

4.Шмаров Д. Самонесущие изолированные провода 0,4-1 кВ. Плюсы и минусы различных систем // Новости электротехники. – 2000. – №3. – С.7-9.

5.Назаров В.В. Стратегия энергообеспечения сельского хозяйства // Энергетика и электрификация. – 2001. – №7. – С.42-45.

6.Иванов П. Грамотная организация узлов учета позволит сократить коммерческие потери электроэнергии // Новости электротехники. – 2000. – №7. – С.10-12.

*Отримано 18.11.2004*

УДК 621.313.13

Д.Ю.ЗЮЗИН, Б.Г.ЛЮБАРСКИЙ, канд. техн. наук  
Национальный технический университет «ХПИ», г.Харьков

В.Н.ГАРЯЖА

*Харьковская национальная академия городского хозяйства*

### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВЕНТИЛЬНОГО ВЫСОКОМОМЕНТНОГО ДВИГАТЕЛЯ КОМБИНИРОВАННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ**

Рассматриваются вопросы расчета магнитного поля, нахождения электромагнитного момента и потокосцеплений обмоток статора и возбуждения вентильного высокомоментного двигателя комбинируемого возбуждения (ВВДКВ) для электротранспорта.

Вентильные двигатели в настоящее время находят широкое применение на электротранспорте в качестве приводов вспомогательных устройств. Перспективным направлением развития двигателей такого типа является создание комбинированного возбуждения в них. Однако возникает проблема создания адекватной модели двигателей комбинированного возбуждения и ее основной части – модели магнитного поля. Основным методом для создания моделей такого рода в настоящее время является метод конечных элементов.

В работе [1] рассмотрены основные положения метода конечных элементов для стационарного магнитного поля. В работе [2] рассмотрена конструктивная схема вентильного высокомоментного двигателя комбинированного возбуждения.

По результатам расчета магнитного поля для стационарной системы возможно определение электромагнитного момента, потокосцеплений фаз обмоток статора и возбуждения с учетом реальной геометрии магнитной системы необходимых для моделирования переходных процессов двигателя.

Цель настоящей работы – создание математической модели магнитного поля вентильного высокомоментного двигателя комбинированного возбуждения, позволяющей определить электромагнитный момент и потокосцепления фаз обмотки статора и возбуждения с учетом реальной геометрии магнитной системы.

Метод конечных элементов для стационарного магнитного поля в двухмерной расчетной модели и прямоугольной системе координат заключается в минимизации нелинейного энергетического функционала:

$$F = \int_S \left( \int_0^{B_x} \frac{1}{\mu} B_x dB_x + \int_0^{B_y} \frac{1}{\mu} B_y dB_y \right) dS - \int_S A \delta dS, \quad (1)$$

где  $S$  – область расчета магнитного поля;  $B_x, B_y$  – составляющие вектора магнитной индукции;  $A$  – векторный магнитный потенциал, определяемый соотношением:  $B = rot A$ .

Для прямоугольной системы координат, составляющие вектора магнитной индукции определяются по формулам, выведенным из решения уравнения:  $B_x = \frac{\partial A}{\partial y}$ ;  $B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}$ .

Если в области  $S$  задано  $n$  вершин,  $r$  треугольников, то энергетический функционал (1) можно аппроксимировать кусочно-линейным функционалом в виде:

$$F = \sum_{m=1}^{m=r} \int_{S_m} \left( \int_0^{B_x} \frac{1}{\mu} B_x dB_x + \int_0^{B_y} \frac{1}{\mu} B_y dB_y - A \delta_m \right) dS =$$

$$= \sum_{m=1}^{m=r} F^m = F^1 + F^2 + \dots + F^r,$$

где  $S_m$  – площадь треугольника;  $\delta_m$  – плотность тока в треугольном элементе.

Ввиду того, что переменные в функционале являются значениями потенциалов в вершинах треугольников, минимум функционала можно найти, решая уравнение  $\frac{\partial F^m}{\partial A_p} = 0$ , где  $p=1,2,\dots,n$ ;  $m=1,2,\dots,r$ .

Векторный магнитный потенциал внутри треугольного элемента, ввиду аппроксимации линейным функционалом, является линейной функцией значений потенциалов в вершинах этого элемента и определяется по формулам:

$$\frac{\partial F^m}{\partial A_i} = \frac{1}{4 \mu S_m} \left[ (c_i^2 + b_i^2) A_i + (c_i c_j + b_i b_j) A_j + (c_i c_k + b_i b_k) A_k \right] - \frac{\delta S_m}{3};$$

$$\frac{\partial F^m}{\partial A_j} = \frac{1}{4 \mu S_m} \left[ (c_i c_j + b_i b_j) A_i + (c_i^2 + b_i^2) A_j + (c_j c_k + b_j b_k) A_k \right] - \frac{\delta S_m}{3};$$

$$\frac{\partial F^m}{\partial A_k} = \frac{1}{4 \mu S_m} \left[ (c_i c_k + b_i b_k) A_i + (c_j c_k + b_j b_k) A_j + (c_k^2 + b_k^2) A_k \right] - \frac{\delta S_m}{3},$$

где  $A_i, A_j, A_k$  – значения векторного потенциала в вершинах треугольника  $i, j, k$ ;  $\delta$  – плотность тока в конечном элементе с вершинами;  $\mu$  – магнитная проницаемость в треугольном элементе  $i, j, k$ . Коэффициенты  $b, c$  определяются по координатам вершин элемента  $m$  и определяются выражениями:  $b_i = y_j - y_k$ ;  $c_i = x_k - x_j$ ;  $b_j = y_k - y_i$ ;  $c_j = x_i - x_k$ ;  $b_k = y_i - y_j$ ;  $c_k = x_j - x_i$ ;  $S_m$  – площадь треугольного элемента, определяемая по формуле  $S_m = 0,5 (x_i b_i + x_j b_j + x_k b_k)$ .

Векторный магнитный потенциал внутри треугольника является линейной функцией, значение которой в пределах треугольного элемента определяется выражением:

$$A = \frac{1}{S_m} \left[ (a_i + b_i x + c_i y) A_i + (a_j + b_j x + c_j y) A_j + (a_k + b_k x + c_k y) A_k \right].$$

Магнитная индукция в пределах конечного элемента (треугольника) является постоянной величиной и ее можно определить по формуле

$$B = \frac{1}{2 S_m} \sqrt{(c_i A_i + c_j A_j + c_k A_k)^2 + (b_i A_i + b_j A_j + b_k A_k)^2}.$$

Решение системы сводится к решению системы линейных уравнений с нелинейными коэффициентами:

$$[T] \times A = \Delta.$$

Матрица коэффициентов  $[T]$  составляется из матриц коэффициентов треугольников  $[G]$  поэлементным суммированием коэффициентов с одинаковыми индексами и расстановкой их в матрице  $[T]$  на соответствующие, согласно этим индексам, положения. Матрица  $[G]$  описывается выражением:

$$T = \frac{1}{4\mu} \begin{matrix} & \begin{matrix} i & j & k \end{matrix} \\ \begin{matrix} i \\ j \\ k \end{matrix} & \begin{bmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_i b_k + c_i c_k & b_j b_k + c_j c_k & b_k^2 + c_k^2 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

где  $[T]$  – матрица треугольников;  $i, j, k$  – номера элементов матрицы  $[G]$ ;  $b, c$  – коэффициенты, определяющиеся по координатам вершин треугольника.

Магнитная проницаемость для треугольных элементов, находящихся в нелинейных средах, является переменной величиной, зависящей от величин векторных потенциалов. Поэтому решение такой системы нелинейных уравнений должно производиться итерационными методами.

Вектор столбец  $\Delta$  составляется из векторов столбцов треугольных элементов  $\delta$  таким же методом, как и матрица коэффициентов  $[T]$ . Вектор столбец  $\delta$  определяется по формуле

$$\delta = \frac{J S_m}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

где  $J$  – плотность тока в треугольнике.

После составления матрицы  $[T]$  и  $\Delta$  производится задание граничных условий. На границе  $A$  принимаем условие  $A=0$ , ввиду принятых допущений о том, что магнитный поток вне рассматриваемой области равен нулю. На рисунке показана область расчета, разбитая на конечные треугольные элементы. Поскольку комбинированная система возбуждения имеет лишь центральную симметрию, то расчет будем производить на всем поперечном сечении машины. Геометрия расчетной области может изменяться в зависимости от положения ротора. При расчете поля методом конечных элементов выбрана модель постоянного магнита, представленная в работе [3].

Для решения поставленной задачи использовался программный комплекс FEMM, позволяющий рассчитывать стационарные плоскопараллельные магнитные поля. На рисунке представлена картина магнитного поля ВВДКВ в режиме холостого хода при номинальном токе возбуждения (24 А). Из данной картины видно, что установка на роторе обмотки возбуждения не привела к сильному насыщению полюсов (индукция не превышает 1,5 Тл).

В модели принята линейная аппроксимация поля. Величины потокосцеплений при этом можно определить выражением:

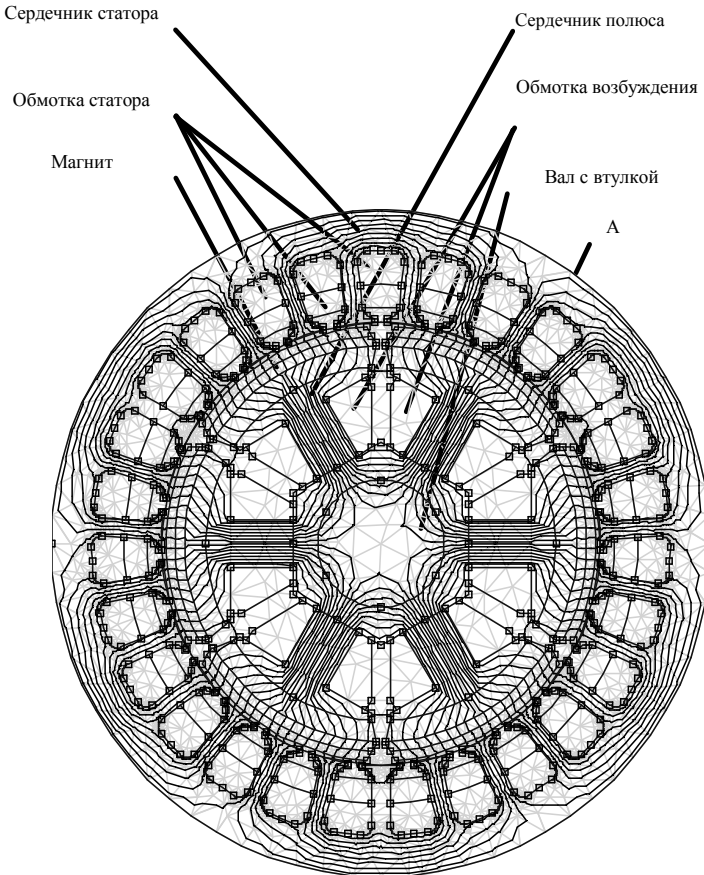
$$\Psi_{i,i+1} = (A_{i+1} - A_i) l_{\delta},$$

где  $A_{i+1}, A_i$  – потенциалы на участке дуги  $l$  контура секции.

Проинтегрировав потокосцепление по всем секциям фазы  $A$  и учтя число витков, получим:

$$\Psi_A = l_\delta \sum_{i=1}^{n-1} (A_{i+1} - A_i) = l_\delta \sum_K w_{AK} (A_n - A_1) ,$$

где  $A_n, A_1$  – потенциалы в проводниках одной секции фазы  $A$ ;  $K$  – число секций фазы  $A$ ;  $w$  – число витков секции. Аналогично получим выражения для потокоцеплений фаз  $B, C$  и обмотки возбуждения.



Картина магнитного поля в режиме холостого хода

Величину электромагнитного момента определяем по выражению

[4]:

$$M_{\vartheta} = \frac{1}{2} l_{\delta} \int_{l_r} ((H \times (B \times n) + B(H \times n)) \times r) dr,$$

где  $l_r$  – окружность с центром, совпадающим с центром вала ротора, и диаметром, равным внешнему диаметру ротора плюс длина воздушного зазора.

Заменив операции интегрирования суммированием, получим:

$$M_{\vartheta} = \frac{1}{2} l_{\delta} \sum_{l_r} ((H \times (B \times n) + B(H \times n)) \times r).$$

Таким образом, разработанная математическая модель расчета магнитного поля методом конечных элементов позволяет определять величины потокосцеплений обмоток статора и возбуждения, величину электромагнитного момента вентильного высокомоментного двигателя комбинированного возбуждения с учетом реальной геометрии магнитной системы, насыщением ее отдельных участков в стационарном режиме.

1. Сильвестр П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров инженеров-электриков: Пер с англ. – М.: Мир, 1986. – 232 с.

2. Зюзин Д.Ю., Любарский Б.Г., Глебова М.Л. Конструктивная схема вентильного высокомоментного двигателя комбинированного возбуждения // Вестник НТУ «ХПИ». Вып.19. – Харьков, 2002. – С.85–88.

3. Faund F.A., Nehl T.W., Demerdash N.A. Permanent magnet modeling for use in vector potential finite element analysis in electrical machinery // Transactions of IEEE on magnetic, vol. MAG-17. – 1981. – №6. – P.3002-3004.

4. <http://femm.berlios.de>

*Получено 16.11.2004*

УДК 621.313

М.Л.ГЛЕБОВА, Г.В.КАПУСТИН, кандидаты техн. наук,

В.Б.ФИНКЕЛЬШТЕЙН, д-р техн. наук

*Харьковская национальная академия городского хозяйства*

### **СПОСОБ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ ТОКА В ОБМОТКЕ КОРОТКОЗАМКНУТОГО РОТОРА**

Предлагается способ непосредственного измерения тока в обмотке короткозамкнутого ротора асинхронного двигателя в режиме короткого замыкания.

В классической теории асинхронных машин [1] в режиме короткого замыкания используют допущение о том, что ток в обмотке ста-