УДК 628.1-192

Н.И.САМОЙЛЕНКО, д-р техн. наук, М.В.БУЛАЕНКО, канд. техн. наук, О.Н.ШТЕЛЬМА
Харьковская национальная академия городского хозяйства

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ НАДЁЖНОСТИ ПЕРЕМЫЧКИ МАГИСТРАЛЬНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Рассматривается построение математической модели функциональной надежности перемычки между двумя трубопроводами методом прямого перебора ее состояний.

Розглядається побудова математичної моделі функціональної надійності перемички між двома трубопроводами методом прямого перебору її станів.

The construction of a mathematical model of the functional reliability of bridges between the two pipelines brute force of its states is considered.

Ключевые слова: функциональная надежность, перемычка, водовод.

«В современных условиях, когда все чаще для обеспечения водой промышленных и жилых комплексов приходится использовать удаленные водоисточники или создавать групповые водопроводы, сооружения, обеспечивающие транспортировку воды от водоисточников к объекту, в значительной степени определяют надежность водоснабжения» [1]. Одним из методов повышения надежности водоснабжения является поэлементное резервирование, которое предусматривает устройство перемычек вдоль магистральных линий транспортирования воды. В этом случае резкое увеличение бесперебойности поставки воды достигается при незначительных дополнительных затратах на строительство перемычек. Устройство перемычек между параллельными линиями водовода позволяет в случае аварии ограничиваться отключением только поврежденного участка.

При проектировании и эксплуатации водовода для достижения требуемой надежности транспортирования воды необходимо точно знать вероятность бесперебойной работы (функциональную надежность) каждого участка магистрального водовода, в том числе и перемычки.

Целью статьи является получение математической модели функциональной надежности (ФН) перемычки в напорных магистральных водоводах при независимых отказах конструктивных элементов этой перемычки.

Конструкция перемычки для магистральных водоводов, состоящих из двух параллельных линий, включает три трубопроводные зоны t_1, t_2, t_3 и шесть задвижек $a_4, a_5, \ldots, a_9$ (рис.1). Каждой зоне и задвижке соответствует вероятность выхода из строя: $q_1, q_2, ..., q_9$, и вероятность безотказной работы: $p_1, p_2, ..., p_9$. Данные вероятности связаны равенствами:

$$q_i + p_i = 1, \quad i = \overline{1{,}9}\,. \tag{1}$$

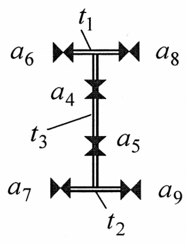

Рис.1

Отсекающие задвижки a_6, a_7, a_8, a_9 только конструктивно относятся к перемычке, а функционально – к трубопроводным линиям, которые перемычка соединяет. По этой причине состояния задвижек a_6, a_7, a_8, a_9 учитываются при расчете ФН параллельных трубопроводов и не учитываются при расчете ФН самой перемычки.

Метод прямого перебора для построения математической модели. Если задвижки a_6, a_7, a_8 и a_9 условно отнести к подсоединяемым трубопроводам, то влияние остальных элементов перемычки на бесперебойное транспортирование целевого продукта через данную перемычку можно выразить с помощью таблицы истинности (табл.1) логической функции $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$. Здесь логические переменные x_1, x_2, x_3 принимают значение 0, если соответственно зоны t_1, t_2, t_3 находятся в неисправном состоянии, а значение 1 – в противном случае. Аналогично переменные x_5, x_6 равны 0, если соответственно задвижки a_4, a_5 неисправны, и равны 1, если исправны. Сама функция $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ является математической моделью работоспо-собности перемычки – бесперебойного пропуска воды. Она принимает значение 0 (ложь, неработоспособность перемычки), если при конкретном наборе значений логических переменных подача воды через перемычку прерывается, и значение 1 (истинна, работоспособность перемычки) – в противном случае. Данная функция учитывает все возможные состояния перемычки, общее число которых определяется величиной 2^n, где n – число логических переменных. По этой причине логическим методом целесообразно использовать только при малом числе переменных.

Сокращенная дизъюнктивная нормальная форма логической функции состояния перемычки имеет вид:

$$f_{1c}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 x_4 \vee x_2 x_5\,. \tag{2}$$

Как следует из логического выражения (2), функция $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ не зависит от логической переменной x_3, т.е. состояние трубопроводной зоны t_3 не влияет на бесперебойность поставки целевого продукта через перемычку. В этом случае работоспособность перемычки может быть описана функцией $f_2(x_1, x_2, x_4, x_5)$, а вероятность нахождения перемычки в том или ином состоянии – функцией $p(x_1, x_2, x_4, x_5)$ (табл.2).

Таблица 1 – Истинность функции $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f_1
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f_1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f_1
1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1

Таблица 2 – Истинность функции $f_2(x_1, x_2, x_4, x_5)$ и функция вероятности состояния перемычки $p(x_1, x_2, x_4, x_5)$

x_1	x_2	x_4	x_5	f_2	p
0	0	0	0	0	$q_1 \cdot q_2 \cdot q_4 \cdot q_5$
0	0	0	1	0	$q_1 \cdot q_2 \cdot q_4 \cdot p_5$
0	0	1	0	0	$q_1 \cdot q_2 \cdot p_4 \cdot q_5$
0	0	1	1	0	$q_1 \cdot q_2 \cdot p_4 \cdot p_5$
0	1	0	0	0	$q_1 \cdot p_2 \cdot q_4 \cdot q_5$
0	1	0	1	1	$q_1 \cdot p_2 \cdot q_4 \cdot p_5$
0	1	1	0	0	$q_1 \cdot p_2 \cdot p_4 \cdot q_5$
0	1	1	1	1	$q_1 \cdot p_2 \cdot p_4 \cdot p_5$

x_1	x_2	x_4	x_5	f_2	p
1	0	0	0	0	$p_1 \cdot q_2 \cdot q_4 \cdot q_5$
1	0	0	1	0	$p_1 \cdot q_2 \cdot q_4 \cdot p_5$
1	0	1	0	1	$p_1 \cdot q_2 \cdot p_4 \cdot q_5$
1	0	1	1	1	$p_1 \cdot q_2 \cdot p_4 \cdot p_5$
1	1	0	0	0	$p_1 \cdot p_2 \cdot q_4 \cdot q_5$
1	1	0	1	1	$p_1 \cdot p_2 \cdot q_4 \cdot p_5$
1	1	1	0	1	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_4 \cdot q_5$
1	1	1	1	1	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_4 \cdot p_5$

Дизъюнктивная нормальная форма логической функции работоспособности перемычки $f_2(x_1, x_2, x_4, x_5)$ имеет вид:

$$f_2 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_1 x_2 x_4 x_5 \vee x_1 \bar{x}_2 x_4 \bar{x}_5 \vee x_1 \bar{x}_2 x_4 x_5 \vee \\ \vee x_1 x_2 \bar{x}_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_4 \bar{x}_5 \vee x_1 x_2 x_4 x_5 . \qquad (3)$$

Работоспособность перемычки можно рассматривать как сложное событие, представляющее собой сумму простых несовместных событий. При этом каждое простое событие соответствует одному из возможных работоспособных состояний перемычки, т.е. состоянию, для которого $f_2 = 1$. Поэтому ФН перемычки на основании выражения (3), теоремы о вероятности суммы несовместных событий и теоремы о вероятности произведения независимых событий (независимых отказах) [2] определится выражением

$$P^f = q_1 p_2 q_4 p_5 + q_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 q_2 p_4 q_5 + p_1 q_2 p_4 p_5 + \\ + p_1 p_2 q_4 p_5 + p_1 p_2 p_4 q_5 + p_1 p_2 p_4 p_5 . \quad (4)$$

Прибавим и отнимем $p_1 p_2 p_4 p_5$ в (4) и упростим выражение:

$$P^f = q_1 p_2 q_4 p_5 + q_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 q_2 p_4 q_5 + p_1 q_2 p_4 p_5 + p_1 p_2 q_4 p_5 + \\ + p_1 p_2 p_4 q_5 + p_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_4 p_5 - p_1 p_2 p_4 p_5 = \\ = p_2 p_5 (q_1 + p_1)(q_4 + p_4) + p_1 p_4 (q_2 + p_2)(q_5 + p_5) - p_1 p_2 p_4 p_5 = \\ = p_2 p_5 + p_1 p_4 - p_1 p_2 p_4 p_5 .$$

Таким образом, искомая математическая модель перемычки соответствует выражению

$$P^f = p_2 p_5 + p_1 p_4 - p_1 p_2 p_4 p_5 . \quad (5)$$

Для симметричной конструкции перемычки, когда обе трубопроводные зоны t_1 и t_2 имеют одинаковую вероятность безотказной работы p_t, а задвижки a_4 и a_5 – p_a, математическая модель (5) упрощается:

$$P^f = 2 p_t p_a - (p_t p_a)^2 . \quad (6)$$

Как же отмечалось, из логического выражения (2) следует, что непрерывность поставки целевого продукта через перемычку не зависит от трубопроводной зоны t_3. Это значит, что длину данной трубопроводной зоны можно увеличивать, не снижая функциональную надёжность перемычки в целом. Более того, если увеличение зоны t_3 приводит к уменьшению зон t_1 и t_2, то функциональная надёжность будет возрастать. Так, конструкция перемычки на рис.2,*б* надёжнее конструкции перемычки на рис.2,*а*.

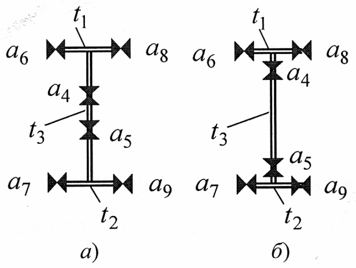

Рис.2

Выводы

1. Получены математические модели функциональной надежности несимметричной и симметричной перемычек между двумя трубопроводными линиями – соответственно выражения (5) и (6).

2. Проведен анализ конструкций перемычек с разной длиной средней трубопроводной зоны по критерию функциональной надежности.

1.Ильин Ю.А. Надёжность водопроводных сооружений и оборудования. – М.: Стройиздат, 1985. – 240 с.

2.Самойленко М.І., Кузнецов А.І., Костенко О.Б. Теорія ймовірностей. – Харків: ХНАМГХ, 2008. – 194 с.

Получено 09.11.2011

УДК 519

В.П.ПРОТОПОПОВА, Е.С.АРХИПОВА, канд. физ.-мат. наук
Харьковская национальная академия городского хозяйства
Ю.И.ДОРОШЕНКО, канд. техн. наук
Харьковский национальный технический университет «ХПИ»

ПРИМЕНЕНИЕ ФРАКТАЛОВ ДЛЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ КОРНЕЙ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ ПОЛИНОМОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ СТЕПЕНИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

Предложен метод, который решает проблему локализации комплексных корней полиномов с комплексными коэффициентами произвольной степени. Фрактальные рисунки областей значений полинома при заданной области изменений комплексного аргумента построены с помощью современного математического пакета “Maple”.

Пропонується метод, який вирішує проблему локалізації комплексних коренів поліномів з комплексними коефіцієнтами довільного степеня. Фрактальні малюнки областей значень полінома при заданій області змін комплексного аргументу побудовано за допомогою сучасного математичного пакету “Maple”.

A method which decides the problem of localization of complex roots of polynomials with the complex coefficients of arbitrary degree is in-process offered. Fractal pictures of areas of values of polynomial at the set area of changes of complex argument built by the modern mathematical package of “Maple”.

Ключевые слова: фрактал, корни, полином.

Проблема устойчивости играет важную роль в математике, механи-