МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО
ГОСПОДАРСТВА

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ ДЛЯ САМОСТІЙНИХ ТА КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

(для студентів 2 курсу денної форми
навчання всіх спеціальностей)
Частина 3

Харків – ХНАМГ - 2011

Збірник завдань для самостійних та контрольних робіт з вищої математики для студентів 2-го курсу денної форми навчання всіх спеціальностей. Частина 3. / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва, уклад.: А.О. Кобець, Г.А. Кузнецова, С.М. Ламтюгова – Х.: ХНАМГ, 2011 – 35 с.

Укладачі: А.О. Кобець, Г.А. Кузнецова, С.М. Ламтюгова

Рецензент: к.т.н., доц. А.В. Якунін

Рекомендовано кафедрою вищої математики,
протокол № 4 від 24.11.2010

ВСТУП

Пропоноване видання адресоване студентам, призначене для підготовки до самостійних та контрольних робіт вдома.

Весь матеріал курсу поділено на теми. Кожна тема містить одну або декілька контрольних робіт, кожна з яких має 10 варіантів.

1. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ЗА ТЕМОЮ „КРАТНІ ІНТЕГРАЛИ”

$\boxed{1}$ Самостійна робота за темою „Визначення меж інтегрування у повторному інтегралі та його обчислення”. Робота розрахована на одну астрономічну годину.

1. Розставити межі для двох різних порядків інтегрування, якщо область інтегрування D обмежена заданими лініями, або відповідає вказаним нерівностям.
2. Змінити порядок інтегрування у повторному інтегралі.
3. Обчислити повторний інтеграл.
4. Обчислити подвійний інтеграл, використовуючи полярну систему координат.

Варіант 1	**Варіант 2**
1. $D: y=2x; y=0;$ $2x+y-8=0$. 2. $\int_1^2 dy\int_{-\sqrt{2-y}}^0 f(x,y)\,dx$. 3. $\int_{-2}^0 dx\int_{x^2}^{-2x}(x^2+2y)\,dy$. 4. $\iint\limits_D \sqrt[3]{x^2+y^2}\,dxdy$; $D: x^2+y^2\le 1$.	1. $D: x=1-y^2; y=-x-1$. 2. $\int_{-2}^0 dx\int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f(x,y)\,dy$. 3. $\int\limits_1^3 dx\int\limits_x^{3x}\frac{y^2}{x}\,dy$. 4. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{x^2+y^2+1}$; $D: x=\sqrt{1-y^2};\ x=0$.
Варіант 3	**Варіант 4**
1. $D: 4y=x^3;\ y=2;\ x=0$. 2. $\int_1^e dy\int_0^{\ln y} f(x,y)\,dx$.	1. $D: y=1/(1+x)$; $2x+3y-5=0$. 2. $\int_{-2}^0 dx\int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)\,dy$.

3. $\int_1^2 dy \int_0^{\ln y} e^x dx$. 4. $\iint_D \frac{\cos\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $D: x^2+y^2 \le \pi^2/9$.	3. $\int_{-R}^{R} dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} 2x^2 y\,dy$. 4. $\iint_D \frac{\left(x^2-y^2\right)dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $D: x^2+y^2=1;\ x^2+y^2=4$.
Варіант 5 1. $D: y=(x-1)^2-1; y=x$. 2. $\int_0^1 dx \int_{1-x^2}^{1} f(x,y)\,dy$. 3. $\int_0^2 dx \int_{x^2/2}^{\sqrt{2x}} (x-y)\,dy$. 4. $\iint_D \frac{x\,dxdy}{x^2+y^2}$; $D: x^2+y^2=4$; $x^2+y^2=16$.	**Варіант 6** 1. $D: y=1-2x; y=x+4$; $y=1$. 2. $\int_0^1 dy \int_{-y}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx$. 3. $\int\limits_1^2 dy \int\limits_{1/y}^{y} \frac{x}{y^2} dx$. 4. $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2}\,dxdy$; $D: x^2+y^2=4; x\ge 0, y\ge 0$.
Варіант 7 1. $D: x-2y=0;\ 2x-y=0$; $y=2$. 2. $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{-y^2} f(x,y)\,dx$. 3. $\int\limits_0^{\pi/8} dx \int\limits_x^{\sqrt{3}x} \frac{dy}{\cos^2(x+y)}$. 4. $\iint_D (x+y)\,dxdy$; $D: x^2+y^2=9;\ x\le 0$.	**Варіант 8** 1. $D:\ y=1-(x+1)^2;\ y=2$; $x=-1;\ x=1$. 2. $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{-1} f(x,y)\,dy$. 3. $\int_0^2 dy \int_0^{4-2y} (4-x-2y)\,dx$. 4. $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}\cos^2\sqrt{x^2+y^2}}$; $D: x^2+y^2=\pi^2/16;\ y\le 0$.

Варіант 9	Варіант 10
1. $D: y=\log_3 x;\ y=1;$ $y=1-x$.	1. $D: x=y^2; x+y^2-2=0$.
2. $\int_{-2}^{0} dy \int_{-2-y}^{2+y} f(x,y)\,dx$.	2. $\int_1^2 dx \int_1^{2/x} f(x,y)\,dy$.
3. $\int_0^3 dy \int_{y/3}^{y} (4x+y)\,dx$.	3. $\int\limits_1^e dx \int\limits_x^{\sqrt{3}x} \frac{dy}{x^2+y^2}$.
4. $\iint\limits_D \sqrt[4]{x^2+y^2}\,dxdy$; $D: x^2+y^2=16;\ y\ge 0$.	4. $\iint\limits_D 2xy\,dxdy$; $D: x^2+y^2=2;\ y\le 0$.

$\boxed{2}$ Самостійна робота за темою „Застосування подвійного інтегралу”. Робота розрахована на дві академічні години.

1. Знайти площу плоскої фігури D, обмеженої зазначеними лініями у прямокутній системі координат.
2. Знайти площу плоскої фігури D, обмеженої вказаними лініями, застосувавши полярну систему координат.
3. Знайти об’єм тіла V, обмеженого вказаними поверхнями.
4. За допомогою подвійного інтегралу знайти масу m, або статичні моменти M_x, M_y, або моменти інерції I_x, I_y відносно осей Ox, Oy плоскої фігури D, яка обмежена зазначеними лініями і має поверхневу густину $\gamma=\gamma(x,y)$.
5. Знайти площу заданої поверхні.

Варіант 1	Варіант 2
1. $D: x=0; y=2; -2x+y=0.$	1. $D: y=x;\ y=4x; y=2$.
2. $D: x^2+y^2=8x$.	2. $D: \rho=2(1-\cos\varphi)$.
3. $V: x+y=4; x\ge 0; y\ge 0;$ $z\ge 0;\ z=x^2+y^2+1$.	3. $V: x=0; y=0; z=0;$ $x+y=2;\ z=x^2+y^2$.

4. $D: x=-a; y=-a; x=a;$ $y=a; \gamma=(x^2+y^2)/a^2 . m-?$. 5. Частина площини $6x+3y+$ $+2z=12$, відсічена площинами $x=0;\ y=0;\ z=0$.	4. $D: y=\sin x; y=0;$ $x \le \pi/4$; $\gamma=3$. $M_x-?$ 5. Частина поверхні конусу $z=\sqrt{x^2+y^2}$, яку відсікають площини $x=0; y=0;$ $x+y=1$.
Варіант 3 1. $D: y^2=4x; y=2x$. 2. $D: \left(x^2+y^2\right)^2=9\left(x^2-y^2\right)$. 3. $V: x/3+y/2+z/4=1$; $x=0; y=0; z=0$. 4. $D: y=0; x=0; y=a; x=a;$ $\gamma=2x+3y . I_x-?$ 5. Частина поверхні конусу $x=\sqrt{y^2+z^2}$, яку відсікають площини $y=0; y=2; z=0;$ $z=2$.	**Варіант 4** 1. $D: y=2\sqrt{x}; y=3\sqrt{x}; x=1$. 2. $D: 4x^2+4y^2=x$. 3. $V: y=0; z=0; 3x+2y=6;$ $3x+y=3; x+y+z=6$. 4. $D: y=\cos x; x \ge 0; y=0;$ $\gamma=2$. $M_y-?$ 5. Частина площини $4x+2y+$ $+z=8$, відсічена площинами $x=0;\ y=0;\ z=0$.
Варіант 5 1. $D: y=-x^2-2x; y=-x$. 2. $D: \rho=2-\cos\varphi$. 3. $V: y=\sqrt{x}; y=3\sqrt{x}; z=0$; $x+z=4$. 4. $D: y=-a; x=-b; y=a;$ $x=b$; $\gamma=6x$. $I_y-?$ 5. Частина поверхні конусу $y=\sqrt{x^2+z^2}$, яку відсікають площини $x=0; z=2;$ $x+z=3$.	**Варіант 6** 1. $D: x=y^2-1; x=1-y$. 2. $D: x^2+y^2=4y$. 3. $V: x=0; y=0; z=0; 2x+$ $+3y=6; z=2y^2$. 4. $D: 3x^2+2y^2=6; y \ge 0;$ $\gamma=y.\ m-?$ 5. Частина площини $x+2y+$ $+z=4$, відсічена площинами $x=0;\ y=0;\ z=0$.

Варіант 7	Варіант 8
1. $D: x=2y^2; y=x^2/4$. 2. $D: (x^2+y^2)^2=4xy$. 3. $V: x\geq 0; y=0; z\geq 0;$ $3x+y=6; z=9-x^2$. 4. $D: x^2+y^2=9; x\geq 0; \gamma=x$. $M_y-?$ 5. Частина поверхні конусу $z=\sqrt{x^2+y^2}$, яку відсікають площини $x=1;\ x=2; y=0;$ $y=3.$	1. $D: x-y+3=0; x+y=3$; $x=0$. 2. $D: \rho=3(1+\sin\varphi)$. 3. $V: y=x^2; x-y+2z+$ $+2=0$. 4. $D: x^2+y^2=R^2; y\geq 0;$ $\gamma=y;\ I_y-?$ 5. Частина поверхні конусу $x=\sqrt{y^2+z^2}$, яку відсікають площини $y-z=3;\ y=0;$ $z=0.$
Варіант 9	**Варіант 10**
1. $D: y=3x^2; y=3x$. 2. $D: 9x^2+9y^2=y$. 3. $V: x=0; y=3; y=3x;$ $z=2x^2+y^2$. 4. $D: x^2+y^2=R^2; y\geq 0;$ $y=x; \gamma=2/R.\ M_x-?$ 5. Частина площини $x-6y+$ $+2z=6$, відсічена площина- ми $x=0;\ y=0;\ z=0$.	1. $D: y=-\sqrt{x}; y=-4\sqrt{x};$ $x=1$. 2. $D: \rho=2+\sin\varphi$. 3. $V: y=\sqrt[3]{x}; y=x; z\geq 0$; $z=4-x^2-y^2$. 4. $D: y=x+1; y=1-x; y=0;$ $\gamma=3. I_x-?$ 5. Частина поверхні конусу $y=\sqrt{x^2+z^2}$, яку відсікають площини $x=0;\ x=4; z=1;$ $z=2.$

$\boxed{3}$ Контрольна робота „Подвійний інтеграл та його застосування”. Робота розрахована на дві академічні години.

1. Змінити порядок інтегрування у повторному інтегралі.
2. Обчислити подвійний інтеграл.
3. Обчислити повторний інтеграл, використовуючи полярну систему координат.
4. За допомогою подвійного інтегралу обчислити площу плоскої фігури D, яка обмежена вказаними лініями.
5. За допомогою подвійного інтегралу знайти об'єм тіла V, яке обмежене вказаними поверхнями.

Варіант 1	**Варіант 2**
1. $\int_0^4 dy \int_{1,5\sqrt{y}}^{\sqrt{25-y^2}} f(x,y)\,dx$. 2. $\iint\limits_D \left(x^3+y\right)dx\,dy$; $D:\ x+y=1; x+y=2;$ $x\ge 0,\ x\le 1.$ 3. $\int\limits_0^{\sqrt{3}} dx \int\limits_0^{\sqrt{3-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$. 4. $D:\ xy=2; y=2x; y=0{,}5x$. 5. $V:\ z=0; x=0; y=0;$ $x+y=2,\ y=\sqrt{1-z}$.	1. $\int_0^1 dy \int_{2y+1}^{4-y^2} f(x,y)\,dx$. 2. $\iint\limits_D (x+y)\,dx\,dy$; $D:\ y=x^3; y=8; y=0;$ $x=3.$ 3. $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{0} dx \int\limits_0^{\sqrt{2-x^2}} \frac{x\,dy}{x^2+y^2}$. 4. $D: yx^2=1; y=x; y=2$. 5. $V: z=0; y=0; x=0;$ $y+z=1; x=y^2+1$.
Варіант 3	**Варіант 4**
1. $\int_0^2 dx \int_{0,25x^2}^{2\sqrt{x}} f(x,y)\,dx$. 2. $\iint\limits_D xy\,dx\,dy$; $D:\ y=\sqrt{x}$; $y=0; x+y=2$.	1. $\int_0^{\sqrt{2}} dx \int_{4-2x^2}^{4-x^2} f(x,y)\,dx$. 2. $\iint\limits_D \left(x-y^2\right)dx\,dy$; $D: y=x^2; y=1.$

3. $\int\limits_{-R}^{R} dy \int\limits_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{0} \ln\left(x^2+y^2\right)dx$ 4. $D: y=-6x+12; x=\sqrt{y+4};$ $x \ge 0$. 5. $V: z=0; y=0; x=0;$ $x+y=1; z=2x^2+3y^2$.	3. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} e^{x^2+y^2} dy$ 4. $D: y=e^x; y=\sqrt{x}; x=0;$ $y=2$. 5. $V: z=0; z=y^2; x=0;$ $2x+3y=6$.
Варіант 5 1. $\int_{-2}^{4} dy \int_{0,5y^2}^{y+4} f(x,y)\,dx$. 2. $\iint\limits_{D} (1+y)\,dx\,dy;$ $D: y^2=x; 5y=x.$ 3. $\int\limits_{-5}^{5} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{25-y^2}} \frac{ctg\sqrt{x^2+y^2}\,dx}{\sqrt{x^2+y^2}}$. 4. $D: y=2x-1;$ $y=(x-1)^2+1$. 5. $V: z=0; z=0,25y^2;$ $2x-y=0; x+y=9$.	**Варіант 6** 1. $\int\limits_{0}^{3} dx \int\limits_{\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} f(x,y)\,dy$. 2. $\iint\limits_{D} \left(x^3-2y\right)dx\,dy;$ $D: y=x^2-1; y \le 0; x \ge 0.$ 3. $\int\limits_{0}^{3} dx \int\limits_{-\sqrt{9-x^2}}^{0} \frac{dy}{1+\sqrt{x^2+y^2}}$. 4. $D: y=e^x; x+y=1; x=2$. 5. $V: z=0; z=y^2; x=0;$ $x+y=2$.
Варіант 7 1. $\int_{0}^{4} dy \int_{0,25y+1}^{7-y} f(x,y)\,dx$. 2. $\iint\limits_{D} (x-2)y\,dxdy;\ \ D: y=x;$ $y=0,5x; x=2$. 3. $\int\limits_{-2}^{0} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} \frac{dy}{1+x^2+y^2}$.	**Варіант 8** 1. $\int_{0}^{2} dx \int_{2x}^{0,5x^2+2} f(x,y)\,dy$. 2. $\iint\limits_{D} (x^3+3y)\,dxdy;\ \ D: y \ge 0;$ $y=x^2-1; x+y=1$. 3. $\int\limits_{0}^{R} dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dy$.

4. $D: xy = 2; x + 2y - 5 = 0$. 5. $V: z = 0; z = x^2 + y^2; y = 0$; $y = 2 - x^2$.	4. $D: y = 4x - x^2; 2x - y = 8$. 5. $V: z = 0; z = 1 - x^2; y = 0;$ $y = 3 - x$.
Варіант 9	**Варіант 10**
1. $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{2-x} f(x, y)\, dy$. 2. $\iint_D x(y+5)\, dxdy$; $D: x \le 0;$ $y = x + 5; x + y + 5 = 0$. 3. $\int_{-1}^{1} dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \frac{\sin^2 \sqrt{x^2 + y^2} dx}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. 4. $D: y = \sqrt{x}; y = 2\sqrt{x}; y = x$. 5. $V: z = 0; z = \sqrt{y}; y = x$; $x = 1$.	1. $\int_{-2}^{1} dy \int_{y^2}^{4} f(x, y)\, dx$. 2. $\iint_D x^2 y\, dxdy$; $D: x = 1$; $y = 0; y = 2x^3$. 3. $\int_{-1}^{0} dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{0} \sqrt{4 + x^2 + y^2}\, dx$. 4. $D: y = x - x^2; y = 1 - x^2;$ $x = 0$. 5. $V: z = 0; z = 2x; x + y = 3;$ $x = \sqrt{0{,}5y}$.

4

Контрольна робота за темою „Визначення меж для повторного трійного інтегралу та його обчислення”. Робота розрахована на одну академічну годину.

1. Знайти межі інтегрування для потрійного інтегралу (одним способом).

2. Обчислити потрійний інтеграл.

3. Обчислити потрійний інтеграл, використовуючи циліндричні або сферичні координати.

Варіант 1	**Варіант 2**
1. $\iiint_V f(x, y, z)\, dxdydz$; $V: x \ge 0; y = 3x; y = 3; z \ge 0;$ $x = 3\sqrt{z}.$	1. $\iiint_V f(x, y, z)\, dxdydz$; $V: y = 2x; y = x; x = 2; z \ge 0$; $2x + 3y + z = 24.$

2. $\iiint\limits_V \frac{y\,dxdydz}{x(z-2)}$; $V: 1 \le x \le 3; 0 \le y \le 1;$ $3 \le z \le 5.$ 3. $\iiint\limits_V (4-x-y)\,dxdydz$; $V: x^2+y^2=4; z=0; z=1.$	2. $\iiint\limits_V (xe^y + zx^2)\,dxdydz$; $V: 1 \le x \le 4; 0 \le y \le \ln 2;$ $1 \le z \le 2.$ 3. $\iiint\limits_V (x^2+y^2+z)\,dxdydz$; $V: x^2+y^2=9; z \ge 0; z \le 3.$
Варіант 3 1. $\iiint\limits_V f(x,y,z)\,dxdydz$; $V: y \ge x^2; y=4; z \ge 0;$ $x+y+3z=9.$ 2. $\iiint\limits_V \frac{(x+y^2)\,dxdydz}{\cos^2 z}$; $V: -1 \le x \le 2; 0 \le y \le 1;$ $0 \le z \le \pi/4.$ 3. $\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dxdydz$; $V: 4 \le x^2+y^2+z^2 \le 16; z \ge 0.$	**Варіант 4** 1. $\iiint\limits_V f(x,y,z)\,dxdydz$; $V: y=x^2-1; y=1; z \ge 0;$ $z=3x^2+2y^2+1.$ 2. $\iiint\limits_V \frac{x\sin y\,dxdydz}{\sqrt{9-z^2}}$; $V: 0 \le x \le 3; 0 \le y \le \pi/3;$ $0 \le z \le 3/2.$ 3. $\iiint\limits_V (z^2+1)\,dxdydz$; $V: z^2=x^2+y^2; z \ge 0; z \le 1.$
Варіант 5 1. $\iiint\limits_V f(x,y,z)\,dxdydz$; $V: x^2+y^2 \le 1; z \ge 0;$ $z=2-x^2-y^2.$ 2. $\iiint\limits_V \frac{(x+\sin y)\,dxdydz}{z}$; $V: -1 \le x \le 1; 0 \le y \le \pi/6;$ $1 \le z \le e^2.$	**Варіант 6** 1. $\iiint\limits_V f(x,y,z)\,dxdydz$; $V: y \ge 0; y=\sqrt{4-x^2}; z \ge 0;$ $x-2y+z=8.$ 2. $\iiint\limits_V \frac{(y+z)\,dxdydz}{x^2+1}$; $V: 0 \le x \le 1; 1 \le y \le 2;$ $1 \le z \le 5.$

3. $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $V: x^2+y^2+z^2=1; z\ge 0.$	3. $\iiint\limits_V \frac{z^2\,dxdydz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$; $V: 1\le x^2+y^2+z^2\le 4; z\ge 0.$
Варіант 7 1. $\iiint\limits_V f(x,y,z)\,dxdydz$; $V: x=5; y=0{,}2x; y\ge 0;$ $z\ge 0; z=x^2+5y^2.$ 2. $\iiint\limits_V \frac{(x^2+z^3)\,dxdydz}{y+1}$; $V: 1\le x\le 2; 0\le y\le 3;$ $0\le z\le 1.$ 3. $\iiint\limits_V dxdydz$; $V: z\ge 0; x^2+y^2=9;$ $z=16-(x^2+y^2)$.	**Варіант 8** 1. $\iiint\limits_V f(x,y,z)\,dxdydz$; $V: x\ge 0; x=\sqrt{9-y^2}; z\ge 0;$ $z=25-x^2-y^2.$ 2. $\iiint\limits_V (x^2\cos z+xy)\,dxdydz$; $V: -2\le x\le 0; 1\le y\le 3;$ $\pi/6\le z\le \pi/2.$ 3. $\iiint\limits_V z\,dxdydz$; $V: z=\sqrt{1-x^2-y^2}; z\ge 0.$
Варіант 9 1. $\iiint\limits_V f(x,y,z)\,dxdydz$; $V: x\ge 0; y\ge 0; 3x+4y=12;$ $z\ge 0; z=6-x^2-y^2.$ 2. $\iiint\limits_V \frac{2^x y\,dxdydz}{\sin^2 4z}$; $V: 0\le x\le 2; -5\le y\le 1;$ $\pi/16\le z\le \pi/8$.	**Варіант 10** 1. $\iiint\limits_V f(x,y,z)\,dxdydz$; $V: x=0; y=0; x+y=5;$ $z\ge 0; z\le 8.$ 2. $\iiint\limits_V xy(x+y+z)\,dxdydz$; $V: 1\le x\le 2; 2\le y\le 3;$ $0\le z\le 4.$

3. $\iiint\limits_V (x^2+y^2)\,dxdydz$; $V: 2z = x^2+y^2; x^2+y^2=4;$ $z=0.$	3. $\iiint\limits_V z\,dxdydz$; $V: z = 5(x^2+y^2);$ $x^2+y^2=2, z\geq 0.$

2. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ЗА ТЕМОЮ „КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ”

$\boxed{1}$ Самостійна робота за темою “Обчислення криволінійних інтегралів першого роду”. Робота розрахована на одну академічну годину.

1 – 3. Знайти криволінійний інтеграл першого роду (за довжиною).

Варіант 1	**Варіант 2**
1. $\int\limits_L \frac{x^3}{1+x^4}dl;, L: y=\frac{x^3}{3};$ $1\leq x\leq 2.$	1. $\int\limits_L \frac{x}{1+x^2}dl;\ L: y=\frac{x^2}{2};$ $1\leq x\leq 3.$
2. $\int\limits_L (4\sqrt[3]{x}-3\sqrt{y})dl$; $L: \begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases};\ 0\leq t\leq \pi.$	2. $\int\limits_L xydl;\ L: \begin{cases} x=\sin^2 t \\ y=\sin t\cos t \end{cases};$ $0\leq t\leq \frac{\pi}{2}.$
3. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$; $L: \rho = 2(1+\cos\varphi);0\leq\varphi\leq\pi.$	3. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$; $L: \rho=\sqrt{cos 2\varphi};0\leq\varphi\leq\pi/4.$

Варіант 3	Варіант 4
1. $\int\limits_L \frac{\cos^3 x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}dl$; $L: y=\sin x$; $0 \le x \le \pi/2$. 2. $\int\limits_L (x+y)dl$; $L:\begin{cases} x=t \\ y=t \end{cases}$; $0 \le t \le 1$. 3. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2+a^2}\,dl$; $L: \rho = a\varphi$; $0 \le \varphi \le 2\pi$.	1. $\int\limits_L \sin^3 x \cos x dl$; $L: y=\ln\sin x$; $\pi/4 \le x \le \pi/3$. 2. $\int\limits_L (x^2+y^2)dl$; $L:\begin{cases} x=e^t\cos t \\ y=e^t\sin t \end{cases}$; $0 \le t \le 1$. 3. $\int\limits_L \sqrt{(x^2+y^2)^3}\,dl$; $L: \rho = \sqrt{\sin 2\varphi}$; $0 \le \varphi \le \pi/2$.
Варіант 5	**Варіант 6**
1. $\int\limits_L y^2 dl$; $L: y=e^x$; $0 \le x \le 1$. 2. $\int\limits_L \sqrt{y}dl$; $L:\begin{cases} x=4(t-\sin t) \\ y=4(1-\cos t) \end{cases}$; $0 \le t \le \pi$. 3. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$; $L: \rho = (1-\cos\varphi)$; $0 \le \varphi \le \pi$.	1. $\int\limits_L y dl$; $L: y=x^3$; $0 \le x \le 1$. 2. $\int\limits_L xy^2 dl$; $L:\begin{cases} x=3\cos t \\ y=3\sin t \end{cases}$; $0 \le t \le \pi/2$. 3. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\, arctg\frac{y}{x}dl$; $L: \rho = \sqrt{cos 2\varphi}$; $0 \le \varphi \le \pi/4$.
Варіант 7	**Варіант 8**
1. $\int\limits_L \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $L: y=\frac{x}{2}-2$; $0 \le x \le 4$. 2. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$; $L:\begin{cases} x=2(\cos t+t\sin t) \\ y=2(\sin t-t\cos t) \end{cases}$; $0 \le t \le \pi$. 3. $\int\limits_L x^2 dl$; $L: \rho = R$; $0 \le \varphi \le \pi/2$.	1. $\int\limits_L \frac{\sin^5 x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}dl$; $L: y=\cos x$; $0 \le x \le \pi/2$. 2. $\int\limits_L x^2 dl$; $L:\begin{cases} x=a\cos t \\ y=a\sin t \end{cases}$; $0 \le t \le \pi/2$. 3. $\int\limits_L \sqrt{(x^2+y^2)^3}\,dl$; $L: \rho = \sqrt{\sin 2\varphi}$; $0 \le \varphi \le \pi/2$.

Варіант 9	Варіант 10
1. $\int_L xdl$; $L: y = x^2 + 1$; $0 \le x \le 1$.	1. $\int_L \frac{\sqrt{1+\cos^2 x}}{\cos x} dl$; $L: y = \sin x$; $0 \le x \le \pi/4$.
2. $\int_L yxdl$; $L: \begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases}$; $0 \le t \le \pi/2$.	2. $\int_L ydl$; $L: \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$; $0 \le t \le \pi$.
3. $\int_L \sqrt{x^2+y^2}\, arcctg \frac{x}{y} dl$; $L: \rho = 5\sqrt{cos 2\varphi}$; $0 \le \varphi \le \pi/4$.	3. $\int_L \sqrt{x^2+y^2+9}dl$; $L: \rho = 3\varphi$; $0 \le \varphi \le 2\pi$.

$\boxed{2}$ Самостійна робота за темою "Обчислення криволінійних інтегралів другого роду". Робота розрахована на одну академічну годину.

1 – 2. Знайти криволінійний інтеграл другого роду (за координатами).

3. Знайти криволінійний інтегралу другого роду за допомогою формули Гріна. Обхід контурів здійснюється в додатному напрямку.

Варіант 1	Варіант 2
1. $\int_L xydx + (y-x)dy$; $L: y = x^2$; $0 \le x \le 1$.	1. $\int_L \frac{y^2dx - x^2dy}{x^2+y^2}$; $L: \begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$; $0 \le t \le \pi/2$.
2. $\int_L y\frac{dy}{x} - \frac{dx}{y^3}$; $L: \begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$; $\pi/6 \le t \le \pi/3$.	2. $\int_L (x^2-y^2)dy$; $L: y = 2x^3$; $0 \le x \le 1$.
3. $\oint_L 2(x^2+y^2)dx + (x+y)dy$; $L - \Delta ABC: A(1;1); B(2;2)$; $C(1;3)$.	3. $\oint_L -x^2ydx + xy^2dy$; L – коло $x^2+y^2 = R^2$.

Варіант 3	**Варіант 4**
1. $\int\limits_L (x^2+2xy^2)dx+(2xy-y^2)dy$; $L: y=x^2; 0\le x\le 1$. 2. $\int\limits_L (x+y)dx+(x-y)dy$; $L:\begin{cases}x=5\cos t\\ y=5\sin t\end{cases}; 0\le t\le \frac{\pi}{2}$. 3. $\oint\limits_L (x+\ln(x^2+y^2))dx+$ $+y\ln(x^2+y^2)dy$; L – коло $x^2+y^2=1$	1. $\int\limits_L x^2ydx+x^3dy; L: y=\sqrt{x}$; $0\le x\le 4$. 2. $\int\limits_L y^2dx+xydy$; $L:\begin{cases}x=4\cos t\\ y=3\sin t\end{cases}; 0\le t\le \frac{\pi}{2}$. 3. $\oint\limits_L \sqrt{x^2+y^2}dx+y(xy+$ $\ln(x+\sqrt{x^2+y^2}))dy$; L – контур прямокутника $0\le x\le 4; 0\le y\le 2$.
Варіант 5	**Варіант 6**
1. $\int\limits_L \cos^3 xdx+ydy$; $L: y=\sin x; \quad 0\le x\le \pi/2$. 2. $\int\limits_L (x+y)dx+(x-y)dy$; $L:\begin{cases}x=\cos t\\ y=\sin t\end{cases}; 0\le x\le \frac{\pi}{2}$. 3. $\oint\limits_L (1-x^2)ydx+x(1+y^2)dy$; L – коло $x^2+y^2=R^2$.	1. $\int\limits_L xydx-xdy; L: y=e^{-x}$; $0\le x\le 1$. 2. $\int\limits_L xy^2dx-\frac{x}{y}dy; L:\begin{cases}x=t^2\\ y=t^3\end{cases}$; $1\le t\le 2$. 3. $\oint\limits_L (x+y)dx-(x-y)dy$; L – еліпс $x^2/4+y^2/9=1$.
Варіант 7	**Варіант 8**
1. $\int\limits_L (x^2-y^2)dx-x^2dy$; $L: y=x^2/3; 0\le x\le 2$.	1. $\int\limits_L \cos^2 xdx+\frac{dy}{y^3}; L: y=tgx$; $\pi/4\le x\le \pi/3$.

2. $\int\limits_L (xy-1)dx + x^2 ydy$; $L: \begin{cases} x=\cos t \\ y=2\sin t \end{cases}; 0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}.$ 3. $\oint\limits_L e^{-(x^2-y^2)}(\cos(2xy)dx +$ $+\sin(2xy)dy)$; L – коло $x^2+y^2=16$.	2. $\int\limits_L x^2dx + \sqrt{x}ydy$; $L: \begin{cases} x=6\cos t \\ y=6\sin t \end{cases}; 0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}.$ 3. $\oint\limits_L (xy+x+y)dx + (xy+x-$ $-y)dy$; L – коло $x^2+y^2=9$.
Варіант 9 1. $\int\limits_L (x^2+y^2)dx + xydy$; $L: y=e^x; 0 \le x \le 1.$ 2. $\int\limits_L ydx - xdy; L: \begin{cases} x=5\cos t \\ y=2\sin t \end{cases};$ $0 \le t \le \pi/2.$ 3. $\oint\limits_L (4x^3-3y^2+5y)dx +$ $+(5x-6xy-4y)dy$; $L - \Delta ABC: A(1;1); B(2;2);$ $C(1;3)$.	**Варіант 10** 1. $\int\limits_L \sin^3 xdx + \dfrac{dy}{y^2}; L: y=ctgx;$ $0 \le x \le \pi/3.$ 2. $\int\limits_L ydx + xdy; L: \begin{cases} x=5\cos t \\ y=5\sin t \end{cases};$ $0 \le t \le \pi/2.$ 3. $\oint\limits_L (x^2-2)y^2dx + x^2(1+xy)dy$; $L: x^2+y^2=R^2; y \ge 0$.

$\boxed{3}$ Контрольна робота за темою “Криволінійні інтеграли та їх застосування”. Робота розрахована на дві академічні години.

1.Обчислити криволінійний інтеграл другого роду за допомогою формули Гріна.

2. Перевірити, чи є вираз повним диференціалом функції $u(x,y)$. Якщо так, то знайти цю функцію, застосовуючи криволінійний інтеграл другого роду.

3. Обчислити криволінійний інтеграл першого роду (за довжиною).

4. Обчислити криволінійний інтеграл другого роду (за координатами).

5. Обчислити довжину l або масу m дуги за допомогою криволінійного інтегралу 1-го роду, якщо дуга має лінійну густину $\gamma = \gamma(x,y)$.

Варіант 1	**Варіант 2**
1. $\oint_L \frac{\ln x}{x} y^2 dx + (x^2 \ln y +$ $+ y \ln^2 x)dy$; $L: x=2; y=3; x=4; y=5$. 2. $du = (y - \sin x)dx +$ $+ (x - 2y\cos y^2)dy$. 3. $\int_L x^2 dl;\ L:\ x^2+y^2=a^2$; $x \ge 0; y \ge 0$. 4. $\int_{L_{AB}} x^3 dx + x^2 dy;\ L_{AB}: y = x^2$; $A(1;1); B(3;9)$. 5. $L: y = x^2/4 - (\ln x)/2$; $1 \le x \le 4$; $l - ?$	1. $\oint_L y(1-x^2)dx + (1+y^2)xdy$; L – коло $x^2+y^2=4$. 2. $du = (2x - 3xy^2 + 2y)dx +$ $+ (2x - 3x^2 y + 2y)dy$. 3. $\int_L (x+y)dl;\ L: \Delta OAB -$ $O(0;0); A(1;0); B(1;1)$. 4. $\int_L \frac{dy}{x} - \frac{dx}{y}; L: \begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$; $0 \le t \le \pi/2$. 5. $L: y = \ln\sin x;\ \gamma(x,y) = \sin^3 x$; $\pi/4 \le x \le \pi/3$; $m - ?$
Варіант 3	**Варіант 4**
1. $\oint_L (x+y)^2 dx + (x^2+y^2)dy$; L – трикутник з вершинами $A(1;0);\ B(3;0); C(1;2)$. 2. $du = (\sin x - x\ln y)dx +$ $+ (\cos y - \frac{x^2}{2y})dy$. 3. $\int_L \frac{dl}{y-x};\ L: A(0;-2); B(4;0)$.	1. $\oint_L (1+xy^2)dx + (\ln x + xy)dy$; $L: y = x^2; x=1; y=0; x=2$. 2. $du = (y\cos x + 3xy^2)dx +$ $+ (\sin x + 3x^2 y - a\sin y)dy$. 3. $\int_L \sqrt{e^x+1}dl; L: y = \sqrt{e^x+1}$; $A(0;\sqrt{2}); B(1;\sqrt{e+1})$.

4. $\int_L ydx + xdy; L: \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases};$ $0 \le t \le \pi/4.$ 5. $L: y = x\sqrt{x}/3 - \sqrt{x};$ $0 \le x \le 3$; $l - ?$	4. $\int_L \cos^2 xdx + \frac{dy}{y^3}; L: y = tgx;$ $\pi/4 \le x \le \pi/3.$ 5. $L: y = \ln\cos x;$ $\gamma(x, y) = \sin x\cos^2 x$; $0 \le x \le \pi/6$; $m - ?$
Варіант 5 1. $\oint_L (y^2 - x^2)dx + (x + y^2)dy$; $L: x^2 + y^2 = R^2; y \ge 0; x \ge 0$. 2. $du = (x^3 + 3xy^2)dx +$ $+ (y^3 + 3x^2y)dy$. 3. $\int_L x\sqrt{x^2+1}\,dl;\ L: y = \ln x;$ $x_1 = 1; x_2 = 4.$ 4. $\int_L \frac{(x+y)dx + (x-y)dy}{x^2+y^2};$ $L: \begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\sin t \end{cases}; 0 \le t \le 2\pi.$ 5. $L: y = -\ln(\sin x)$; $\gamma(x, y) = \sin^3 x\cos x$; $\pi/4 \le x \le \pi/3$; $m - ?$	**Варіант 6** 1. $\oint_L \frac{4}{3}y^2(x^2 - 2)dx + \frac{x^2}{2}(1 + x \times$ $\times y)dy;\ L: x^2 + y^2 = R^2; y \ge 0$. 2. $du = \left(1 + e^{x+2y}\right)dx +$ $+ \left(2e^{x+2y} - 3y^2\right)dy.$ 3. $\int_L \frac{x^3}{y^2}dl;\ L: xy = 1;$ $A(1;1); B(2;1/2)$. 4. $\int_L (x^3 - y^2)dx + xydy;$ $L: y = 2^x;\ A(0;1); B(1;2).$ 5. $L: y = \ln\sin x$; $\pi/3 \le x \le \pi/2$; $l - ?$
Варіант 7 1. $\oint_L (-x\ln y + y)dx + (x^2y +$ $+ x)dy;\ L: y = x^2; x = 2;$ $y = 1$.	**Варіант 8** 1. $\oint_L (y + \ln xy)dx + (x^2 -$ $- xy + 5)dy;\ L: y = x;$ $y = 1; x = 2$.

2. $du=(e^{x+y}+\cos(x-y))dx+$ $+(e^{x+y}-\cos(x-y)+2)dy$. 3. $\int\limits_L \frac{dl}{x-y}$; $L: y=\frac{x}{2}-2$; $A(0;-2); B(4;0)$. 4. $\int\limits_L ydx-xdy; L:\begin{cases} x=1+\cos t \\ y=\sin t \end{cases}$; $0\le t\le 2\pi$. 5. $L:\begin{cases} x=t-(\sin 2t)/2 \\ y=(\cos 2t)/2 \end{cases}$; $0\le t\le 2$; $l-?$	2. $du=(x^2-2xy^2+3)dx+$ $+(y^2-2x^2y+3)dy$. 3. $\int\limits_L xydl$; $L:\Delta ABC: A(0;0)$; $B(4;0); C(4;2)$. 4. $\int\limits_{L_{AB}}(x^2+y^2)dx+xydy$; $L_{AB}: y=e^x; A(0;1); B(1;e)$. 5. $L: y=\ln(1/\cos x)$; $\gamma(x,y)=\sin^2 x\cos^2 x$; $0\le x\le \pi/4$; $m-?$
Варіант 9	**Варіант 10**
1. $\oint\limits_L (x-2y)dx+(x+y)dy$ $L: x^2+y^2=9$. 2. $du=(1-e^{x-y}+\cos x)dx+$ $+(e^{x-y}+\cos y)dy$. 3. $\int\limits_L ydl$; $L: y^2=2x$; $A(0;0); B(1;\sqrt{2})$. 4. $\int\limits_{L_{AB}} x^2dx+\frac{dy}{y^2}; L_{AB}: xy=1$; $A(1;1); B(4;1/4)$. 5. $L: x=\ln y$; $\gamma(x,y)=y^3\sqrt{1+y^2}$; $1\le y\le 2$; $m-?$	1. $\oint\limits_L (xy-x^2y+4)dx+$ $+(y^2-xy+1)dy$; $L: y=x^2; x=1; y=0$. 2. $du=(1/x+1/y)dx+$ $+(2/y-x/y^2)dy$. 3. $\int\limits_L x^2dl$; $L: y=\ln x$; $x_1=\sqrt{3}; x_2=2\sqrt{2}$. 4. $\int\limits_L yxdx+(y+x)dy; L: y=x$; $A(0;0); B(1;1)$. 5. $L: y=\ln x$; $\gamma(x,y)=x^2$; $\sqrt{3}\le x\le\sqrt{8}$; $m-?$

3. КОНТРОЛЬНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ „ПОВЕРХНЕВІ ІНТЕГРАЛИ”

Робота розрахована на дві академічні години.

1.Обчислити поверхневий інтеграл першого роду (за площею) по поверхні S, де S – частина площини (p), яка відсічена координатними площинами.

2.Обчислити поверхневий інтеграл другого роду (за координатами).

Варіант 1	**Варіант 2**
1. $\iint\limits_S (5x-8y-z)ds$; $(p): 2x-3y+z=6$. 2. $\iint\limits_S (z+1)dxdy$, де S – зовнішня сторона поверхні сфери $x^2+y^2+z^2=16$.	1. $\iint\limits_S (3y-x-z)ds$; $(p): x-y+z=2$. 2. $\iint\limits_S xydxdy+yzdydz+$ $+xzdxdz$, де S – зовнішня сторона частини площини $x+y+z=4$, яку відсічено координатними площинами.
Варіант 3	**Варіант 4**
1. $\iint\limits_S (3y-2x-2z)ds$; $(p): 2x-y-2z=-2$. 2. $\iint\limits_S xdydz+ydxdz+zdxdy$, де S – зовнішня сторона поверхні сфери $x^2+y^2+z^2=1$.	1. $\iint\limits_S (2x-3y+z)ds$; $(p): x+2y+z=2$. 2. $\iint\limits_S xzdxdy+yxdydz+$ $+yzdxdz$, де S – зовнішня сторона частини площини $x+y+z=1$, яку відсічено координатними площинами.

Варіант 5	Варіант 6
1. $\iint\limits_S (5x+y-z)ds$; $(p): x+2y+2z=2$. 2. $\iint\limits_S (x^2+y^2)zdxdy$, де S – зовнішня сторона нижньої половини сфери $x^2+y^2+z^2=9$.	1. $\iint\limits_S (3x+2y+2z)ds$; $(p): 3x+2y+2z=6$. 2. $\iint\limits_S xydydz+yzdxdz+xzdxdy$, де S – зовнішня сторона поверхні сфери $x^2+y^2+z^2=1$, яка лежить у 1-му октанті.
Варіант 7	**Варіант 8**
1. $\iint\limits_S (2x+3y-z)ds$; $(p): 2x+y+z=2$. 2. $\iint\limits_S 4xdydz+2ydxdz-$ $-zdxdy$, де S – зовнішня сторона поверхні сфери $x^2+y^2+z^2=4$.	1. $\iint\limits_S (9x+2y+z)ds$; $(p): 2x+y+z=4$. 2. $\iint\limits_S (3x-3y+4z)dxdy$, де S – зовнішня сторона частини площини $2x-y+2z=4$, яку відсічено координатними площинами.
Варіант 9	**Варіант 10**
1. $\iint\limits_S (3x+8y+8z)ds$; $(p): x+4y+2z=8$. 2. $\iint\limits_S (2x-6y+3z)dxdz$, де S – зовнішня сторона частини площини $x-3y-2z=6$, яку відсічено координатними площинами.	1. $\iint\limits_S (4y-x+4z)ds$; $(p): x-2y+2z=2$. 2. $\iint\limits_S (2x+y-3z)dydz$, де S – зовнішня сторона частини площини $2x-3y+z=1$, яку відсічено координатними площинами.

4. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ЗА ТЕМОЮ „РЯДИ”

$\boxed{1}$ Контрольна робота за темою „Числові ряди”. Розрахована на дві академічні години.

1 – 6. Дослідити на збіжність числові ряди, що задані своїм загальним членом u_n.

7. Дослідити на умовну й абсолютну збіжність числовий ряд, який заданий своїм загальним членом u_n.

Варіант 1	**Варіант 2**
1. $u_n = \left(\frac{7}{10}\right)^n \cdot n^8$. 2. $u_n = \left(\frac{3n^2+1}{6n^2}\right)^{n^2}$. 3. $u_n = \frac{3+2n}{25+n^2}$. 4. $u_n = \left(\sin\frac{\pi}{2n+1}\right)^n$. 5. $u_n = \frac{n^2+1}{(4n+1)(4n-3)}$. 6. $u_n = \frac{1}{(3n+2)\ln(3n+2)}$. 7. $u_n = \frac{(-1)^n}{n\ln n}$.	1. $u_n = \frac{n!}{5^n (n+3)!}$. 2. $u_n = 2^n / \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$. 3. $u_n = \frac{1}{(n+4)\ln^3(n+4)}$. 4. $u_n = \frac{3n-1}{3n^2+4}$. 5. $u_n = \frac{2n-1}{(2n^3+1)n!}$. 6. $u_n = \frac{n}{6n+5}$. 7. $u_n = \frac{(-1)^n \cdot \ln n}{n \cdot 2^n}$.
Варіант 3	**Варіант 4**
1. $u_n = \frac{10^n (n+1)}{n!}$.	1. $u_n = \frac{5^n}{4n!}$.

2. $u_n = \left(\frac{n+3}{2n}\right)^{4n}$. 3. $u_n = \frac{1}{\sqrt{(2n+5)^3}}$. 4. $u_n = \frac{n^2}{6n+5}$. 5. $u_n = \frac{n+1}{n^3+3n}$. 6. $u_n = \frac{(n+3)\cdot 2^n}{n(n+1)}$. 7. $u_n = \frac{(-1)^n (n+2)}{n^2}$.	2. $u_n = \left(\arcsin\frac{n+1}{2n}\right)^n$. 3. $u_n = \frac{1}{(5n+4)\ln^2(5n+4)}$. 4. $u_n = \frac{n+6}{n(n+2)}$. 5. $u_n = \frac{n^3}{n^2+9}$. 6. $u_n = \frac{2n+3}{3^n}$. 7. $u_n = \frac{(-1)^n (n!)^2}{(2n)!}$.
Варіант 5	**Варіант 6**
1. $u_n = \frac{4^n (n+1)!}{n^6}$. 2. $u_n = \left(\frac{2n^2-6n+7}{3n^2-4}\right)^n$. 3. $u_n = \frac{5+n}{36+n^2}$. 4. $u_n = \frac{n+1}{n(n+4)}$. 5. $u_n = \frac{1}{(n^3+4)\cdot 2^n}$. 6. $u_n = \frac{3n+2}{4n-1}$.	1. $u_n = \frac{(2n+3)!}{(n+1)!}$. 2. $u_n = \frac{2n^3+5}{6n+5}$. 3. $u_n = \left(\frac{2n+1}{2n}\right)^{n^2}$. 4. $u_n = \frac{1}{(3n+2)\ln^2(3n+2)}$. 5. $u_n = \left(\sin\frac{\pi}{n}\right)^n$. 6. $u_n = \frac{1}{(3n+4)(3n+7)\,2^n}$.

7. $u_n = \dfrac{(-1)^n (n+6)}{3^n}$.	7. $u_n = \dfrac{(-1)^n}{\ln(n+2)\cdot(n+2)}$.
Варіант 7 1. $u_n = \left(\dfrac{7}{9}\right)^n \cdot \left(\dfrac{1}{n}\right)^7$. 2. $u_n = \dfrac{1}{n\sqrt{25+n^2}}$. 3. $u_n = \left(\dfrac{3n+4}{3n}\right)^{n^2}$. 4. $u_n = \dfrac{5n-9}{5n+6}$. 5. $u_n = \dfrac{(n+1)!}{7^n}$. 6. $u_n = \dfrac{1}{(n^2+36)n!}$. 7. $u_n = \dfrac{(-1)^n (n+4)}{5^n}$.	**Варіант 8** 1. $u_n = \left(\arcsin\dfrac{1}{3n}\right)^n$. 2. $u_n = \dfrac{n^n}{(n+5)!}$. 3. $u_n = \dfrac{n^2-8}{7n}$. 4. $u_n = \dfrac{(2n-4)\cdot 2^n}{n^2-1}$. 5. $u_n = \dfrac{1}{n\ln^8 n}$. 6. $u_n = \dfrac{n^2+1}{(n+2)\cdot 2^n}$. 7. $u_n = \dfrac{(-1)^n}{2n+3}$.
Варіант 9 1. $u_n = \dfrac{10^n}{(n+3)!}$. 2. $u_n = \dfrac{3^n}{5^n(2n+3)}$.	**Варіант 10** 1. $u_n = \dfrac{4n}{4n^3+3}$. 2. $u_n = \dfrac{3\cdot n!}{10^n(2n+5)}$.

3. $u_n = \left(arctg \dfrac{1}{3n+1} \right)^n$.	3. $u_n = \dfrac{(1+e^{-n})^n}{2^n}$.
4. $u_n = \dfrac{n^3+3n-5}{6n+5}$.	4. $u_n = \dfrac{2n}{(n^2+1)^2}$.
5. $u_n = \dfrac{2n-3}{n^2-3n+2}$.	5. $u_n = \dfrac{4n+2}{5n-7}$.
6. $u_n = \dfrac{1}{n^2+\sqrt{n}}$.	6. $u_n = \dfrac{(n+1)!}{10^n}$.
7. $u_n = \dfrac{(-1)^n}{(n+1)\cdot 5^n}$.	7. $u_n = \dfrac{(-1)^n \cdot 3^n}{(2n)!}$.

$\boxed{2}$ Контрольна робота за темою „Степеневі ряди" призначена для перевірки вмінь і навичок знаходження інтервалів та областей збіжності степеневих рядів, розкладання функцій в ряди Маклорена і Тейлора, наближеного обчислення визначених інтегралів за допомогою степеневих рядів та розкладання в ряд розв'язків диференціальних рівнянь. Розрахована на дві академічні години.

1. Знайти інтервали та області збіжності заданих степеневих рядів.
2. Розкласти функцію $f(x)$ в ряд Маклорена.
3. Розкласти функцію $f(x)$ в ряд Тейлора в околі точки x_0.
4. Обчислити визначений інтеграл з точністю 0,001, розкладаючи підінтегральну функцію в степеневий ряд.
5. Знайти перші k членів розкладу в степеневий ряд розв'язку диференціального рівняння при вказаних початкових умовах.

Варіант 1	**Варіант 2**
1. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^{2n}}{n^3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}\cdot n!}{(2n)!}x^n$. 2. $f(x)=\sin x^2$. 3. $f(x)=\frac{1}{x}$, $x_0=-1$. 4. $\int_0^{0,25}\ln(1+\sqrt{x})dx$. 5. $y'=x+y^2$, $y(0)=1,\ k=3$.	1. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{n^4}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!}{n}x^n$. 2. $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$. 3. $f(x)=e^{-x/2}$, $x_0=-2$. 4. $\int_0^1 arctg\left(\frac{x^2}{2}\right)dx$. 5. $y'=y^3+2x^2$, $y(1)=1,\ k=3$.
Варіант 3	**Варіант 4**
1. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n+2}}{(n+2)\cdot 4^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3\cdot(x-6)^n}{2^n}$. 2. $f(x)=\frac{1}{(1+x)^2}$. 3. $f(x)=\sin\frac{\pi x}{4}$, $x_0=2$. 4. $\int_0^{0,2}\sqrt{x}\cdot e^{-x}dx$. 5. $y'=e^y+xy$, $y(1)=0,\ k=4$.	1. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n}}{3^n\cdot n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cdot(x+3)^n}{(n+1)\cdot 4^n}$. 2. $f(x)=e^{-x/2}$. 3. $f(x)=\ln(5\text{x}+3)$, $x_0=2/5$. 4. $\int_0^{0,5}\frac{arctgx}{x}dx$. 5. $y'=x^2y$, $y(1)=-1,\ k=3$.

Варіант 5	**Варіант 6**
1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n \cdot \sqrt[3]{(n+1)^2}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \cdot x^{2n}}{5^n}$. 2. $f(x) = \ln(1+5x)$. 3. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x}}$, $x_0 = -3$. 4. $\int_0^{0,2} \sqrt{x} \cdot \cos x \, dx$. 5. $y' = \cos x + x^2$, $y(0) = 0,\ k = 3$.	1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{n \cdot 6^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \cdot \frac{x^{2n}}{4^n}$. 2. $f(x) = arctg\, x^3$. 3. $f(x) = \cos 2x$, $x_0 = \pi / 4$. 4. $\int_0^1 x^2 \sin x \, dx$. 5. $y' = x + \sqrt{y} + y^2$, $y(0) = 1,\ k = 3$.
Варіант 7	**Варіант 8**
1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+2) \cdot 3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot (x-2)^{2n}}{(n+2)^2}$. 2. $f(x) = 2^{-x^2}$. 3. $f(x) = arctg\, x^2$, $x_0 = 1$. 4. $\int_0^{0,5} \frac{\sin x^2}{x} dx$. 5. $y' = xy + x^2 + e^{-x}$, $y(0) = 0,\ k = 3$.	1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^{2n}}{n^3 \cdot 2^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1} \cdot x^{2n}}{n+4}$. 2. $f(x) = e^{5x}$. 3. $f(x) = \frac{\sin 3x}{x}$, $x_0 = \pi / 6$. 4. $\int_0^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx$. 5. $y' = x^3 - y^3$, $y(-1) = 1,\ k = 3$.

Варіант 9	Варіант 10
1. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n\cdot x^{2n}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^{2n}\cdot\sqrt{n}}{5^n}$. 2. $f(x)=\frac{1}{2x+1}$. 3. $f(x)=\frac{2}{1-3x^2}$, $x_0=1/3$. 4. $\int_{0,3}^{0,5}\frac{1+\cos x}{x^2}dx$. 5. $y'=3x-y^2$, $y(0)=2,\ k=3$.	1. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n\cdot(x+2)^{2n}}{\sqrt{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n^2+1)^n\cdot x^n}{(n^2+2)^n\cdot 2^n}$. 2. $f(x)=\cos\sqrt{x}$. 3. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$, $x_0=2$. 4. $\int_{0}^{0,1}\frac{\ln(1+x)}{x}dx$. 5. $y'=x^2y^2-3$, $y(2)=-1,\ k=3$.

$\boxed{3}$ Контрольна робота за темою „Ряди Фур'є". Розрахована на дві академічні години.

1. Розкласти у ряд Фур'є функцію з періодом $T=2l$.

2. Розкласти в ряд Фур'є за синусами функцію, що задана на інтервалі $(0;l)$, продовжуючи її непарним способом, та побудувати графік продовженої функції.

3. Розкласти в ряд Фур'є за косинусами функцію, яка задана на інтервалі $(0;l)$, продовжуючи її парним способом, та побудувати графік продовженої функції.

Варіант 1	Варіант 2
1. а) $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0;\\ x+1, & 0<x\le\pi,\end{cases}$	1. а) $f(x)=\begin{cases}2-x, & -\pi\le x\le 0;\\ 0, & 0<x\le\pi,\end{cases}$

б) $f(x)=4-x,\ -1\le x\le 1$. 2. $f(x)=x^2-1,\ 0<x<1$. 3. $f(x)=x,\ 0<x<2$.	б) $f(x)=-2x+4,\ -4\le x\le 4$. 2. $f(x)=4-2x,\ 0<x<2$. 3. $f(x)=x^2+1,\ 0<x<1$.
Варіант 3 1. а) $f(x)=\begin{cases}5+x, & -\pi\le x\le 0;\\ 0, & 0<x\le\pi,\end{cases}$ б) $f(x)=x-2,\ -3\le x\le 3$. 2. $f(x)=1+3x,\ 0<x<1$. 3. $f(x)=x^2,\ 0<x<2$.	**Варіант 4** 1. а) $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0;\\ 3+2x, & 0\le x\le\pi,\end{cases}$ б) $f(x)=3+x,\ -2\le x\le 2$. 2. $f(x)=x,\ 0<x<2$. 3. $f(x)=x-1,\ 0<x<1$.
Варіант 5 1. а) $f(x)=\begin{cases}x-1, & -\pi\le x<0;\\ 0, & 0\le x\le\pi,\end{cases}$ б) $f(x)=8-x,\ -4\le x\le 4$. 2. $f(x)=2x-3,\ 0<x<1$. 3. $f(x)=(x-1)^2, 0<x<\pi$.	**Варіант 6** 1. а) $f(x)=\begin{cases}6+3x, & -\pi\le x\le 0;\\ 0, & 0\le x\le\pi,\end{cases}$ б) $f(x)=3-x,\ -1\le x\le 1$. 2. $f(x)=x^2,\ 0<x<2\pi$. 3. $f(x)=4-2x,\ 0<x<2$.
Варіант 7 1. а) $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0;\\ x-3, & 0<x\le\pi,\end{cases}$ б) $f(x)=2+x,\ -2\le x\le 2$. 2. $f(x)=1-x,\ 0<x<1$. 3. $f(x)=\sin 2x,\ 0<x<\pi/2$.	**Варіант 8** 1. а) $f(x)=\begin{cases}3-5x, & -\pi\le x\le 0;\\ 0, & 0<x\le\pi,\end{cases}$ б) $f(x)=2x-5,\ -3\le x\le 3$. 2. $f(x)=(\pi-2x)/4,\ 0<x<\pi$. 3. $f(x)=x^2-1,\quad 0<x<1$.

Варіант 9	Варіант 10
1. а) $f(x)=\begin{cases} 0, -\pi \le x < 0; \\ 2+3x,\ 0 < x \le \pi, \end{cases}$ б) $f(x)=3-x,\ -1 \le x \le 1$. 2. $f(x)=x\cos x$, $0 < x < \pi$. 3. $f(x)=x/2$, $0 < x < 2$.	1. а) $f(x)=\begin{cases} 2-3x, -\pi \le x \le 0; \\ 0,\ 0 < x \le \pi, \end{cases}$ б) $f(x)=x+1,\ -2 \le x \le 2$. 2. $f(x)=x^2/\pi^2$, $0 < x < \pi$. 3. $f(x)=2x-3,\ 0 < x < 1$.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие для вузов. – 20-е изд. – М.: Наука, 1985. – 384 с.

2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2 / П.Е.Данко, А.Г.Попов, Т.Я.Кожевникова. – М.: Высшая школа, 1986. – 304 с.

3. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие. в 3 ч. Ч.3/ А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державець, И.Е. Юруть; Под общ. Ред. А.П. Рябушко. – Мн.: Выш. шк., 1991. – 288 с.

4. Каплан И.А. Практические занятия по высшей математике, часть IV. – Х.: ХГУ, 1966. – 235 с.

5. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. – 4-е изд. – М.: Высшая школа, 1966. – 464 с.

ЗМІСТ

Навчальне видання

**ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ
ДЛЯ САМОСТІЙНИХ ТА КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ
(для студентів 2-го курсу денної форми навчання
всіх спеціальностей)**
Частина 3

Укладачі: **Кобець** Анна Олександрівна
Кузнецова Ганна Анатоліївна
Ламтюгова Світлана Миколаївна

Відповідальний за випуск: *С.О. Станішевський*
За авторською редакцією
Комп'ютерне верстання *А.О. Кобець, Г.А. Кузнецова, С.М. Ламтюгова*

План 2010 р., поз. 139 М

Підп. до друку 01.12.2010 Формат 60*84 1/16
Друк на ризографі Ум.-друк.арк.1,6
Тираж 50 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 4064 від 12.05.2011