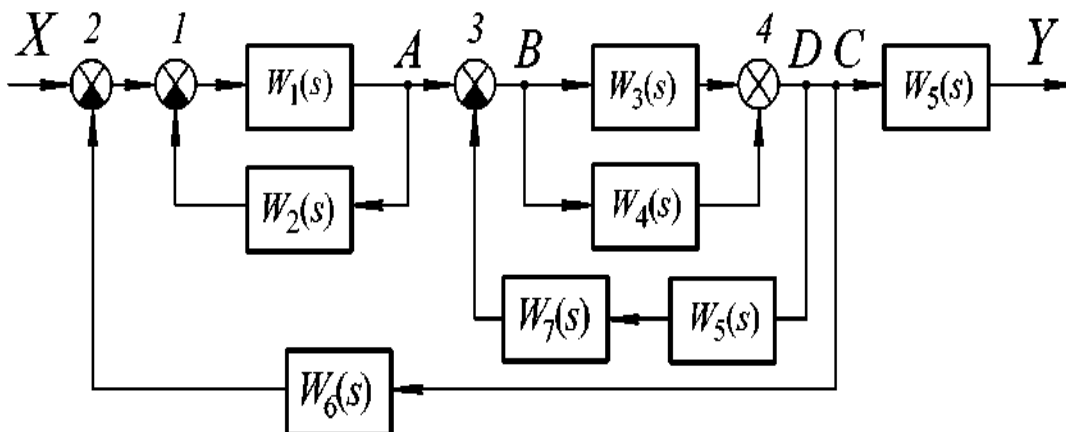


Рис. 2.23 – Еквівалентна структура САК

Скориставшись формулами (2.54) – (2.56) для перетвореної схеми  
можемо послідовно записати:

$$W_{12}(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)};$$

$$W_{34}(s) = W_3(s) + W_4(s);$$

$$W_{3457}(s) = \frac{W_{34}(s)}{1 + W_{34}(s)W_5(s)W_7(s)};$$

$$W_{xy}(s) = \frac{W_{12}(s)W_{3457}(s)}{1 + W_{12}(s)W_{3457}(s)W_6(s)} W_5(s).$$

### 3. ХАРАКТЕРИСТИКИ САК

#### 3.1 Часові характеристики

Диференціальні рівняння незалежно від форми подання є самою загальною формою опису САК і не дають наочного зображення її властивостей. Більш наочно характеризують ці властивості функції  $y(t)$ , що є рішеннями диференціальних рівнянь.

Відомо, що те саме диференціальне рівняння має безліч рішень, конкретний вигляд яких залежить від початкових умов і від характеру функції  $x(t)$ . Тому в ТАК властивості систем і їхніх елементів характеризують рішеннями, що відповідають нульовим початковим умовам і одному з типових впливів на вході, що називаються часовими характеристиками.

Найбільш широке використання при описі динамічних властивостей одержала перехідна функція  $h(t)$ . Перехідною функцією називають функцію, що описує зміну вихідної величини, що виникає після подачі на вхід одиничного східчастого впливу  $l(t)$  при нульових початкових умовах. Графік перехідної функції називається перехідною характеристикою.

Другою часовою характеристикою є імпульсна перехідна функція  $w(t)$ . Під цією функцією мають на увазі функцію, що описує зміну вихідної величини, яка виникає після подачі на вхід дельта-функції при нульових початкових умовах. Графік  $w(t)$  називають імпульсною перехідною характеристикою.

З попереднього викладу виходить, що лінійні САК описуються диференціальними рівняннями вигляду

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 x^{(m)}(t) + \dots + b_m x(t), \quad (3.1)$$

де  $x(t)$  і  $y(t)$  – відповідно вхідна і вихідна величини;  $a_i, b_j$  – коефіцієнти;  $n$  – порядок рівняння.

З курсу вищої математики відомо, що інтегрування рівняння (3.1) зводиться до знаходження суми загального рішення однорідного рівняння без правої частини  $y_c(t)$  і якого-небудь часткового рішення неоднорідного рівняння  $y_b(t)$ , тобто

$$y(t) = y_c(t) + y_b(t). \quad (3.2)$$

Зміна вихідної величини, обумовлена складовою  $y_c(t)$ , називається вільним рухом, тому що залежить тільки від вигляду лівої частини рівняння (3.1), тобто від внутрішніх властивостей самого об'єкту. Складова  $y_b(t)$ , навпаки, залежить від характеру вхідного впливу, тому відповідна зміна називається змушеним рухом.

Складову  $y_c(t)$  шукаємо у вигляді:

$$y_c(t) = e^{pt}, \quad (3.3)$$

де  $p$  – деяке раціональне число.

Підставивши (3.3) у рівняння (3.1) при нульовій правій частині, одержимо:

$$a_0 p^n e^{pt} + a_1 p^{n-1} e^{pt} + \dots + a_n e^{pt} = 0,$$

або

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (3.4)$$

Останнє рівняння називається характеристичним. Таким чином, вираз (3.3) є рішенням вхідного рівняння за умови, що  $p$  є коренем рівняння (3.4). Оскільки це рівняння має  $n$  коренів, маємо і  $n$  лінійно незалежних рішень  $y_i(t)$ . Скористаємося відомою теоремою математики, що зтверджує,

що коли  $n$  лінійно незалежних функцій  $y_i(t)$  є рішеннями однорідного рівняння, то загальне рішення цього рівняння визначається виразом де  $C_i$  – довільні постійні інтегрування.

$$y_c(t) = \sum_{i=1}^n C_i y_i(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t}, \quad (3.5)$$

Відмітимо, що вираз (3.5) справедливий тільки у випадку, якщо всі корені  $p_i$  є простими. Якщо ж який-небудь корінь  $p_j$  має кратність  $r$ , то в (3.5) замість  $r$  доданків вигляду (3.3) треба включити складову вигляду

$$y_j(t) = (C_j + C_{j+1}t + C_{j+2}t^2 + \dots + C_{j+r-1}t^{r-1})e^{p_j t}. \quad (3.6)$$

Часткове рішення  $y_b(t)$  звичайне шукається в тому ж вигляді, в якому задана права частина, тобто залежно від вигляду функції  $x(t)$ .

Розглянемо приклад. Приклад 3.1. САК описується диференціальним рівнянням першого порядку

$$T y'(t) + y(t) = kx(t),$$

де  $T = 0,5$ с,  $k = 4$ .

Визначити часові характеристики  $h(t)$  і  $w(t)$ .

Вирішення

Спочатку знайдемо  $h(t)$ .

Маємо характеристичне рівняння:

$$T p + 1 = 0.$$

Його єдиний корінь  $p = -1/T$ . Отже

$$h(t) = C_1 e^{\left(-1/T\right)t} + k.$$

Змушену складову  $h_b(t)$  шукатимемо у вигляді  $h_b(t) = C_2$ . Підставивши це рішення у вихідне рівняння, одержимо  $C_2 = -k$ . Тоді використаємо початкову умову  $h(0) = 0$ .

Для цього запишемо рівняння:

$$h(0) = 0 = C_1 + k.$$

Звідки  $C_1 = -k$

Остаточно одержимо:

$$h(t) = k \left[ 1 - e^{(-1/T)t} \right] = 4 \left[ 1 - e^{-2t} \right].$$

Графік отриманого рішення представлений на рис. 3.1

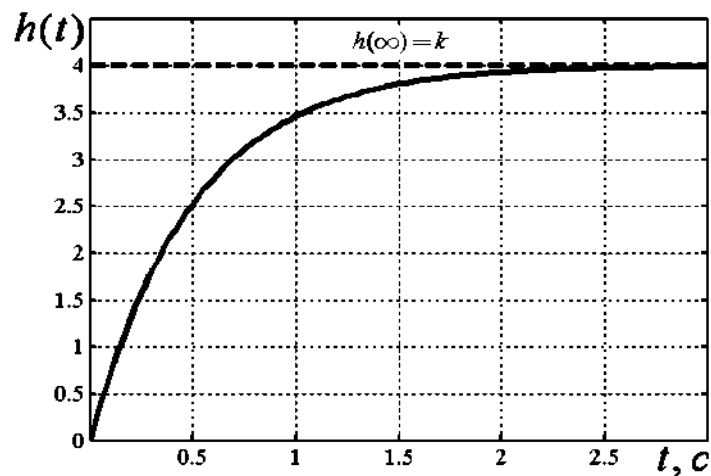


Рис. 3.1 – Характеристика  $h(t)$

Для визначення  $w(t)$  вихідне рівняння перетворимо до вигляду

$$w' = \frac{k}{T} \delta(t) - \frac{w}{T}$$

і проінтегруємо отриманий вираз

$$w = \frac{k}{T} \int_0^t \delta(t) dt - \frac{1}{T} \int_0^t w(t) dt = \frac{k}{T} 1(t) - \frac{1}{T} \int_0^t w(t) dt$$

або

$$w + \frac{1}{T} \int_0^t w(t) dt = \frac{k}{T} 1(t).$$

$$\int_0^t w(t) dt = z$$

Тоді

$$w = z \quad \text{і} \quad z' + \frac{1}{T} z = \frac{k}{T} 1(t)$$

Введемо позначення

$$Tz' + z = k1(t).$$

Останнє рівняння ідентичне вихідному за умови, що  $x(t) = 1(t)$ . Отже:

$$z(t) = k \left[ 1 - e^{(-1/T)t} \right] = h(t).$$

Остаточно одержуємо:

$$w(t) = z'(t) = h'(t) = \frac{k}{T} e^{(-1/T)t} = \frac{4}{0,5} e^{-2t} = 8e^{-2t}.$$

Таким чином

$$w(t) = h(t)$$

Графік отриманого рішення поданий на рис. 3.2.

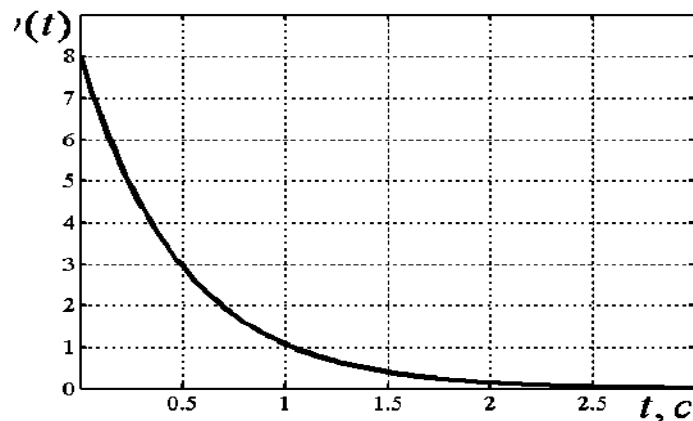


Рис. 3.2 – Характеристика  $w(t)$

На рис. 3.3, а для умов прикладу 3.1 зображена реакція системи при подачі на вхід лінійного сигналу  $x(t) = 2t$ , а на рис. 3.3б – гармонійного сигналу.

$$x(t) = A \sin(\omega t + j) \text{ при } A = 2, \omega = 15c^{-1}, j = 12,5.$$



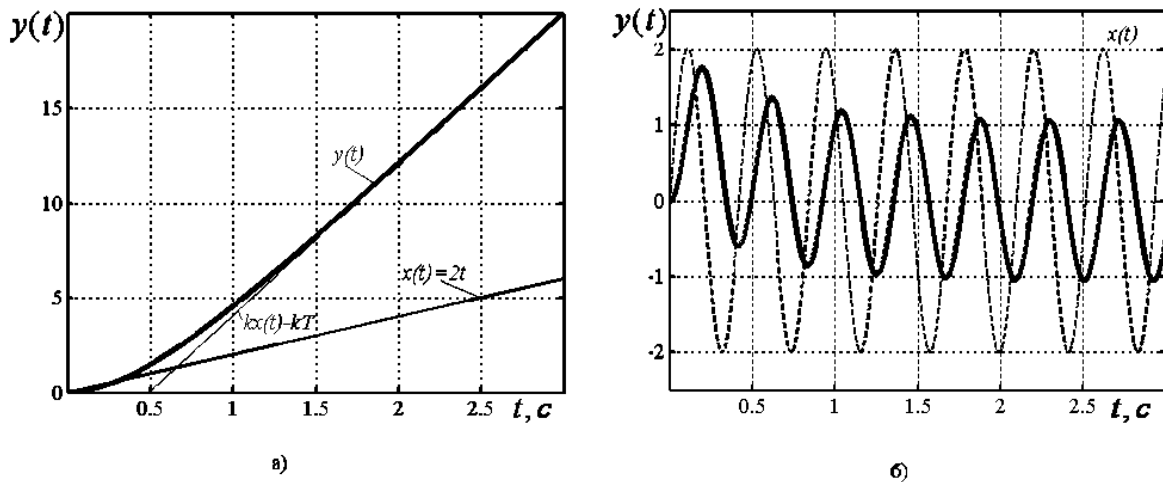


Рис. 3.3 – Реакція системи при подачі на вхід інших типових сигналів

Застосування перетворення Лапласа значно спрощує визначення тимчасових характеристик.

Хід вирішення при цьому наступний:

1. Перетворимо вихідне рівняння (3.1) за Лапласом при нульових початкових умовах:

$$a_0 s^n Y(s) + a_1 s^{n-1} Y(s) + \dots + a_n Y(s) = b_0 s^m X(s) + b_1 s^{m-1} X(s) + \dots + b_m X(s). \quad (3.7)$$

2. Вирішимо алгебраїчне рівняння (3.7) відносно  $Y(s)$  при заданому  $X(s)$ :

$$Y(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} X(s) = \frac{B(s)}{A(s)} X(s). \quad (3.8)$$

3. Визначимо оригінал вирішення  $y(t)$ .

У загальному випадку для знаходження  $y(t)$  використовують зворотне перетворення Лапласа ( $L^{-1}$  – перетворення), обумовлене формулою Рімана-Мелліна:

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} F(s) e^{st} ds, \quad (3.9)$$

де  $\alpha = \text{Re } s > c_0$  може бути будь-яким постійним числом  $> c_0$ .

Більш простим методом є використання довідкових таблиць, в яких наводяться зображення  $F(s)$  і відповідні їм оригінали  $y(t)$ .

Більш простим методом є використання довідкових таблиць, в яких наводяться зображення  $F(s)$  і відповідні їм оригінали  $y(t)$ .

$$F(s) = \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{c_0 s^l + c_1 s^{l-1} + \dots + c_{l-1} s + c_l}{d_0 s^r + d_1 s^{r-1} + \dots + d_{r-1} s + d_r}$$

У разі, якщо зображення є дрібно-раціональною функцією, тобто причому  $l < r$ , а коефіцієнти  $c_i, d_j$  – дійсні числа, застосовується формула розкладання Хевісайда:

$$f(t) = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{(k_i - 1)!} \lim_{s \rightarrow s_j} \frac{d^{k_j - 1}}{ds^{k_j - 1}} \left[ F(s) (s - s_j)^{k_j} e^{st} \right] \right\}, \quad (3.10)$$

де  $s_j$  – корінь рівняння  $D(s) = 0$ ;  $N$  – число різних корінь;  $k_j$  – кратність  $j$  – го кореня.

Диференціальні рівняння реальних САК звичайно мають прості корені  $s_j$  і отже для них  $k_j = 1$ . Тоді вираз (3.10) з урахуванням співвідношення

$$d_0 (s_j - s_1)(s_j - s_2) \dots (s_j - s_{j-1})(s_j - s_{j+1}) \dots (s_j - s_r) = \frac{dD(s)}{ds} \Big|_{s=s_j} = D'(s_j)$$

матиме більш простий вигляд :

$$f(t) = \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{C(s_j)}{D'(s_j)} e^{s_j t} \right\} \quad (3.11)$$

Якщо поліном  $D(s)$  має  $q_1$  кратних і  $q_2$  простих коренів, то (3.11) записується у вигляді

$$f(t) = \sum_{j=1}^{q_1} \left\{ \frac{1}{(k_j - 1)!} \lim_{s \rightarrow s_j} \frac{d^{k_j - 1}}{ds^{k_j - 1}} \left[ F(s) (s - s_j)^{k_j} e^{st} \right] \right\} + \sum_{j=q_1+1}^{q_1+q_2} \left\{ \frac{C(s_j)}{D'(s_j)} e^{s_j t} \right\} \quad (3.12)$$

Оскільки визначення часових характеристик САК проводиться при типових впливах, наведемо зображення цих впливів

Найменування впливу	Оригінал	Зображення
Східчаста функція	$a \times 1(t)$	$\frac{a}{s}$
Функція-дельта-функція	$d(t)$	1

Розглянемо приклади.

Приклад 3.2. Визначити часові характеристики  $h(t)$  і  $w(t)$  для САК з прикладу 3.1 операторним методом. Вирішення.

Визначимо  $h(t)$ . Для цього перетворимо за Лапласом вихідне рівняння з урахуванням того, що  $x(t) = 1(t)$ :

$$TsH(s) + H(s) = \frac{k}{s}.$$

Звідки

$$H(s) = \frac{k}{s(Ts+1)} = \frac{k}{Ts^2 + s}.$$

Отриманий вираз є дрібно-раціональною функцією, до якої можна

$$C(s) = k; \quad D(s) = Ts^2 + s;$$

застосувати формулу розкладання Хевісайда. Тоді:

$$D'(s) = 2Ts + 1$$

Рівняння  $D(s) = Ts^2 + s = 0$  має два корені:  $s_1 = 0$  і  $s_2 = -1/T$ . Скориставшись формулою (3.11), остаточно одержимо:

$$h(t) = \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{C(s_j)}{D'(s_j)} e^{s_j t} \right\} = \frac{k}{1} e^{0t} - \frac{k}{1} e^{(-1/T)t} = k \left\{ -e^{(-1/T)t} \right\}$$

Аналогічно визначимо  $w(t)$  з огляду на те, що  $x(t) = d(t)$ . Маємо:

$$TsW(s) + W(s) = k; \quad W(s) = \frac{k}{Ts+1}; \quad C(s) = k; \quad D(s) = Ts+1; \quad D'(s) = T; \quad s_1 = -1/T$$

Скориставшись формулою (3.11), остаточно одержимо:

$$w(t) = \sum_{j=1}^1 \left\{ \frac{C(s_j)}{D'(s_j)} e^{s_j t} \right\} = \frac{k}{T} e^{(-1/T)t}$$

Приклад 3.3. Рівняння САК має вигляд

$$T^2 y''(t) + 2\xi T y'(t) + y(t) = k \cdot x(t)$$

Визначимо часову характеристику  $h(t)$  при  $T = 0,3$ ;  $x = 0,5$ ;  $k = 10$ .

Вирішення

Перетворимо вихідне рівняння за Лапасом при нульових початкових умовах:

$$(0,09s^2 + 0,3s + 1)H(s) = \frac{10}{s}$$

Звідки

$$H(s) = \frac{10}{s(0,09s^2 + 0,3s + 1)} = \frac{10}{0,09s^3 + 0,3s^2 + s}$$

Використаємо формулу розкладання Хевісайда.

Маємо:  $C(s) = 10$

$$D(s) = 0,09s^3 + 0,3s^2 + s; \quad D'(s) = 0,27s^2 + 0,6s + 1$$

Рівняння

$$D(s) = 0,09s^3 + 0,3s^2 + s = 0$$

має три корені:  $s_1 = 0$

$$s_2 = -1,667 + j2,887$$

$$s_3 = -1,667 - j2,887$$

Скориставшись формулою (3.11), остаточно одержимо:

$$\begin{aligned}
 h(t) &= \sum_{j=1}^3 \left\{ \frac{C(s_j)}{D'(s_j)} e^{s_j t} \right\} = \frac{10}{1} e^{0t} + \\
 &+ \frac{10}{0,27(-1,667 + j2,887)^2 + 0,6(-1,667 + j2,887) + 1} e^{(-1,667 + j2,887)t} + \\
 &+ \frac{10}{0,27(-1,667 - j2,887)^2 + 0,6(-1,667 - j2,887) + 1} e^{(-1,667 - j2,887)t} = \\
 &= 10 + \frac{10}{-1,5 - j0,866} e^{(-1,667 + j2,887)t} + \frac{10}{-1,5 + j0,866} e^{(-1,667 - j2,887)t} = \\
 &= 10 + e^{-1,667t} \left\{ (-5 + j2,887) e^{j2,887t} + (-5 - j2,887) e^{-j2,887t} \right\} = \\
 &= 10 + e^{-1,667t} \left\{ \begin{aligned} &(-5 + j2,887) [\cos(2,887t) + j \sin(2,887t)] + \\ &(-5 - j2,887) [\cos(2,887t) - j \sin(2,887t)] \end{aligned} \right\} = \\
 &= 10 - e^{-1,667t} [10 \cos(2,887t) + 5,774 \sin(2,887t)]
 \end{aligned}$$

Введемо позначення:  $10 = A \sin j_0$ ;  $5,774 = A \cos j_0$ .

Вирішивши отримані рівняння, одержимо:

$$\varphi_0 = \arctg(10/5,774) = 1,047 \text{ радій;}$$

$$A = 10 / \sin(\varphi_0) = 10 / \sin(1,047) = 11,547.$$

Тоді

$$\begin{aligned}
 h(t) &= 10 - e^{-1,667t} [A \sin j_0 \cos(2,887t) + 5,774 \sin(2,887t)] = \\
 &= 10 - A e^{-1,667t} \sin(2,887t + j_0) = 10 - 11,547 e^{-1,667t} \sin(2,887t + 1,047).
 \end{aligned}$$

Графік характеристики  $h(t)$  наведений на рис. 3.4

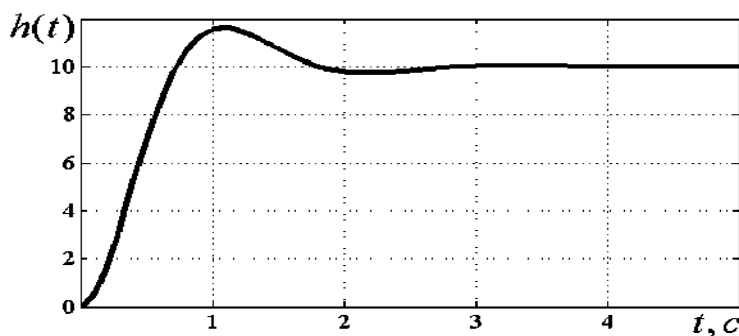


Рис. 3.4 – Характеристика  $h(t)$

### 3.2 Частотні характеристики

Частотні характеристики описують передаточні властивості САК в режимі сталих гармонійних коливань, викликаних зовнішнім гармонійним впливом. Ці характеристики широко використовують в ТАК, тому що реальні зовнішні впливи можуть бути представлені у вигляді суми гармонійних сигналів. Вони визначаються змущеною складовою рішення диференціального рівняння при подачі на вхід впливу:

$$x(t) = a \sin(\omega t). \quad (3.13)$$

Представимо вплив (3.13) за допомогою формули Ейлера у вигляді суми двох експонентних впливів:

$$x(t) = a \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} = x_1(t) + x_2(t), \quad (3.14)$$

де

$$x_1(t) = \frac{a}{2j} e^{j\omega t}, \quad (3.15)$$

і

$$x_2(t) = -\frac{a}{2j} e^{j\omega t}. \quad (3.16)$$

Вирішимо (3.1), підставивши в праву частину вираз (3.14). При цьому будемо шукати тільки змущену складову рішення  $y_B(t)$ .

Використовуючи принцип суперпозиції, рішення  $y_B(t)$  можна подати у вигляді двох складових

$$y_B(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$x(t) = x_1(t), \text{ а } y_2(t) \text{ при } x(t) = x_2(t)$$

Будемо шукати  $y_1(t)$  у вигляді:

$$Y(j\omega) \frac{a}{2j} e^{j\omega t} \left[ \frac{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n}{A(j\omega)} \right] =$$

$$= \frac{a}{2j} e^{j\omega t} \left[ \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{B(j\omega)} \right]$$

З останнього виразу маємо:

$$Y(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)} = W(j\omega). \quad (3.18)$$

$W(j\omega)$  називають частотною передаточною функцією. Зрівнявши (3.18) з виразом для передаточної функції  $W(s)$ , можна зробити висновок про те, що  $W(j\omega)$  є частковим випадком  $W(s)$  при  $s = j\omega$ .

Скориставшись прямим перетворенням Фур'є можна зробити наступне визначення: частотною передаточною функцією називається відношення вихідної величини до вхідної, перетворених за Фур'є при нульових початкових умовах.

$$\Phi\{f(t)\} = F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt,$$

$W(j\omega)$ , як і будь-яка функція комплексної змінної, може бути представлена в алгебраїчній і показовій формах.

Алгебраїчна форма:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (3.19)$$

де  $P(\omega)$  і  $Q(\omega)$  – речовинна і мніма частини відповідно.

Показова форма:

$$W(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (3.20)$$

де  $A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$  – модуль, а  $\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$  – аргумент.

Підставивши (3.20) в (3.17), одержимо:

$$y_1(t) = W(j\omega) \frac{a}{2j} e^{j\omega t} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \frac{a}{2j} e^{j\omega t} = A(\omega) \frac{a}{2j} e^{j[\omega t + \varphi(\omega)]} \quad (3.21)$$

Аналогічно одержимо складову  $y_2(t)$

$$y_2(t) = A(\omega) \frac{a}{2j} e^{-j[\omega t + \varphi(\omega)]} \quad (3.22)$$

Склавши (3.21) і (3.22) остаточно маємо:

$$y_B(t) = A(\omega) \frac{a}{2j} \left[ e^{j[\omega t + \varphi(\omega)]} - e^{-j[\omega t + \varphi(\omega)]} \right] = A(\omega) \cdot a \cdot \sin[\omega t + \varphi(\omega)] \quad (3.23)$$

Таким чином, при гармонійному впливі на вході вихідна величина після закінчення перехідного процесу ( $y_c(t) = 0$ ) також змінюється за гармонійним законом, але з іншою амплітудою і фазою. При цьому відношення амплітуд вихідної і вхідної величин дорівнює модулю, а зміщення фаз – аргументу  $W(j\omega)$ . Крива, що описує кінець вектора частотної передатної функції на комплексній площині при зміні частоти від 0 до  $\infty$ , називається амплітудно-фазовою частотною характеристикою (АФЧХ).

Крім АФЧХ, що є самою загальною частотною характеристикою, розрізняють наступні види частотних характеристик:

- амплітудна частотна характеристика (АЧХ) – графік функції  $A(\omega) = |W(j\omega)|$ ;
- фазова частотна характеристика (ФЧХ) – графік функції  $\varphi(\omega) = \text{Arg}W(j\omega)$ ;
- речовинна частотна характеристика – графік функції  $P(\omega) = \text{Re}W(j\omega)$ ;
- мніма частотна характеристика;
- графік функції  $Q(\omega) = \text{Im}W(j\omega)$ .

З порівняння (3.23) і (3.13) випливає важлива властивість частотних характеристик – можливість їхнього експериментального визначення на реальному об'єкті.

Приклад 3.4. Визначити частотні характеристики для умов прикладу 3.3.



Вирішення

Перетворимо вихідне рівняння за Лапласом при нульових початкових

$$(0,09s^2 + 0,3s + 1)Y(s) = 10X(s).$$

Звідси можна одержати вираз для передаточної функції:

$$W(s) = \frac{10}{0,09s^2 + 0,3s + 1}.$$

Зробивши заміну  $s = j\omega$ , маємо:

$$W(j\omega) = \frac{10}{-0,09\omega^2 + 0,3j\omega + 1} = \frac{10}{1 - 0,09\omega^2 + j0,3\omega}.$$

Одержимо алгебраїчну форму подання  $W(j\omega)$ :

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{10}{-0,09\omega^2 + 0,3j\omega} = \left| \begin{array}{l} \text{помножимо й розділимо} \\ \text{на комплексно спряжене число} \end{array} \right| = \\ &= \frac{10}{1 - 0,09\omega^2 + j0,3\omega} \cdot \frac{1 - 0,09\omega^2 - j0,3\omega}{1 - 0,09\omega^2 - j0,3\omega} = \\ &= \frac{10(1 - 0,09\omega^2)}{[1 - 0,09\omega^2]^2 + (0,3\omega)^2} + j \frac{-3\omega}{[1 - 0,09\omega^2]^2 + (0,3\omega)^2} \end{aligned}$$

Звідси

$$P(\omega) = \frac{10(1 - 0,09\omega^2)}{[1 - 0,09\omega^2]^2 + 0,09\omega^2};$$

$$Q(\omega) = -\frac{3\omega}{[1 - 0,09\omega^2]^2 + 0,09\omega^2};$$

$$A(\omega) = \frac{\sqrt{[10(1-0,09\omega^2)]^2 + 9\omega^2}}{\sqrt{\{[1-0,09\omega^2]^2 + 0,09\omega^2\}^2}} = \frac{\sqrt{100\{[(1-0,09\omega^2)]^2 + 0,09\omega^2\}}}{\sqrt{\{[1-0,09\omega^2]^2 + 0,09\omega^2\}^2}} =$$

$$= \frac{10}{\sqrt{[1-0,09\omega^2]^2 + 0,09\omega^2}};$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \operatorname{arctg} -\frac{3\omega}{10(1-0,09\omega^2)} = \left. \begin{array}{l} \text{функція} \\ \text{непарна} \end{array} \right| = -\operatorname{arctg} \frac{3\omega}{10(1-0,09\omega^2)}.$$

Відповідні графіки подані на рис. 3.5.

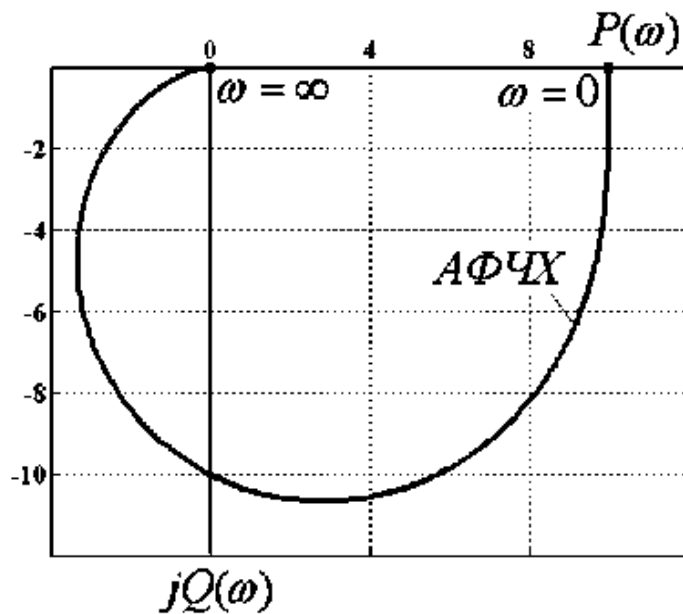


Рис. 3.5 – Частотні характеристики

### 3.2.1 Логарифмічні частотні характеристики

Дослідження частотних властивостей САК значно спрощується, якщо використати частотні характеристики, побудовані в логарифмічному масштабі. Такі характеристики називаються логарифмічними частотними характеристиками (ЛЧХ).

З'ясуємо, що вони собою представляють. Для цього прологарифмуємо  $W(j\omega)$ , виражену в показовій формі:

$$\lg W(j\omega) = \lg A(\omega) + jj(\omega) \lg e.$$

В отриманому виразі величина  $\lg A(\omega)$  характеризує зміну системою амплітуд гармонійних коливань. За одиницю виміру цієї зміни прийнята величина 1 Бел, рівна посиленню сигналу за потужністю в 10 разів. Оскільки потужність гармонійного сигналу пропорційна квадрату його амплітуди, то при використанні цієї одиниці для виміру відношення амплітуд перед логарифмом  $\lg A(\omega)$  необхідно додати множник 2. Наприклад, якщо на деякій частоті  $A(\omega) = 100$ , то це означає, що потужності вхідного і вихідного сигналів відрізняються в  $100^2$  раз, тобто на  $2\lg 100 = 4$  Бел. У ТАУ використовують одиницю в 10 раз менше – 1 дБел. Тоді перед логарифмом  $\lg A(\omega)$  необхідно додавати коефіцієнт 20, тобто  $20\lg A(\omega)$ .

Графік залежності  $L(\omega) = 20\lg A(\omega)$ , побудований у логарифмічному масштабі частот, називається логарифмічною амплітудною частотною характеристикою (ЛАЧХ).

За одиницю виміру по осі частот приймають декаду – інтервал, на якому частота збільшується в 10 раз. Застосовується також розподіл осі  $\omega$  на октави – 1 октава відповідає подвоєнню частоти.

$$\text{Тоді } 1 \text{ окт} = \lg(2\omega_1/\omega_1) = \lg 2 = 0,301 \text{ дек}.$$

Відзначимо, що для зручності користування логарифмічним масштабом на оцінці, що відповідає значенню  $\lg w$ , звичайно пишуть саме значення  $w$ .

Логарифмування осі частот дозволяє стиснути зображення в області частот  $\omega > 1 \text{ c}^{-1}$  і розтягти його в області  $\omega < 1 \text{ c}^{-1}$ . При цьому точці  $\omega = 0 \text{ c}^{-1}$  відповідає значення  $\lg \omega = 0 \text{ c}^{-1}$ . Тому при побудові ЛЧХ вісь ординат проводять через деяку довільну точку, а не через точку  $\omega = 0 \text{ c}^{-1}$ .

Графік залежності фазової частотної функції  $j(\omega)$  від логарифма частоти  $\lg \omega$  називається логарифмічною фазовою частотною характеристикою ЛФЧХ.

Приклад 3.5. Визначити логарифмічні частотні характеристики для умов прикладу 3.4.

Вирішення

Скориставшись результатами, отриманими в ході вирішення прикладу 3.4, запишемо:

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg A(\omega) = 20 \cdot \lg \frac{10}{\sqrt{(1 - 0,09\omega^2)^2 + 0,09\omega^2}} =$$

$$= 20 \cdot \lg 10 - 10 \cdot \lg \left[ (1 - 0,09\omega^2)^2 + 0,09\omega^2 \right] = 20 - 10 \cdot \lg \left[ (1 - 0,09\omega^2)^2 + 0,09\omega^2 \right]$$

Відповідні графіки представлені на рис. 3.6.

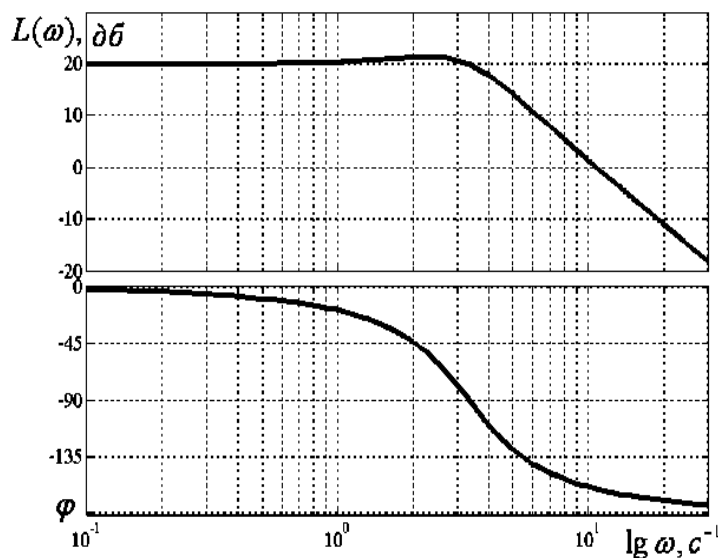


Рис. 3.6 – Логарифмічні частотні характеристики

Використання ЛЧХ дає наступні переваги:

1. Характеристики мають меншу кривизну, тому можуть бути приблизно замінені ламаними лініями, складеними з декількох прямолінійних відрізків. Ці відрізки в більшості випадків будують досить просто.

2. У логарифмічній системі координат легше знаходити сумарні характеристики різних з'єднань елементів.

### 3.3 Співвідношення взаємозв'язку характеристик САК між собою і передаточною функцією

Можливі співвідношення подані в табл. 3.2.

Таблиця 3.2

Співвідношення між характеристиками САК

Характеристика	$h(t)$	$w(t)$	$W(s)$	$W(j\omega)$
Перехідна характеристика $h(t)$	1	$\int_0^t w(t) dt$	$L^{-1}\left\{\frac{W(s)}{s}\right\}$	$F^{-1}\left\{\frac{W(j\omega)}{j\omega}\right\}$
Імпульсна перехідна характеристика $w(t)$	$h'(t)$	1	$L^{-1}\{W(s)\}$	$F^{-1}\{W(j\omega)\}$
Передаточна функція $W(s)$	$sL\{h(t)\}$	$L\{w(t)\}$	1	$W(j\omega)\Big _{j\omega=s}$
Частотна передаточна функція $W(j\omega)$	$j\omega F\{h(t)\}$	$F\{w(t)\}$	$W(s)\Big _{s=j\omega}$	1

Співвідношення, наведені на перетині перших трьох рядків і стовпців, впливають із визначення відповідних характеристик і властивостей перетворення Лапласа. Наприклад, з формули

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \text{ при } x(t) = 1(t),$$

$$W(s) = L\{h(t)\},$$

одержуємо

$$W(s) = sH(s), \text{ де } H(s) = L\{h(t)\},$$

Співвідношення ж, наведені в останньому стовпці і нижньому рядку, впливають із визначень прямого  $F$  і зворотного  $F^{-1}$  перетворень Фур'є :

$$F^{-1}\{Y(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = y(t).$$

### 3.4 Типові ланки САК і їхні характеристики

Функціональні елементи в автоматичних системах можуть мати всіляке конструктивне виконання і всілякі принципи дії. Але спільність математичних виразів, що зв'язують вхідні й вихідні величини цих елементів, дозволяє виділити обмежене число так званих типових алгоритмічних ланок, під якими розуміється штучно виділена частина САК, що відповідає деякому елементарному математичному алгоритму.

Класифікацію типових ланок зручно здійснити, розглядаючи різні частки форми диференціального рівняння другого порядку.

$$a_0 y''(t) + a_1 y'(t) + a_2 y(t) = b_0 x'(t) + b_1 x(t). \quad (3.24)$$

У табл. 3.3 наведено значення коефіцієнтів рівняння (3.24) і назви для ланок, реалізація яких має фізичний сенс.

Значення коефіцієнтів рівняння типових ланок

№ п/ч	Найменування ланки	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$
1	Пропорційна	0	0	1	0	$k$
2	Інтегруюча	0	1	0	0	$k$
3	Диференціююча	0	0	1	$k$	0
4	Аперіодична 1-го порядку	0	$T$	1	0	$k$
5	Реальне інтегруюча	$T$	1	0	0	$k$
6	Реальне диференціююча	0	$T$	1	$k$	0
7	Ізодромна (пропорційно-інтегруюча)	0	1	0	$k_1$	$k_2$
8	Форсуюча (пропорційно – диференціююча)	0	0	1	$kT$	$k$
9	Коливальна	$T^2$	$2\xi T$	1	0	$k$

Відзначимо ряд загальних особливостей.

Ланки, в яких коефіцієнти  $a_2 \neq 0$  і  $b_1 \neq 0$ , мають однозначний зв'язок між входом і виходом у статичному режимі. Тому до їхніх назв часто додають слова статичне або позиційне. До таких ланок відносять ланки № 1, 3, 4, 6, 8 і 9. Ланки № 2, 5, 7 називають астатичними.

Ланки, в яких  $a_2 \neq 0$  і  $a_1 \neq 0$  або  $a_0 \neq 0$  (№ 4, 6, 9), мають інерційність.

У ланок № 1, 2 і 3 тільки два коефіцієнти не дорівнюють нулю. Вони є найпростішими або елементарними. Всі інші ланки можуть бути утворені з елементарних шляхом комбінування.

На практиці найбільш часто зустрічаються наступні шість типових ланок:

- пропорційна;
- інтегруюча;
- диференціююча;
- аперіодична 1-го порядку;
- форсуюча;
- коливальна.

Крім цього до основних типових ланок також відносять особливу ланку – запізнювання.

Знання властивостей перерахованих ланок істотно полегшує аналіз САУ, тому що будь-який елемент системи і вся система в цілому можуть бути представлені у вигляді одного або з'єднання декількох типових ланок. Розглянемо властивості перерахованих ланок у наступній послідовності:

- рівняння ланки;
- передаточна функція;
- частотні характеристики – АФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ ;
- часові характеристики –  $h(t)$  і  $w(t)$  .

### 3.4.1 Пропорційна ланка

1. Рівняння ланки:

$$y(t) = kx(t),$$

де  $k$  – передаточний коефіцієнт, що має розмірність  $[y] = [x]$

В операторній формі це рівняння має вигляд

$$Y(s) = kX(s).$$

2. Передаточна функція:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = k.$$

3. Частотні характеристики.

Частотна передаточна функція ланки має вигляд

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = k$$

Тому  $P(\omega) = k$  і  $Q(\omega) = 0$ .



Звідки

$$A(\omega) = k; \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = 0; \quad L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k$$

На рис. 3.7 подані відповідні графіки

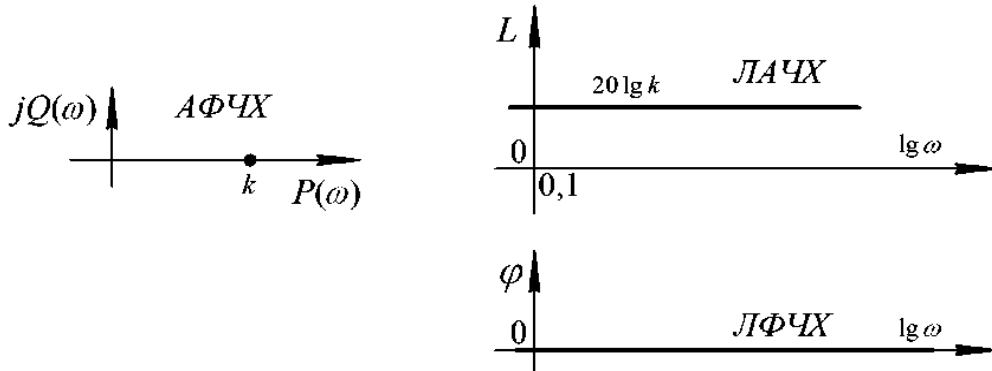


Рис. 3.7 – Частотні характеристики

Таким чином пропорційна ланка пропускає коливання всіх частот рівномірно.

#### 4. Перехідна характеристика

– часові характеристики:

$$h(t) = k \times 1(t);$$

– імпульсна перехідна характеристика:

$$w(t) = h'(t) = k \delta(t).$$

Вигляд цих характеристик представлений на рис. 3.8.

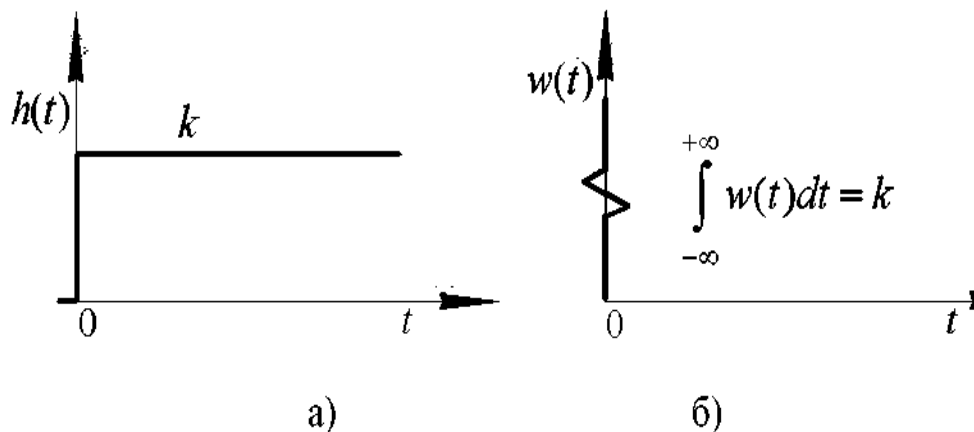


Рис. 3.8 – Часові характеристики:  
а)  $h(t)$ ; б)  $w(t)$

### 3.4.2 Інтегруюча ланка

1. Рівняння ланки:

$$y(t) = k \int_0^t x(t) dt + y(0), \text{ або } y'(t) = kx(t),$$

де  $k$  – передаточний коефіцієнт, що являє собою відношення швидкості зміни вихідної величини до вхідної величини розмірністю  $[k] = [y]/([x] \times [t])$ .

В операторній формі при нульових початкових умовах це рівняння має вигляд:

$$Y(s) = k \frac{X(s)}{s}.$$

2. Передаточна функція:

$$Y(s) = k W(s) \quad \forall w(s) = \frac{x(s)}{s}$$

3. Частотні характеристики.

Частотна передаточна функція:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{k}{j\omega} = -j\frac{k}{\omega}.$$

Звідки

$$P(\omega) = 0; \quad Q(\omega) = -\frac{k}{\omega}$$

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega};$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \operatorname{arctg} \left( -\frac{k}{\omega \cdot 0} \right) = \operatorname{arctg}(-\infty) = -\operatorname{arctg}(\infty) = -\frac{\pi}{2}$$

Визначимо характерні точки ЛАЧХ:

$$\omega_1 = 1 \Rightarrow L(\omega_1) = 20 \lg k; \quad \omega_2 = k \Rightarrow L(\omega_2) = 0$$

та її нахил до осі частот

$$\omega_3 = 10\omega_1 \Rightarrow L(\omega_3) = 20 \lg k - 20; \quad L(\omega_3) - L(\omega_1) = -20 \text{ дб/дек.}$$

На рис. 3.9 подані відповідні графіки

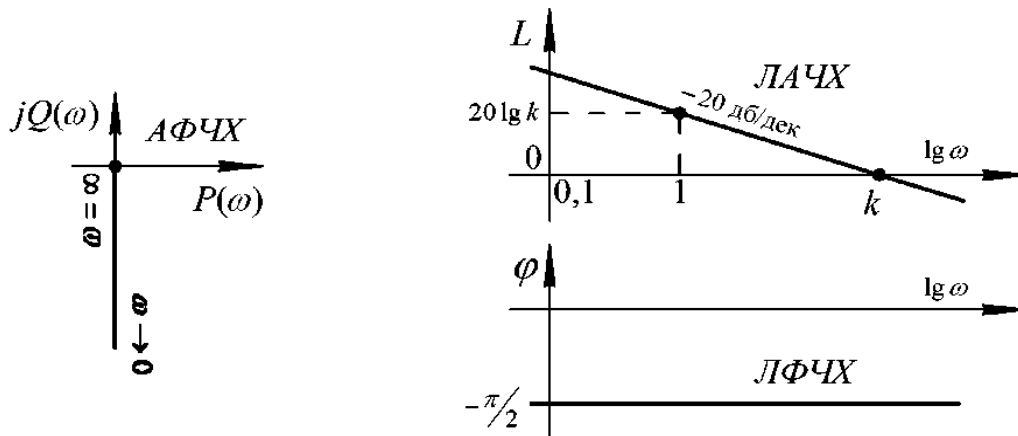


Рис. 3.9 – Частотні характеристики

Таким чином, з ростом частоти вхідних коливань амплітуда вихідних коливань зменшується, прагнучи до нуля.

4. Часові характеристики:

- перехідна характеристика

$$h(t) = kt \cdot 1(t)$$

- імпульсна перехідна характеристика

$$w(t) = h'(t) = k \cdot 1(t).$$

Вигляд цих характеристик представлений на рис. 3.10.

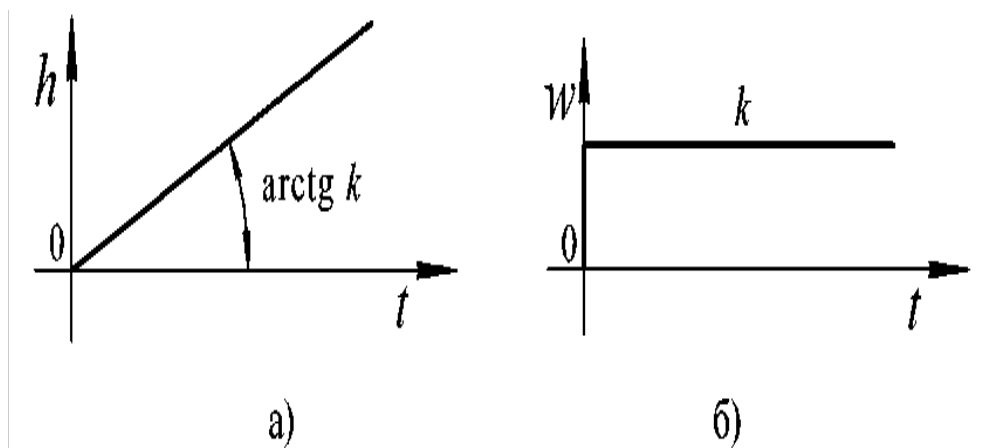


Рис. 3.10 – Часові характеристики :

a)  $h(t)$ ; б)  $w(t)$

### 3.4.3 Диференціююча ланка

1. Рівняння ланки:

$$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt},$$

де  $k$  – передаточний коефіцієнт, що являє собою відношення вихідної величини до швидкості зміни вхідної величини і розмірністю  $[k] = [y] / ([t] \times [x])$ .

В операторній формі при нульових початкових умовах це рівняння має вигляд

$$Y(s) = ksX(s).$$

2. Передаточна функція:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = ks.$$

3. Частотні характеристики:

4. Частотна передаточна функція:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = jk\omega.$$

Тому

$$P(\omega) = 0; \quad Q(\omega) = k\omega; \quad A(\omega) = k\omega$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \arctg \left( \frac{k\omega}{0} \right) = \arctg(\infty) = \frac{\pi}{2};$$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \omega$$

Визначимо характерні точки ЛАЧХ:

$$\omega_1 = 1 \Rightarrow L(\omega_1) = 20 \lg k; \quad \omega_2 = 1/k \Rightarrow L(\omega_2) = 0$$

і її нахил до осі частот

$$\omega_3 = 10\omega_1 \Rightarrow L(\omega_3) = 20 \lg k + 20; \quad L(\omega_3) - L(\omega_1) = +20 \text{ дб/дек.}$$

На рис. 3.11 представлені відповідні графіки

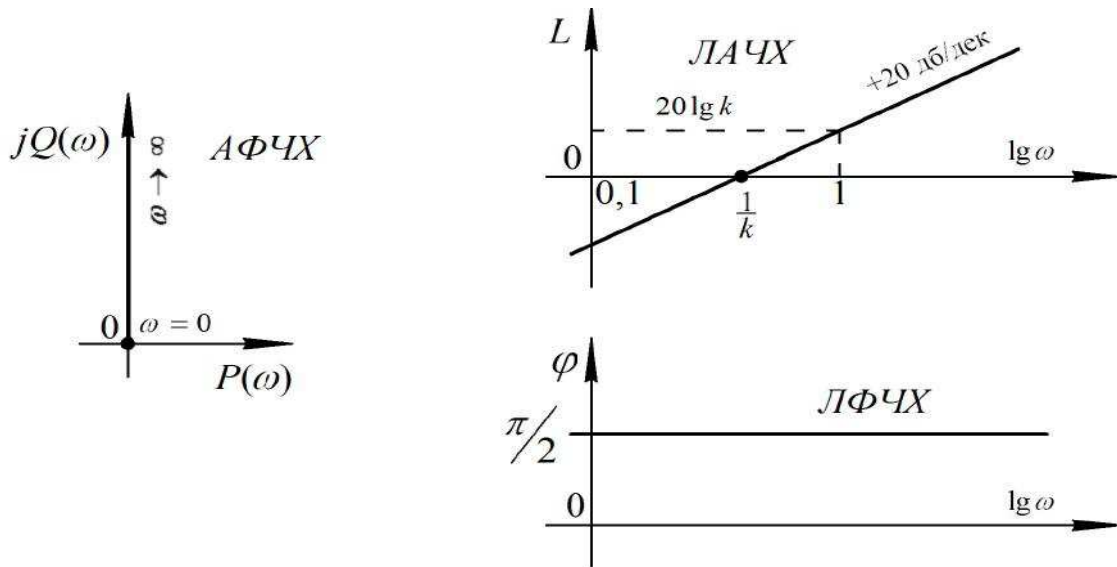


Рис. 3.11 – Частотні характеристики

Таким чином, з ростом частоти вхідних коливань амплітуда вихідних коливань безупинно збільшується.

4. Часові характеристики:

– перехідна характеристика

$$h(t) = k \cdot \delta(t)$$

– імпульсна перехідна характеристика

$$w(t) = h'(t) = k \cdot \delta'(t).$$

### 3.4.4 Аперіодична ланка першого порядку

1. Рівняння ланки:

$$Ty'(t) + y(t) = kx(t),$$

де  $k$  – передаточний коефіцієнт, що являє собою відношення вихідної величини до вхідної у статичному режимі розмірністю  $[k] = [y] / [x]$ ;  $T$  – постійна часу, що характеризує інерційність ланки.

В операторній формі при нульових початкових умовах це рівняння має вигляд

$$TsY(s) + Y(s) = kX(s).$$

2. Передаточна функція:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{Ts + 1}.$$

4. Частотні характеристики:

Частотна передаточна функція:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{k}{T(j\omega) + 1} = \frac{k - jk\omega T}{1 + T^2\omega^2}.$$

Тому

$$P(\omega) = \frac{k}{1 + T^2\omega^2}; \quad Q(\omega) = \frac{kT\omega}{1 + T^2\omega^2}.$$

Звідки

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \arctg -\frac{kT\omega(1 + T^2\omega^2)}{(1 + T^2\omega^2)k}; \\ &= \arctg(-T\omega) = \left| \begin{array}{l} \text{функція} \\ \text{непарна} \end{array} \right| = -\arctg(T\omega) \end{aligned}$$

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg k - 20\lg \sqrt{1 + T^2\omega^2}.$$

На рис. 3.6 подані відповідні графіки.

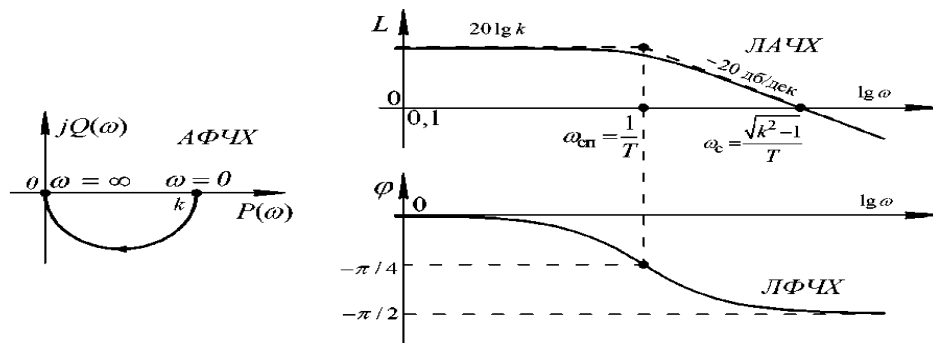


Рис. 3.12 – Частотні характеристики

Крива, що точно відповідає функції  $L(\omega)$ , показана на рисунку суцільною лінією. У практичних розрахунках звичайно використовують наближену характеристику  $L^*(\omega)$ , що являє собою ламану, що складається із двох асимптот.

Перша асимптота (низькочастотна) виходить при малих частотах, коли величиною  $T^2\omega^2$  вираженні  $L(\omega)$  можна знехтувати. Тоді

$$L(\omega) \approx L_{НЧ}(\omega) = 20 \lg k.$$

Друга асимптота (високочастотна) виходить при високих частотах, коли  $T^2\omega^2 \geq 1$  і одиницю під коренем можна не враховувати. Тоді

$$L(\omega) \approx L_{ВЧ}(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg(T\omega).$$

Останнє рівняння являє собою рівняння прямої, що проходить через точку координатами

$$\left[ \omega_1 = 1/T \right]; \quad \left[ L_{ВЧ}(\omega_1) = 20 \lg k \right].$$

Визначимо нахил другої асимптоти:

$$\omega_2 = 10\omega_1 \Rightarrow L_{ВЧ}(\omega_2) = 20 \lg k - 20 \lg 10.$$

$$L_{ВЧ}(\omega_2) - L_{ВЧ}(\omega_1) = -20 \text{ дб/дек.}$$

Значення частоти  $\omega_{СП}$ , при якій перетинаються обидві асимптоти, знайдемо з умови

$$\begin{aligned} L_{НЧ}(\omega_{СП}) &= L_{ВЧ}(\omega_{СП}), \\ 20 \lg k &= 20 \lg k - 20 \lg(T\omega_{СП}). \end{aligned}$$

Звідси  $\omega_{СП} = 1/T$ .

На основі викладеного алгоритм побудови асимптотичної ЛАЧХ можна подати в такий спосіб:

- на рівні  $L(\omega) = 20 \lg k$  провести пряму до частоти  $\omega_{СП}$ ;
- з точки з координатами  $[\omega_{СП}; 20 \lg k]$  провести іншу пряму з нахилом  $-20$  дБ/дек.

Максимальна помилка проведеної апроксимації виходить при  $\omega = \omega_{СП}$  і становить:

$$\Delta L = 20 \lg k - 20 \lg k + 20 \lg \sqrt{2} \approx 3 \text{ дБ.}$$

Відзначимо, що при  $\omega = \omega_{СП}$

$$\varphi(\omega_{СП}) = -\arctg \frac{T \cdot 1}{T} = -\arctg(1) = -\frac{\pi}{4}.$$

Отже, з аналізу ЛАЧХ і ЛФЧХ видно, що зі збільшенням частоти вхідних коливань амплітуда вихідних коливань до частоти  $\omega_{СП}$  не змінюється, а при  $\omega > \omega_{СП}$  зменшується, тобто ланка є фільтром високих частот.

4. Перехідна характеристика – часові характеристики:

$$h(t) = k(1 - e^{-t/T});$$

– імпульсна перехідна характеристика

$$w(t) = h'(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T}.$$

Вигляд цих характеристик представлений на рис. 3.13.

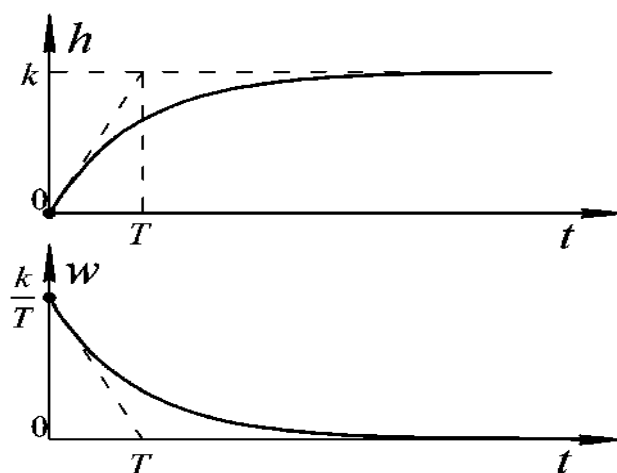


Рис. 3.13 – Часові характеристики: а)  $h(t)$ ; б)  $w(t)$



### 3.4.5 Форсувача ланка

1. Рівняння ланки:

$$y(t) = k(Tx'(t) + x(t)),$$

де  $k$  – передаточний коефіцієнт, що являє собою відношення вихідної величини до вхідного у стстичному режимі розмірністю  $[k] = [y] / [x]$ ;  $T$  – постійна часу, що характеризує інерційність ланки.

В операторній формі при нульових початкових умовах це рівняння має вигляд:

$$Y(s) = k(TsX(s) + X(s)).$$

2. Передаточна функція:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = k(Ts + 1).$$

3. Частотні характеристики:

Частотна передаточна функція:

Звідки

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = k(T(j\omega) + 1) = k + jkT\omega.$$

$$A(\omega) = \sqrt{k^2 + k^2T^2\omega^2} = k\sqrt{1 + T^2\omega^2};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \arctg \frac{kT\omega}{k} = \arctg(t\omega);$$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \sqrt{1 + T^2\omega^2}.$$

На рис. 3.14 представлені графіки  $L$ ,  $\varphi$  ( $\lg \omega$ )

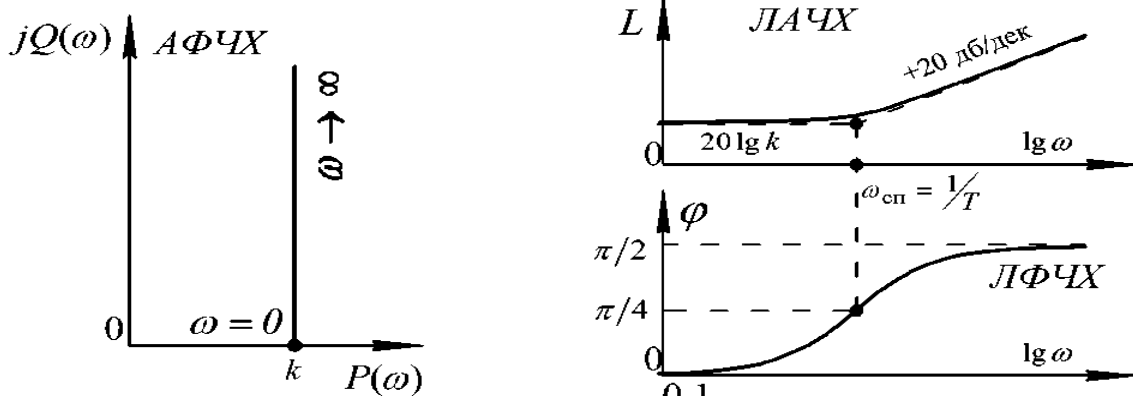


Рис. 3.14 – Частотні характеристики

Крива, що точно відповідає функції  $L(\omega)$ , показана на рисунку пунктирною лінією. Аналогічно аперіодичній ланці заміняємо її наближеною характеристикою, що являє собою ламану, яка складається із двох асимптот:

$$L(\omega) \approx \left\{ \begin{array}{l} L_{HЧ}(\omega) = 20 \lg k \text{ при } \omega \leq 1/T; \\ L_{BЧ}(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg(T\omega) \text{ при } \omega \geq 1/T. \end{array} \right\}$$

Визначимо нахил другої асимптоти:

$$L_{BЧ}(\omega_2) - L_{BЧ}(\omega_1) = L_{BЧ}\left(\frac{10 \cdot 1}{T}\right) - L_{BЧ}\left(\frac{1}{T}\right) = 20 \lg k + 20 \lg 10 - 20 \lg k = +20 \text{ дб/дек}$$

Частота сполучення також дорівнює

$$\omega_c = \omega_1 = 1/T$$

Максимальна помилка апроксимації виходить при  $\omega = \omega_c$  і становить:

$$\Delta L = 20 \lg k - 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{2} \approx -3 \text{ дб.}$$

Відзначимо також, що при  $\omega = \omega_c$ :

$$\varphi(\omega_c) = \arctg \frac{T \cdot 1}{T} = \arctg(1) = \frac{\pi}{4}.$$

Таким чином, з аналізу ЛАЧХ і ЛФЧХ видно, що зі збільшенням частоти вхідних коливань амплітуда вихідних коливань до частоти  $\omega_c$  не змінюється, а при  $\omega > \omega_c$  – збільшується, тобто ланка є підсилювачем високих частот.

Зміщення фаз позитивне і з ростом частоти прагне до значення  $j(\infty) = p2$ .

4. Часові характеристики:

– перехідна характеристика

$$h(t) = k[T\delta(t) + 1(t)];$$

– імпульсна перехідна характеристика

$$w(t) = h'(t) = k[T\delta'(t) + \delta(t)].$$

### 3.4.6 Коливальна ланка

1. Рівняння ланки:

$$T^2 y''(t) + 2\xi T y'(t) + y(t) = kx(t),$$

де  $k$  – передаточний коефіцієнт, що являє собою відношення вихідної величини до вхідного  $u$  в статичному режимі розмірністю  $[k] = [y] / [x]$ ;

$T$  – постійна часу, що характеризує інерційність ланки;  $\xi$  – коефіцієнт демпфірування (загасання), що характеризує коливальність ланки.

В операторній формі при нульових початкових умовах це рівняння має вигляд

$$T^2 s^2 Y(s) + 2\xi T s Y(s) + Y(s) = kX(s).$$

Динамічні властивості розглянутої ланки визначаються значенням коефіцієнта  $\xi$ . Власне коливальною ланкою воно називається тільки при  $0 < \xi < 1$ . При  $\xi = 0$  ланка називається консервативною, а при  $\xi \geq 1$  – аперіодичною другого порядку.

Розглянемо випадок, коли  $0 < \xi < 1$ .

2. Передаточна функція:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$$

### 3. Частотні характеристики:

Частотна передаточна функція:

$$\begin{aligned}
 W(j\omega) &= P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \\
 &= \frac{k}{-T^2\omega^2 + 2\xi Tj\omega + 1} = \frac{k}{(1-T^2\omega^2)} = \\
 &= \underbrace{\frac{k(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}}_{P(\omega)} + j \underbrace{\frac{-2k\xi T\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}}_{Q(\omega)}
 \end{aligned}$$

Звідки

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \arctg -\frac{2k\xi T\omega}{k(1-T^2\omega^2)} = -\arctg \frac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2};$$

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg k - 20\lg \sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}.$$

На рис. 3.15 подані відповідні графіки

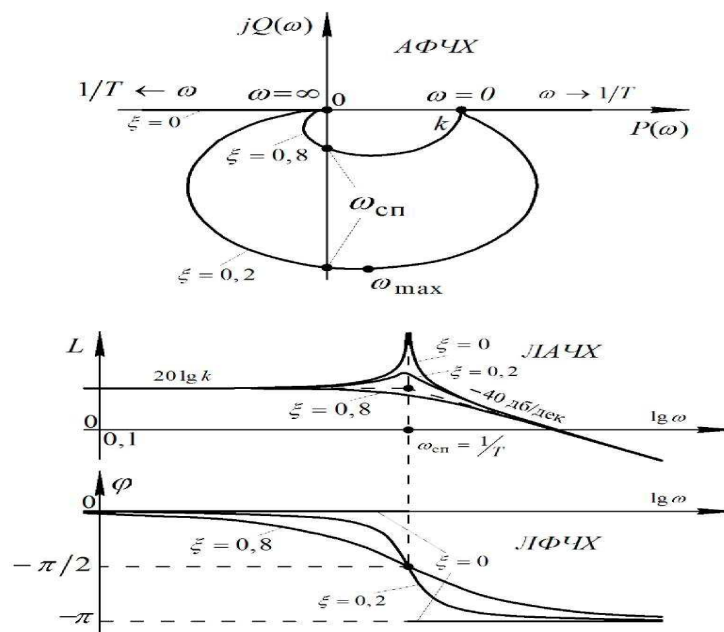


Рис. 3.15 – Частотні характеристики

Вигляд кривої, що точно відповідає функції  $L(\omega)$ , істотною мірою залежить від значення коефіцієнта  $\xi$ .

Взявши похідну  $L(\omega)$  і дорівнявши її нулю, можна одержати значення частоти  $\omega_{\max} = 1 - 2\xi^2 T$ , на якій спостерігається резонансний пік ЛАЧХ, величина якого становить  $L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg 2x 1 - x^2$ .

При цьому, якщо  $\xi > \sqrt{2}/2 \approx 0,707$  ( $\omega_{\max} > 0$ ), ЛАЧХ має вигляд монотонно убутної функції. Якщо ж  $\xi \rightarrow 0$ , то  $\omega_{\max} \sim 1/T$  і  $L(\omega_{\max}) \rightarrow \infty$ .

У практичних розрахунках звичайно використовують наближену характеристику, що являє собою ламану, яка складається з двох асимптот.

При низьких частотах зневажають величинами

$$T^2 \omega^2 \quad \text{і} \quad (2\xi T \omega)^2$$

тобто

$$L(\omega) \approx L_{\text{нч}}(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1} = 20 \lg k.$$

Останнє рівняння являє собою рівняння прямої, що проходить через точку з координатами  $[\omega_1 = 1/T; L_{\text{вч}}(\omega_1) = 20 \lg k]$ .

При високих частотах зневажають величинами  $1$  і  $(2\xi T \omega)^2$ :

$$L(\omega) \approx L_{\text{вч}}(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{T^4 \omega^4} = 20 \lg k - 40 \lg T \omega.$$

Визначимо нахил другої асимптоти:

$$\omega^2 = 10 \omega_1 \Rightarrow L_{\text{вч}}(\omega_2) = 20 \lg k - 40 \lg 10.$$

$$L_{\text{вч}}(\omega_2) - L_{\text{вч}}(\omega_1) = -40 \text{ дб/дек.}$$

Значення частоти  $\omega_{\text{сп}}$ , при якій перетинаються обидві асимптоти, знайдемо з умови  $L_{\text{нч}}(\omega_{\text{сп}}) = L_{\text{вч}}(\omega_{\text{сп}})$ , тобто

$$20 \lg k = 20 \lg k - 40 \lg(T \omega_{\text{СП}}).$$

Звідси  $\omega_{\text{сп}} = 1/T$ .

На основі викладеного алгоритм побудови асимптотичної ЛАЧХ можна подати в такий спосіб:

- на рівні  $L(\omega) = 20 \lg k$  провести пряму до частоти  $\omega_{сп}$  ;
- з точки з координатами  $[\omega_{сп}; 20 \lg k]$  провести іншу пряму з нахилом  $-40$  дб/дек.

ЛФЧХ будуємо за точками:

$$\omega = 0 \Rightarrow \varphi(0) = 0;$$

$$\omega = 1/T \Rightarrow \varphi(\omega_{сп}) = -\pi/2;$$

$$\omega = \infty \Rightarrow \varphi(\infty) = -\pi.$$

Таким чином, з аналізу ЛАЧХ і ЛФЧХ видно, що зі збільшенням частоти вхідних коливань амплітуда вихідних коливань до частоти  $\omega_{сп}$  не змінюється, а при  $\omega > \omega_{сп}$  – зменшується, тобто ланка є фільтром високих частот.

Зміщення фаз негативне і з ростом частоти прагне до значення

$$\varphi(\infty) = -\pi.$$

#### 4. Часові арактеристики.

Перехідна характеристика.

Виходячи з рівняння ланки, його характеристичне рівняння має вигляд:

$$T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 = 0.$$

Його корені

$$p_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T} = -\frac{\xi}{T} \pm j \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T}$$

є комплексно-сполученими.

Позначимо  $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$  і знайдемо вільну складову  $h_c(t)$ :

$$\begin{aligned} h_c(t) &= C_1 e^{(-\alpha + j\beta)t} + C_2 e^{(-\alpha - j\beta)t} = \\ &= C_1 e^{-\alpha t} e^{j\beta t} + C_2 e^{-\alpha t} e^{-j\beta t} = \\ &= e^{-\alpha t} [C_1 e^{j\beta t} + C_2 e^{-j\beta t}] \end{aligned}$$

Представимо  $h_c(t)$  в тригонометричній формі. Для цього скористаємося формулами Ейлера:

$$\begin{cases} e^{ja} = \cos \alpha + j \sin \alpha; \\ e^{-ja} = \cos \alpha - j \sin \alpha. \end{cases}$$

Тоді

$$\begin{aligned} h_c(t) &= e^{-\alpha t} [C_1(\cos \beta t + j \sin \beta t) + C_2(\cos \beta t - j \sin \beta t)] = \\ &= e^{-\alpha t} [(C_1 + C_2)\cos \beta t + j(C_1 - C_2)\sin \beta t] \end{aligned}$$

Оскільки  $h_c(t)$  є рішенням рівняння при будь-яких значеннях  $C_1$  і  $C_2$ , то

$$\begin{cases} \text{при } C_1 = C_2 = 1/2 \Rightarrow h_c^*(t) = e^{-\alpha t} \cos \beta t; \\ \text{при } C_1 = -j/2; C_2 = j/2 \Rightarrow h_c^{**}(t) = e^{-\alpha t} \sin \beta t \end{cases}$$

Оскільки

$$h_c(t) \text{ і } h_c^*(t)$$

лінійно незалежні, то можемо записати:

$$h_c(t) = C_3 h_c^*(t) + C_4 h_c^{**}(t) = e^{-\alpha t} (C_3 \cos \beta t + C_4 \sin \beta t)$$

Введемо позначення

$$C_3 = A \sin \varphi_0; \quad C_4 = A \cos \varphi_0.$$

Тоді

$$A \sin \varphi_0 \cos \beta t + A \cos \varphi_0 \sin \beta t = A \sin(\beta t + \varphi_0),$$

і, отже

$$h_c(t) = A e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi_0).$$

Змушену складову рішення шукатимемо у вигляді  $h_b(t) = C_5$ . Підставивши це рішення у вихідне рівняння при  $x(t) = 1(t)$ , одержимо  $C_5 = k$ . Далі можемо записати:

$$h(t) = h_c(t) + h_b(t) = A e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi_0) + k.$$

Імпульсна перехідна характеристика:

$$\omega(t) = h'(t) = Ae^{-\alpha t} \left[ \beta \cos(\beta t + \varphi_0) - \alpha \sin(\beta t + \varphi_0) \right].$$

Далі, скориставшись нульовими початковими умовами, знайдемо значення постійних інтегрування А і  $\varphi_0$ :

$$\begin{cases} 0 = A \sin \varphi_0 + k \\ 0 = A(\beta \cos \varphi_0 - \alpha \sin \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\sin \varphi_0}{\cos \varphi_0} = \operatorname{tg} \varphi_0;$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha} = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi};$$

$$A = -\frac{k}{\sin \varphi_0};$$

$$\frac{\sin \varphi_0}{\sqrt{1-\sin^2 \varphi_0}} = \frac{\beta}{\alpha};$$

Остаточно одержимо:

$$h(t) = k \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi_0) \right];$$

$$w(t) = h'(t) = \frac{k}{T\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\alpha t} \sin \beta t.$$

Вигляд цих характеристик представлений на рис. 3.16.

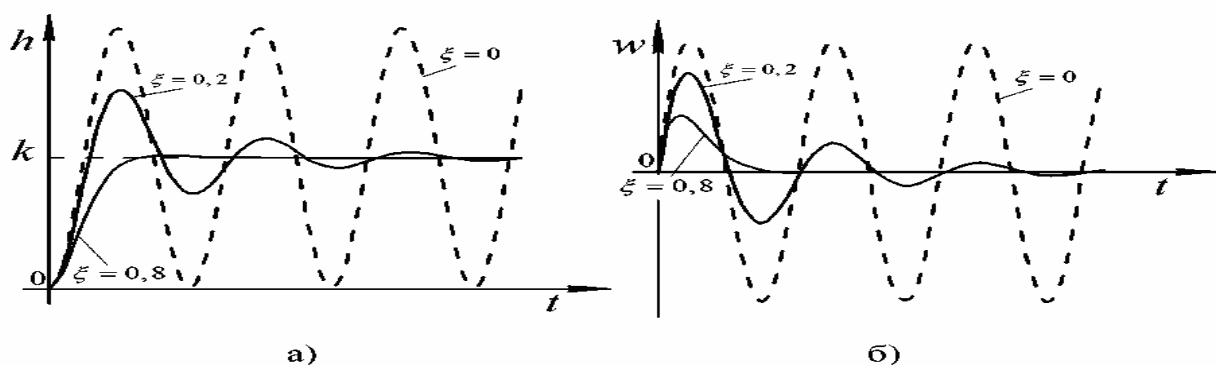


Рис. 3.16 – Часові характеристики:  
а)  $h(t)$ ; б)  $w(t)$



Характеристика  $h(t)$  являє собою синусоїду, амплітуда якої убуває по експонентним складовим:

$$\begin{cases} h(+T_k n) = k(1 - e^{-\alpha t}) - \text{зверху} \\ h(\frac{T_k}{2} + T_k n) = k(1 - e^{-\alpha t}) - \text{знизу} \end{cases}$$

де  $T_k$  – період коливань;  $n$  – номер точки, загальної і для відповідної експоненти і для перехідної характеристики.

Визначимо період коливань  $T_k$ .

Для цього складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} t=0 \Rightarrow \gamma_1 = \varphi_0 \\ t=T_k \Rightarrow \gamma_2 = \varphi_0 + \beta T_k \end{cases},$$

Звідки

$$\gamma_2 - \gamma_1 = 2\pi = \varphi_0 + \beta T_k - \varphi_0 = \beta T_k,$$

й отже

$$T_k = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi T}{T\sqrt{1-\xi^2}}.$$

Таким чином з ростом  $\xi$  збільшується і період  $T_k$ . Знайдемо залежність максимального значення перехідної характеристики від  $\xi$ :

$$\begin{aligned} \omega(t) = h'(t) = 0 &\Rightarrow \frac{k}{T\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T}t} \sin \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t_m = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sin \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t_m = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t_m = \pi \Rightarrow t_m = \frac{\pi T}{\sqrt{1-\xi^2}}. \end{aligned}$$

Тоді:

$$h_m = k \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi \pi T}{T\sqrt{1-\xi^2}}} \sin \left( \frac{\sqrt{1-\xi^2} \cdot \pi T}{T\sqrt{1-\xi^2}} + \varphi_0 \right) \right] = k \left[ 1 + e^{-\frac{\xi \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \right].$$

З останнього співвідношення видно, що з ростом  $\xi$  значення  $h_m$  зменшується (тому що  $1 - \xi^2$  зменшується швидше, ніж росте  $\xi \pi$ ).

Швидкість загасання коливальних процесів прийнято оцінювати ступенем загасання тобто відношенням різниці двох сусідніх амплітуд до першої з них.

$$\psi = \frac{A_1 - A_2}{A_1},$$

Очевидно, що чим ближче  $Y$  до одиниці, тим швидше загасають коливання і, навпаки, чим ближче  $Y$  до нуля, тим загасання повільніше. Покажемо, що  $Y$  залежить від співвідношення дійсної і мнимі частин коренів характеристичного рівняння.

Для цього, скориставшись рівнянням верхньої експонентної складової, запишемо:

$$h_{1,m} = k \left[ 1 + e^{-\alpha t_1} \right];$$

$$h_{2,m} = k \left[ 1 + e^{-\alpha(t_1 + T_k)} \right].$$

Тоді

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{(h_{1,m} - k) - (h_{2,m} - k)}{h_{1,m} - k} = \frac{h_{1,m} - h_{2,m}}{h_{1,m} - k} = \\ &= \frac{k(1 + e^{-\alpha t_1}) - k(1 + e^{-\alpha(t_1 + T_k)})}{k(1 + e^{-\alpha t_1}) - k} = \\ &= \frac{e^{-\alpha t_1} - e^{-\alpha t_1} e^{-\alpha T_k}}{e^{-\alpha t_1}} = 1 - e^{-\alpha T_k} = 1 - e^{-\frac{\alpha 2\pi}{\beta}}. \end{aligned}$$

Відношення  $m = \beta \alpha$  називають ступенем коливальності.

Таким чином  $Y = 1 - e^{-2pm}$ .

З останнього виразу видно, що чим менша дійсна частина  $\alpha$ , тим загасання повільніше ( $\alpha = 0 \Rightarrow \mu = b\alpha \Rightarrow Y = 0$ ), і навпаки, чим менша мніма частина  $b$ , тим загасання швидше ( $b = 0 \Rightarrow m = 0 \Rightarrow Y = 1$ ).

Ступінь коливальності пов'язана з коефіцієнтом демпфірування  $\chi$  співвідношенням

$$\mu = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \cdot \frac{T}{\xi} = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}.$$

Взаємозв'язок коефіцієнтів  $m$ ,  $Y$  і  $\chi$  представимо у вигляді наступної таблиці:

Ступінь коливальності $m$	Ступінь загасання $Y$	Коефіцієнт демпфірування $\chi$
1	0	0
0	1	1

Аналіз наведених даних показує, що зміст коефіцієнта  $m$  є протилежним змісту коефіцієнтів  $Y$  і  $\chi$ .

Як відзначалося вище, при  $\chi = 0$  ланка другого порядку називається консервативною.

У цьому випадку

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1}; \quad W(j\omega) = \frac{k}{1 - T^2 \omega^2} = P(\omega);$$

$$Q(\omega) = 0; \quad P_{1,2} = \pm j\beta; \quad \beta = \frac{1}{T};$$

$$h(t) = k \left[ 1 - \sin(\beta t + \varphi_0) \right] = \left| \varphi_0 = \arctg \frac{1}{0} = \arctg \infty = \frac{\pi}{2} \right| =$$

$$= k \left[ 1 - \sin\left(\beta t + \frac{\pi}{2}\right) \right] = k(1 - \cos \beta t);$$

$$w(t) = h'(t) = \frac{k}{T} \sin \beta t.$$

Отже часові характеристики консервативної ланки мають вигляд незатухаючих коливань частотою  $\omega$ .

При  $\xi < 1$  коливальна ланка вироджується в аперіодичну ланку другого порядку. При цьому

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} = \frac{k}{1 + T_1 s} \cdot \frac{1}{1 + T_2 s}$$

де  $T_1 T_2 = T^2$  і  $T_1 + T_2 = 2\xi T$ .

Таким чином у цьому випадку маємо дві послідовно з'єднаних аперіодичних ланки першого порядку. Можна показати, що корені характеристичного рівняння

$$h(t) = k \left[ 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} \right].$$

Якщо ж  $\xi = 1$  то  $T_1 = T_2 = T$  і  $h(t) = k \left[ 1 - \left(1 + \frac{t}{T}\right) e^{-t/T} \right]$ .

### 3.4.7 Ланка запізнення

1. Рівняння ланки:

$$y(t) = x(t - \tau),$$

де  $\tau$  – час запізнювання, є трансцендентним.

В операторній формі при нульових початкових умовах це рівняння має вигляд

$$Y(s) = X(s)e^{-s\tau}.$$

2. Передаточна функція:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = e^{-s\tau}.$$

### 3. Частотні характеристики:

Частотна передаточна функція:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \underbrace{\cos \omega\tau}_{P(\omega)} - j \underbrace{\sin \omega\tau}_{Q(\omega)}.$$

Звідки

$$A(\omega) = 1; \quad \varphi(\omega) = \arctg -\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \arctg -\frac{\sin \omega\tau}{\cos \omega\tau} = -\omega\tau;$$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg 1 = 0.$$

На рис. 3.17 подані відповідні графіки.

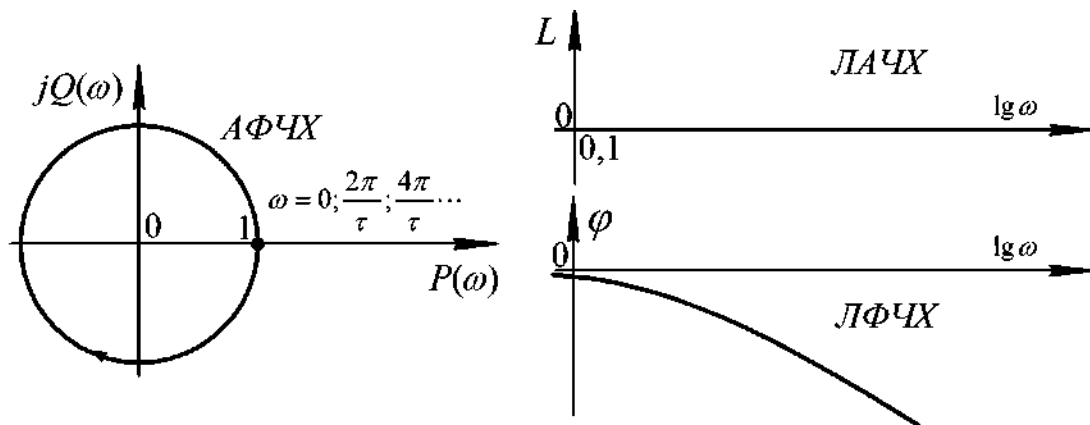


Рис. 3.17 – Частотні характеристики

Таким чином, співвідношення амплітуд вхідного і вихідного сигналів не залежить від частоти, а відставання за фазою вихідного сигналу тим більше, чим більше частота.

### 4. Часові характеристики:

– перехідна характеристика

$$h(t) = 1(t - \tau);$$

– імпульсна перехідна характеристика

$$w(t) = h'(t) = \delta(t - \tau).$$

Вигляд цих характеристик представлений на рис. 3.18.

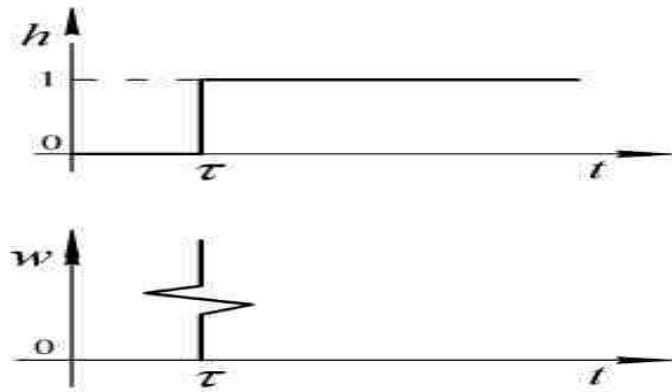


Рис. 3.18 – Часові характеристики

Слід зазначити, що ланка запізнення в більшості випадків погіршує стійкість системи, в яку входить, і робить її важко керованою. Крім того, аналіз і синтез таких систем пов'язаний з більшими труднощами.

У практичних розрахунках передаточну функцію ланки апізнення  $W(s)$  звичайно приблизно заміняють дрібно-раціональними функціями:

$$W(s) = \frac{1 - 0,5 \cdot \tau s}{1 + 0,5 \cdot \tau s}$$

або

$$W(s) = \frac{1 - 0,5 \cdot \tau s + 0,83 \tau^2 s^2}{1 + 0,5 \cdot \tau s + 0,83 \cdot \tau^2 s^2}$$

На закінчення роздягнула введемо нове поняття – мінімально-фазова ланка. Під такою ланкою матимемо на увазі ланку, в якій при одній і тій же частоті зміщення фази за модулем менше, ніж у будь-якої іншої ланки, що має однакову з нею АЧХ.

### 3.5 Стійкість САК

Під стійкістю системи розуміється здатність її повертатися до стану сталої рівноваги після зняття збурювання, що порушило цю рівновагу. Нестійка система безупинно віддаляється від рівноважного стану або робить довкола нього коливання зі зростаючою амплітудою.



Рис. 3.19 – Структура системи

Стійкість лінійної системи визначається не характером збурювання, а структурою самої системи (рис. 3.19). Говорять, що система стійка "у малому", якщо визначено факт наявності стійкості, але не визначені її границі. Система стійка "у великому", коли визначені границі стійкості й те, що реальні відхилення не виходять за ці границі.

Відповідно до класичного методу рішення диференціального рівняння шукається у вигляді:

$$y(t) = y_{\text{вын}}(t) + y_{\text{св}}(t).$$

Тут  $y_{\text{св}}(t)$  – загальне рішення однорідного диференціального рівняння, тобто рівняння з нульовою правою частиною:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{(n-1)} y' + a_{(n)} y = 0.$$

Фізично це означає, що всі зовнішні впливи зняті й система абсолютно вільна, її рухи визначаються лише власною структурою. Тому рішення даного рівняння називається вільної складової загального рішення.  $y_{\text{вын}}(t)$  –

частка рішення неоднорідного диференціального рівняння, під яким розуміється рівняння з ненульовою правою частиною.

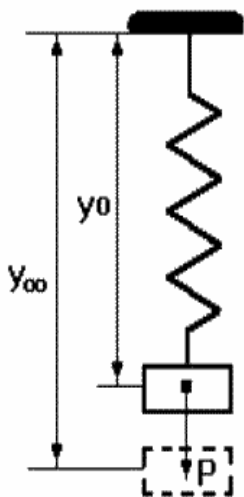


Рис. 3.20

Фізично це означає, що до системи прикладений зовнішній вплив  $u(t)$ . Тому друга складова загального рішення називається змушений. Вона визначає змушений сталий режим роботи системи після закінчення перехідного процесу.

Можна провести аналогію між САК й пружиною, коливання якої описуються аналогічним диференціальним рівнянням рис. 3.20, 3.21. Відтягнемо пружину, а потім відпустимо, надавши їй самої собі. Пружина буде коливатися у відповідності з вільної складовою рішення рівняння, тобто характер коливань буде визначатися тільки структурою самої пружини.

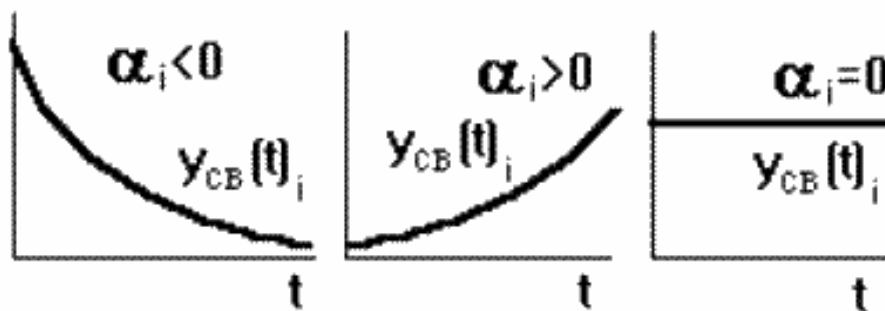


Рис. 3.21

Якщо в момент часу  $t = 0$  підвісити до пружини вантаж, то на вільні коливання накладеться зовнішня сила  $P$ . Після загасання коливань, описуваних тільки вільного складового загального рішення, система перейде в новий сталий режим, характеризуємий змущеної складової  $y_{\text{внн}} = y(t \rightarrow \infty)$ . Якщо зовнішній вплив саме буде змінюватися за синусоїдальним законом  $P = P_0 \sin(\omega t + \Phi)$ , то після загасання перехідного процесу система буде робити змущені коливання з тією же частотою, що й сила, що змущує, тобто  $y_{\text{внн}} = y_{\text{max}} \sin(\omega t + \gamma)$ .

Кожна складова загального рішення рівняння динаміки шукається окремо. Змущена складова шукається на основі рішення рівняння статички для даної системи для часу  $t \rightarrow \infty$ . Вільна складова являє собою суму з  $n$  окремих складових де  $p_i$  корінь характеристичного рівняння  $D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n = 0$ .



$$y_{св}(t) = \sum_{i=1} A_i p^{-p_i t}$$

Коріння можуть бути або речовинними  $p_i = a_i$ , або попарно комплексно сполученими  $p_i = a_i \pm j\omega_i$ . Постійні інтегрування  $A_i$  визначаються виходячи з початкових і кінцевих умов, підставляючи в загальне рішення значення  $u$ ,  $y$  й їхні похідні в моменти часу  $t = 0$  й  $t \rightarrow \infty$ .

Кожному негативному речовинному кореню відповідає експоненціально загасаюча в часі складова  $y_{св}(t)_i$ , кожному позитивному - експоненціально розбіжному, кожному нульовому кореню відповідає  $y_{св}(t)_i = \text{const}$ . Пари комплексно сполучених корінь із негативною речовинною частиною визначає загасаючі коливання із частотою  $\omega_i$ , при позитивній речовинній частині - розбіжні коливання, при нульовій - незатухаючі рис. 3.22.

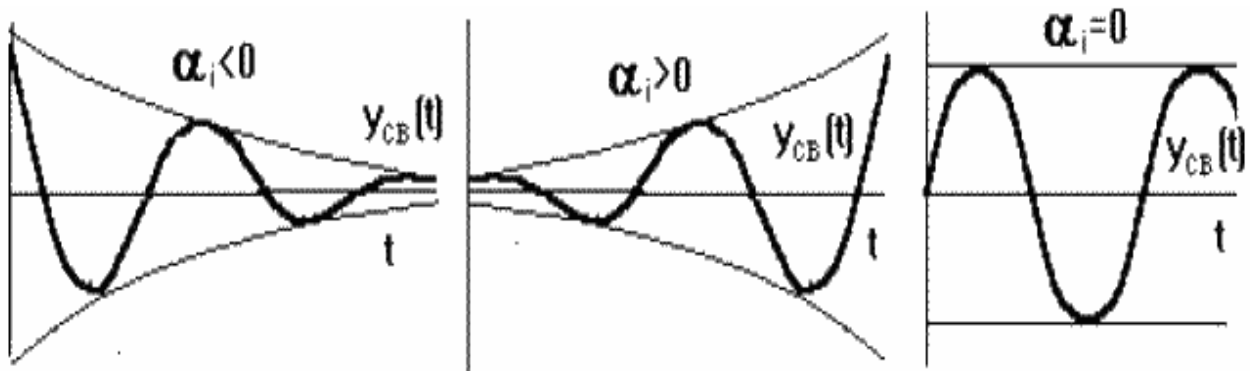


Рис.3.22

Тому що після зняття збурювання  $y_{вн}(t) = 0$ , то стійкість системи визначається тільки характером вільної складової  $y_{св}(t)$ . Тому умова стійкості систем по Ляпунову формулюється так: у стійкій системі вільна складова рішення рівняння динаміки, записаному у відхиленнях, повинна прагнути до нуля, тобто загасати.

Виходячи з розташування на комплексній площині корінь із негативними речовинними частинами називаються лівими, з позитивними - правими рис. 3.23.

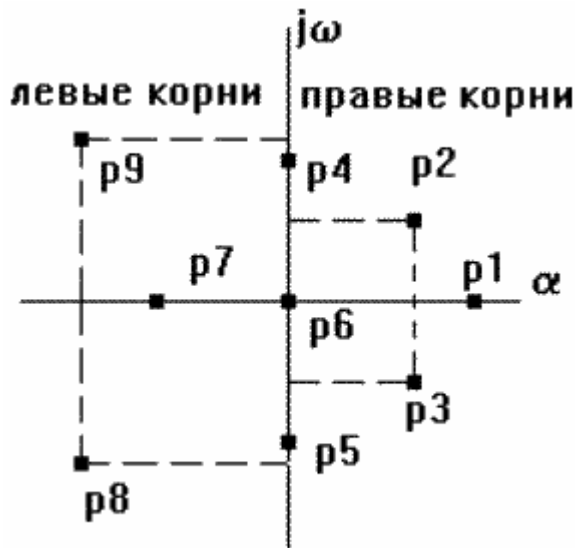


Рис. 3.23 – Розташування корнів на комплексній площині

Тому умова стійкості лінійної САК можна сформулювати в такий спосіб: для того, щоб система була стійка, необхідно й досить, щоб всіх корнів її характеристичного рівняння були лівими. Якщо хоча б один корінь правий, то система нестійка. Якщо одне з корнів дорівнює нулю (у системах, де  $a_n = 0$ ), а інша ліві, то система перебуває на границі аперіодичної стійкості. Якщо дорівнюють нулю речовинні частини однієї або декількох пар комплексно сполучених корнів, то система перебуває на границі коливальної стійкості.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

Правила, що дозволяють судити про знаки корнів характеристичного рівняння без його рішення, називаються критеріями стійкості. Їх можна розділити на алгебраїчні (засновані на складанні по даному

характеристичному рівнянню за певними правилами алгебраїчних виражень, по яких можна судити про стійкість САК) і частотні (засновані на дослідженні частотних характеристик).

### *Критерій Гурвица*

Гурвиц запропонував інший критерій стійкості. З коефіцієнтів характеристичного рівняння будується визначник Гурвица  $\Delta$  по алгоритму:

1) по головній діагоналі ліворуч праворуч виставляються всі коефіцієнти характеристичного рівняння від  $a_1$  до  $a_n$ ;

2) від кожного елемента діагоналі нагору й униз добудовуються стовпці визначника так, щоб індекси убували зверху вниз;

3) на місце коефіцієнтів з індексами менше нуля або більше  $n$  ставляться нулі.

Критерій Гурвица: для того, щоб САК була стійка, необхідно й досить, щоб всі  $n$  діагональних мінорів визначника Гурвица були позитивні. Ці мінори називаються визначниками Гурвица.

Розглянемо приклади застосування критерію Гурвица:

1)  $n = 1 \Rightarrow$  рівняння динаміки:  $a_0 p + a_1 = 0$ . Визначник Гурвица:  $\Delta = \Delta_1 = a_1 > 0$  при  $a_0 > 0$ , тобто умова стійкості:  $a_0 > 0, a_1 > 0$ ;

2)  $n = 2 \Rightarrow$  рівняння динаміки:  $a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$ . Визначники Гурвица:  $\Delta_1 = a_1 > 0, D_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 = a_1 a_2 > 0$ , тому що  $a_3 = 0$ , тобто умова стійкості:  $a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0$ ;

3)  $n = 3 \Rightarrow$  рівняння динаміки:  $a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$ . Визначники Гурвица:  $\Delta_1 = a_1 > 0, \Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0, \Delta_3 = a_3 \Delta_2 > 0$ , умова стійкості:  $a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ ;

У такий спосіб при  $n \leq 2$  позитивність коефіцієнтів характеристичного рівняння є необхідною й достатньою умовою стійкості САК. При  $n > 2$  з'являються додаткові умови.

Критерій Гурвица застосовують при  $n \leq 4$ . При більших порядках зростає число визначників і процес стає трудомістким. Є ряд модифікацій даного критерію, що розширюють його можливості.

Недолік критерію Гурвица – мала наочність. Достоїнство – зручний для реалізації на ЕОМ. Його часто використовують для визначення впливу одного з параметрів САУ на її стійкість. Так рівність нулю головного визначника  $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1} = 0$  говорить про те, що система перебуває на границі стійкості. При цьому або  $a_n = 0$  – при виконанні інших умов система перебуває на границі аперіодичної стійкості, або передостанній мінор  $\Delta_{n-1} = 0$  – при позитивності всіх інших мінорів система перебуває на границі коливальної стійкості. Параметри САУ визначають значення коефіцієнтів рівняння динаміки, отже, зміна будь-якого параметра  $K_i$  впливає на значення визначника  $\Delta_{n-1}$ . Досліджуючи цей вплив можна знайти, при якому значенні  $K_i$  визначник  $\Delta_{n-1}$  стане дорівнює нулю, а потім – негативним рис. 3.24.

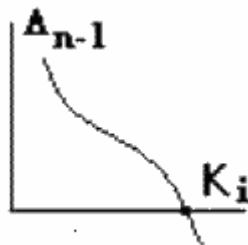


Рис. 3.24 – Негативне значення

Це й буде граничне значення досліджуваного параметра, після якого система стає нестійкою.

### 3.6 Якість і точність САК

Стійкість САК є необхідним, але не достатньою умовою для її ефективного функціонування. Важливе значення має якість керування, тобто ступінь задоволення сукупності вимог до форми кривої перехідного процесу, що визначає придатність системи для конкретних умов роботи.

Для порівняння якості різних САК досліджується їхня реакція на типові впливи. Звичайно це східчаста (толчковая) функція, як один з найбільш несприятливих видів збурень. Для систем, що працюють із періодичними збуреннями, доцільно оцінювати якість керування при

гармонійному впливі. Всі інші збурювання можна розкласти на східчасті впливи з використанням інтеграла Дюамеля, або в ряд Фур'є.

Всі сучасні методи аналізу якості керування можна розділити на прямі методи аналізу по кривій перехідного процесу або по частотних характеристиках, і непрямі методи, що дозволяють, не вирішуючи диференціального рівняння, визначити деякі показники якості процесу керування; до них, зокрема, ставляться кореневі, інтегральні й частотні методи.

Характеристика перехідного процесу.

Нехай САР при  $t = 0$  впливає фактор, що обурює,  $f$  у вигляді одиничної східчастої функції. При нульових початкових умовах динамічний режим описується перехідною характеристикою  $h(t) = \Delta y(t) = y(t) - y_0 = -e(t)$ . По ній можна визначити усе найбільш важливі показники якості керування.

1. Статична помилка  $e_{уст} = y_0 - y_{уст} = -h_{уст}$  – це різниця між запропонованим і дійсним значенням керованої величини в сталому режимі. Для статичних систем статична помилка відмінна від нуля рис. 3.25 і пропорційна величині фактора, що обурює,  $f$  (у лінійних САК) і коефіцієнту передачі системи по даному збурюванню, а для астатических – дорівнює нулю рис.3.26.

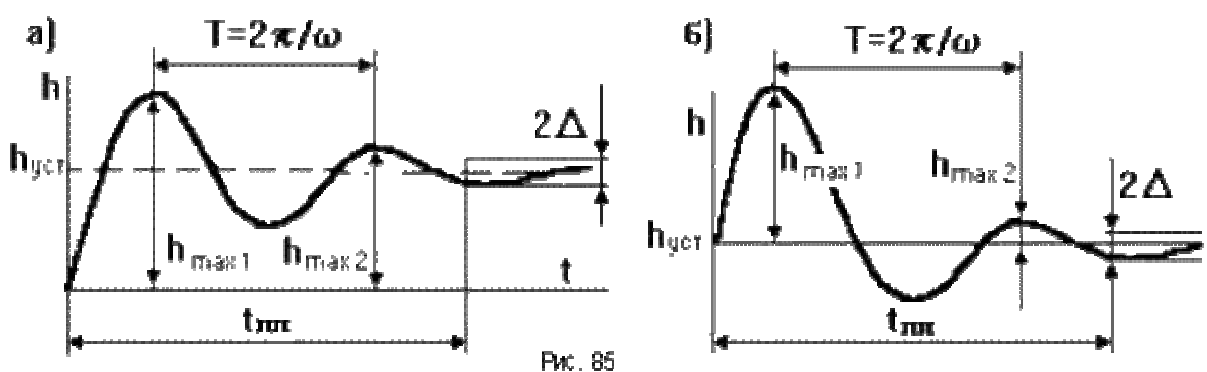


Рис. 3.25 – Статична система

2. Час перехідного процесу  $t_{уст}$  – це час від моменту впливу, починаючи з якого коливання керованої величини не перевищують якогось наперед заданого значення, тобто  $|h(t) - h_{уст}| \leq \Delta$ . Звичайно приймають  $\Delta = 0.05h_{уст}$ .

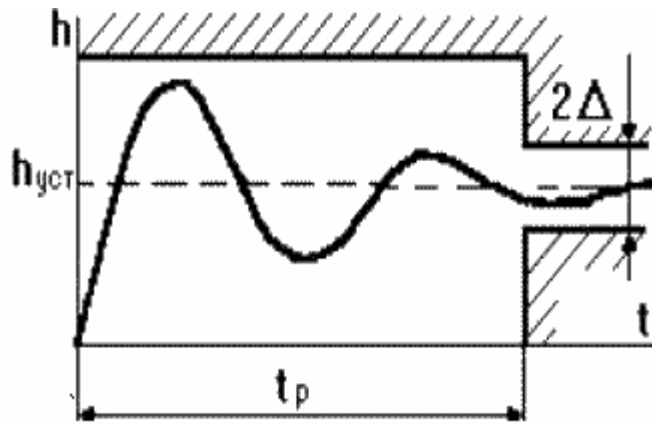


Рис.3.26 – Астатична система

3. Перерегулювання  $s$  – це максимальне відхилення керованої величини від сталого значення, виражене у відносних одиницях:

$$s = \frac{h_{\max 1} - h_{уст}}{h_{уст}}$$

Тут  $h_{\max 1}$  – значення першого максимуму перехідної характеристики. При більших перерегулюваннях можуть виникнути значні динамічні зусилля в механічній частині системи, електричні перенапруги й т.ін. Припустиме значення  $s$  визначається з досвіду експлуатації. звичайно воно становить 0.1...0.3, іноді допускається до 0.7.

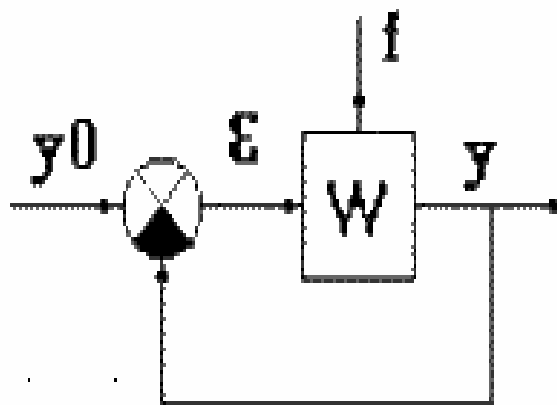


Рис. 3.27

4. Частота коливань  $\omega = 2\pi / T$ , де  $T$  – період коливань.
5. Число коливань  $n$  за час  $t_{пп}$ .

6. Декремент загасання  $k$ , дорівнює відношенню двох суміжних перерегулювань:

$$k = \left| \frac{h_{\max 1} - h_{уст}}{h_{\max 2} - h_{уст}} \right|$$

При створенні САК припустимі значення показників якості обмовляються технічними умовами, що можна представити у вигляді діаграми показників якості. Це область, за межі якої не повинна виходити перехідна характеристика (рис. 3.28).

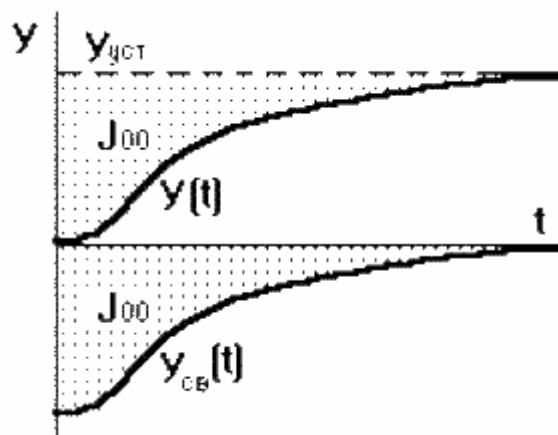


Рис.3.28 – Діаграми показників якості

### Інтегральні критерії якості

Інтегральні критерії дозволяють судити про якість керування шляхом обчислення інтегралів від деяких функцій керованої величини. Ця функція вибирається таким шляхом, щоб значення певного інтеграла від цієї функції за часом від 0 до  $+\infty$  було однозначно пов'язане з якістю перехідного процесу. У той же час даний інтеграл повинен порівняно просто обчислюватися через коефіцієнти рівнянь досліджуваної системи.

Наприклад, якщо перехідна характеристика є монотонної, то можна затверджувати, що якість перехідного процесу тим краще, чим менше площа, обмежена даної кривої й сталим значенням керованої величини рис. 3.28. Вона дорівнює площі, обмеженої кривої зміни вільної складової керованої величини й віссю абсцис. Якщо система стійка, то вільна складова керованої

величини в межі прагне до нуля  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{cв} = 0$ , тому площа обмежена даній кривій має кінцеве значення й визначається по формулі:

$$J_{00} = \int_0^{\infty} y_{cв}(t) dt.$$

Величина  $J_{00}$  являє собою лінійну оцінку якості керування. Чим вона менше, тим вище швидкодія системи. При виборі параметрів системи прагнуть забезпечити мінімум  $J_{00}$ . Якщо є який то варіюємий параметр  $A$ , те можна побудувати криву  $J_{00} = f(A)$  рис. 3.29. Її мінімум, обумовлений з умови  $dJ_{00}/dA = 0$ , дасть оптимальне значення  $A$ .

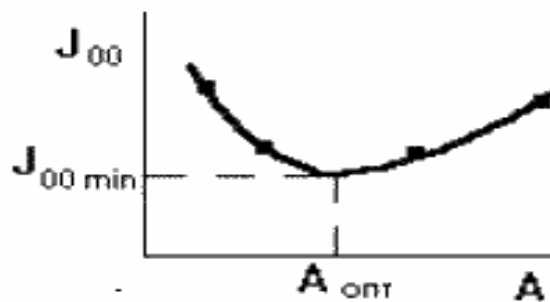


Рис. 3.29 – Графік кривої  $J_{00} = f(A)$

Нехай дане рівняння динаміки замкнутої САК:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n) y = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) u.$$

Вільний процес описується однорідним диференціальним рівнянням:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y^{cв} = 0,$$

отже:

$$y_{cв} = -\frac{a_0}{a_n} p^n y_{cв} - \frac{a_1}{a_n} p^{n-1} y_{cв} - \dots - \frac{a_{n-1}}{a_n} p y_{cв}$$

$$y_{cв} = -\frac{1}{a_n} (a_0 \frac{d^n y_{cв}}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y_{cв}}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{d y_{cв}}{dt})$$

$$J_{00} = \int_0^{\infty} y_{cв}(t) dt = -\frac{1}{a_n} (a_0 \frac{d^{n-1} y_{cв}}{dt^{n-1}} + a_1 \frac{d^{n-2} y_{cв}}{dt^{n-2}} + \dots + a_{n-1} y_{cв}) \Big|_0^{\infty}.$$



Нехай при  $t = 0$  САК мала наступні початкові умови:

$$y_{cв}(0) = y_0, \quad \frac{dy_{cв}}{dt}(0) = y_0, \quad \frac{d^{n-1}y_{cв}}{dt^{n-1}}(0) = y_0^{(n-1)}.$$

Крім того

$$y_{cв}(\infty) = 0, \quad \frac{dy_{cв}}{dt}(\infty) = 0, \quad \frac{d^{n-1}y_{cв}}{dt^{n-1}}(\infty) = 0,$$

тому що процес загасає й при  $t \rightarrow \infty$  вільна складова й всі похідні стають дорівнюють нулю. Підставляючи ці значення, одержуємо:

$$J_{00} = (a_0 y_0^{(n-1)} + a_1 y_0^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y_0) / a_n.$$

Тобто лінійну оцінку якості регулювання можна легко обчислити, знаючи початкові умови й коефіцієнти диференціального рівняння. Можливі й інші лінійні оцінки якості, але вони використовуються рідше, наприклад:

$$J_{01} = \int_0^{\infty} y_{cв}(t) \cdot t \cdot dt; \quad J_{0n} = \int_0^{\infty} y_{cв}(t) \cdot t^n \cdot dt.$$

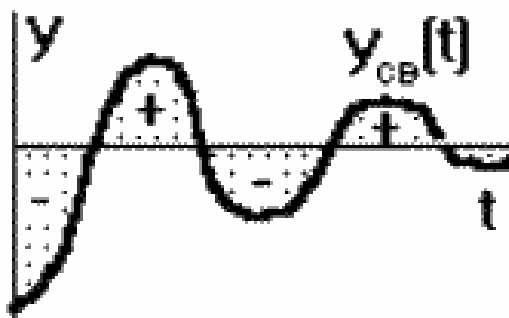


Рис. 3.30



Рис. 3.31



Рис.3.32

Лінійні оцінки якості незастосовні при коливальному процесі. Тому що площі, обмежені кривій  $y_{cb}(t)$  і віссю абсцис складаються з урахуванням знака, те мінімальному значенню  $J_{00}$  може відповідати процес із більшим числом коливань і малою швидкістю.

Вибираючи параметри САК по мінімуму  $J_{20}$  ми наближаємо криву  $y_{cb}(t)$  до осей координат, що приводить до зменшення часу регулювання. Висновок формули для обчислення цієї оцінки складний, тому обмежимося зауваженням, що значення обчислюється через коефіцієнти диференціального рівняння  $a_0...a_n, b_0...b_m$ . При обчисленні доданків у цій формулі використовуються визначники Гурвица, так що навіть розрахунок по ній сполучений з певними труднощами й вимагає використання ЕОМ або спеціальних таблиць.

При виборі параметрів САК по мінімуму  $J_{20}$  часто одержують небажану коливальність процесу, тому що наближення  $y_{cb}(t)$  до осі ординат викликає різке збільшення початкової швидкості, що у свою чергу може викликати велике перерегулювання, зменшивши при цьому запас стійкості. Для того, щоб забезпечити плавність протікання процесу, у квадратичну оцінку якості додається доданок, що залежить від швидкості зміни регульованого параметра  $y_{cb}(t)$ . Одержуємо критерій якості

$$J_{21} = \int_0^{\infty} \left[ y_{cb}^2(t) + t_2 (y_{cb}'(t))^2 \right] dt$$

де  $t_2$  – якась наперед задана постійна часу, що визначає вагове співвідношення між оцінкою по  $y_{cb}$  і по  $y_{cb}'$ . При малих значеннях  $t_2$

зменшення коливання буде незначним. Завищення  $\tau$  збільшить час перехідного процесу так, що її вибір визначається конкретними умовами.

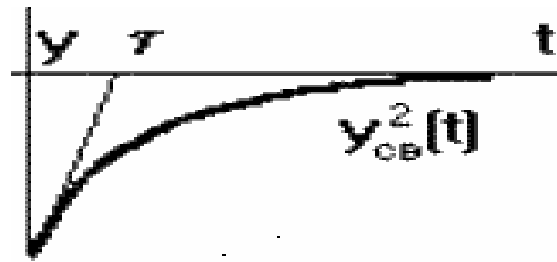


Рис.3.33

Цей інтеграл має найменше значення, якщо перехідний процес відповідає експоненті з постійної часу  $\tau$ . Інакше кажучи, по міркуваннях якості керування варто прагнути до того, щоб перехідна характеристика замкнутої САК якнайменше відрізнялася від характеристики інерційної ланки першого порядку, що має наперед задану постійну часу  $\tau$ , значення якої визначаються технічними умовами.

## 4. ПАРАМЕТРИ ТА ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ОСВІТЛЕННЯМ

### 4.1 Системи автоматичного керування освітленням

#### 4.1.1 Структура та функції локальних систем автоматичного керування освітленням

Локальні системи автоматичного освітлення типу «SAL SOLARIS» являють собою за з'єднанням сучасної LED-технології (освітлення) та живлення від сонячних батарей. Це дало можливість зробити унікальний світильник вуличного освітлення – SAL SOLARIS, що призначений для освітлення віддалених від електричної мережі місць і забезпечує автоматизоване автономне освітлення об'єктів за заданою гучною програмою на протязі понад 10 років.



Рис. 4.1 – Загальний вигляд системи «SAL SOLARIS»

Світильник SAL SOLARIS – це продукт 3 фірм:

- RABBIT;
- ROSA;
- WAMTECHNIK.

**Складові світильника:**

- система живлення;
- світильник зі світлодіодами й схемою керування;
- опора із фундаментом.

*Достоїнства світильника:*

Завдяки вибраній конфігурації можна одержати цілком автономне живлення, незалежно від електричної мережі, функціональне, готове до роботи відразу ж після монтажу. Це дає економію часу, грошей та забезпечує мінімум формальностей.

*Особливості системи живлення:*

Система живлення складається із сонячних батарей. Використання таких джерел, що регенерують енергію, відкриває нові можливості:

– світильник не потрібно підключати до електричної мережі; відсутні рахунки за електроенергію; відсутні грошові витрати на підключення до мережі; немає необхідності в дозволі від енергосистеми.

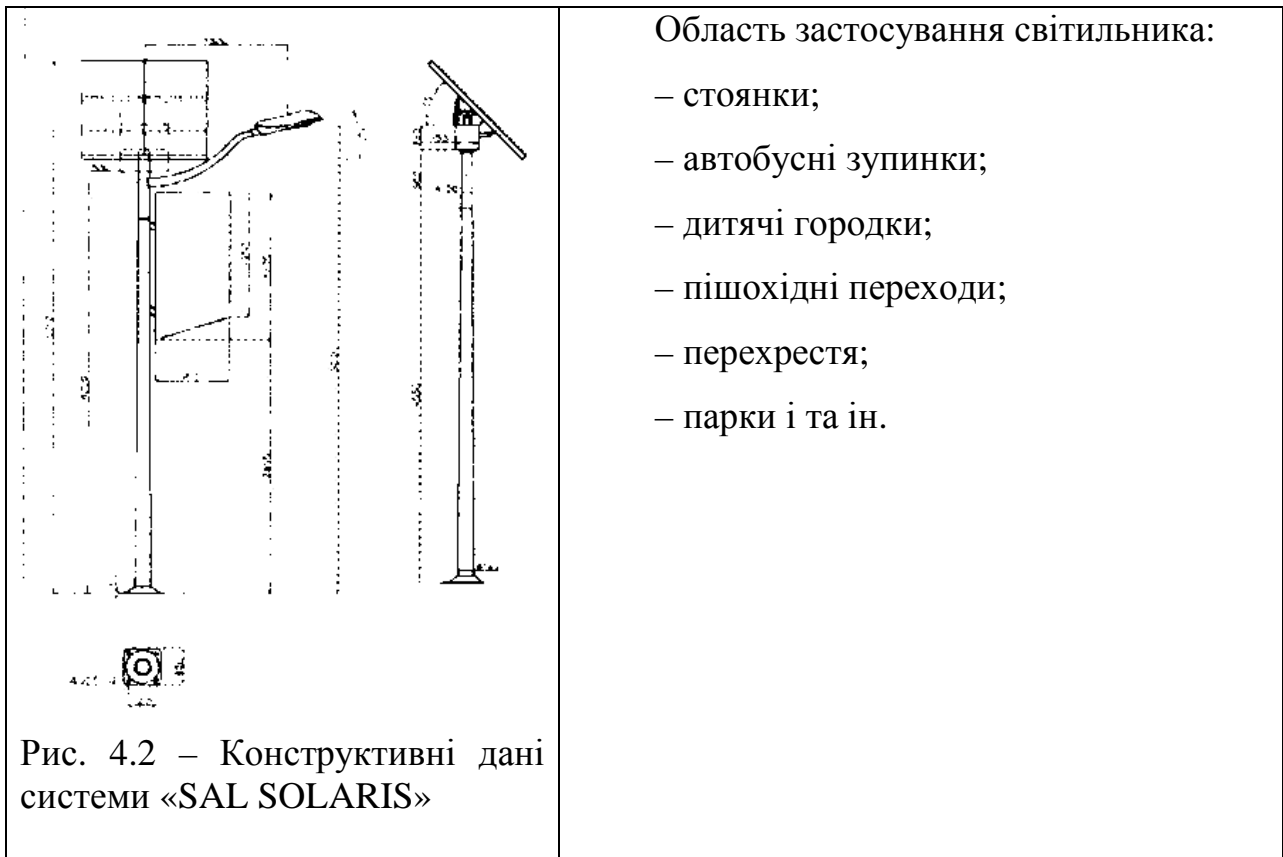
Завдяки цьому можна вибрати любе підходяще місце для монтажу світильника.

*Конструктивні особливості світильника.*

Алюмінієва опора гарантує довговічність і естетику. Передбачувана висота опори 5 м (відповідно до вимог клієнтів).

*Переваги конструкції:*

- довгий час експлуатації;
- легкість конструкції;
- простий перевіз і монтаж;
- естетичний вигляд на довгий час експлуатації;
- немає потреби поточного обслуговування;
- значний термін дії разом з великою гнучкістю системи.



Використанням світильника можна значно збільшити безпеку жителів і дорожнього руху.

**Параметри світильника:**

- напруга 12 В;
- потужність лампи 21-30 Вт;
- ємність акумулятора 120 А год;
- потужність модулів PV 2×130 Вт;
- автономний час роботи 3-4 доби.

Криві розподілу сили світла показують задовольняючий ефект освітлення на відстані 3-4м від опори.

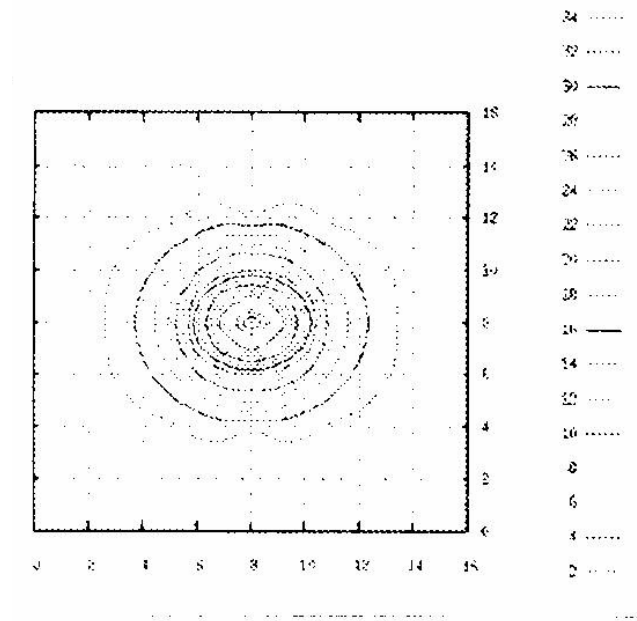


Рис. 4.3 – Крива сили світла системи «SAL SOLARIS»

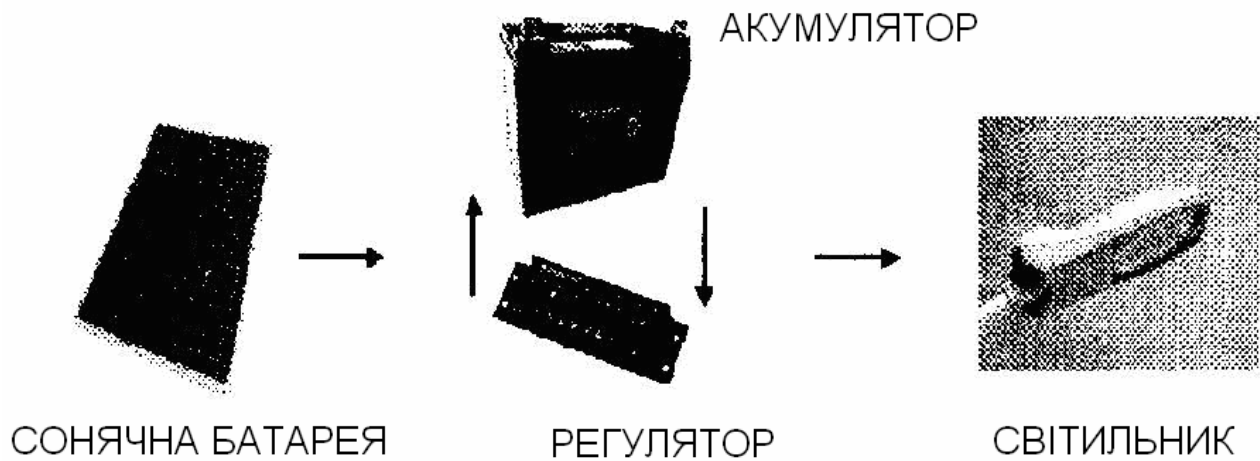


Рис. 4.4 – Структура системи «SAL SOLARIS»

### Робота системи

Сонячна батарея виробляє електроенергію, що за допомогою регулятора зарядки передається до акумулятора. З акумулятора енергія проходить через систему контролю й програматор прямо до світильника з діодами LED. Система керування світильника міряє напругу акумулятора й залежно від цього керує світильником.

Світильник запроектований так, щоб одержати мінімум витрат разом з великою функціональністю.

На схемах представлена кількість енергії, виробленої за допомогою системи живлення світильника протягом дня й середня денна в даному місяці.

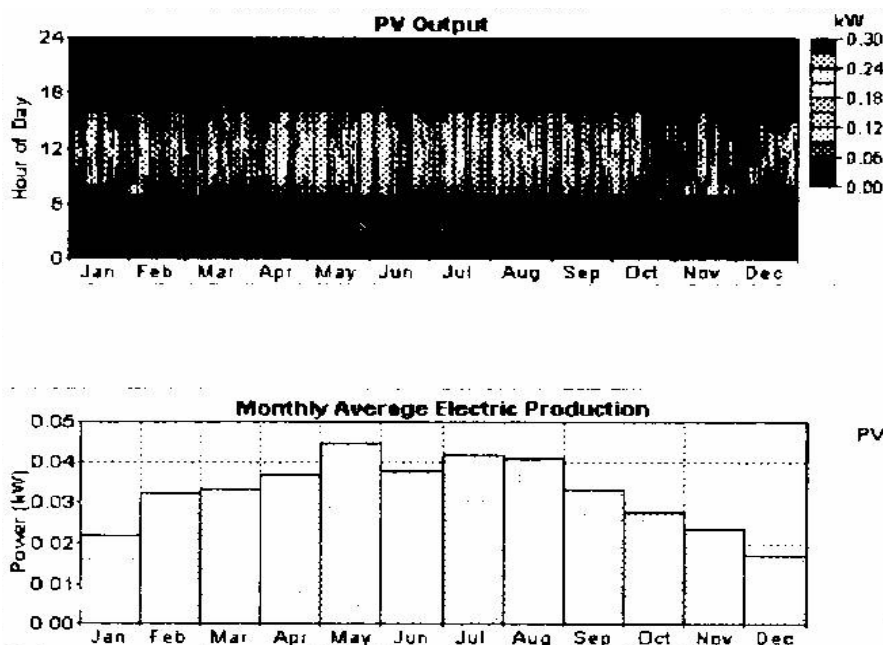


Рис. 4.5 – Графік накопичення сонячної енергії системою «SAL SOLARIS»

### Накопичення енергії

Час роботи залежить від кількості накопиченої енергії.

На схемах представлений стан зарядки акумулятора. Система живлення zaproekтована так, щоб акумулятор не був розряджений нижче 30% його ємності (не рекомендується).

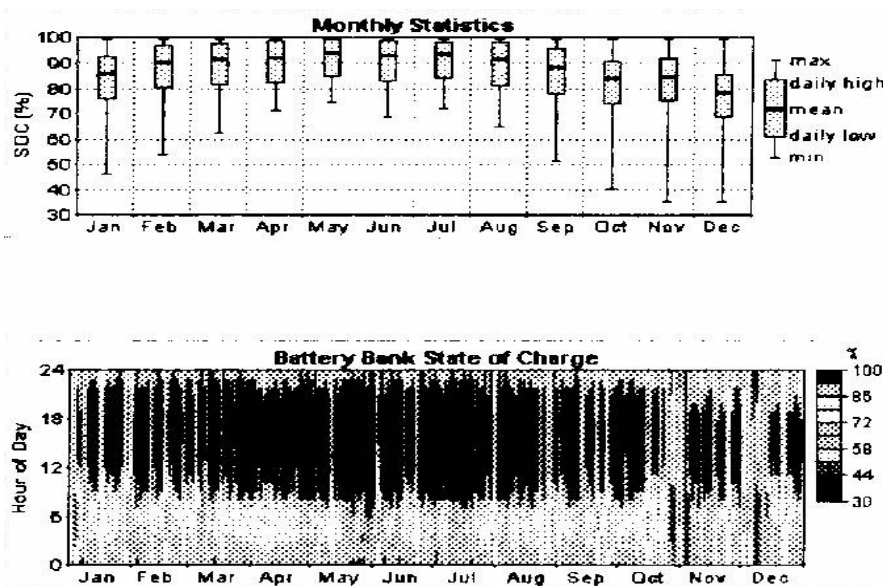


Рис. 4.6 – Стан зарядки акумулятора



Функція автоматичного керування освітлення виконується програматором.

Функції, що виконуються світлом зводяться до автоматичного керування та автоматичного регулювання світловим потоком.

Функція автоматичного керування здійснюється за допомогою таймера, а автоматичного регулювання – за допомогою фотореле. Ручне керування здійснюється за допомогою пульта керування.

Економія енергії забезпечується за рахунок:

- контролювання стану зарядки акумулятора;
- включення/виключення незалежних діодних рядів;
- переключення світильника під час меншого вуличного руху.

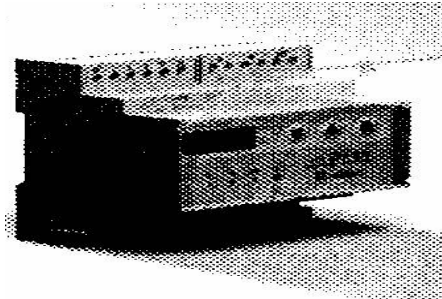


Рис. 4.7 – Загальний вигляд блоку автоматичного керування

Гнучкість світильника досягається можливістю перепрограмувати. Міняти параметри можна на етапі монтажу програматора або за допомогою пульта в процесі роботи.

До світильника можна додатково приєднати діодну панель для висвітлення реклами й іншої інформації.

Поміняти текст такої реклами можна за допомогою телефону (SMS).

За допомогою висвітленої реклами на панелі можна повернути гроші, виділені на покупку світильника.

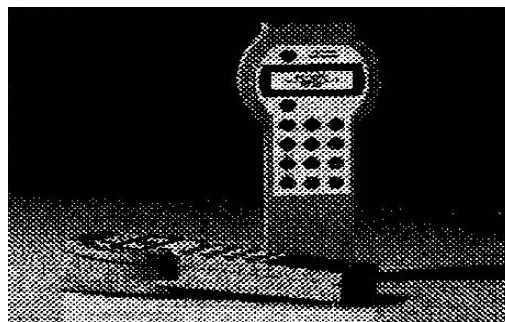


Рис. 4.8 – Загальний вигляд системи дистанційного керування

#### **4.1.2 Структура та функції інтегрованих систем автоматичного керування освітленням**

Із часу відкриття електрики, штучне світло поступово перетворилося в невід'ємну частину звичного для нас комфорту. Без освітлення ми не зможемо не читати, не писати, ні взагалі жити звичної для нас життям. А в наповненому різними типами світильників сучасному офісі створити потрібний світловий режим дуже й дуже непросто. Треба враховувати сезон року, час доби, характер виконуваної роботи й багато чого іншого. Отож, щоб не клацати постійно вимикачами й не міняти через кілька місяців потужність лампочок, але при цьому значно знизити витрати на електричну енергію, існує інтелектуальна система керування освітленням.

Автоматизована система керування (АСК) світлом програмує різні, зручні режими освітлення й запам'ятовує їх. А потім всі дії зводяться до натискання тільки однієї кнопки. Система керування світлом з'єднує між собою всі джерела в будинку, тому не потрібно обходити всі кімнати, перевіряючи їх перед відходом. Натиском єдиної кнопки, є світло автоматично погасає скрізь.

Система керування світловими джерелами може бути або автономною, або інтегрованою в систему інтелектуального керування офісом.

До автономної системи ми вже звикли. Це звичайний вимикач, що управляє світильником. Ця проста система використовується із часів Едісона, але вже давно застаріла. Сучасні системи дають незвичайно багаті можливості по керуванню світлом. А в дизайнерів інтер'єра з'являються надзвичайно багаті можливості використовувати світло в динамічних світлових сценах.

Інтелектуальна система керування офісом бере під контроль кожне джерело світла в робочих і підсобних приміщеннях. Контроль освітлення може бути здійснений, як за допомогою встановлених на стіні вимикачів або вбудованих у стіну сенсорних панелей, так і за допомогою дистанційних

пультів, або навіть із мобільного телефону. З'явилася можливість не тільки включати / виключати світло, але й плавно регулювати яскравість (так зване, *дімерення*). Причому управляти можна не скрізь відразу, а в конкретних світлових зонах і при цьому відпрацьовуючи заздалегідь прописані світлові сценарії.

Інтелектуальна система керування освітленням може містити в собі й вуличне освітлення, і декоративні ліхтарики на фасаді. З нею можна створювати цілі спектаклі на новий рік або в будь-який інший час, відтінюючи всі перлини фасаду й інтер'єра. Ця система дуже зручна й у плані забезпечення безпеки. Заданий сценарій зімітує звичне життя під час відсутності всіх, улаштувавши спектакль із включенням і вимиканням світла.

Велике значення має й елемент економії. Плавне включення світильників продовжить термін служби ламп майже вдвічі, а спеціальне настроювання буде вмикати світло тільки в присутності в кімнаті людини.

Інсталяція інтелектуальної системи освітлення допомагає легко вирішити всі проблеми керування будь-якою кількістю світильників, і одержати ряд додаткових можливостей – зручне керування, енергозберігаючий режим освітлення, автоматичне включення, регульована яскравість, збільшення ресурсу роботи світильників.

Практично з будь-якого місця, у тому числі перебуваючи далеко від офісу, можна управляти освітленням у ньому або підземному гаражі. Крім дистанційного керування можна запрограмувати світлову автоматику залежно від присутності в приміщенні людини часу доби, року, погодних умов, зовнішньої освітленості й ін.

Треба також відзначити багаті можливості заздалегідь запрограмованих кольорних сценаріїв під конкретні потреби. Різні сполучення яскравості й світлових гам, переходи від тіней до світла – все це може включатися одночасно як у всім будинку відразу, так і в окремих приміщеннях одним дотиком до панелі керування або автоматично.

У світлових сценах можна задіяти не тільки джерела світла – люстри, торшери, бра, точкові джерела й т.ін., але й жалюзі, ролети, штори, інші й не тільки побутові пристрої.

Робота систем освітлення в кімнатах, цілому будинку або на прилягаючій території підлегла різним кнопковим вимикачам, кнопковим панелям, оснащеним мікроконтролером, і сенсорною панеллю. Також кожна клавіша вимикача програмується для виконання набору функцій, задаючи режими. Автоматичний режим роботи системи освітлення здійснюється за допомогою різних датчиків, зовнішніх і внутрішніх, і таймерів для програмувального включення й вимикання світильників у заданий час.

Датчики, розташовані на кожному робочому місці, ураховують рівень освітленості робочого місця, наскільки далеко воно перебуває від природного світла, погоду, пору року й час доби. Ця інформація надходить у спеціальний комп'ютер, де задані всі норми освітлення для приміщень адміністративних будинків, а також світлові сценарії для різних ситуацій. Відповідно до цих сценаріїв вибирається режим освітлення, з огляду на всі умови роботи. Наприклад, улітку, коли яскраво світить сонце, і немає необхідності для штучного освітлення, АСК працює в режимі «Літо» і не увімкне світло. Якщо погода похмура, датчики реєструють рівень освітленості на робочому місці й включають ту кількість світильників, якої необхідно для забезпечення нормальної освітленості на робочих місцях. Восени, коли майже увесь час похмуро, АСК підбирає відповідний режим. Удень, коли сонце світить яскраво, АСК знижує напругу, і джерела світла горять не на повну силу, увечері, навпаки, напруга підвищується, і світильники горять яскравіше й забезпечувати освітленість необхідну для підтримки необхідної освітленості на робочих місцях, тим самим, не даючи утомлюватися очам співробітників.

Інформацію з датчиків також можна зводити на спеціальний пункт і здійснювати керування вручну. Всі можливі варіанти будуть представлені нижче.

Забезпечення енергозберігаючого режиму освітлення.

Інтелектуальне керування світлом значно заощаджує енергоресурси. Вони можуть бути перерозподілені на користь самого енергоспоживаючого на даний момент устаткування. Крім функції зниження пікового навантаження, це збільшує ресурс роботи світильників.

Можливість плавного, м'якого й індивідуального керування освітленням – перша ознака сучасного офісу. При проектуванні будинку передбачена безліч різних груп світильників, які повинні створити в кожному приміщенні індивідуальну атмосферу. Далі в керуванні світлом можна піти по двох шляхах. Перший традиційний – можна встановити для кожної світлової зони вимикач або індивідуальний димер. При цьому виходить безліч вимикачів у кожній кімнаті, що ніяк не прикрашає інтер'єр приміщення й вносить деяку плутанину в керування освітленням.

Для оптимізації керування світлом пропонується інше, більше ощадливе рішення. У кожній кімнаті по одному пульта з 1-9 кнопками. Кожна кнопка програмується на ваше бажання на реалізацію будь-якого, заздалегідь заданого сценарію, що забезпечує абсолютну гнучкість при керуванні освітленням, тобто при всіх включеннях, перемикаваннях, вимиканнях, що відбуваються з використанням кіпаду або сенсорної панелі.

АСК освітленням дозволяє повною мірою насолодитися світловим оформленням, що досягається завдяки простому й зручному керуванню світлом у величезній кількості світлових зон і введенням сценаріїв. Їх можна активувати як самостійно, по натисканню кнопки, так і скориставшись інтелектуальними здатностями самої системи керування освітленням.

АСК має наступні додаткові можливості:

- створення індивідуальних сцен для будь-якої ситуації;
- поліпшена безпека з можливістю використання єдиного вимикача для всіх навантажень;
- створення освітлених «шляхів» для щоденного використання;
- керування будь-яким джерелом світла з будь-якого місця в будинку;

- автоматизоване включення освітлення завдяки убудованій функції астрономічних годин;
- настроювання режиму «У відпустці» у випадку довгострокової відсутності;
- індивідуальне гравірування кнопок;
- створення «таймерних» функцій для автоматичного управління включення/вимикання освітлення.

#### *Система електроживлення*

Безвідмовна робота всіх пристроїв офісу прямо залежить від системи електроживлення, «інтелектуальні» здатності якої дозволяють контролювати й розподіляти навантаження, продовжувати термін служби електроприладів, заощаджувати витрати на електроенергію, вчасно відключаючи прилади які не використовуються або залежно від пріоритету відключення (у випадку перевантаження електромережі), а також плавно міняти напругу в системі освітлення. Остання властивість використовується для організації різних світлових сцен (наприклад, у вечірній час підсвічування коридору на 100%, а в денне – на 15%).

Тепер можна управляти практично будь-якими електроустаткуванням як у всім будинку, так і в окремих зонах або групах. Розбивши освітлення на деякі групи, що відповідають поверхам, можна управляти їм з будь-якого «кута» будинку.

#### *Керування освітленістю залежно від пори року або доби*

Традиційна система освітлення обмежена у своїй функціональності – використовуваний аналоговий дімер і вимикач управляються вручну. З появою інтелектуальних систем стало можливим задавати поведження різних систем офісної автоматизації залежно від обраного сценарію, пори року або доби. Наприклад, у міру настання темряви міняється рівень підсвічування в коридорах або на сходовій клітці.

### *Керування прохідними зонами (сходові проходи)*

Залежно від обраного сценарію настраюється поведіння системи в зазначеній зоні. Наприклад, поява сторонньої людини в прохідній зоні, коли система перебуває в режимі повної охорони, спровокує спрацьовування сигналізації, виклик загону міліції, оповіщення по телефоні й електронній пошті, а також інші запрограмовані дії. В іншому випадку всього лише ввімкнеться підсвічування.

*Керування люмінесцентним світлом без впливу на його колірне фарбування*

Використання люмінесцентних ламп виправдано невеликим енергоспоживанням. Однак, якщо потрібне плавне регулювання освітленості, то виникають деякі труднощі: дросельний трансформатор, використовуваний для первісне розряду, не має керування. На щастя, робота сучасних люмінесцентних ламп регулюється електронним керованим баластом, що уможливорює включати подібний тип освітлення в різні сценарії.

Установивши в кожному приміщенні багатокнопкову панель, оснащені мікроконтролером, або сенсорну панель, і підключивши це встаткування системі, ми одержуємо можливість керування освітленням у будь-якому приміщенні, у всьому будинку або на прилягаючій території, перебуваючи в будь-якому приміщенні. Кожна клавіша програмується для виконання визначена програми керування.

Плавне включення й вимикання освітлення, можливість регулювання яскравості світіння, як ламп розжарення, так і ламп денного світла, дозволяє створити найбільш комфортний для конкретної ситуації режим освітлення.

Важливою функцією керування освітленням є контроль навантажувальної потужності електричної мережі, і відключення частини світильників до забезпечення функціонування більше важливого енергоспоживаючого встаткування.

Інтелектуальна система керування освітленням здатна працювати автоматичному режимі. При цьому включення й вимикання освітлення може вироблятися від зовнішніх або внутрішніх датчиків освітленості, датчику руху, за таймером. Можна управляти освітленням за часом сходу заходу сонця, відомого для кожної місцевості.

У кожному з режимів роботи освітлення, світлові сценарії визначаються конкретними потребами або бажаннями людей і можуть легко змінюватися.

#### *Керування енергозбереженням (економія до 40%)*

Відключаючи непотрібне навантаження або переводячи в режим низького енергоспоживання, використовуючи пристрої з високою потужністю в пільгові періоди (наприклад, існує практика подвійних тарифів, коли уночі дешевше) можна знизити витрати на електроенергію.

#### *Система безперебійного живлення (Резервне введення)*

У випадку непередбаченого відключення електроенергії за рахунок використання джерел безперебійного живлення всі пристрої продовжують функціонувати у звичайному режимі, а також відбувається оповіщення події, що відбулася, на телефон, адресу електронної пошти.

#### *Система аварійного електроживлення (дизель-генератор)*

При проваллі електроенергії, коли рівня заряду ДБЖ становиться недостатнім для підтримки працездатності системи, запускає автономний дизельний генератор.

Автоматичне відключення частини електричної системи – можливого автоматичного або ручного відключення частини електричної системи.

У випадку перевантаження мережі (включення декількох енергоємних пристроїв залежно від встановленого пріоритету частина навантаження буде знеструмлена таким чином, щоб система безпеки продовжила нормальне функціонування. Автоматичне відключення частини електричної системи супроводжується оповіщенням на телефони й адреси електронної пошти.



### **4.1.3 Структура та функції систем автоматичного керування зовнішнім освітленням**

Існуючі системи керування зовнішнім освітленням можна підрозділити на кілька класів. По-перше, це місцеве керування комутаційних і керуючих апаратів, що забезпечується за допомогою установки, безпосередньо в лініях, що живлять освітлювальну апаратуру (на щитах підстанцій, магістральних щитах і та ін.). Однак такі системи застосовуються тільки в невеликих відособлених освітлювальних мережах, що мають один центр живлення. В основному ж, мережі вуличного освітлення міст мають складну розгалужену структуру й безліч центрів живлення. Тому, у таких системах передбачається дистанційне керування освітленням, – як правило, це досягається завдяки установці магнітних пускачів у лініях живильних і групової мереж. Така система включається з єдиного диспетчерського пункту. Причому, сигналом на включення лінії, що живиться від підстанції, буде наявність напруги на кінці лінії, що живиться від попередньої підстанції. Тобто, – в установках зовнішнього освітлення міст і населених пунктів широко застосовується каскадна схема дистанційного керування, при якій керування ділянками розподільних ліній зовнішнього освітлення здійснюється шляхом підключення котушки магнітного пускача другої ділянки в лінію першого, котушки пускача третьої ділянки в лінію другого, і та ін. Можлива й телемеханічна схема, при якій включення й відключення магнітних пускачів виробляється з диспетчерського пункту за допомогою телемеханічних пристроїв.

Крім цього, широко використовуються й автоматичне програмне або фотоавтоматичне керування – з установкою магнітних пускачів у лініях освітлення й програмного реле, фотореле або фотоелектричного автомата, що включають освітлення залежно від рівня природної освітленості або часу доби.

Для вуличного освітлення міст і населених пунктів системи дистанційного керування освітленням передбачають два режими роботи освітлювальних установок – вечірній і нічний. При вечірньому режимі включені всі освітлювальні прилади, при нічному, коли інтенсивність руху падає, – частина освітлювальних приладів відключається (звичайно відключають світильники, підключені до який-небудь одній або двох фазам. Однак, при цьому збільшується до неприпустимих меж коефіцієнт нерівномірності освітленості дорожнього полотна:

$$K_{\text{НЕР}} = \frac{E_{\text{max}}}{E_{\text{min}}}$$

де  $K_{\text{НЕР}}$  – коефіцієнт нерівномірності освітленості,  $E_{\text{max}}$  – максимальна освітленість (Лк),  $E_{\text{min}}$  – мінімальна.

Перераховані вище системи керування не можна назвати високоефективними з погляду енергозбереження через цілий ряд причин. По-перше, – ручні системи включення – відключення освітлення, як показує практика їхньої експлуатації, несуть велику перевитрату електроенергії (часто пов'язаний з людським фактором). По-друге, – як уже було відзначено, – низькоефективне керування потужністю системи освітлення (у вечірній і нічні години), що приводить до підвищення коефіцієнта нерівномірності освітлення. По-третє, – відсутність оперативного контролю стану освітлювальних мереж і за доступом у шафи вуличного освітлення (ШВО) з метою розкрадання кольорових металів і встаткування (що особливо важливо останнім часом).

Таким чином, можна зробити вивід о необхідності створення автоматизованих систем керування освітленням (АСКО), що дозволяють не тільки включати – відключати освітлення вулиць, але й регулювати енергоспоживання системи, контролювати цілісність устаткування й несанкціонований доступ, вчасно сигналізувати оперативному персоналу про аварійні ситуації в мережі.

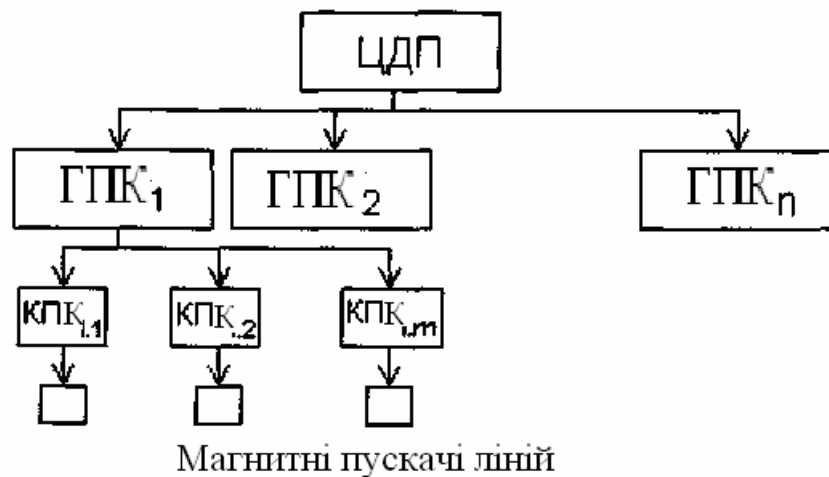


Рис. 4.9 – ЦДП - центральний диспетчерський пункт, ГПК - головний пункт керування, КПК - кінцевий пункт керування

Більшість сучасних АСКО будується за наступною схемою рис. 4.9.

Однак, такі системи керування при перемиканні освітлення в нічний режим використовують метод відключення однієї – двох фаз. Але це підвищує, як уже говорилося вище, нерівномірність освітленості доріг.

Уникнути цього дозволяє використання у вуличних світильниках електронних пускорегулюючих апаратів (ЕПРА) замість традиційних електромагнітних. Ці пристрої дозволяють управляти споживаним струмом лампи і її світловим потоком. Таким чином, щоб домогтися зниження споживаної потужності системи немає необхідності в повному відключенні частини освітлювальних приладів. А це значить, що світловий потік всіх світильників буде змінюватися рівномірно, не збільшуючи нерівномірність освітленості дорожнього полотна. Схема керування буде виглядати наступним чином рис. 4.10.

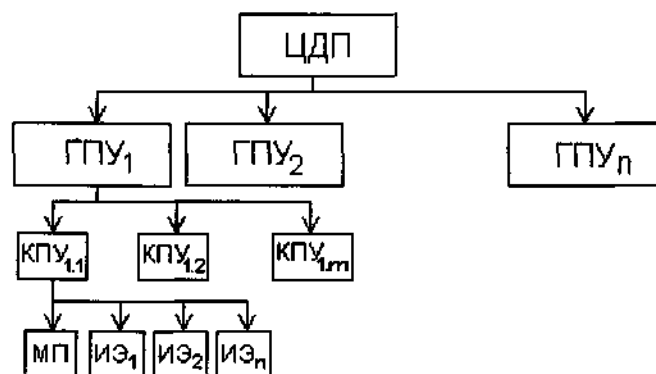


Рис. 4.10 – МП – Магнітний пускач, ИЭ – виконавчий елемент

Однак це істотно здорожує схему. Адже крім приймача-перетворювача керуючих сигналів у кожному ЕПРА необхідно буде проводити свою виділену лінію для керуючих сигналів до кожного світильника.

Виходом з такої ситуації буде використання пристрою, що дозволяє передавати сигнали керування безпосередньо по лініях освітлювальної мережі.

Всі системи передачі інформації з мережі 220 В можна розділити на дві більші групи:

1. Системи, що використовують як інформаційний сигнал модуляцію струму низької частоти 50 Гц;
2. Системи, що формують у лінії власний сигнал на одній або декількох несучих частотах, що відрізняються від 50 Гц.

Перша група пристроїв відрізняється надзвичайно високою завадостійкістю при простих схемах приймачів, але має дуже низьку швидкість передачі інформації й вимагає застосування в передавачах тиристорних комутаторів високої потужності. Крім того, для забезпечення вибіркового керування висвітленням в окремо взятій вітці, необхідно встановлювати комутатори ще й у прилягаючим до неї шафах керування, що приведе до необхідності глобальної реконструкції всієї системи освітлення.

Основні проблеми, що зустрічаються розроблювачам АСКО, що вибрали інший шлях – істотно більша перешкодозахищеність і, як наслідок, більший складність пристроїв прийому й передачі інформації. Так, наприклад, імовірність помилкового прийому біта при частотній маніпуляції на несучій 90 кГц і девіації 10 кГц при швидкості передачі 1 Кбіт і напрузі в лінії 0,75 В, склала  $10^{-3} \dots 10^{-4}$ , залежно від лінії й часу доби, що вимагає застосування механізму помехозахисного кодування. Це доводиться розробками як вітчизняними (приклад – мікросхема КР1446ХК1 – корекція одиночних і виявлення подвійних помилок), так і імпорфтними (наприклад, мікросхема TDA5051).

З іншого боку, системи даного типу мають наступні достоїнства:

1. Істотно більшою швидкістю передачі, точніше можливістю передавати більші пакети інформації між імпульсними перешкодами в лінії;
2. Можливістю використовувати інформаційний канал не тільки для керування освітленням, але й для зв'язку (обміну інформацією) між вузлами системи, аж до формування "інтелектуальних" світильників, тобто світильників з можливістю передачі інформації про поточний стан на центральний пульт;
3. Інформаційний сигнал може бути використаний для перевірки цілісності лінії електропередачі, а також оцінки її стану при відключеній електриці, що немаловажно саме для систем зовнішнього освітлення;
4. Можливістю інтеграції в існуючі системи освітлення без їх структурних і апаратних змін або доробок.

З обліком вищевикладеного при проектуванні даної системи АСКО вибір припав на пристрої передачі й прийому інформації (далі – модем) другого типу.

При виборі робочого діапазону частот і вихідної потужності модему враховувалися наступні фактори:

1. Результати проведених вимірів (спектральна щільність перешкод у лінії, монотонність її фазочастотної характеристики й імпедансу),
2. Вимоги стандарту ДЕРЖСТАНДАРТ на рівень електромагнітних перешкод у лініях електропередачі,
3. Робочі частоти існуючих систем керування й передачі інформації (забезпечення сумісності й інтеграції в готові системи),
4. Особливості й характеристики існуючих електронних пускорегулюючих апаратів (ЕПРА).

ЕПРА порівняно недавно з'явилися на ринку. Дотепер яких-небудь специфічних стандартів на них не існує, по цьому є розроблювачі вправі варіювати безліч параметрів, жорстко забезпечуючи лише електромагнітну сумісність. Як правило, ЕПРА вносять перешкоди високого рівня

(амплітуда окремої гармоніки досягає 0,5 В) у діапазоні частот 20...60 кГц, мають у цьому ж діапазоні високу нерівномірність вхідного опору (як правило, кілька піків до 500 Ом і провалів до 0,1 Ом резонансного характеру на різних частотах), тому реалізація модемів відносно простими засобами в діапазоні частот 20...60 кГц утруднена. За результатами вимірів рівень перешкод можна приблизно апроксимувати наступною діаграмою рис. 4.11.

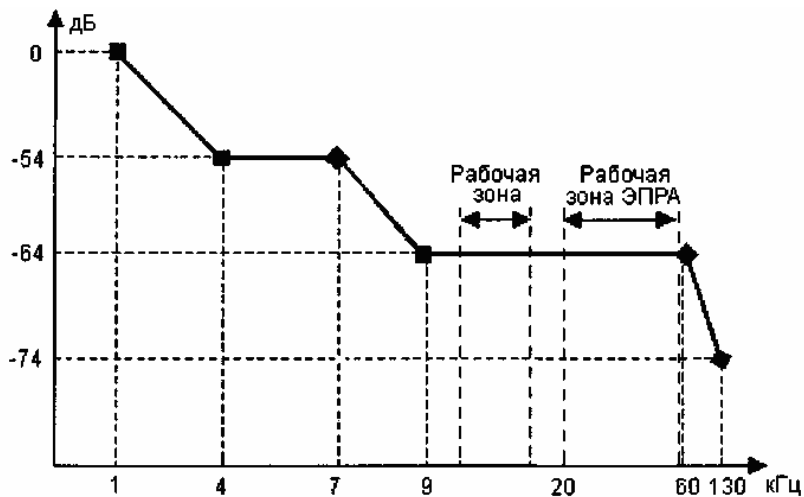


Рис. 4.11 – Результати вимірів

З її видно, що для передачі інформації можливо застосувати два основних частотних діапазони - від 4 до 18 кГц (нижній) і від 70 до 130 кГц (верхній). Діапазон 70-130 кГц вигідний меншим рівнем перешкод і потенційно більшою швидкістю передачі. Він активно використовується в закордонних системах "автоматизації житла" (Home automation systems), і наших АСКО. Більшість таких систем не враховують можливість використання ЕПРА, крім того, сформуванню сигналу зі спектром задовольняючим вимогам електромагнітної сумісності без застосування спеціалізованих ІМС представляється досить трудомістким завданням, і в такому випадку, мові про простий передавач бути не може. Крім того, з огляду на ємнісний характер освітлювальної мережі, вираш по перешкодозахищеності при однаковій вихідній потужності передавача щодо нижнього діапазону невеликий.

У результаті, вибір був зупинений на системі частотної маніпуляції в діапазоні частот 12...10 кГц і потужністю передавача 30 Вт. При даній потужності, залежно від довжини і ємності лінії такий передавач розвиває до 7,5 В (типове – близько 1 В). При цьому гарантована ймовірність помилки на біт – не менш 10<sup>-3</sup>. Для підвищення перешкодозахищеності використовується модуляція шумоподібним сигналом з базою рівної 15 на біт інформації, і мінімізацією ймовірності помилкового спрацьовування. Для додаткової надійності з боку центрального пульта можливо періодичне (наприклад, щогодини) повторення команди перемикання режиму освітлення.

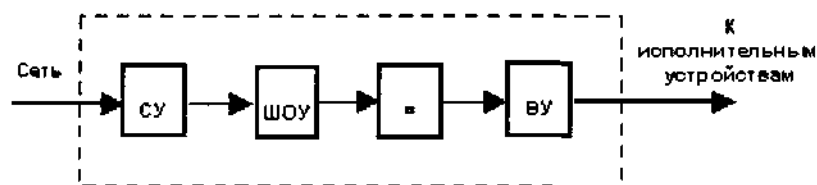


Рис.4.12 – Структурна схема приймача.

*СУ – пристрій, що погоджує, ШОУ – широкополосний підсилювач - обмежник -узькополосний фільтр на 15 КГц із нулями в областях 20...25 КГц і 8...10 КГц, компаратор і обчислювальний пристрій, які забезпечують селекцію й декодування прийнятих сигналів*

Завдяки наявності на ринку сучасних RISC – мікроконтролерів, з убудованими засобами захисту, компаратором і які мають продуктивністю 8-12 MIPS при споживаному струмі 2...5 мА, а також зчетверених операційних підсилювачів, приймач удалося реалізувати всього на двох інтегральних схемах у вигляді окремого блоку й вартістю, не більше 20% від вартості ЕПРА, при гарних енергетичних параметрах. При інтеграції пристрою в саму ЕПРА можливо очікувати ще більшої ефективності.

Передавач відрізняється від приймача тим, що в схему доданий ключовий підсилювач потужності – модулятор і пристрій, що погодить, – фільтр. При цьому сигнал передачі формується цілком за допомогою мікроконтролера, що додатково спрощує схему.

Тому що ДЕРЖСТАНДАРТ нормує рівень ВЧ перешкод тільки на частотах вище 150 кГц, придушення вищих гармонік переданого сигналу забезпечується фільтром L.C. разом з ємністю ліній, що, як правило, становить 5 мкФ або більше. По витратах передавач відрізняється від приймача додаванням у схему 5 транзисторів, декількох пасивних елементів і незначній зміні джерела живлення, що природно викликає незначне подорожчання модуля.

У більшості випадків потенційні можливості й додаткові функції розширюються зі збільшенням складності пристроїв і дана розробка – не виключення. Крім перспектив і особливостей, обумовлених безпосередньо принципом і частотним діапазоном передачі сигналом (вони були відзначені вище) існує й специфічні перспективи пов'язані з обраною елементною базою й схемотехнікою пристроїв приймача й передавача. Основні з них такі:

1. Можливість використання накопичувача енергії для передавача, у виді короткочасного характеру передачі сигналів, що дозволить використовувати для живлення модему, вбудованого в ЕПРА безтрансформаторне джерело – мінімальні витрати для створення "інтелектуального" світильника;

2. Можливість спрощення самого ЕПРА за рахунок більшого запасу обчислювальної потужності мікроконтролеру аж до прямого керування силовими ключами перетворювача або стабілізуючого коректора потужності.

Таким чином, пропонована структура АСКО з передачею інформації із проводів мережі виявляється не тільки економічно вигідною, але й перспективною системою.

У цей час в АСК ЖКГ для організації вуличного освітлення усе більше знаходять застосування електронні пускорегулюючі апарати (надалі ЕПРА), що дозволяють перейти на новий технологічний рівень ресурсозберігаючих технологій.

Впровадження нової технології дозволить знизити споживання електричної енергії, централізовано управляти зовнішнім вуличним освітленням районів різних міст, у тому числі мегаполісів, задавати різні режими роботи світильників, дистанційно контролювати стан освітлювальної апаратури.



## Область застосування

Автоматизована система керування зовнішнім вуличним освітленням (АСК НОУ) застосовується для організації вуличного освітлення на базі нової ресурсозберігаючої технології, основу якої становлять пристрої зв'язку з об'єктом.

Пристрою зв'язку з об'єктом (надалі – ПЗО) призначені для забезпечення обміну даними по ЛЕП 0,4 кВ трансформаторних підстанцій (надалі – ТП), використовуваних у т.ч. для зовнішнього освітлення, як правило вуличного, з ЕПРА, установленими в апаратних відсіках світильників. ПЗО встановлюється як правило на ТП і на об'єктах керування, у якості яких можуть виступати ЕПРА світильників вуличного освітлення, і може використовуватися разом з терміналами, що працюють по стику RS-232. Як термінал можуть застосовуватися:

- 1) персональний комп'ютер;
- 2) контрольований пункт (КП) системи телемеханіки;
- 3) радіостанція з радіомодемом;
- 4) модемний термінал, що працює по каналах GPRS.

Схема підключення ПЗО наведена на рис. 4.13.

Оскільки силові лінії були спроектовані винятково для доставки електроенергії до світильників, технологія зв'язку, використовувана в цьому середовищі, повинна справлятися з її характерними рисами:

1. зміна імпедансу;
2. спектральні перекручування;
3. пульсації й перегони;
4. вузькополосна й гармонійна інтерференція;
5. сигнали, які генеруються підключеним і непідключеним
6. ослаблення, викликане фізичною довжиною каналу зв'язку.

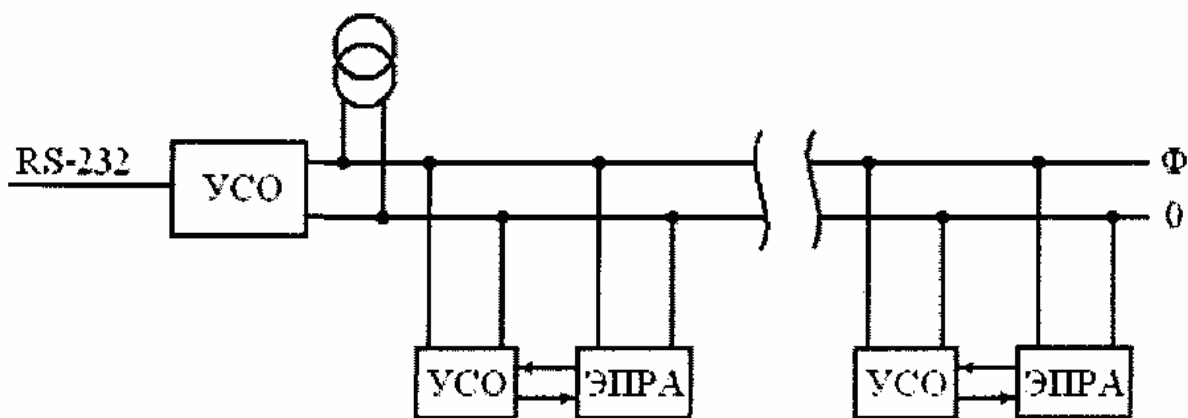


Рис. 4.13 – Схема підключення ПЗО з устаткуванням

Найбільш підходящою технологією зв'язку, у цьому випадку, є SS (Spread Spectrum – частотна маніпуляція з розтяганням спектра). Розмазування даних по всьому спектру робить переданий бінарний код більше стійким до шумів і перешкод.

Технологія маніпуляції SS складна, вимагає застосування додаткових цифрових фільтрів і механізмів корекції помилок, але при цьому зростає надійність зв'язку.

У Європі розроблений стандарт CENELEC EN500065-1, що визначає смугу частот для передачі даних у ланцюгах з низькою напругою. Існують 4 смуги частот, які розташовані в діапазоні від 3 до 148,5кГц. Ми в ПЗО використовуємо смугу А, призначену для пристроїв виміру. У якості основної елементної бази для побудови ПЗО використовуємо мікроконтролер з інтегрованим PLC — Модемом типу M16C/6S (Renesas Technology Corp.). Основу цього контролера становить PLC – модем IT800, фірми Yitran Communications, у якому, щоб подавляти перекручування, використані технології DCSK (Differential Code Shift Keying - частотна маніпуляція з розтяганням спектра) і DLL (Data Link Layer – рівень керування передачею даних). Ці технології дозволяють одержати стійкий зв'язок через існуючі ЛЕП 0,4 кВ зі швидкістю до 7,5 кбит/с. Структурна схема ПЗО представлена на рис. 4.14.

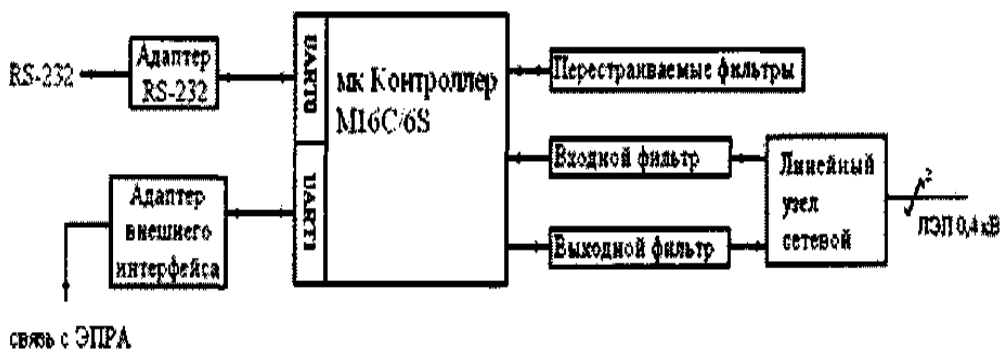


Рис. 4.14 – Структурна схема ЛЗО

Як правило, ЛЕП 0,4кВ, використовувані для зовнішнього вуличного освітлення, мають деревоподібну структуру й можуть бути представлені на рис. 4.15, де показаний приклад системи нумерації світильників підключених до одного фідера трансформаторної підстанції.

Розроблені ЛЗО дозволяють працювати на прямих ділянках ЛЕП 0,4кВ на відстань до 100 0м. У тому випадку, якщо за якимись причинами ЛЗО не може зв'язатися з об'єктом, що перебуває наприкінці лінії зв'язку або наприкінці одного із плечей, ЛЗО передає керування одному з периферійних ЛЗО; цим досягається збільшення відстані від трансформаторної підстанції до віддаленого об'єкта керування.

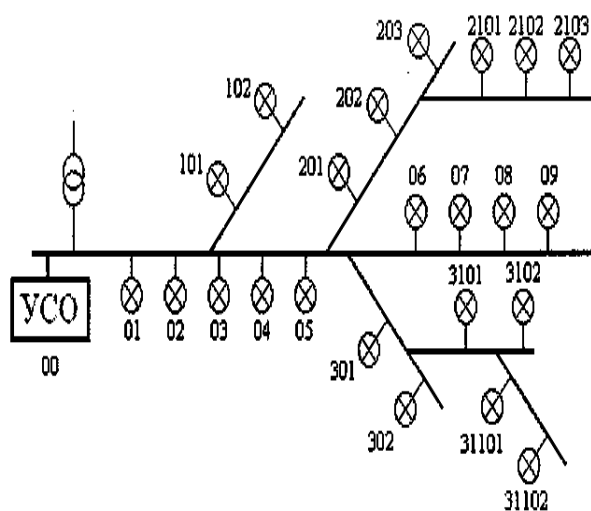


Рис. 4.15 – Система нумерації світильників підключених до одного фідера трансформаторної підстанції

Програмне забезпечення всіх ПЗО системи однакове й може, якщо буде потреба, перезавантажуватися із центра керування системою. Застосування ПЗО в АСК НОУ дозволяє управляти зовнішнім вуличним освітленням, у тому числі окремо взятим світильником (з будь-яким номером, заданим у центрі на ПК), зокрема виконувати основні функції:

1. включати або відключати будь-які світильники або групи світильників;
2. задавати уставки потужності світильників;
3. задавати уставки освітленості в зоні світильника;
4. задавати роботу світильника по певній програмі;
5. контролювати стан світильників, у тому числі пускорегулюючої апаратури.

Короткий опис можливостей системи

АСК НОУ складається із трьох частин:

1. Редактор;
2. База даних;
3. Керуючий комунікаційний додаток.

Редактор використовується для побудови трьохрівневої системи взаємозалежних і взаємодіючих об'єктів, реєстрації районів, закріпленні за кожним районом відсканованих планшетів, установки Пунктів керування (ПК), Контрольованих пунктів (КП), Виконавчих пунктів (ВП), Трансформаторних підстанцій (ТП), підстав (опор світильників), електричних ліній і світильників.

При установці кожного з перерахованих об'єктів з'являється можливість призначити параметри конкретного об'єкта, на основі яких потім формувати деякі параметри інших об'єктів, що лежать на більше низькому рівні ієрархії.

При установці об'єктів і призначенні їм параметрів, редактор автоматично виконує формування інформаційної бази даних, що потім буде використана в керуючому комунікаційному додатку.

Керуючий комунікаційний додаток (програма) взаємодіє з базою даних і дозволяє одержувати як статичну, так і оперативну інформацію з бази даних, відправляти керуючі команди (включити світильник, виключити світильник, включити групу світильників, виключити групу світильників, включити світильники всього району, виключити світильники всього району, включити всі світильники, виключити всі світильники, установити один із чотирьох режимів роботи довільного світильника, одержати інформацію про поточний стан довільно обраного світильника) на ВП с їхньою наступною реалізацією.

Призначення й умови застосування системи

АСК НОУ призначено для автоматизації процесу керування зовнішнім вуличним освітленням різних міст, у тому числі мегаполісів з використанням дистанційного керування із центра (надалі – пункт керування (ПК)) різними трансформаторними підстанціями, плечима цих підстанцій, а так само світильниками плечей.

При цьому можуть бути використані різні способи передачі даних по радіо ефіру, у тому числі стільникові канали, що працюють на основі застосування технології GPRS.

Застосування АСК НОУ дозволяє управляти зовнішнім вуличним освітленням, в тім числі окремо взятим світильником (з будь-яким номером, заданим у центрі на ПК).

АСК зовнішнім вуличним освітленням є системою, побудованою з застосуванням сучасних інструментальних і програмних засобів.

Структура АСК НОУ на базі електронних пускорегулюючих апаратів і ПЗО

Структура АСК НОУ представлена на рис. 26, де використані модем GPRS, а в якості ПЗО основної елементної бази застосований модем фірми RENESAS типа M16C/6S.

В АСК використовується наступна ієрархія адресації:

1. адреса світильника в плечі
2. адреса плеча на підстанції (у т.ч. містить номери фази або фаз)
3. адреса підстанції
4. адреса головної підстанції району
5. пункт управління району
6. пункт керування міста.



Рис. 4.16 – Структура АСК НО (вуличним)

### Користувальницький інтерфейс

Користувальницький інтерфейс складається з головного вікна, що містить умовну схему електричної мережі зовнішнього освітлення міста. На схемі зображено контрольовані пункти, що перебувають у трансформаторних підстанціях районного рівня рис. 4.17.

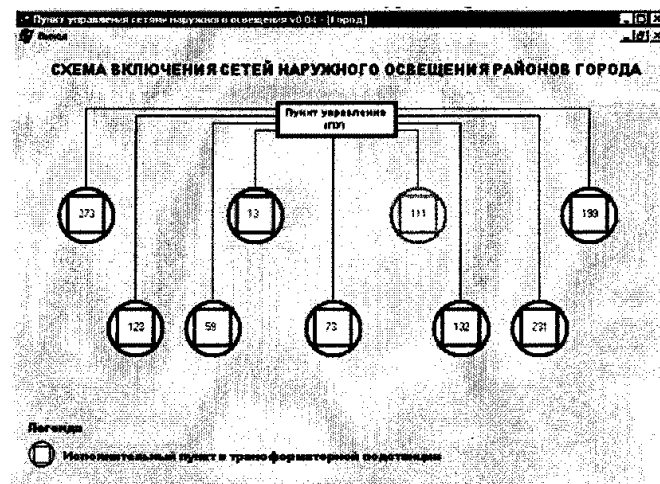


Рис. 4.17 – Головне вікно програми

Червоний колір в умовній позначці контрольованого пункту означає, що зв'язок із цим пунктом не встановлена. Зелений колір-зв'язок з пунктом встановлене й можливо керування контрольованим пунктом. При клацанні маніпулятором «миша» на схематичному зображенні контрольованого пункту відкривається вікно, на якому представлена схема мережі зовнішнього освітлення району рис. 4.18.

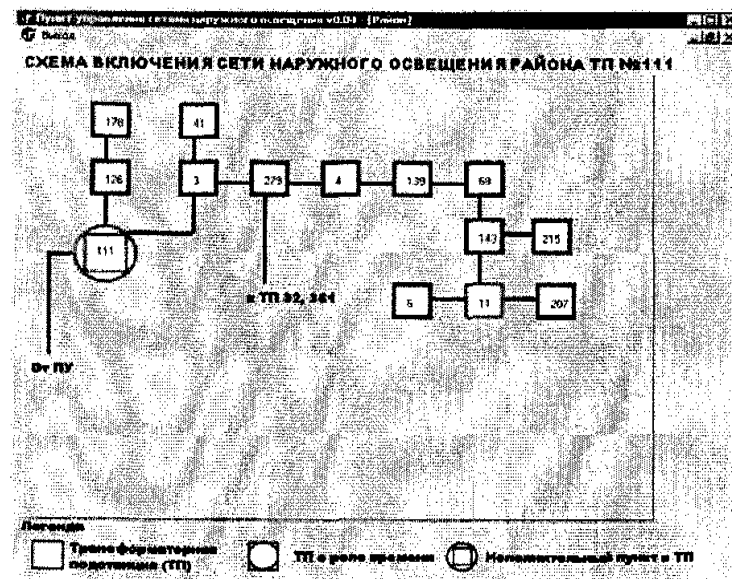


Рис. 4.18 – Схема мережі на рівні району

На даній схемі зображуються трансформаторні підстанції в мережі району, їхній взаємозв'язок, а також стан контрольованих пунктів у них (червоний колір – зв'язок не встановлений, зелений – встановлена).

При клацанні маніпулятора «миша» на зображенні трансформаторної підстанції відкривається вікно зі схемою включення світильників зовнішнього освітлення, підключених до даної трансформаторної підстанції, прив'язаної до плану місцевості див. рис. 4.19.

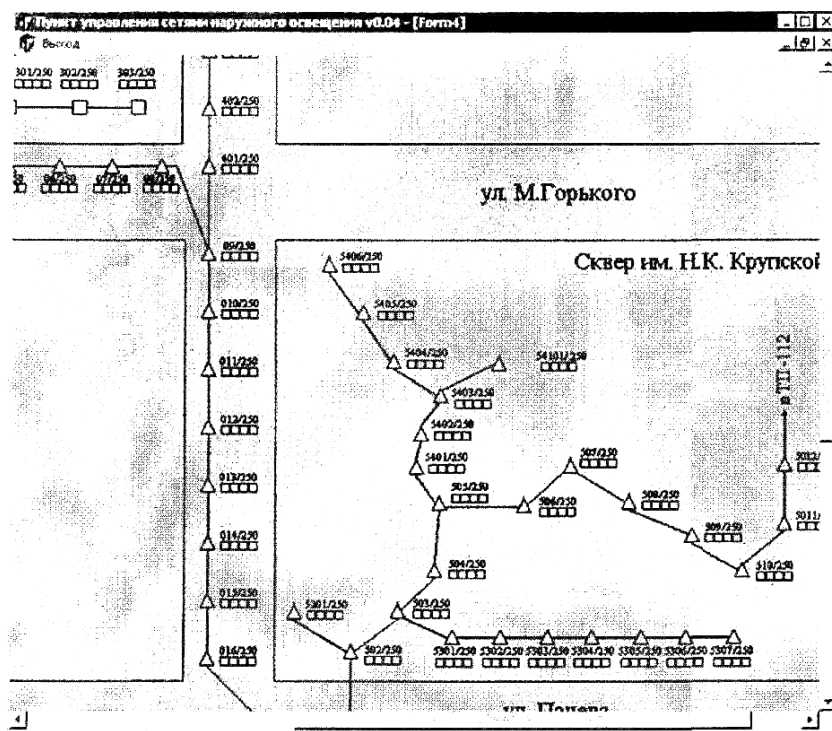


Рис. 4.19 – Схема включения светильников внешнего освещения

Піктограми світильників підписані їхнім кодом у системі керування, по якому й здійснюється звертання до кожного блоку ЕПРА світильників. Також на схемі індикується номінальна потужність установленої лампи, а також її заявлена потужність. Заявлена потужність відображається у відсотках із кроком 25% на шкалі.

Тим, хто надає послугу за назвою «світло», – міська влада, міські організації освітлення – важливо, щоб освітлення було економічним, довгостроковим й простим в обслуговуванні, але підхід до формування концепції освітлення в кожного міста повинен бути свій.

При цьому необхідно враховувати інтереси учасників процесу. Споживачі – це жителі й гості міста. Вони мають різні інтереси. Гості воліють шоу: світлодінаміку, яскраві вітрини, у той час як жителі хочуть, щоб, насамперед, було комфортніше й світліше. Звідси різні підходи до формування світлового вигляду туристських зон і житлових кварталів, а нові розробки в області світлотехніки відкривають додаткові можливості для більше ефективної реалізації міської стратегії розвитку зовнішнього освітлення.



Сьогодні існує безліч підходів до формування нічного середовища. Наприклад, у Європі віддають перевагу стриманості, не спотворюють архітектурний задум, в Азії – це завжди яскравий, феєричний вигляд нічного міста – багато кольору, динаміки, спецефектів, усе кружляється, літає. У Франції в архітектурному підсвічуванні є Ліонська школа, що припускає підсвічення окремих архітектурних деталей, а є Паризька, основою якої є використання освітлення, що заливає. Для України важливо знайти свій підхід, щоб кожне місто мало свій неповторний нічний вигляд.

Автоматизація систем контролю й керування зовнішнім освітленням з використанням стільникової радіомережі GSM на базі протоколу GPRS.

Один з напрямків діяльності департаменту є модернізація й модифікація міських систем зовнішнього освітлення. Департамент компанії Санта здійснює весь комплекс послуг, починаючи від пророблення й інжинірингу й закінчуючи поставкою, налагодженням уведенням в експлуатацію й наступним гарантійним і постгарантійним супроводом установленого встаткування. Системи міського зовнішнього освітлення є розподіленими об'єктами зі складною структурою. Для рішення завдань контролю й керування необхідна обробка оперативної інформації з десятків вилучених об'єктів. Керування об'єктами зовнішнього освітлення виробляється, як правило, дистанційно.

Призначення системи:

Автоматична система контролю й керування зовнішнім освітленням з використанням стільникової радіомережі GSM побудована на основі технічних і програмних засобів SIEMENS.

Система виконує наступні функції:

Керування 2-мя групами освітлення по розкладах, що зберігається в локальних системах автоматизації. Розклад уводиться на 1 рік;

Контроль наявності напруги на введенні, і окремих фідерах;

Контроль енергетичних параметрів за допомогою лічильника із цифровим інтерфейсом і передача інформації 2 рази на місяць за допомогою протоколу GPRS;

Передача в диспетчерський пункт аварійних і робочих повідомлень (відкриття дверей шафи, перегорання запобіжника, неполадка пускача);

Візуалізація докладного стану локальних систем;

Редагування із системи диспетчеризації розкладів;

Керування у вилученому режимі із системи диспетчеризації групами освітлення.

Канал зв'язку для інформаційного обміну між локальними системами керування й диспетчерським пунктом.

Канал зв'язку призначені для збору інформації із всіх локальних станцій міста на верхній рівень системи, а також для передачі команд із диспетчерського пункту в локальні системи керування.

При організації каналів зв'язку за допомогою GSM, у нашій системі, локальні системи автоматизації й диспетчерський пункт по протоколі GPRS через Internet обмінюються інформацією. Такий спосіб побудови системи дозволяє підключати до системи диспетчеризації велика кількість локальних систем. Крім того, немає ніяких обмежень на географічне положення диспетчерської й віддалених систем.

Достоїнства організації каналів передачі інформації за допомогою GSM-Модемів:

Більша територія покриття операторів GSM;

Невелика абонплата;

Із застосуванням протоколу передачі GPRS можлива передача інформації в будь-яку точку Землі за допомогою Internet;

Невисока вартість GSM-Модемів;

Сучасний спосіб передачі інформації;

Недоліки: Якість зв'язку залежить від GSM оператора.

Верхній рівень системи (Диспетчерський пункт).

Диспетчерський пункт побудований на базі SCADA-Системи WinCC, що є однією з найпоширеніших у Європі.

Основні властивості SCADA-Системи WinCC: Підтримка великої кількості пристроїв; Зручний мультіекранний інтерфейс; Структура Сервер-Клієнт; Реалізація архіву повідомлень.

Інформація в диспетчерський пункт із систем керування зовнішнім освітленням і назад надходить по каналах GPRS. Для цього на комп'ютері з SCADA-Системою WinCC повинен бути встановлений додатковий пакет SINAUT MICRO SC. Також комп'ютер повинен бути оснащений виходом в Інтернет з виділеним реальним IP адресою.

## ДЖЕРЕЛА

1. Методичні вказівки до самостійного вивчення курсу «Теорія автоматичного керування» і контрольні завдання для виконання контрольних робіт (для студентів 3 курсу денної і 4 курсу заочної форм навчання спеціальності «Світлотехніка і джерела світла») / Укл.: П.П. Говоров, В.О. Перепечений – Х.: ХНАМГ, 2009. – 22 с.

2. Говоров П.П. Освітлювальні електричні системи та мережі / П.П. Говоров, В.О. Перепечений, В.П. Говоров // ХНАМГ. – Х.: 2009. – 227 с.

3. Говоров П.П. Освітлення промислових об'єктів / П.П. Говоров, Р.В.Пилипчук, А.І. Токмань, В.В.Щиренко, Р.Ю. Яремчук // Джура, Тернопіль: 2008. – 388 с.

4. Говоров П.П. Релейний захист і автоматика в системах електропостачання / П.П. Говоров, Г.А. Сендерович, В.Ф. Соколов та ін. // ІЗИН, К.: 2006. – 228 с.

5. Говоров Ф.П. Регулирование напряжения в электрических сетях с помощью вольтодобавочных трансформаторов с тиристорным управлением / Ф.П. Говоров, М.А. Папко // Техніка, К.: 2004. – с.86.

6. Власов К.П. Теория автоматического управления / К.П. Власов // Х.: Изд-во Гуманитарный центр. –2007. – 526 с.

7. Сорока К.О. Теорія автоматичного керування / К.О. Сорока// Харків, ХНАМГ. – 2006. – 187 с.

8. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу “Теорія автоматичного керування” для студентів 3 курсу денної та 4 курсу заочної форм навчання спеціальності 6.090.603 “Світлотехніка і джерела світла” / Укл.: Говоров П.П. - Х.: ХНАМГ. – 2009. – 75 с.

9. <http://www.topdom.ru>

10. <http://gazeta.birga.od.ua>

11. <http://www.illuminator.ru>

12. <http://www.realhome.ru>

13. <http://www.realstrass.ru>

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**ГОВОРОВ** Пилип Парамонович  
**ГОВОРОВ** Владлен Пилипович  
**ПЕРЕПЕЧЕНИЙ** Віталій Олександрович  
**КОРОЛЬ** Ольга Вікторівна

Конспект лекцій  
з курсу

## **«ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ»**

(для студентів денної і заочної форм навчання напряму підготовки  
6.050701 «Електротехніка та електротехнології»)

Відповідальний за випуск *П. П. Говоров*

Редактор *М. З. Аляб'єв*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2009, поз. 99Л

---

Підп. до друку 13.01.2010

Друк на ризографі

Тираж 50 пр.

Формат 60x84/16

Ум. друк. арк. 9,4

Зам. №

Видавець і виготовлювач:

Харківська національна академія міського господарства,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: [rectorat@ksame.kharkov.ua](mailto:rectorat@ksame.kharkov.ua)

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 4064 від 12. 05. 2011 р.