

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ**

**ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО
ГОСПОДАРСТВА**

**ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ ДЛЯ САМОСТІЙНИХ
ТА КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

(для студентів 1 курсу денної форми
навчання всіх спеціальностей)

Частина 2

Харків – ХНАМГ – 2011

Збірник завдань для самостійних та контрольних робіт з вищої математики для студентів 1-го курсу денної форми навчання всіх спеціальностей. Частина 2. / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва, уклад.: А.О. Кобець, Г.А. Кузнецова, С.М. Ламтюгова – Х.: ХНАМГ, 2011 – 49 с.

Укладачі: А.О. Кобець, Г.А. Кузнецова, С.М. Ламтюгова

Рецензент: к. фіз.-мат. н., доц. Л.Б. Коваленко

Рекомендовано кафедрою вищої математики,
протокол № 3 від 27.10.10

ВСТУП

Дане видання адресоване студентам для підготовки до самостійних та контрольних робіт вдома.

Весь матеріал курсу поділено на теми. Кожна тема містить одну або декілька контрольних робіт, кожна з яких має 10 варіантів. Самостійні і контрольні роботи пронумеровані у порядку зростання складності.

1. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ЗА ТЕМОЮ „ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ”

1.1. САМОСТІЙНІ ТА КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ ЗА ТЕМОЮ „НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ”

1

Самостійна робота призначена для перевірки знання таблиці невизначених інтегралів та вміння її застосовувати. Розрахована на 10 хвилин.

1 – 5. Знайти задані невизначені інтеграли.

<p style="text-align: center;">Варіант 1</p> <ol style="list-style-type: none">$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^5}}$$\int \frac{dx}{3x^2 + 8}$$\int \frac{dx}{\cos^2 6x}$$\int \operatorname{sh}(7x - 12) dx$$\int \ln^4 x d(\ln x)$	<p style="text-align: center;">Варіант 2</p> <ol style="list-style-type: none">$\int \frac{dx}{1 - 9x}$$\int \frac{dx}{\sin^2(x/4)}$$\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 - 12}}$$\int \operatorname{ch}(2x - 5) dx$$\int \cos(\operatorname{tg} 3x) d(\operatorname{tg} 3x)$
<p style="text-align: center;">Варіант 3</p> <ol style="list-style-type: none">$\int 25^{1-x} dx$$\int \sin(x/10) dx$$\int \frac{dx}{4x^2 - 9}$	<p style="text-align: center;">Варіант 4</p> <ol style="list-style-type: none">$\int \frac{dx}{(3x - 2)^3}$$\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 8}}$$\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$

4. $\int \frac{dx}{sh^2(x-1)}$. 5. $\int e^{6-x^2} d(6-x^2)$.	4. $\int \frac{dx}{ch^2 10x}$. 5. $\int \arcsin x d(\arcsin x)$
Варіант 5	Варіант 6
1. $\int \sqrt[5]{x+1} dx$. 2. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x^2}}$. 3. $\int \frac{dx}{\cos 2x}$. 4. $\int sh(x/5) dx$. 5. $\int \frac{d(1+x^2)}{1+x^2}$.	1. $\int (2x-1)^7 dx$. 2. $\int \frac{dx}{5x^2+10}$. 3. $\int \frac{dx}{\sin(x/6)}$. 4. $\int ch 3x dx$. 5. $\int \arccos^2 x d(\arccos x)$.
Варіант 7	Варіант 8
1. $\int (9+11x)^{15} dx$. 2. $\int \frac{dx}{\sqrt{10-4x^2}}$. 3. $\int \frac{dx}{\cos^2 4x}$. 4. $\int \frac{2 dx}{4+9x^2}$. 5. $\int \frac{d(x^4-2)}{\sqrt{x^4-2}}$.	1. $\int \frac{dx}{3x+12}$. 2. $\int \frac{dx}{4x^2-16}$. 3. $\int \frac{dx}{\sin^2(x/2)}$. 4. $\int ctg 4x dx$. 5. $\int arcctg^8 x d(arcctg x)$.

Варіант 9	Варіант 10
1. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$.	1. $\int \frac{dx}{\sin^2(x/6)}$.
2. $\int \frac{dx}{\sqrt{6x^2 - 10}}$.	2. $\int \frac{dx}{\sqrt{2 - x^2}}$.
3. $\int \frac{dx}{\sin 6x}$.	3. $\int \frac{dx}{\cos 4x}$.
4. $\int ch(5x + 11) dx$.	4. $\int ch(7x - 2) dx$.
5. $\int 5^{7x^2 + 1} d(7x^2 + 1)$.	5. $\int \frac{d(x^2)}{x^4 + 1}$.

2] Самостійна робота розрахована на 45 – 60 хвилин. Робота призначена для перевірки вмінь і навичок розпізнавання та розв'язування табличних інтегралів або інтегралів, що можуть бути зведені до табличних; розв'язування інтегралів методами заміни змінної та інтегрування частинами.

1 – 7. Знайти невизначені інтеграли.

Варіант 1	Варіант 2
1. $\int (1 - \sqrt{1 - x})(1 + \sqrt{1 - x}) dx$.	1. $\int \sqrt{1 - 6x^2 + 9x^4} dx$.
2. $\int \sqrt[5]{x^7 \sin^2 x + x^7 \cos^2 x} dx$.	2. $\int \sqrt{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} dx$.
3. $\int (\sin x)^{3/5} d \sin x$.	3. $\int \frac{d \operatorname{ctg} 6x}{\operatorname{ctg} 6x}$.
4. $\int \frac{x^4}{(x^5 + 4)^2} dx$.	4. $\int 9^{x^3 + 4} \cdot x^2 dx$.

5. $\int \frac{8^x}{\sin 8^x} dx$. 6. $\int (x+12) \cos 7x dx$. 7. $\int x^2 \arctg 3x dx$.	5. $\int \frac{dx}{(9+x^2)\sqrt{\arctg(x/3)}}$. 6. $\int \frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2} dx$. 7. $\int (x+18)6^{3x} dx$.
Варіант 3	Варіант 4
1. $\int (\sqrt{x^3+4}-2)(\sqrt{x^3+4}+2) dx$. 2. $\int \frac{dx}{(1-\cos 5x)(1+\cos 5x)}$. 3. $\int 5^{4x^3+3} d(4x^3+3)$. 4. $\int \frac{4x^3-2x+3}{x^4-x^2+3x+1} dx$. 5. $\int \frac{\operatorname{tg}^4 2x}{\cos^2 2x} dx$. 6. $\int x \sin(10x-2) dx$. 7. $\int \arccos 5x dx$.	1. $\int \sqrt{16+8e^{3x}+e^{6x}} dx$. 2. $\int \frac{dx}{1+\cos 6x}$. 3. $\int \cos(x^5-\sqrt{x}) d(x^5-\sqrt{x})$. 4. $\int 3^x \sin 3^x dx$. 5. $\int (4x-9) \sin(x/4) dx$. 6. $\int \frac{dx}{(x-2) \log_4(x-2)}$. 7. $\int (20-x)e^{20-x} dx$.
Варіант 5	Варіант 6
1. $\int (1+\sqrt[3]{x-1})(1-\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{(x-1)^2}) dx$. 2. $\int \frac{dx}{1-\cos 8x}$.	1. $\int \sqrt{1-2 \cdot 3^x+9^x} dx$. 2. $\int \sqrt{1+\cos 2x} dx$.

<p>3. $\int \frac{d(x-3)}{\sqrt{9-(x-3)^2}}.$</p> <p>4. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{ctg} 4x}}{\sin^2 4x} dx.$</p> <p>5. $\int \frac{e^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$</p> <p>6. $\int (3x+1) \cos(x/9) dx.$</p> <p>7. $\int x^6 \log_9 x dx.$</p>	<p>3. $\int \frac{d(x+1)}{(x+1)^2 + 3}.$</p> <p>4. $\int \frac{x^5}{2x^6 - 5} dx.$</p> <p>5. $\int \arccos 3x dx.$</p> <p>6. $\int \frac{dx}{(\sin^2 \arccos 5x) \sqrt{1-25x^2}}.$</p> <p>7. $\int (6x+11) \sin 12x dx.$</p>
Варіант 7	Варіант 8
<p>1. $\int \frac{x^2 2^x - 8^x + 7}{2^x} dx.$</p> <p>2. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}}.$</p> <p>3. $\int \frac{d \ln x}{\cos^2 \ln x}.$</p> <p>4. $\int \frac{2^{5x}}{2^{5x} - 11} dx.$</p> <p>5. $\int \operatorname{arctg} 7x dx.$</p> <p>6. $\int \frac{\arcsin^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$</p> <p>7. $\int \frac{(x^2 + x)}{\sin^2 x} dx.$</p>	<p>1. $\int \left(\sqrt[4]{3x+2} - \sqrt[3]{x-1} \right) \times$ $\times \left(\sqrt[4]{3x+2} + \sqrt[3]{x-1} \right) dx.$</p> <p>2. $\int (1 + \operatorname{ctg}^2 3x) dx.$</p> <p>3. $\int \frac{dx^3}{x^6 - 16}.$</p> <p>4. $\int \frac{\operatorname{arctg} 3x}{1+9x^2} dx.$</p> <p>5. $\int x \operatorname{arctg} 4x dx.$</p> <p>6. $\int \frac{\ln^2(x-7) - 16}{x-7} dx.$</p> <p>7. $\int (3-x^2) 7^{-2x} dx.$</p>

Варіант 9	Варіант 10
1. $\int (2 + \sqrt[6]{7x-11})^2 dx$.	1. $\int \frac{x^3 5^x - \sqrt[3]{x} + 2x^2}{x^3} dx$.
2. $\int \frac{\sin 4x}{\cos 2x} dx$.	2. $\int \frac{dx}{\sin^2 5x + \cos 10x}$.
3. $\int \frac{d3^x}{\sqrt{9^x + 7}}$.	3. $\int \frac{d \operatorname{tg} x}{\operatorname{tg}^3 x}$.
4. $\int \frac{dx}{(3x+14) \ln^2(3x+14)}$.	4. $\int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{ctg}^4 6x}}{\sin^2 6x} dx$.
5. $\int (3x+2) \cdot e^{4-x} dx$.	5. $\int \frac{2x - 5x^4 - 1}{\sqrt[4]{x^2 - x^5 - x - 4}} dx$.
6. $\int \frac{\sin 11x}{\sqrt{\cos 11x}} dx$.	6. $\int \log_3(x+4) dx$.
7. $\int \ln \sin x dx$.	7. $\int \frac{2x}{\cos^2 2x} dx$.

3] Самостійна робота призначена для перевірки вмінь і навичок знаходження невизначених інтегралів від окремих класів функцій: раціональних дробів, ірраціональних виразів, тригонометричних функцій. Розрахована на 45 – 60 хвилин.

1 – 5. Знайти невизначені інтеграли.

Варіант 1	Варіант 2
1. $\int \sqrt{\sin x} \cos^3 x dx$.	1. $\int \frac{x - x^2 - 1}{x^3 + x} dx$.
2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}$.	2. $\int \frac{dx}{\sqrt{5 + 2x - x^2}}$.

3. $\int \frac{3x^3 + x^2 + 5x + 1}{x^3 + x} dx$. 4. $\int \frac{8x - 1}{4x^2 - 4x + 17} dx$. 5. $\int \frac{dx}{(1 + x^2)\sqrt{x^3 + 1}}$.	3. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$. 4. $\int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$. 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{(2-x)^3}}$.
Варіант 3	Варіант 4
1. $\int \frac{x^3 + 2}{x^3 + 3x^2} dx$. 2. $\int \frac{x + 3}{3x^2 + 2x + 1} dx$. 3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x-7)}$. 4. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$. 5. $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx$.	1. $\int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x}$. 2. $\int \frac{5x^3 - 8}{x^3 - 4x} dx$. 3. $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} dx$. 4. $\int \sin x \sin 3x dx$. 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^3}}$.
Варіант 5	Варіант 6
1. $\int (1 - \sin 2x)^2 dx$. 2. $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - 4x + 1}} dx$. 3. $\int \frac{2x^2 - 5x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$. 4. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1+x}}$.	1. $\int (1 + \sin^4 x) dx$. 2. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$. 3. $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 + 2x^2 + x} dx$. 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x} - \sqrt[4]{1-2x}}$.

5. $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} dx$.	5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-3x^2-1}}$.
<p style="text-align: center;">Варіант 7</p> <p>1. $\int \frac{x+2}{x^2+2x+5} dx$.</p> <p>2. $\int \frac{x^2+x+5}{x(x+3)(x-2)} dx$.</p> <p>3. $\int \frac{x dx}{\sqrt{2x+1}+1}$.</p> <p>4. $\int \sqrt{4-x^2} dx$.</p> <p>5. $\int \sin 2x \cos 5x dx$.</p>	<p style="text-align: center;">Варіант 8</p> <p>1. $\int \frac{\sin^3 x}{1+\cos x} dx$.</p> <p>2. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x-9}}$.</p> <p>3. $\int \frac{2x^2-x-1}{x^3-x^2-6x} dx$.</p> <p>4. $\int \frac{x+1}{4x^2-12x+3} dx$.</p> <p>5. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}$.</p>
<p style="text-align: center;">Варіант 9</p> <p>1. $\int \frac{\sqrt{x^2-16}}{x} dx$.</p> <p>2. $\int \cos 3x \cos x dx$.</p> <p>3. $\int \frac{2x dx}{(x+1)(x^2+x+2)}$.</p> <p>4. $\int \frac{\sqrt[6]{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx$.</p> <p>5. $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[6]{x}+1)}{\sqrt[3]{x^2}} dx$.</p>	<p style="text-align: center;">Варіант 10</p> <p>1. $\int \frac{dx}{3+5\sin x+3\cos x}$.</p> <p>2. $\int \sin 5x \cos x dx$.</p> <p>3. $\int \frac{x+4}{\sqrt{7+6x-x^2}} dx$.</p> <p>4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+1}$.</p> <p>5. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-9}}$.</p>

4 Контрольна робота за темою «Невизначений інтеграл» призначена для комплексної перевірки знань з теми. Робота розрахована на дві академічних години.

Варіант 1	Варіант 2
1. $\int 2^x 3^{2x} dx$.	1. $\int \frac{\sqrt{2-x^2} + \sqrt{2+x^2}}{\sqrt{4-x^4}} dx$.
2. $\int \frac{x^6 dx}{\sqrt{x^7+3}}$.	2. $\int \operatorname{tg}^2 3x dx$.
3. $\int \frac{x + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} dx$.	3. $\int \frac{\cos \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}} dx$.
4. $\int \frac{2^{3x} dx}{4^{3x} + 9}$.	4. $\int \frac{e^{3x} dx}{\sqrt{9 - e^{6x}}}$.
5. $\int (x^2 + 3x) e^{-x} dx$.	5. $\int x^2 3^{\frac{x}{2}} dx$.
6. $\int \frac{2x-5}{x^2+6x+8} dx$.	6. $\int \frac{1+3x}{\sqrt{1-3x^2}} dx$.
7. $\int \frac{2x^2+3}{x^3+3x} dx$.	7. $\int \frac{x+3}{x^3-2x^2+3x} dx$.
8. $\int \sin^5 \frac{x}{2} dx$.	8. $\int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin^3 x}} dx$.
9. $\int x^3 \operatorname{arctg} x dx$.	9. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$.
10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}-1}$.	10. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$.
11. $\int \frac{dx}{\sin^3 4x}$.	11. $\int x^2 \sqrt{16-x^2} dx$.
12. $\int \frac{2^{\ln x}}{x \sqrt{1+4^{\ln x}}} dx$.	12. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$.

Варіант 3	Варіант 4
1. $\int \frac{81^x - 3^x}{9^x} dx$. 2. $\int \frac{dx}{1 - \cos^2 \frac{x}{4}}$. 3. $\int \ln(x^2 + x) dx$. 4. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$. 5. $\int \frac{1-x}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} dx$. 6. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1-9x^2) \arccos 3x}}$. 7. $\int \frac{3x^2 + x - 4}{x^3 - 4x} dx$. 8. $\int \operatorname{ctg}^2 3x \sin^3 3x dx$. 9. $\int \frac{e^{2x} dx}{e^x - 1}$. 10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$. 11. $\int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x}$. 12. $\int e^{2x} \sin 2x dx$.	1. $\int \frac{\sqrt{3x^2 - 4}}{\sqrt{9x^4 - 16}} dx$. 2. $\int \sin \frac{x}{\sqrt{3}} \cos \frac{x}{\sqrt{3}} dx$. 3. $\int x^2 e^{x^3+1} dx$. 4. $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x - 4} dx$. 5. $\int x^3 \ln \frac{x}{2} dx$. 6. $\int \frac{x+5}{\sqrt{4-2x^2}} dx$. 7. $\int \frac{3x^2 + 7x + 10}{x^3 + 6x^2 + 10x} dx$. 8. $\int \sin^3 2x \cos^2 2x dx$. 9. $\int \sin(\ln x) dx$. 10. $\int \frac{dx}{5 - 4 \sin x}$. 11. $\int \frac{\sqrt[6]{x} - 1}{\sqrt[6]{x^5} + \sqrt[4]{x^3}} dx$. 12. $\int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx$.
Варіант 5	Варіант 6
1. $\int \sqrt[3]{(6x+1)/2} dx$.	1. $\int (2x+5)^3 dx$.

<p>2. $\int \frac{dx}{1 - \sin^2 4x}$.</p> <p>3. $\int x 2^{1-x^2} dx$.</p> <p>4. $\int \sin^4 3x \cos 3x dx$.</p> <p>5. $\int \ln^2 2x dx$.</p> <p>6. $\int \frac{2x+3}{\sqrt{3x^2+1}} dx$.</p> <p>7. $\int \frac{8-3x-x^2}{x^3-4x^2+8x} dx$.</p> <p>8. $\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.</p> <p>9. $\int \frac{\sqrt{x^2+25}}{x} dx$.</p> <p>10. $\int x^2 \cos 3x dx$.</p> <p>11. $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x}-5}$.</p> <p>12. $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$.</p>	<p>2. $\int \frac{\sin(x/2)}{\cos(x/2)} dx$.</p> <p>3. $\int x^2 \sin 2x^3 dx$.</p> <p>4. $\int \frac{e^{tgx+5}}{\cos^2 x} dx$.</p> <p>5. $\int \frac{dx}{\sqrt{16+6x-x^2}}$.</p> <p>6. $\int \frac{1-x}{\cos^2 3x} dx$.</p> <p>7. $\int \frac{2x^2-10x+6}{x^3+5x^2-6x} dx$.</p> <p>8. $\int \cos^4 \frac{x}{4} dx$.</p> <p>9. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx$.</p> <p>10. $\int \frac{dx}{2 \sin x - 3 \cos x}$.</p> <p>11. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}}$.</p> <p>12. $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+1}} dx$.</p>
Варіант 7	Варіант 8
<p>1. $\int \frac{2x+3}{4x^2-9} dx$.</p> <p>2. $\int \sqrt[3]{2^x} dx$.</p>	<p>1. $\int \frac{dx}{4x^2-3}$.</p> <p>2. $\int \frac{\cos 5x}{\sin 5x} dx$.</p>

<p>3. $\int \frac{\cos \sqrt{x} dx}{\sqrt{x}}$.</p> <p>4. $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$.</p> <p>5. $\int x \sin 3x dx$.</p> <p>6. $\int \frac{x+2}{\sqrt{4x^2-4x+3}} dx$.</p> <p>7. $\int \frac{4x^2+2x+12}{x^3-27} dx$.</p> <p>8. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}-4}$.</p> <p>9. $\int \cos 2x \cos^2 x dx$.</p> <p>10. $\int \ln(x^2+1) dx$.</p> <p>11. $\int x^3 e^{x^2} dx$.</p> <p>12. $\int (x+1)\sqrt{x^2+2x} dx$.</p>	<p>3. $\int \frac{e^{3x} dx}{\sqrt{4-e^{6x}}}$.</p> <p>4. $\int x 2^{x/2} dx$.</p> <p>5. $\int \frac{1-x}{\sqrt{1-2x^2}} dx$.</p> <p>6. $\int \frac{\sin \sqrt{3x+1}}{\sqrt{3x+1}} dx$.</p> <p>7. $\int \frac{x+3}{x^3+2x^2+3x} dx$.</p> <p>8. $\int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin^3 x}} dx$.</p> <p>9. $\int \sqrt{e^x+1} dx$.</p> <p>10. $\int x \ln(x^2+1) dx$.</p> <p>11. $\int \operatorname{ctg}^4 x dx$.</p> <p>12. $\int \frac{x dx}{9-x^4}$.</p>
<p>Варіант 9</p> <p>1. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x^2}}$.</p> <p>2. $\int \frac{(2x+1)^2}{\sqrt{x}} dx$.</p> <p>3. $\int x^3 \operatorname{tg} x^4 dx$.</p> <p>4. $\int \frac{\sin 2x}{\cos^2 x+2} dx$.</p>	<p>Варіант 10</p> <p>1. $\int \sqrt{5x+4} dx$.</p> <p>2. $\int \frac{dx}{\operatorname{tg} \sqrt{3x}}$.</p> <p>3. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}-3}}$.</p> <p>4. $\int \sqrt{\frac{\arccos x}{1-x^2}} dx$.</p>

5. $\int \operatorname{arctg} 3x dx$.	5. $\int \frac{xdx}{\sin^2 2x}$.
6. $\int \frac{6x+1}{\sqrt{4x^2-5}} dx$.	6. $\int \frac{4x-2}{\sqrt{x^2-6x+2}} dx$.
7. $\int \frac{3x^2+5x+10}{x^3+8} dx$.	7. $\int \frac{x^2+7x+13}{(x+3)^3} dx$.
8. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{2x-1}$.	8. $\int \cos^3 2x \sin 2x dx$.
9. $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$.	9. $\int \sqrt[3]{x^2} \ln x dx$.
10. $\int \frac{x^2}{\sqrt{e^x}} dx$.	10. $\int \frac{\sqrt{2x-3}}{x} dx$.
11. $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx$.	11. $\int \frac{dx}{\operatorname{tg}^3 3x}$.
12. $\int \frac{2-x}{(7-x)^3} dx$.	12. $\int e^{-2x} \sin e^{-2x} dx$.

1.2. САМОСТІЙНІ ТА КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ ЗА ТЕМОЮ „ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ”

1

Самостійна робота призначена для перевірки вмінь і навичок обчислення визначених інтегралів за допомогою використання основних методів інтегрування – зведення до табличного вигляду, заміни змінної, інтегрування частинами. Розрахована на 45 хвилин.

1 – 5. Обчислити визначені інтеграли.

Варіант 1	Варіант 2
1. $\int_1^2 (2x^2 + 2/x^4) dx$.	1. $\int_1^4 \sqrt{x} dx$.

<p>2. $\int_0^1 x e^{-3x} dx$.</p> <p>3. $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} x \sqrt{1+x^2} dx$.</p> <p>4. $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$.</p> <p>5. $\int_1^3 \frac{dx}{x^2+3}$.</p>	<p>2. $\int_0^{\pi/3} x \sin x dx$.</p> <p>3. $\int_0^{\sqrt[6]{3}} \frac{3x^5 dx}{\sqrt{x^6+1}}$.</p> <p>4. $\int_0^{\pi/3} \frac{\cos x}{1+\cos x} dx$.</p> <p>5. $\int_1^2 x \ln x dx$.</p>
Варіант 3	Варіант 4
<p>1. $\int_{-3/2}^{1/4} \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}$.</p> <p>2. $\int_{-1/6}^{1/6} \arcsin 3x dx$.</p> <p>3. $\int_1^e \frac{1-\ln x}{x} dx$.</p> <p>4. $\int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx$.</p> <p>5. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{1-\cos^2 x}$.</p>	<p>1. $\int_1^4 (2x+3/\sqrt{x}) dx$.</p> <p>2. $\int_2^3 (x+3) \ln x dx$.</p> <p>3. $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{(4+5x^4)^4}}$.</p> <p>4. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^2+1}$.</p> <p>5. $\int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6+1}}$.</p>
Варіант 5	Варіант 6
<p>1. $\int_{-1}^0 \frac{dx}{9x^2-9x+2}$.</p> <p>2. $\int_{-1}^{-1/2} \frac{x dx}{e^{2x}}$.</p>	<p>1. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[9]{1-2x}}$.</p> <p>2. $\int_{-2}^0 x^2 e^{x/2} dx$.</p>

<p>3. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x \sin^3 x dx$.</p> <p>4. $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$.</p> <p>5. $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^8+1}$.</p>	<p>3. $\int_{\sqrt{\pi/6}}^{\sqrt{\pi/2}} \frac{x dx}{\sin^2 x^2}$.</p> <p>4. $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx$.</p> <p>5. $\int_{-1}^1 \frac{x^5}{x+2} dx$.</p>
Варіант 7	Варіант 8
<p>1. $\int_{-1}^1 \frac{x^2}{x^2+4} dx$.</p> <p>2. $\int_1^2 (x-2) \log_2 x dx$.</p> <p>3. $\int_3^9 \frac{x dx}{(1+x^2)^3}$.</p> <p>4. $\int_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx$.</p> <p>5. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{4} dx$.</p>	<p>1. $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1-\sin^2 x}$.</p> <p>2. $\int_{-2}^0 (x+2) \cdot 3^{-x} dx$.</p> <p>3. $\int_3^9 \frac{\log_3 x}{x} dx$.</p> <p>4. $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$.</p> <p>5. $\int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$.</p>
Варіант 9	Варіант 10
<p>1. $\int_{3/2}^{5/2} \frac{dx}{8x^2-2}$.</p> <p>2. $\int_0^{\pi/8} \frac{\operatorname{tg} 2x dx}{\cos^2 2x}$.</p> <p>3. $\int_1^{\sqrt{5}} x \cdot \operatorname{arctg} x dx$.</p>	<p>1. $\int_3^6 \frac{x^4 - 4x^5 e^{x/3}}{x^5} dx$.</p> <p>2. $\int_{1/9}^{1/6} \frac{dx}{(\arcsin 3x) \sqrt{1-9x^2}}$.</p> <p>3. $\int_{\pi/2}^{\pi} (x-1) \cos(x/3) dx$.</p>

4. $\int_0^{\pi/4} \frac{x dx}{\cos^2(x^2)}$.	4. $\int_2^3 \frac{2x^4 - 5x^2 + 3}{x^2 - 1} dx$.
5. $\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx$.	5. $\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\cos x}$.

2 Самостійна робота призначена для перевірки вмінь і навичок розв'язування типових задач на геометричне застосування визначеного інтеграла. Розрахована на 60 хвилин.

Варіант 1

1. Побудувати область, обмежену лініями: $y = 4x - x^2$; $y = 2x$. Знайти її площу.

2. Обчислити довжину лінії: $\rho = 1 - \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y = x^2/4$, $y = x^3/8$, навколо осі Ox .

Варіант 2

1. Побудувати область, обмежену лініями: $y = x^3$, $y = 8$; $x = 0$. Знайти її площу.

2. Обчислити довжину лінії: $\begin{cases} x = 9(t - \sin t) \\ y = 9(1 - \cos t) \end{cases}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y = x^3/3$, $-2 \leq x \leq 2$, навколо осі Ox .

Варіант 3

1. Побудувати область, обмежену лініями: $y^2 = 3x$; $y \geq 0$, $x = 16/3$. Знайти її площу.

2. Обчислити довжину лінії: $y = \sqrt{2x - x^2}$, $0 \leq x \leq 2$.

3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y^2 = 4 - x$, $x = 0$, навколо осі Ox .

Варіант 4

1. Побудувати область, обмежену лініями: $y = x^2 + 3$, $y = 12$. Знайти її площу.

2. Обчислити довжину лінії: $\rho = 1/\cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/4$.

3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y = 4 - x^2$, $y = 0$, навколо осі Oy .

Варіант 5

1. Побудувати область, обмежену лініями: $x = 4 - y^2$, $x = 0$. Знайти її площу.

2. Обчислити довжину лінії:
$$\begin{cases} x = 8 \sin t + 6 \cos t \\ y = 6 \sin t - 8 \cos t \end{cases}$$
 $0 \leq t \leq \pi/2$.

3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y = x^2$, $x = y^2$, навколо осі Ox .

Варіант 6

1. Побудувати область, обмежену лініями: $y^2 = 7x + 1$, $x = 2$, $y = 0$. Знайти її площу.

2. Обчислити довжину лінії: $y = \ln(1 - x^2)$, $0 \leq x \leq 1/2$.

3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y = 2x$, $y = x^2$, навколо осі Ox .

Варіант 7

1. Побудувати область, обмежену лініями: $y = 4/x$, $y + x = 5$. Знайти її площу.
2. Обчислити довжину лінії: $\rho = 1 + \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.
3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y^2 = 4 + x$, $x = 2$, навколо осі Ox .

Варіант 8

1. Побудувати область, обмежену лініями: $y = x^2 - 8x$, $y = 2x$. Знайти її площу.
2. Обчислити довжину лінії:
$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi.$$
3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y^2 = 4x$, $x = 4$, навколо осі Oy .

Варіант 9

1. Побудувати область, обмежену лініями: $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$. Знайти її площу.
2. Обчислити довжину лінії: $y = \ln(x^2 - 1)$, $2 \leq x \leq 3$.
3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y = 2x - x^2$, $y = 0$, навколо осі Ox .

Варіант 10

1. Побудувати область, обмежену лініями: $y = x^2 - 3x + 1$, $y = x - 2$. Знайти її площу.

2. Обчислити довжину лінії: $\rho = 5e^{5\varphi/12}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

3. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої лініями $y = x^3$, $x = 0$, $y = 8$, навколо осі Oy .

3

Ітогова контрольна робота за темою призначена для перевірки вмінь і навичок обчислення визначеного інтеграла та розв'язування задач, пов'язаних з його застосуванням. Розрахована на дві академічні години.

1. Обчислити визначені інтеграли.

2. Обчислити площу фігури, обмеженої вказаними лініями.

3. Обчислити довжину дуги кривої.

4. Обчислити об'єм тіла, яке утворене обертанням фігури, обмеженої заданими лініями, навколо зазначеної осі.

5. Обчислити невласний інтеграл або довести його розбіжність.

Варіант 1	Варіант 2
1. а) $\int_0^{1/4} \frac{dx}{(4x+1)\sqrt{x}}$; б) $\int_1^e \ln^2 x dx$.	1. а) $\int_0^{\pi/4} \sin^3 2x dx$; б) $\int_1^e x^3 \ln x dx$.
2. $y = x^2 - 4x + 3$; $y = -x + 1$.	2. $y = x^2 + 6x + 5$, $y = 0$.
3. $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t); \\ y = e^t(\cos t - \sin t), \end{cases}$ $\pi/6 \leq t \leq \pi/4$.	3. $\rho = 4(1 - \cos \varphi)$, $\varphi \in [0; 2\pi]$.
4. $y^2 = 2x$, $x = 0$, $x = 2$, Oy .	4. $y = x^3$, $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$, Ox .
5. $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x^2}$.	5. $\int_1^{3/2} \frac{dx}{\sqrt{3x - x^2 - 2}}$.

Варіант 3	Варіант 4
<p>1. а) $\int_1^e \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$;</p> <p>б) $\int_0^1 \arcsin x dx$.</p> <p>2. $y = \sqrt{x}$, $x + y = 2$, $y = 0$.</p> <p>3. $y = 4 + \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \pi/3$.</p> <p>4. $y = -\frac{x^2}{2} + 2$, $y = 0$, Oy .</p> <p>5. $\int_0^{\infty} \frac{(3-x^2) dx}{x^2 + 4}$.</p>	<p>1. а) $\int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+2)}$;</p> <p>б) $\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{3x}{2} dx$.</p> <p>2. $y = \frac{1}{4}x^3$, $x = 0$, $y = 2$.</p> <p>3. $\begin{cases} x = 4(t - \sin t); \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases}$ $\pi/2 \leq t \leq 2\pi/3$.</p> <p>4. $y = 2x - x^2$, $y = -x + 2$, Ox .</p> <p>5. $\int_0^{\pi/2} \frac{e^{tgx}}{\cos^2 x} dx$.</p>
Варіант 5	Варіант 6
<p>1. а) $\int_{-1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}}$;</p> <p>б) $\int_{-1}^1 \frac{x^5}{x+2} dx$.</p> <p>2. $y^2 = 4 - x$, $x + 3y = 0$.</p> <p>3. $r = 8 \sin \varphi$, $\varphi \in [0, \pi/4]$.</p> <p>4. $y = 1 - x^2$, $y = 1$, $x = 1$, Oy .</p>	<p>1.а) $\int_2^3 \frac{dx}{x^4 - 1}$;</p> <p>б) $\int_0^{\pi/2} (3x - 1) \sin 4x dx$.</p> <p>2. $xy = 3$, $x + y = 4$.</p> <p>3. $y = \ln x$, $x \in [\sqrt{3}, \sqrt{8}]$.</p> <p>4. $y = x^3$, $y = 0$, $x \in [-2/3; 2/3]$, Ox .</p>

$5. \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4 + 1}}.$	$5. \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}.$
<p style="text-align: center;">Варіант 7</p> <p>1. а) $\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x + 1}};$ б) $\int_1^e \sqrt{x} \ln x dx.$</p> <p>2. $y = 1 - x^2, y = 1 + x^2, x = 1.$</p> <p>3. $\begin{cases} x = 2(\cos t + t \sin t); \\ y = 2(\sin t - t \cos t), \end{cases}$ $0 \leq t \leq \pi/2.$</p> <p>4. $y = \ln x, x = 2, y = 0, Ox.$</p> <p>5. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)}.$</p>	<p style="text-align: center;">Варіант 8</p> <p>1. а) $\int_{-14}^0 \frac{dx}{x^2 - 9};$ б) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx.$</p> <p>2. $xy = 4, x = 1, x = 5, y = 0.$</p> <p>3. $\rho = 4e^{4\varphi/3}, 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$</p> <p>4. $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi/2, Oy.$</p> <p>5. $\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1) dx}{3x-1}.$</p>
<p style="text-align: center;">Варіант 9</p> <p>1. а) $\int_0^{\pi/4} x^2 \cos(3x + 5) dx;$ б) $\int_0^{\pi/3} \operatorname{tg}^2 x dx.$</p> <p>2. $y = x^2, y = x + 2.$</p>	<p style="text-align: center;">Варіант 10</p> <p>1. а) $\int_0^1 x^2 \cdot e^{x^3} dx;$ б) $\int_{-1}^0 \frac{x^5 - 2x^2 + 3}{(x-2)^2} dx.$</p> <p>2. $xy = 6, y = x - 1, x = 6.$</p>

3. $y = -\arccos x + \sqrt{1-x^2} + 1$, $x \in [0; 9/16]$.	3. $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t; \\ y = 2 \sin^3 t, \end{cases}$ $0 \leq t \leq \pi/4$.
4. $y = (x-1)^2$, $x = 2$, $y = 0$, Ox .	4. $y = x^2$, $8x = y^2$, Oy .
5. $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$.	5. $\int_0^{1/2} \frac{dx}{(2x-1)^2}$.

2. САМОСТІЙНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ „ТЕОРІЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ”

Самостійна робота призначена для перевірки вмінь і навичок розв’язування типових завдань за темою. Розрахована на одну академічну годину.

Варіант 1

1. Дано: $z_1 = 3 + 8i$, $z_2 = 5 + 2i$, $z_3 = 1 + i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$; д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3 в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = 2\left(\cos \frac{\pi}{16} + i \sin \frac{\pi}{16}\right)$,
 $z_2 = 27\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right)$.

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_1^4 ; г) $\sqrt[3]{z_2}$. Представити всі результати в показниковій формі.

3. Знайти корені рівняння $x^2 - 2x + 5 = 0$.

Варіант 2

1. Дано: $z_1 = 14 - 6i$, $z_2 = 1 + 3i$, $z_3 = 9 + 3\sqrt{3}i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$;
д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3
в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = 81(\cos 2\pi + i \sin 2\pi)$, $z_2 = \cos \frac{\pi}{18} + i \sin \frac{\pi}{18}$.

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_2^3 ; г) $\sqrt[4]{z_1}$. Представити всі результати у вигляді $(a + ib)$.

3. Знайти корені рівняння $2x^2 + 4x + 10 = 0$.

Варіант 3

1. Дано: $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 + 10i$, $z_3 = 2\sqrt{3} + 6i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$;
д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3
в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = 4e^{i\pi/8}$, $z_2 = 8e^{i\pi}$.

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_1^4 ; г) $\sqrt[3]{z_2}$. Представити всі результати в тригонометричній формі.

3. Знайти корені рівняння $x^2 + x + 1 = 0$.

Варіант 4

1. Дано: $z_1 = 11 + 3i$, $z_2 = -2 - 4i$, $z_3 = 8i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$;
д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3
в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = 64e^{i\pi}$, $z_2 = \frac{1}{2}e^{i\pi/9}$.

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_2^3 ; г) $\sqrt[4]{z_1}$. Представити всі результати у вигляді $(a + ib)$.

3. Знайти корені рівняння $x^2 - x + 2 = 0$.

Варіант 5

1. Дано: $z_1 = 4 + 7i$, $z_2 = 9 + 2i$, $z_3 = 0,25\sqrt{3} - 0,25i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$; д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3 в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = \frac{1}{3}(\cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24})$,

$$z_2 = \frac{1}{27}(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}).$$

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_1^4 ; г) $\sqrt[3]{z_2}$. Представити всі результати в показниковій формі.

3. Знайти корені рівняння $3x^2 + x + 8 = 0$.

Варіант 6

1. Дано: $z_1 = 6 + 6i$, $z_2 = 9 - 12i$, $z_3 = 5 + 5i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$; д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3 в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = \frac{1}{81}(\cos 4\pi + i \sin 4\pi)$,

$$z_2 = 5(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}).$$

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_2^3 ; г) $\sqrt[4]{z_1}$. Представити всі результати у вигляді $(a + ib)$.

3. Знайти корені рівняння $x^2 + 5x + 7 = 0$.

Варіант 7

1. Дано: $z_1 = 15 + i$, $z_2 = 2 - 2i$, $z_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$; д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3 в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = e^{i\pi/20}$, $z_2 = \frac{8}{27}e^{i\pi/3}$.

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_1^4 ; г) $\sqrt[3]{z_2}$. Представити всі результати в тригонометричній формі.

3. Знайти корені рівняння $x^2 - 4x + 20 = 0$.

Варіант 8

1. Дано: $z_1 = 8 + 3i$, $z_2 = 2 - 5i$, $z_3 = i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$; д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3 в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = \frac{81}{16}e^{2\pi i}$, $z_2 = 6e^{i\pi/20}$.

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_2^3 ; г) $\sqrt[4]{z_1}$. Представити всі результати у вигляді $(a + ib)$.

3. Знайти корені рівняння $x^2 - x + 1 = 0$.

Варіант 9

1. Дано: $z_1 = 3 - 6i$, $z_2 = -6 + 2i$, $z_3 = 6 - 2\sqrt{3}i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$;
д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3
в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = 0,1(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$, $z_2 = 3(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$.

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_1^4 ; г) $\sqrt[3]{z_2}$. Представити
всі результати в показниковій формі.

3. Знайти корені рівняння $2x^2 + 2x + 3 = 0$.

Варіант 10

1. Дано: $z_1 = 8 + i$, $z_2 = 5 + 11i$, $z_3 = -1 + i$.

Знайти: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $z_1 : z_2$;
д) представити z_3 в тригонометричній формі; е) представити z_3
в показниковій формі.

2. Дано: $z_1 = 0,0001e^{2\pi i}$, $z_2 = 10e^{i\pi/15}$.

Знайти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $z_1 : z_2$; в) z_2^3 ; г) $\sqrt[4]{z_1}$. Представити
всі результати в тригонометричній формі.

3. Знайти корені рівняння $x^2 - 6x + 25 = 0$.

3. САМОСТІЙНІ ТА КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ ЗА ТЕМОЮ „ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ”

1 Метою самостійної роботи за темою “Диференціальні рівняння 1-го порядку” є перевірка вмінь і навичок студентів визначати тип диференціального рівняння (далі ДР) та застосову-

вати відповідні алгоритми розв'язування на практиці. Робота розрахована на одну академічну годину.

1. – 3. Визначити тип ДР, знайти його загальний розв'язок.
4. Визначити тип ДР, знайти його частинний розв'язок.

Варіант 1	Варіант 2
<ol style="list-style-type: none"> 1. $y - xy' = x + yy'$. 2. $xy' - yx = e^x x$. 3. $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$. 4. $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$, $y(1) = 0$. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. $y - xy' = y \ln \frac{x}{y}$. 2. $y' + 2y = 4x$. 3. $(3y^2 + 3xy + x^2)dx = (x^2 + 2xy)dy$. 4. $y' = \frac{1 + y^2}{x^2 + 1}$, $y(0) = 1$.
Варіант 3	Варіант 4
<ol style="list-style-type: none"> 1. $ydy + (x - 2y)dx = 0$. 2. $(x^2 + 1)y' + 4xy = 1$. 3. $y' + \frac{1 - 2x}{x^2} y = 1$. 4. $y' = \frac{y^2 - 2xy - x^2}{y^2 + 2xy - x^2}$, $y(1) = -1$ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. $(y^2 - 3x^2)dy = -2xydx$. 2. $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x$. 3. $y' = \frac{y + x}{x - y}$. 4. $xy' + y - e^x = 0$, $y(a) = b$.
Варіант 5	Варіант 6
<ol style="list-style-type: none"> 1. $y = x(y' - \sqrt{x} e^y)$ 2. $y' - \frac{2}{x} y = 1$ 3. $y' + 2xy = x e^{-x^2}$ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. $(x^2 + y^2)dx = 2xydy$. 2. $y' \operatorname{tg} x - y = 1$. 3. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$.

4. $x(1+x^2)y' = (y+yx^2-x^2)$, $y(1) = -\frac{\pi}{4}$.	4. $\frac{y-xy'}{x+yy'} = 2, y(1) = 1$.
Варіант 7	Варіант 8
1. $xdy - ydx = ydy$. 2. $y' + y = \cos x$. 3. $y' + ay = e^{mx}$. 4. $y' - \frac{y}{1-x^2} = 1+x, y(0) = 1$.	1. $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$. 2. $y' - y \operatorname{tg} x = \sec x$. 3. $x^3 y' = y(y^2 + x^2)$. 4. $(1+e^x)yy' = e^y, y(0) = 0$.
Варіант 9	Варіант 10
1. $y' = \frac{x^2}{y^2} - 2\frac{y}{x}$. 2. $xy' - y\frac{1}{x+1} = x$. 3. $y' = e^{2x} - e^x y$. 4. $y' = 3x^2 y + x^5 + x^2$, $y(0) = 1$.	1. $x^2 dy + (3-2xy)dx = 0$. 2. $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$. 3. $\frac{xy' - y}{x} = \operatorname{tg} \frac{y}{x}$. 4. $y' \sin x = y \ln y, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$.

2

Самостійна робота за темою “Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку” спрямована на перевірку вміння і навичок розв’язування диференціальних рівнянь наступних типів: $y^{(n)} = f(x)$, $F(x, y', y'') = 0$, $F(y, y', y'') = 0$. Робота розрахована на одну академічну годину.

- 1 – 3. Знайти загальний розв’язок ДР.
4. Знайти частинний розв’язок ДР.

Варіант 1	Варіант 2
1. $y''' = \sin 3x + 1$. 2. $y'' = xe^{\frac{x}{2}}$. 3. $x(y'' + 1) + y' = 0$. 4. $y'' + y = 1, y(0) = 1, y'(0) = 1$.	1. $y''' = \cos 4x - \frac{1}{2}$. 2. $y'' = \arctg \frac{x}{5}$. 3. $y'' = \sqrt{1 - (y')^2}$. 4. $yy'' - (y')^2 = y^3, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
Варіант 3	Варіант 4
1. $y''' = e^{2x} + \frac{1}{3}$. 2. $y'' = \ln \frac{x}{4}$. 3. $y''x - y' = x^3$. 4. $y'^2 + 1 = 2yy'', y(1) = 1, y'(1) = -1$.	1. $y''' = 5^{7x} - \frac{1}{4}$. 2. $y'' = x \cos \frac{x}{3}$. 3. $(x - 3)y'' + y' = 0$. 4. $a^2y' + y = 0, y(2) = 2, y'(2) = 1$.
Варіант 5	Варіант 6
1. $y''' = 2x^2 + 3$. 2. $y'' = \arcsin \frac{x}{6}$. 3. $xy'' = y'$. 4. $yy'' + y'^2 = 1, y(1) = 1, y'(1) = 0$.	1. $y''' = x + \sin 2x$. 2. $y'' = x \cdot 2^{\frac{x}{3}}$. 3. $y'' = y' + x$. 4. $yy'' = y'^2, y(0) = 1, y'(0) = 0$.

Варіант 7	Варіант 8
1. $y''' = 1 - e^{\frac{x}{2}}$. 2. $y'' = \operatorname{arctg} 5x$. 3. $y'' = \frac{y'}{x} + x$. 4. $y'' + \frac{2}{1-y} \cdot y'^2 = 0, y(1) = 1,$ $y'(1) = 1$.	1. $y''' = x^3 - 7$. 2. $y'' = x \sin \frac{x}{8}$. 3. $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x} + y'$. 4. $y'' = 2yy', y(2) = 2,$ $y'(2) = 1$.
Варіант 9	Варіант 10
1. $y''' = \cos \frac{x}{3} - 2$. 2. $y'' = \arccos x$. 3. $2xy'' = y'$. 4. $yy'' - y'^2 = y^2 y', y(1) = 1,$ $y'(1) = -1$.	1. $y''' = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x} - 5$. 2. $y'' = \frac{1}{x}$. 3. $y''(x^2 + 1) = 2xy'$. 4. $y^3 y'' = -1, y(1) = 1, y'(1) = 0$.

3

Самостійна робота за темою “Лінійні однорідні (ЛО) і лінійні неоднорідні (ЛН) диференціальні рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами” розрахована на одну академічну годину.

1 – 2. Знайти загальний розв’язок ДР.

3 – 4. Знайти частинний розв’язок ДР.

Варіант 1	Варіант 2
1. $y'' + 9y = 0$. 2. $y'' + y' - 2y = e^x$.	1. $y'' + 4y = 0$. 2. $3y'' - 2y' - 8y = x^2 + 1$.

3. $y'' + 4y' + 29y = 0, y(0) = 0,$ $y'(0) = 15.$ 4. $y'' - y' = 2 - 2x, y(0) = 1,$ $y'(0) = 1.$	3. $y'' - 2y' - y = 0, y(0) = 0,$ $y'(0) = 1.$ 4. $y'' - 3y' + 2y = 2 \cos \frac{x}{2},$ $y(0) = 0, y'(0) = 1.$
Варіант 3	Варіант 4
1. $y'' + 16y = 0.$ 2. $y'' + 6y' + 13y = \sin x.$ 3. $2y'' + y' - y = 0, y(0) = 1,$ $y'(0) = 1.$ 4. $y'' - 7y' + 6y = 10e^{-x},$ $y(0) = 0, y'(0) = 1.$	1. $y'' + 25y = 0.$ 2. $y'' - 4y' = 2 - x^3.$ 3. $y'' - 6y' + 9y = 0, y(0) = 0,$ $y'(0) = 1.$ 4. $2y'' + 5y' = 29 \cos x,$ $y(0) = 1, y'(0) = 0.$
Варіант 5	Варіант 6
1. $y'' + 64y = 0.$ 2. $y'' - 2y' + y = 3 \cos 2x.$ 3. $y'' + 4y' - 5y = 0, y(0) = 0,$ $y'(0) = 2.$ 4. $y'' - 4y = 8e^{2x}, y(0) = 1,$ $y'(0) = -8.$	1. $y'' + 49y = 0.$ 2. $4y'' - 8y' + 5y = 2e^x.$ 3. $9y'' - 6y' + y = 0, y(0) = 1,$ $y'(0) = 0.$ 4. $y'' + 5y' = -105 \sin 3x,$ $y(\pi) = 0, y'(\pi) = 1.$
Варіант 7	Варіант 8
1. $y'' + 36y = 0.$ 2. $y'' - 9y' = 7x.$	1. $y'' + 81y = 0.$ 2. $y'' - 4y' + 3y = 2x^2 - x + 3.$

3. $y'' - 4y' + 4y = 0, y(0) = 0,$ $y'(0) = -1.$ 4. $y'' - 4y' - 5y = \sin \frac{4}{5}x,$ $y(0) = 1, y'(0) = 0.$	3. $y'' - 2y' + 2y = 0, y(0) = 1,$ $y'(0) = 0.$ 4. $y'' + 4y' = e^x, y(0) = 0,$ $y'(0) = 1.$
Варіант 9	Варіант 10
1. $y'' + 121y = 0.$ 2. $4y'' + 4y' + y = 5 \sin 3x.$ 3. $y'' + y' - 2y = 0, y(0) = 1,$ $y'(0) = 1.$ 4. $4y'' + 3y' + y = 15e^x,$ $y(0) = 1, y'(0) = 1.$	1. $y'' + 100y = 0.$ 2. $4y'' - 20y' + 25y = 2x^3 - 3.$ 3. $y'' - 14y' + 53y = 0,$ $y(0) = 0, y'(0) = 7.$ 4. $y'' - 2y' + y = -12 \cos 2x,$ $y(0) = 1, y'(0) = 0.$

3 Контрольна робота за темою “Диференціальні рівняння” розрахована на дві академічні години.

- 1 – 3. Визначити тип ДР, знайти його загальний розв’язок.
 4. Визначити тип ДР, знайти його частинний розв’язок.
 5. Розв’язати систему ДР, знайти її частинний розв’язок.

Варіант 1	Варіант 2
1. $y' + 2xy = 2x^3 y^3.$ 2. $(y'')^2 = y'.$ 3. $y'' - 7y' + 6y = \sin x.$ 4. $5y'' - 6y' + 5y =$ $= e^x(2x^3 - x + 2),$ $y(0) = y'(0) = 1.$	1. $xy' + 1 = e^y.$ 2. $xy' + y = y^2 \ln x.$ 3. $y'' + 2y' + 5y = -\frac{17}{2} \cos 2x.$ 4. $y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3),$ $y(0) = y'(0) = 2.$

5. $\begin{cases} x' = y - 7x; \\ y' = -2x - 5y, \\ x(0) = 1, y(0) = -1. \end{cases}$	5. $\begin{cases} x' = y + 2x; \\ y' = 3x + 4y, \\ x(0) = 1, y(0) = 1. \end{cases}$
<p style="text-align: center;">Варіант 3</p> 1. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$. 2. $(y')^2 + 2yy'' = 0$. 3. $2y'' + 5y' = 29\cos x$. 4. $y'' - 4y' + 4y = 8e^{2x}x^2$, $y(0) = y'(0) = 1$. 5. $\begin{cases} x' = x - 3y; \\ y' = 3x + y, \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$	<p style="text-align: center;">Варіант 4</p> 1. $y'' - 2\operatorname{ctgx} \cdot y' = \sin^3 x$. 2. $y^2 + x^2 y' = xy y'$. 3. $y'' - 4y' + 4y = 2\sin 2x$. 4. $y'' - 9y = e^{3x}(1 - 2x)$, $y(0) = y'(0) = 2$. 5. $\begin{cases} x' = x - 2y; \\ y' = -x + y, \\ x(0) = -1, y(0) = 1. \end{cases}$
<p style="text-align: center;">Варіант 5</p> 1. $xy' = y \ln \frac{y}{x}$. 2. $y'' = \frac{1}{4\sqrt{y}}$. 3. $y'' + y = -8\cos 3x$. 4. $4y'' - 8y' + 5y = e^x(x^2 - 3x)$, $y(0) = y'(0) = 1$. 5. $\begin{cases} x' = x - y; \\ y' = x + y, \\ x(0) = 1, y(0) = -1. \end{cases}$	<p style="text-align: center;">Варіант 6</p> 1. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$. 2. $2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2$. 3. $5y'' - 6y' + 5y = \sin \frac{4}{5}x$. 4. $y'' + 6y' + 13y = e^x(3 - 4x)$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$. 5. $\begin{cases} x' = 3x - y; \\ y' = x + y, \\ x(0) = 0, y(0) = -1. \end{cases}$

Варіант 7	Варіант 8
1. $y' + \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = 0.$ 2. $yy'' = (y')^2.$ 3. $y'' - 3y' + 2y = 2 \sin x.$ 4. $4y'' + 4y' + y = e^{\frac{-x}{2}} x,$ $y(0) = 2, y'(0) = 0.$ 5. $\begin{cases} x' = 2x + y; \\ y' = x + 3y, \end{cases}$ $x(0) = -1, y(0) = 1.$	1. $y' = 10^{x+y}.$ 2. $xy'' - \frac{1}{4}(y'')^2 - y' = 0.$ 3. $2y'' + y = -\cos 2x.$ 4. $y'' - 2y' + y = e^x(x+1),$ $y(0) = y'(0) = 0.$ 5. $\begin{cases} x' = 2x - 5y; \\ y' = x - 6y, \end{cases}$ $x(0) = 0, y(0) = 1.$
Варіант 9	Варіант 10
1. $(y' + 1)e^{-y} = 1.$ 2. $2y'' = 3y^2.$ 3. $2y'' + 5y' = 100 \cos x.$ 4. $y'' - 4y' + 3y = e^{3x}(x^2 + 2),$ $y(0) = y'(0) = 1.$ 5. $\begin{cases} x' = y - x; \\ y' = x - y, \end{cases}$ $x(0) = y(0) = 1.$	1. $xyy' = 1 - x^2.$ 2. $y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}.$ 3. $4y'' + 16y' + 15y = -4 \sin \frac{x}{3}.$ 4. $y'' - 2y' + 10y = e^{\frac{-x}{4}}(x-1),$ $y(0) = y'(0) = -2.$ 5. $\begin{cases} x' = 2x + y; \\ y' = 3x + 4y, \end{cases}$ $x(0) = 1, y(0) = -1.$

4. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ЗА ТЕМОЮ „ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ”

1 Самостійна робота за темою “Функції багатьох змінних” спрямована на перевірку вмінь і навичок знаходження частинних похідних, градієнта, похідної функції багатьох змінних за напрямком вектора. Робота розрахована на одну академічну годину.

1. Знайти частинні похідні функції.
2. Знайти градієнт у даній точці.
3. Знайти похідну за напрямком вектора $l = \overline{MM_1}$ (функцію $u(x, y, z)$ і M взяти з попереднього завдання).

Варіант 1	Варіант 2
<ol style="list-style-type: none"> 1. $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + x - y$. 2. $u = 3xy^2 + z^2 - xyz$, $M(1;1;2)$. 3. $M_1(3;-1;4)$. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. $u = x^3 + yz^2 + \sqrt{3yx - x + 2}$. 2. $u = 5x^2yz - xy^2z + yz^2$, $M(1;1;1)$. 3. $M_1(9;-3;9)$.
Варіант 3	Варіант 4
<ol style="list-style-type: none"> 1. $u = xy + \sqrt{yz + zx}$. 2. $u = y^2z - 2xyz + z^2$, $M(3;1;-1)$. 3. $M_1(-2;1;4)$. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. $u = e^{x(x^2+y^2+z^2)}$. 2. $u = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$, $M(1;-1;2)$. 3. $M_1(5;-1;4)$.
Варіант 5	Варіант 6
<ol style="list-style-type: none"> 1. $u = \sin(x^2 + y^2 + z^2)$. 2. $u = x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 5$, $M(1;2;1)$. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. $u = \ln(x + y + z)$. 2. $u = x^2y + xz^2 - 2$, $M(1;1;-1)$.

3. $M_1(-3; -2; 6)$.	3. $M_1(2; -1; 3)$.
Варіант 7	Варіант 8
1. $u = (\sin x)^{yz}$. 2. $u = x^2y + y^2z + z^2x$, $M(1; -1; 2)$. 3. $M_1(3; 4; -1)$.	1. $u = x^{\frac{y}{z}}$. 2. $u = x^2y + y^2z - 3z$, $M(0; -2; -1)$. 3. $M_1(12; -5; 0)$.
Варіант 9	Варіант 10
1. $u = \arctg(x + yz + z^2)$. 2. $u = x^3 + xy^2 - 6xyz$, $M(1; 3; -5)$. 3. $M_1(4; 2; -2)$.	1. $u = 10^{x^2 + 3yz - z}$. 2. $u = x^2 + y^2 + z^2$, $M(1; 2; -1)$. 3. $M_1(0; -1; 3)$.

2. Контрольна робота за темою “Функції багатьох змінних” спрямована на перевірку вміння студентів знаходити частинні похідні, градієнт, похідну за напрямком та навичок в дослідженні на екстремуми функцій багатьох змінних. Робота розрахована на дві академічні години.

1. Дослідити функцію на екстремум.
2. Перевірити, чи задовольняє функція рівнянню.
3. Знайти градієнт функції в зазначеній точці.
4. Знайти похідну функції u в точці A за напрямком вектора \overline{AB} .

Варіант 1	Варіант 2
1. $z = 2x^3 - 3x^2y^2 + 6y - 1$.	1. $z = -3x^2 + 2y^2 + 12y - 6x + 1$.

<p>2. $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} - z \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -z^2,$ $z = e^{xy}.$</p> <p>3. $u = \frac{\cos(x+y)}{x-y+z},$ $M_0\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; 1\right).$</p> <p>4. $u = x^3 z - 3x^2 y + 3xy^2 + z;$ $A(2; 1; 1); B(5; 0; 3).$</p>	<p>2. $x \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$ $u = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}.$</p> <p>3. $u = ze^{x-y} - 3 \sin(zx) + z^2,$ $M_0(1; -2; 0).$</p> <p>4. $u = \ln(e^x + 3e^y + 2e^z);$ $A(0; 0; 0); B(2; 3; 1).$</p>
<p style="text-align: center;">Варіант 3</p> <p>1. $z = \frac{9}{4}x^4 - xy + y^3 - 3.$</p> <p>2. $(x^3 + 3xy^2) \frac{\partial z}{\partial x} + 2y^3 \frac{\partial z}{\partial y} =$ $= 2y^2 z, z = \frac{y^4}{x^2} + y^2.$</p> <p>3. $u = e^{\sin(x-y)}(x + z^2),$ $M_0(\pi; 0; 0).$</p> <p>4. $u = x^2 y^2 z^2 - xy^3 - 3y + 2z;$ $A(0; -1; 2); B(-2; 3; 1).$</p>	<p style="text-align: center;">Варіант 4</p> <p>1. $z = 3xy - 6x^2 - 6y^2 +$ $+ 15x - 1.$</p> <p>2. $x^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - xy \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0,$ $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy).$</p> <p>3. $u = x^2 \cos(yz) - 3e^y z^2 +$ $+ y - 1, M_0(2; 0; -1).$</p> <p>4. $u = \operatorname{arctg}(xyz);$ $A(1; 1; 1); B(0; -1; 2).$</p>
<p style="text-align: center;">Варіант 5</p> <p>1. $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1.$</p> <p>2. $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 3(x^3 - y^3),$ $z = \ln \frac{x}{y} + x^3 - y^3.$</p>	<p style="text-align: center;">Варіант 6</p> <p>1. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 5.$</p> <p>2. $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2(x+y)}{x-y},$ $z = \frac{x^2 + y^2}{x-y}.$</p>

<p>3. $u = \frac{2x}{z} \cos(x+y) - x^2 + xyz + 2, M_0(1; -1; 2).$</p> <p>4. $u = \ln(x + y^2 + z^3); A(2; 1; 1); B(0; 1; -5).$</p>	<p>3. $u = \operatorname{tg}(xe^y + z^2y), M_0(0; 0; 1).$</p> <p>4. $u = \operatorname{arctg}((yz)/x); A(1; 1; 2); B(0; 0; -1).$</p>
Варіант 7	Варіант 8
<p>1. $z = x^3 + 3xy^2 - 12y + 1.$</p> <p>2. $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = -z,$ $z = \frac{2x + 3y}{x^2 + y^2}.$</p> <p>3. $u = \sin(ze^{xy}), M_0(2; -1; 0).$</p> <p>4. $u = y^2/(zx); A(-1; 1; 2); B(2; 3; 4).$</p>	<p>1. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y.$</p> <p>2. $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 2z,$ $z = (x^2 + y^2) \operatorname{tg} \frac{x}{y}.$</p> <p>3. $u = z \sin(x - y) - 2xe^{x-y} + z^2 - 2y, M_0(1; 1; 2).$</p> <p>4. $u = xy^2 + z^3 + xyz; A(1; 1; 2); B(3; -2; 1).$</p>
Варіант 9	Варіант 10
<p>1. $z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8.$</p> <p>2. $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z,$ $z = x \ln \frac{y}{x}.$</p> <p>3. $u = \frac{\operatorname{ctg}(xy)}{zx + y}, M_0\left(\frac{\pi}{2}; 1; 0\right).$</p> <p>4. $u = xyz; A(5; 1; 2); B(9; 4; 14).$</p>	<p>1. $z = x^2 - y^2 - x + y.$</p> <p>2. $x^{-1} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y^{-1} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2},$ $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}.$</p> <p>3. $u = \frac{xy}{z^2} - \sin(xy) + \cos\left(\frac{x}{z}\right) + yz + 1, M_0(0; 1; -2).$</p> <p>4. $u = x^2y^2z^2; A(1; -1; 3); B(0; 1; 1).$</p>

5. КОНТРОЛЬНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ „ОПЕРАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ”

Контрольна робота призначена для перевірки вміння знаходити оригінал та зображення функцій, розв'язувати диференціальні рівняння та системи за допомогою методів операційного числення. Розрахована на дві академічних години.

1. Знайти зображення функції.
2. Знайти оригінал функції.
3. Розв'язати диференціальне рівняння.
4. Розв'язати систему диференціальних рівнянь.

<p>Варіант 1</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $f(t) = 3e^{2t} + 2e^{-3t} - e^{-5t}$. 2. $F(p) = \frac{1}{(p-1)(p^2-4)}$. 3. $4y'' + 9y' + 2y = -3t - 4$, $y(0) = y'(0) = 0$. 4. $\begin{cases} x' = x + 3y + 2; \\ y' = x - y + 1, \end{cases}$ $x(0) = -1, y(0) = 2$. 	<p>Варіант 2</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $f(t) = 3te^{-2t} - 1 + 3e^{4t}$. 2. $F(p) = \frac{p+3}{p(p^2-4p+3)}$. 3. $2y'' + 5y' - 3y = -3e^t$, $y(0) = y'(0) = 0$. 4. $\begin{cases} x' = -x + 3y + 1; \\ y' = x + y, \end{cases}$ $x(0) = 1, y(0) = 2$.
<p>Варіант 3</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $f(t) = 3e^{-t} + e^{-4t} \sin(-t) - 2e^{3t}$. 2. $F(p) = \frac{1}{p(p^4-5p^2+4)}$. 3. $y'' - 2y' = -3e^t$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$. 	<p>Варіант 4</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $f(t) = 3 \sin(-t) + 8 \cos 5t - 3t$. 2. $F(p) = \frac{7}{p^2 + 10p + 41}$. 3. $3y'' + 4y' + y = -e^{-2t}$, $y(0) = y'(0) = 0$.

4. $\begin{cases} x' = x + 4y; \\ y' = 2x - y + 9, \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$	4. $\begin{cases} x' = x + 2y + 1; \\ y' = 4x - y, \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$
Варіант 5	Варіант 6
1. $f(t) = te^{-2t} + e^{-3t} \cos 5t + 5.$ 2. $F(p) = \frac{p+3}{p^2+2p+10}.$ 3. $2y'' + 5y' - 3y = -2,$ $y(0) = 0, y'(0) = 0.$ 4. $\begin{cases} x' = 2x + 5y; \\ y' = x - 2y + 2, \\ x(0) = 1, y(0) = 1. \end{cases}$	1. $f(t) = -4e^{3t} + e^{-2t} - e^{4t}.$ 2. $F(p) = \frac{6p+7}{(p-1)(p^2+4p+8)}.$ 3. $3y'' + 4y' + y = 3t - 3,$ $y(0) = y'(0) = 0.$ 4. $\begin{cases} x' = -2x - 5y + 1; \\ y' = x + 2y + 1, \\ x(0) = 0, y(0) = 2. \end{cases}$
Варіант 7	Варіант 8
1. $f(t) = -4te^{3t} - 2e^{4t}.$ 2. $F(p) = \frac{-5p^2+3p+2}{(p^2+9)(p^2+5)}.$ 3. $4y'' + 9y' + 2y = -\sin 2t - 3 \cos 2t,$ $y(0) = y'(0) = 0.$ 4. $\begin{cases} x' = 3x + y; \\ y' = -5x - 3y + 2, \\ x(0) = 2, y(0) = 0. \end{cases}$	1. $f(t) = -4e^{3t} + 3e^{4t} \sin(-t) + e^{-2t}.$ 2. $F(p) = \frac{-8p^2-34p-30}{(p+5)(p-2)(p+1)}.$ 3. $y'' - 3y' + 2y = 12e^{3t},$ $y(0) = 0, y'(0) = 0.$ 4. $\begin{cases} x' = -3x - 4y + 1; \\ y' = 2x + 3y, \\ x(0) = 0, y(0) = 2. \end{cases}$

Варіант 9	Варіант 10
1. $f(t) = 3 \sin(-t) + 5 + \cos(-2t)$.	1. $f(t) = -e^{-4t} + e^{3t} \cos 2t - 5$.
2. $F(p) = \frac{-5p - 41}{(p+1)(p-3)(p+4)}$	2. $F(p) = \frac{-9p^2 - 52p - 72}{(p+2)(p^2 + 7p + 12)}$
3. $4y'' + 9y' + 2y = -2e^{3t}$, $y(0) = y'(0) = 0$.	3. $y'' + 4y = 4t^2$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$
4. $\begin{cases} x' = -2x + 6y + 1; \\ y' = 2x + 2y, \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$	4. $\begin{cases} x' = 2x - 3y + 2; \\ y' = 4x - 2y, \\ x(0) = -1, y(0) = 0. \end{cases}$

6. КОНТРОЛЬНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ „ВАРІАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ”

Контрольна робота призначена для перевірки вмінь і навичок розв'язування типових задач. Розрахована на одну академічну годину.

1. Обчислити заданий функціонал при заданому значенні аргументу.
2. Знайти першу варіацію функціоналу.
3. Знайти допустимі екстремалі функціоналу.

Варіант 1	Варіант 2
1. $I[y] = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{y^2 dx}{y'' - 2 \cos x}$, $y = x \sin x$.	1. $I[y] = \int_e^{e^2} \frac{y^2}{x^3 y'' + 3} dx$, $y = \frac{\ln x}{x}$.

<p>2. $I[y] = \int_1^2 y' \sqrt{\ln xy} dx$.</p> <p>3. $I[y] = \int_1^2 y'(1 + x^2 y') dx$, $y(1) = 3$; $y(2) = 5$.</p>	<p>2. $I[y] = \int_0^4 y \sqrt{xy + y'} dx$.</p> <p>3. $I[y] = \int_0^1 (x + 4y + (y')^2) dx$, $y(0) = 0$; $y(1) = 0$.</p>
Варіант 3	Варіант 4
<p>1. $I[y] = \int_0^{3/5} \frac{xy'}{\sqrt{1-x^2}} dx$, $y = \arcsin x$.</p> <p>2. $I[y] = \int_1^2 y' \sqrt{x^2 + y^2} dx$.</p> <p>3. $I[y] = \int_{-1}^1 (4xy' - (y')^2) dx$, $y(-1) = 0$; $y(1) = 1/2$.</p>	<p>1. $I[y] = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{y}{y'} dx$; $y = \operatorname{ctg} x$.</p> <p>2. $I[y] = \int_1^e x^2 \ln(y' + y) dx$.</p> <p>3. $I[y] = \int_0^{2\pi} ((y')^2 - y^2) dx$, $y(0) = 1$; $y(2\pi) = 1$.</p>
Варіант 5	Варіант 6
<p>1. $I[y] = \int_e^{e^2} \frac{dx}{y'' y^2}$; $y = x \ln x$.</p> <p>2. $I[y] = \int_{-1}^1 (y^3 - 3x^4 y') dx$.</p> <p>3. $I[y] = \int_0^1 \frac{dx}{(y')^2}$, $y(0) = 0$; $y(1) = 1$.</p>	<p>1. $I[y] = \int_1^2 \frac{yy'' e^{-x}}{xy'} dx$, $y = x^2 e^x$.</p> <p>2. $I[y] = \int_2^5 (x^2 - y)(y')^3 dx$.</p> <p>3. $I[y] = \int_0^1 (x + (y')^2) dx$, $y(0) = 1$; $y(1) = 2$.</p>

<p style="text-align: center;">Варіант 7</p> <p>1. $I[y] = \int_0^{3/5} \frac{x}{y'(1-x^2)} dx,$ $y = \arcsin x.$</p> <p>2. $I[y] = \int_1^4 y' \arctg \sqrt{xy} dx.$</p> <p>3. $I[y] = \int_0^2 (xy' + (y')^2) dx,$ $y(0) = 1; y(2) = 0.$</p>	<p style="text-align: center;">Варіант 8</p> <p>1. $I[y] = \int_0^{\pi/4} \frac{xy}{y' \cos x} dx,$ $y = \operatorname{tg} x.$</p> <p>2. $I[y] = \int_1^3 y \sqrt{x + (y')^2} dx.$</p> <p>3. $I[y] = \int_{-1}^0 (12xy - (y')^2) dx,$ $y(-1) = 1; y(0) = 0.$</p>
<p style="text-align: center;">Варіант 9</p> <p>1. $I[y] = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{y''}{y} \sin 2x dx,$ $y = e^{-x} \sin x.$</p> <p>2. $I[y] = \int_0^1 (yy' + xe^{y'}) dx.$</p> <p>3. $I[y] = \int_1^3 ((y')^2 - y' \ln x + 2x) dx$ $y(1) = 2; y(3) = -1.$</p>	<p style="text-align: center;">Варіант 10</p> <p>1. $I[y] = \int_e^{e^2} \frac{yy''}{(y')^2} dx,$ $y = \ln^2 x.$</p> <p>2. $I[y] = \int_0^1 ((y')^2 - xe^y) dx.$</p> <p>3. $I[y] = \int_0^1 (xy' - (y')^2) dx,$ $y(0) = 1; y(1) = 1/4.$</p>

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. – М.: Наука, 1986. Ч. 1. – 304 с; Ч. 2. – 464 с.
2. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1985. – 383 с.
3. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие в 3 частях / Под общей редакцией А.П. Рябушко. Ч. 2. – Мн.: Выш. шк., 1991. – 352 с.
4. И. А. Каплан. Практические занятия по высшей математике. В 5 ч. Ч. 3. – Х.: Выш. шк., 1974. – 375 с.
5. Демидович В. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1977. – 528 с.
6. <http://bankzadach.ru/differentsialnyie-uravneniya/index.php>
7. <http://primmat.ru/reh2/>

ЗМІСТ

1. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ЗА ТЕМОЮ ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ.....	4
1.1. САМОСТІЙНІ ТА КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ ЗА ТЕМОЮ „НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ”.....	4
1.2. САМОСТІЙНІ ТА КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ ЗА ТЕМОЮ „ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ”.....	16
2. САМОСТІЙНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ „ТЕОРІЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ”.....	25
3. САМОСТІЙНІ ТА КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ ЗА ТЕМОЮ „ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ”.....	29
4. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ЗА ТЕМОЮ „ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ”.....	38
5. КОНТРОЛЬНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ „ОПЕРАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ”.....	42
6. КОНТРОЛЬНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ „ВАРІАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ”.....	44
СПИСОК ДЖЕРЕЛ.....	47

Навчальне видання

**ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ
ДЛЯ САМОСТІЙНИХ ТА КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ
(для студентів 1-го курсу денної форми навчання
всіх спеціальностей)**

ЧАСТИНА 2

Укладачі: **Кобець** Анна Олександрівна
Кузнецова Ганна Анатоліївна
Ламтюгова Світлана Миколаївна

Відповідальний за випуск: *С.О. Станішевський*
За авторською редакцією
Комп'ютерне верстання *А.О. Кобець,*
Г.А. Кузнецова,
С.М. Ламтюгова

План 2010 р., поз. 138 М

Підп. до друку 04.11.2010	Формат 60*84 1/16
Друк на ризографі	Ум.-друк.арк. 2,2
Тираж 50 пр.	Зам. №

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 4064 від 12.05.2011