

Міністерство освіти і науки України  
Харківська національна академія міського господарства

**В. О. Бараннік, Т. В. Дмитренко**

# *Прикладна механіка рідин і газів*

## **КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

(для студентів 2 курсу денної і 3 курсу заочної форм навчання за напрямом підготовки 6.040106 – “Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування”)

**Харків ХНАГХ 2011**

**Бараннік В. О.** Конспект лекцій з дисципліни “Прикладна механіка рідин і газів” (для студентів 2 курсу денної і 3 курсу заочної форм навчання за напрямом підготовки 6.040106 - “Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування”). / Бараннік В.О., Дмитренко Т.В.; Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. – Х.: ХНАМГ, 2011. – 44 с.

Автори: к.ф.-м.н., доц. В.О. Бараннік,  
к.т.н., доц. Т.В. Дмитренко

Рецензент: к.т.н., доц. І.Ю. Саратов

Рекомендовано кафедрою інженерної екології міст,  
протокол № 9 від 30.03.2009 р.

## ЗМІСТ

	Стор.
<b>Вступ</b> .....	5
<b>ЗМ 1.1. ГІДРОСТАТИКА</b> .....	6
<b>Тема 1.</b> Основні терміни й визначення .....	6
<b>Тема 2.</b> Фізичні властивості рідин і газів .....	7
2.1. Щільність і питома вага рідини .....	7
2.2. Стисливість краплинних рідин .....	8
2.3. Опір розтягувальним зусиллям .....	9
2.4. Стисливість газоподібних рідин .....	9
2.5. Температурне розширення рідин .....	9
2.6. В'язкість рідини .....	9
2.7. Поверхневе натягнення рідин. Капілярність .....	10
2.8. Ньютонівські й неньютонівські рідини .....	11
2.9. Сили, що діють в рідині .....	11
<b>Тема 3.</b> Гідростатичний тиск; рівняння гідростатики. Енергетичний сенса напору .....	12
3.1. Закон Паскаля. Гідростатичний тиск в точці .....	12
3.2. Основне рівняння гідростатики для нестискуваної рідини в полі сил тяжіння .....	14
3.3. Абсолютний, надмірний і манометричний гідростатичний тиск в точці. Вакуум .....	15
3.4. Рівняння рівноваги для газів, що знаходяться під дією сил тяжіння. Барометрична формула .....	19
<b>Тема 4.</b> Прилади для вимірювання гідростатичного тиску .....	19
<b>Тема 5.</b> Закон Архімеда. Тиск на плоску і криволінійну поверхні .....	21
5.1. Закон Архімеда .....	21
5.2. Тиск на плоску поверхню .....	21
<b>ЗМ 1.2. ГІДРОДИНАМІКА</b> .....	23
<b>Тема 6.</b> Основні види руху рідини, витрата рідини, рівняння нерозривності рідини .....	23
6.1. Основні види руху рідини .....	23
6.2. Витрата рідини .....	26
6.3. Рівняння нерозривності рідини .....	27

<b>Тема 7.</b> Рівняння Бернуллі для ідеальної і реальної рідин, його фізичний сенс. . . . .	31
7.1. Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини, його фізичний сенс. . .	31
7.2. Рівняння Бернуллі для реальної рідини, його фізичний сенс. . .	31
<b>Тема 8.</b> Рівняння Нав'є-Стокса. . . . .	32
<b>Тема 9.</b> Гідрравлічний опір; ламінарний і турбулентний рух рідини. . . . .	32
9.1. Гідрравлічний опір. . . . .	32
9.2. Ламінарний рух рідини. . . . .	32
9.3. Турбулентний рух рідини. . . . .	33
<b>Тема 10.</b> Місцеві гідрравлічні опори; місцеві втрати тиску. . . . .	34
10.1. Місцеві гідрравлічні опори. . . . .	34
10.2. Місцеві втрати тиску. . . . .	34
<b>Тема 11.</b> Гідрравлічний розрахунок трубопроводів. . . . .	35
<b>Тема 12.</b> Аеродинамічний розрахунок повітроводів. . . . .	36
<b>ЗМ 1.3. ГІДРАВЛІКА ВІДКРИТИХ РУСЕЛ.</b> . . . .	37
<b>Тема 13.</b> Рух рідини у відкритих руслах; рівняння рівномірного руху; емпіричні формули для швидкісного коефіцієнта. . . . .	37
13.1. Рух рідини у відкритих руслах; рівняння рівномірного руху. . .	37
13.2. Емпіричні формули для швидкісного коефіцієнта. . . . .	38
<b>Тема 14.</b> Залежності між геометричними і гідрравлічними характеристиками русел простих перетинів. . . . .	38
14.1. Русло трапецеїдального поперечного перерізу з різною крутизною укосів. . . . .	38
14.2. Русло прямокутного поперечного перерізу. . . . .	39
14.3. Русло трикутного поперечного перерізу з рівною крутизною укосів. . . . .	40
14.4. Русло трапецеїдального поперечного перерізу при однаковій крутизні укосів. . . . .	40
<b>Тема 15.</b> Розрахунок характеристик руху рідини у відкритих руслах. . .	40
15.1. Розрахунок середньої швидкості течії і витрати потоку рідини у відкритому руслі. . . . .	40
15.2. Визначення глибини і середньої в перетині швидкості потоку. . . . .	40
<b>Список джерел.</b> . . . . .	43

## ВСТУП

Сучасний рівень розвитку промисловості, комунального й сільського господарства викликає значне зростання споживання чистої питної і технічної води, призводить до збільшення кількості забруднених різними домішками відпрацьованих стічних вод. Скидання останніх у водоймища викликає їх забруднення, а отже, значно зменшуються ресурси чистої прісної води, погіршується стан навколишнього середовища. Тому в Україні на державному рівні неодноразово ухвалювалися рішення про підвищення ефективності заходів з охорони природи, раціональнішого використання водних ресурсів. Для втілення цих рішень у життя надзвичайно важливою є розробка і широке впровадження замкнутих циклів водоспоживання, пов'язане з необхідністю очищення стічних вод від забруднень і подальшим поверненням їх у процес. Важливим також є застосування засобів безпечного скиду або викиду речовин у навколишнє середовище, які не можуть бути повернені у технологічні ланки з різних причин. Фахівці, які займаються цими проблемами, мають бути добре обізнані із закономірностями, що керують процесами турбулентного переносу речовин з рідинами або повітрям у інженерних спорудах, водоймах і атмосфері, а також володіти відповідними розрахунковими методиками.

Все це обумовлює актуальність вивчення дисципліни “Прикладна механіка рідин і газів”. Вона є обов’язковою для підготовки бакалаврів за напрямом 6.040106 - “Екологія, охорона навколишнього природного середовища та збалансоване природокористування” і 0708 “Екологія”.

Приєднання України до Болонського процесу передбачає впровадження кредитно-модульної системи організації навчального процесу (КМСОНП), яка є українським варіантом ECTS. Програма побудована за вимогами кредитно-модульної системи організації навчального процесу.

Метою даного курсу є надання студентам теоретичних знань та практичних навичок у галузі розрахунків течій рідин і газів у інженерних спорудах і відкритих руслах.

З метою найкращого засвоєння матеріалу студенти повинні до початку вивчення дисципліни опанувати знання і навички, що надаються за дисциплінами “Фізика” і “Вища математика”.

## ЗМ 1.1. ГІДРОСТАТИКА

### Тема 1. Основні терміни й визначення

Прикладна механіка рідин і газів (ПМРГ) - наука, що вивчає закони рівноваги і механічного руху рідини і розробляє методи застосування цих законів для вирішення завдань інженерної практики.

Прикладна механіка рідин і газів як прикладна наука підрозділяється на гідростатику, в якій вивчаються закони рівноваги рідини, кінематику рідини, що вивчає зв'язки між геометричними характеристиками руху і часом (швидкості і прискорення), і гідродинаміку, що вивчає рух з урахуванням діючих сил. У даний час питання, що вивчає прикладна механіка рідин і газів, охоплюють турбулентний перенос рідин, як стискуваних (повітря, гази), так і нестискуваних (крапельних), не тільки в трубах, але і у відкритих руслах (каналах, річках), в різних водопровідних, повітровідних, водовідвідних (каналізаційних) і гідротехнічних спорудах, рух ґрунтових вод, а також перенос повітряних мас у приземному шарі атмосфери.

*Рідиною* називається суцільне середовище, що володіє здатністю легко змінювати свою форму під дією навіть дуже незначних сил. Найбільш характерна властивість рідини - текучість. *Текучість* - це рухливість частинок рідини, що обумовлюється нездатністю її сприймати дотичне напруження в стані спокою. Рідина не може зберігати власну форму, вона приймає форму посудини (резервуару, водоймища), в якій знаходиться.

Розрізняють рідини, що стискаються, і нестискувані. Рідинами, що *стискаються*, є повітря та інші гази. До *нестискуваних рідин* відносять так звані *краплинні рідини* (вода, нафта, змащувальні масла та ін.), хоча, строго кажучи, такі рідини володіють все таки незначною стисливістю, яку в деяких випадках руху рідини необхідно враховувати. Краплинна рідина має власний об'єм і вільну поверхню, тобто поверхню розділу її з газом.

## Тема 2. Фізичні властивості рідин і газів

### 2.1. Щільність і питома вага рідини

Однією з найважливіших фізичних характеристик рідини є *щільність*  $\rho$ , тобто відношення маси  $M$  рідини до займаного нею об'єму  $W$ :

$$\rho = M / W .$$

Нижче наводяться значення щільності  $\rho$  деяких рідин.

Рідини	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Вода (при $t = 0^{\circ}\text{C}$ )	999,9
» (при $t = 4^{\circ}\text{C}$ )	1000
» (при $t = 20^{\circ}\text{C}$ )	998,2
» (при $t = 40^{\circ}\text{C}$ )	992,2
» (при $t = 99^{\circ}\text{C}$ )	959,1
Вода морська (при $t = 20^{\circ}\text{C}$ )	1002—1029
Нафта (при $t = 20^{\circ}\text{C}$ )	850—950
Ртуть (при $t = 20^{\circ}\text{C}$ )	13547
Масло для гідравлічних систем	до 850.

У гідравліці також використовують поняття *питомої ваги рідини*, що є відношенням сили тяжіння рідини  $\gamma$  до її об'єму  $W$ . Оскільки питома вага і щільність представляють відношення сили тяжіння і маси до одного і тому ж об'єму, то зв'язок між ними може бути виражений як

$$\gamma = \rho \cdot g ,$$

де  $g = 9,807$  - прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>.

Питома вага вимірюється в Н/м<sup>3</sup> або в кг/(м<sup>2</sup>•с<sup>2</sup>).

Для деяких рідин прийняті такі значення питомої ваги при вирішенні завдань:

	$кгс/см^3$	$тс/м^3$	$Н/м^3$
Вода	0,00100	1,0	9807
Ртуть	0,01360	13,6	133370
Бензин	0,00075	0,75	7355
Гліцерин	0,00125	1,25	12258
Нафта	0.00090	0,90	8860

## 2.2. Стисливість краплинних рідин

Щільність реальної рідини мало змінюється при зміні тиску. Це характеризується залежністю

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta_p \cdot dp = \frac{dp}{E_{ж}}$$

де  $\beta_p$  - коефіцієнт об'ємного стиснення.

Величина, зворотна коефіцієнту об'ємного стиснення, називається *модулем об'ємної пружності рідини* -  $E_{ж} = 1/\beta_p$ .

Для води  $E_{ж} \approx 2 \cdot 10^6$  кПа.

Розмірність тиску -  $кгс/см^2$  або  $тс/м^2$ ,  $Н/м^2$ .

Основні співвідношення одиниць вимірювання тиску:

	$кгс/см^2$	$Н/м^2$
Технічна атмосфера	1	98066,5
Міліметр водяного стовпа	0,0001	9,80665
Міліметр ртутного стовпа	0.00136	133,32.

При практичних розрахунках: 1 технічна атмосфера = 1  $кгс/см^2$  = 10 м вод. ст. = 735 мм рт. ст. = 0,967 атм = 98070  $Н/м^2$  = 98070 Па.

Для води середні значення  $\beta_p \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2/Н = 5 \cdot 10^{-7} \text{ 1/кПа}$ .



### 2.3. Опір розтягувальним зусиллям

Міцність рідини на розрив характеризується досить великими величинами. Проте наявність в рідині найдрібніших твердих частинок або бульбашок газу приводить до різкого її зменшення (практично до нуля). З урахуванням цього на практиці вважають, що чиста рідина не піддається розтягувальним зусиллям, і величиною розтягувальної напруги нехтують.

### 2.4. Стисливість газоподібних рідин

Коефіцієнт об'ємного стиснення для газів:

$$\beta_p = 1/p.$$

### 2.5. Температурне розширення рідин

Щільність рідин також мало змінюється і при зміні температури:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\beta_t \cdot dt,$$

де  $\beta_t$  - температурний коефіцієнт об'ємного розширення.

Для води при температурі  $t = 10 - 20^\circ\text{C}$  середні значення  $\beta_t = 0,00015 \text{ K}^{-1}$ .

Температурний коефіцієнт об'ємного розширення газів за нормальних умов  $\beta_t = 1/T = 1/273,13 \text{ K}^{-1} = 0,00366 \text{ K}^{-1}$ .

### 2.6. В'язкість рідини

В'язкістю називається властивість рідин чинити опір дотичним зусиллям при русі. У рідині, що тече, між її шарами  $dn$ , рухомими з швидкостями, що відрізняються одна від одної на величину  $du$  (рис. 1.1.2), виникає дотичне напруження:

$$\tau = \pm \mu \cdot \frac{du}{dn},$$

де  $\mu$  - динамічна в'язкість;  $dn$  - товщина шару рідини;  $du$  - градієнт швидкості.

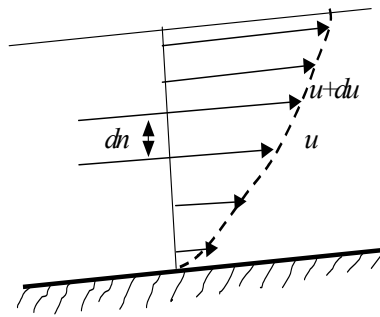


Рис. 1.1.2 – Розподіл швидкості течії у потоці за вертикаллю

Цей вираз, запропонований М. П. Петровим, відображає гіпотезу І. Ньютона про внутрішнє тертя між частинками рідини.

Одиницею динамічної в'язкості є:

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{\left[ \frac{du}{dn} \right]} = \frac{H}{\frac{m^2 \cdot m}{c \cdot m}} = \frac{H \cdot c}{m^2} = \text{Па} \cdot \text{с} \quad (\text{Паскаль} - \text{секунда}) \cdot$$

Відношення динамічної в'язкості до щільності називається *кінематичною в'язкістю рідини*:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho},$$

одиниця якої:

$$[\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{H \cdot c \cdot m^3}{m^2 \cdot kg} = \frac{kg \cdot m \cdot c \cdot m^3}{c^2 \cdot m^2 \cdot kg} = \frac{m^2}{c}.$$

Кінематична в'язкість зменшується із збільшенням температури. Як приклад нижче наводяться значення  $\nu$  для води при різних температурах  $t$ :

$t$ °С	0	5	10	20	40
$\nu$ см <sup>2</sup> /с	0,0178	0,0152	0,0131	0,0101	0,0066

## 2.7. Поверхнєве натягнення рідин. Капілярність

Радіус молекулярної дії  $r$  - відстань між двома молекулам, до якого діє сила взаємного тяжіння. Сфера радіусу  $r$ , описана навколо якої-небудь молекули – сфера молекулярної дії. На кожному молекулу, що лежить від вільної поверхні (межа

рідини і газу) на відстані, меншій радіусу молекулярної дії  $r$ , діє сила, направлена всередину рідини по нормалі до поверхні. Звідси і на весь шар молекул у поверхні діють сили, направлені нормально до поверхні всередину рідини. Щоб збільшити поверхню рідини на величину  $\delta S$ , потрібно зробити роботу  $\delta A = \alpha \cdot \delta S$  проти сил молекулярного тяжіння, де коефіцієнт  $\alpha$  називають коефіцієнтом поверхневого натягнення. Наявність вільної енергії у молекул вільної поверхні рідини називають поверхневим натягненням.

При торканні рідини і твердого тіла можливі два випадки:

- 1) сили тяжіння між молекулами рідини більше, ніж між молекулами рідини і молекулами твердого тіла, тоді кажуть, що рідина не змочує тверде тіло;
- 2) сили тяжіння між молекулами рідини менше, ніж між молекулами рідини і молекулами твердого тіла, тоді кажуть, що рідина змочує тверде тіло.

У першому випадку в шарі рідини, що прилягає до твердого тіла, результуюча сила направлена у бік рідини, а в другому – у бік твердого тіла. У вузьких трубках (капілярах), занурених в рідини, через це форма меніска різна і рівні рідини в капілярах відрізняються від рівня вільної поверхні. Явище зміни висоти рівня у вузьких трубках називають капілярністю.

## 2.8. Ньютонівські й неньютонівські рідини

Окрім звичайних (ньютонівських) рідин існують аномальні (неньютонівські) рідини. До них відносяться змащувальні масла, нафтопродукти, колоїдні розчини.

Для таких рідин закон внутрішнього тертя виражається у вигляді формули

$$\tau = \tau_{\phi} \pm \mu \cdot \frac{du}{dn},$$

де  $\tau_{\phi}$  - дотичне напруження в рідині у стані спокою, після подолання якого рідина приходить до руху.

## 2.9. Сили, що діють в рідині

Сили тиску, в'язкості й поверхневого натягнення.

## Тема 3. Гідростатичний тиск; рівняння гідростатики.

### Енергетичний сенс напору

#### 3.1. Закон Паскаля. Гідростатичний тиск в точці

Розглянемо довільний об'єм рідини, що знаходиться в рівновазі під дією зовнішніх сил (рис. 1.1.3).

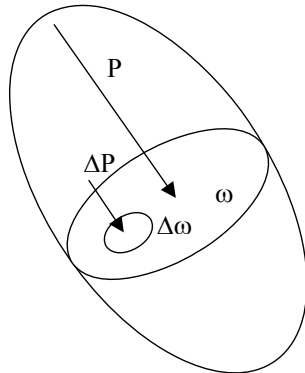


Рис. 1.1.3 – Визначення тиску у рідині

Розітнемо цей об'єм якою-небудь площиною і в думках відкинемо частину, що знаходиться з одного боку від цієї площини. Для збереження умов рівноваги її дію на частину, що залишилася, замінимо якоюсь рівнодіючою силою  $P$ . Якщо і на січній площині виділити елементарну (малу) площу, то на неї діятиме частина рівнодіючої сили  $\Delta P$ . При зменшенні площі  $\Delta \omega$  до нуля ліміт відношення -  $\Delta P / \Delta \omega$  називається гідростатичним тиском  $p$  в даній точці рідини:

$$p = \lim_{\Delta \omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta \omega} \quad \text{або} \quad p = \frac{dP}{d\omega}.$$

Гідростатичний тиск характеризується трьома властивостями:

1. Сила гідростатичного тиску направлена нормально до поверхні, на яку він діє, і створює тільки стискуjące напруження. Дійсно, в рідині практично не виникає розтягувального напруження, а якщо вона знаходиться у спокої, то в ній немає і дотичного напруження. Не може тиск діяти на площу і під кутом, що відрізняється від  $90^\circ$ . У цьому випадку його силу можна було б розкласти на нормальну і дотичну, а як указувалося раніше, дотичне напруження може виникати тільки при русі

рідини. Тому в даному випадку сила тиску може бути тільки нормальною до площі і створювати тільки стискуюче напруження.

2. У будь-якій точці рідини сила гідростатичного тиску однакова за всіма напрямками. Для доказу цієї властивості виділимо в даному об'ємі рідини призму з основою у вигляді трикутника  $ABC$  (рис. 1.1.4) і замінимо дію об'єму рідини поза призмою на її бічні грані відповідними силами.

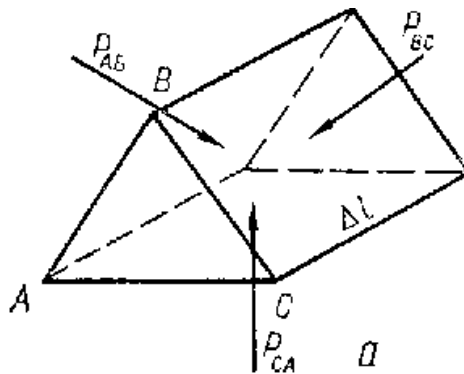


Рис. 1.1.4 – Сили, що діють на бічні грані призми в рідині

Оскільки призма знаходиться в рівновазі, то багатокутник (в даному випадку трикутник) цих сил буде замкнутий (рис. 1.1.5).

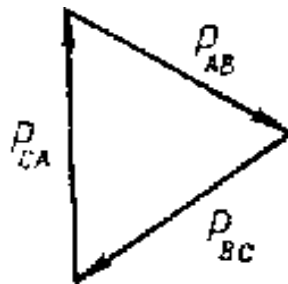


Рис. 1.1.5 - Трикутник сил, що діють на грані призми

Трикутник сил подібний до трикутника  $ABC$  і із закону подібності виходить, що

$$\frac{P_{AB}}{AB} = \frac{P_{BC}}{BC} = \frac{P_{CA}}{CA}.$$

Розділимо всі члени цієї рівності на довжину призми  $\Delta l$  :

$$\frac{P_{AB}}{AB \cdot \Delta l} = \frac{P_{BC}}{BC \cdot \Delta l} = \frac{P_{CA}}{CA \cdot \Delta l}.$$

Множники в знаменниках цього виразу представляють площі відповідних граней призми. Якщо розміри  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  і  $\Delta l$  наближаються до нуля, то отримуємо:

$$P_{AB} = P_{BC} = P_{CA}.$$

Оскільки орієнтація граней призми була прийнята довільно, то слід вважати доведеним положення про рівність тиску в одній точці за всіма напрямками.

З урахуванням викладеного вище гідростатичний тиск в точці залежить тільки від її положення в просторі, тобто

$$p = f(x, y, z).$$

В одиницях СІ тиск вимірюється в паскалях (Па), кілопаскалях (кПа), мегапаскалях (Мпа). У технічній літературі, виданій раніше 1980 р., зустрічається вимірювання тиску в технічних атмосферах ( $\text{кгс}/\text{см}^2$ ).

$$1 \text{ кгс}/\text{см}^2 = 98100 \text{ Н}/\text{м}^2 = 98100 \text{ Па} = 98,1 \text{ кПа} = 0,0981 \text{ Мпа} \approx 0,1 \text{ Мпа}.$$

	$\text{кгс}/\text{см}^2$	$\text{Н}/\text{м}^2$
Технічна атмосфера	1	98066,5
Міліметр водяного стовпа	0,0001	9,80665
Міліметр ртутного стовпа	0.00136	133,32

При практичних розрахунках: 1 технічна атмосфера = 1  $\text{кгс}/\text{см}^2$  = 10 м вод. ст. = 735 мм рт. ст. = 0,967 атм = 98070  $\text{Н}/\text{м}^2$  = 98070 Па.

### 3.2. Основне рівняння гідростатики для нестискуваної рідини в полі сил тяжіння

Основне диференціальне рівняння гідростатики для рідини, що знаходиться під дією сили тяжіння, має вигляд

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz.$$

Інтегруючи, отримуємо для нестискуваної рідини:

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + z = \text{const}.$$

Це рівняння називається основним рівнянням гідростатики.

Для нестискуваної рідини, що знаходиться в рівновазі під дією сили тяжіння, повний (абсолютний) гідростатичний тиск у точці:

$$p = p_0 + \gamma \cdot h,$$

де  $p_0$  - тиск на вільній поверхні рідини;

$\gamma \cdot h$  - вага (сила тяжіння) стовпчика рідини висотою  $h$  з площею поперечного перерізу, рівною одиниці;

$h$  - глибина занурення точки;

$\gamma$  - питома вага рідини.

Величина перевищення тиску над атмосферним ( $p_a$ ) називається *манометричним*, або *надмірним* тиском:

$$p_M = p - p_a = p_0 + \gamma \cdot h - p_a.$$

Якщо тиск на вільній поверхні рівний атмосферному, то надмірний тиск:

$$p_M = \gamma \cdot h.$$

Недостатня до атмосферного тиску величина називається *вакуумом*:

$$p_{\text{вак}} = p_a - p.$$

### **3.3. Абсолютний, надмірний і манометричний гідростатичний тиск у точці. Вакуум**

Приєднаємо до стінок посудини на відстані  $z$  від площини порівняння  $0'—0'$  закрити зверху і відкриту трубки. Із закритої трубки відкачаємо повітря. Під дією повного або абсолютного тиску  $p_{\text{абс}}$  рідина в трубках піднімається на висоти, показані на рисунку. Тоді для рідини, що знаходиться в рівновазі, в закритій трубці можна записати:

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + z = 0 + z'. \text{ Звідси } \frac{p}{\rho \cdot g} = z' - z.$$

Таким чином, величина  $\frac{p}{\rho \cdot g}$  є висотою підняття рідини в трубці, з якої викачане повітря, і називається висотою тиску. Застосовуючи основне рівняння гідростатики для відкритої трубки, отримуємо:

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + z = \frac{p_a}{\rho \cdot g} + z_a \text{ або } \frac{p - p_a}{\rho \cdot g} = z_a - z.$$

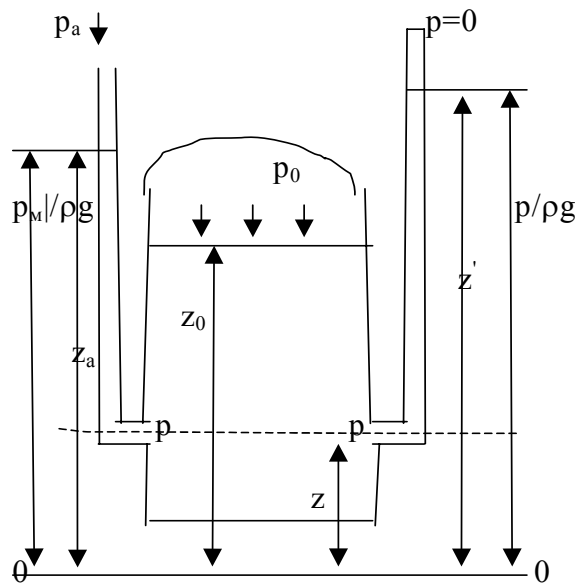


Рис. 1.1.6 – Визначення абсолютного, надмірного і манометричного гідростатичного тиску

У чисельнику лівої частини різницею  $p - p_a$  є перевищення абсолютного тиску над атмосферним і називається *манометричним* або *надмірним тиском*  $p_M$  в даній точці. Таким чином

$$\frac{p_M}{\rho \cdot g} = z_a - z.$$

Величина  $\frac{p_M}{\rho \cdot g}$  називається *п'єзометричною висотою*. Вона показує висоту піднімання рідини у відкритій трубці, яка називається *п'єзометром*. П'єзометр —



простий прилад для вимірювання тиску. В більшості випадків представляє інтерес визначення саме манометричного, а не абсолютного тиску, оскільки на стінки посудини і на інші інженерні конструкції, з одного боку, може чинити тиск рідина, а з іншого - атмосферний тиск. При цьому результуючий тиск в будь-якій точці стінки складатиметься з абсолютного тиску за вирахуванням атмосферного. Сума відмітки точки  $z$  і п'езометричної висоти  $\frac{P_M}{\rho \cdot g}$  називається *п'езометричним тиском*:

$$H = z + \frac{P_M}{\rho \cdot g}.$$

Енергетичний сенс тиску: для всіх точок рідини, що покоїться, згідно попереднього виразу, п'езометричний тиск є величиною постійною і вимірюється потенційною енергією частинки рідини, віднесеною до її ваги.

З викладеного вище видно, що всякий тиск може характеризуватися відповідною п'езометричною висотою  $\frac{P_M}{\rho \cdot g}$ . Зокрема, атмосферному тиску на рівні моря відповідає п'езометрична висота (при заповненні п'езометра водою):

$$\frac{P_a}{\rho \cdot g} = \frac{101417}{1000 \cdot 9.807} = 10,34 \text{ м.}$$

Якщо замість води застосовується важча рідина — ртуть, щільність якої в 13,6 раз більше щільності води, то атмосферному тиску відповідає ртутний стовпчик заввишки 760 мм.

**Вакуум.** Якщо абсолютний тиск в точці менше атмосферного, то недостача абсолютного тиску до атмосферного називається *вакуумом*:  $P_{\text{вак}} = P_a - P$ .

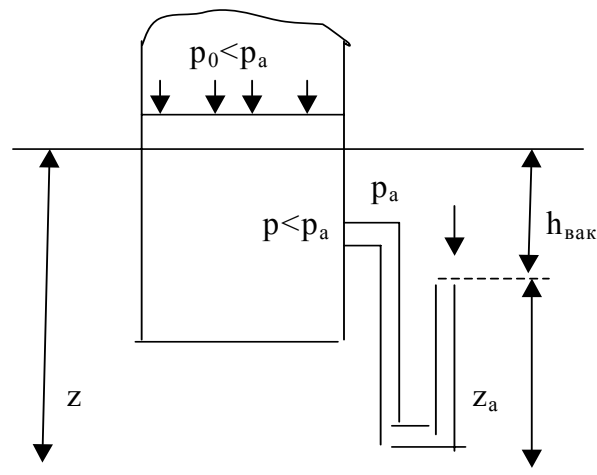


Рис. 1.1.7 – Визначення вакууму

Тиск у даній точці може бути виражений через атмосферний за допомогою основного рівняння гідростатики. У цьому випадку

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + z = \frac{p_a}{\rho \cdot g} + z_a, \text{ або } \frac{p_a - p}{\rho \cdot g} = z - z_a.$$

Ліва частина цього виразу називається висотою вакууму  $z_a$ :

$$z_a = \frac{p_a - p}{\rho \cdot g}.$$

З наведених формул видно, що вакуум є негативним манометричним тиском, а висота вакууму – негативною п'єзометричною висотою. Якщо манометричний тиск не обмежений за своєю величиною і лімітується лише міцністю конструкцій, на які він діє, то максимальний вакуум (при  $z$ ) не може бути більше, ніж атмосферний тиск  $z$ . Проте при надмірному вакуумі вода може перетворитися на пару при температурі  $10^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}$ , тому у водопровідних системах для надійності їх роботи не допускають висоту вакууму більше, ніж 7 м водного стовпчика.

### 3.4. Рівняння рівноваги для газів, що знаходяться під дією сил тяжіння.

#### Барометрична формула

Основне диференціальне рівняння гідростатики для газу (повітря), що знаходиться під дією сили тяжіння, приводиться до вигляду

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz, \quad \rho = \frac{\mu \cdot p}{R \cdot T}, \quad \frac{dp}{p} = -\frac{\mu \cdot g}{R \cdot T} dz, \quad d(\ln|p|) + d\left(\frac{\mu \cdot g}{R \cdot T} \cdot z\right) = 0,$$

$$\ln|p| + \frac{\mu \cdot g}{R \cdot T} \cdot z = const$$

$$d(\ln|p| + \frac{\mu \cdot g}{R \cdot T} \cdot z) = 0,$$

$$\ln|p| + \frac{\mu \cdot g}{R \cdot T} \cdot z = \ln|p_{атм}|$$

Барометрична формула:

$$p(z) = p_{атм} \cdot \exp\left(-\frac{\mu \cdot g}{R \cdot T} \cdot z\right).$$

### Тема 4. Прилади для вимірювання гідростатичного тиску

Зігнута трубка, що показує висоту вакууму, називається вакуумметром. П'єзометром і вакуумметром звичайно вимірюють невеликий тиск і вакуум. При великому вимірюваному тиску застосовують рідинні манометри (вакуумметри), заповнені ртуттю. Наведемо схему диференціального ртутного манометра для вимірювання різниці тиску води в резервуарах А і Б.

Для стовпчика води, що знаходиться в лівій трубці манометра, можна записати:

$$\frac{p_A}{\rho_w \cdot g} + z_A = \frac{p_1}{\rho_w \cdot g} + z_1.$$

Аналогічно для правої трубки:

$$\frac{p_B}{\rho_w \cdot g} + z_B = \frac{p_2}{\rho_w \cdot g} + z_2.$$

Умова рівноваги в У-подібній трубці:

$$\frac{p_1}{\rho_{рт} \cdot g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho_{рт} \cdot g} + z_2.$$

Вирішуючи спільно ці три рівняння з урахуванням того, що  $z_2 - z_1 = h$ , отримаємо:

$$p_A - p_B = g \cdot h \cdot (\rho_{рт} - \rho_в).$$

Неважко підрахувати, що різниці тиску в 0,1 МПа при щільності ртуті 13600 кг/м<sup>3</sup> відповідає різниця рівнів у трубках ртутного манометра 0,81 м.

При значно більшому тиску користуватися ртутними манометрами незручно і для їх вимірювання застосовують спеціальні пружинні манометри.

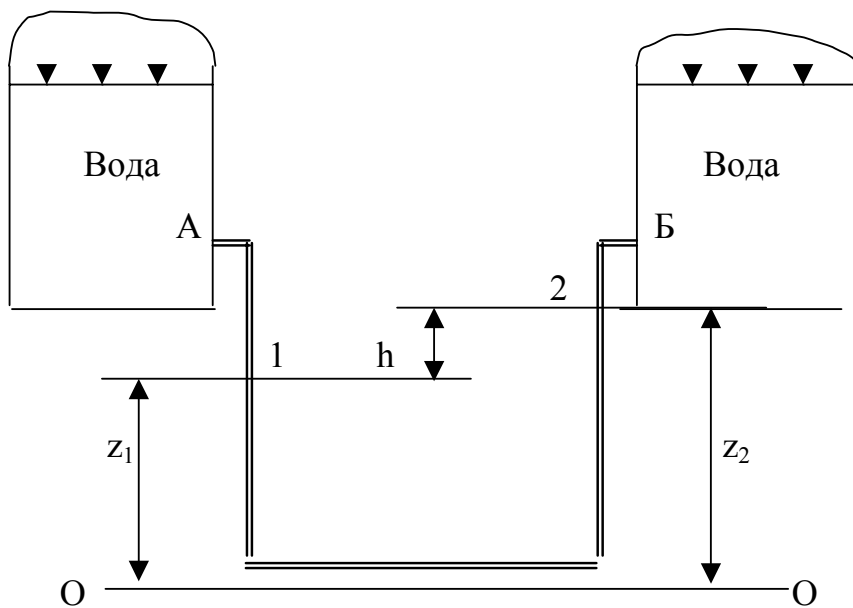


Рис. 1.1.8 - Схема диференціального ртутного манометра

## Тема 5. Закон Архімеда. Тиск на плоску і криволінійну поверхні

### 5.1. Закон Архімеда

На поверхню тіла, зануреного в рідину, діють сили тиску, рівнодіюча яких направлена проти сили тяжіння, прикладена до тіла в центрі тяжіння об'єму рідини, витисненої тілом, і дорівнює за величиною вазі рідини у витисненому об'ємі.

### 5.2. Тиск на плоску поверхню

При розрахунку будівельних конструкцій і споруд важливо знати не тільки тиск в окремих точках, але й загальну силу тиску рідини на споруду або її частину. Розглянемо визначення сили тиску на плоску поверхню довільної форми, що представляє частину нахиленої під кутом  $\alpha$  до горизонту площини. На рис. 1.1.9 площина похилої показана так само поверненою на  $90^\circ$  і суміщеною з площиною креслення.

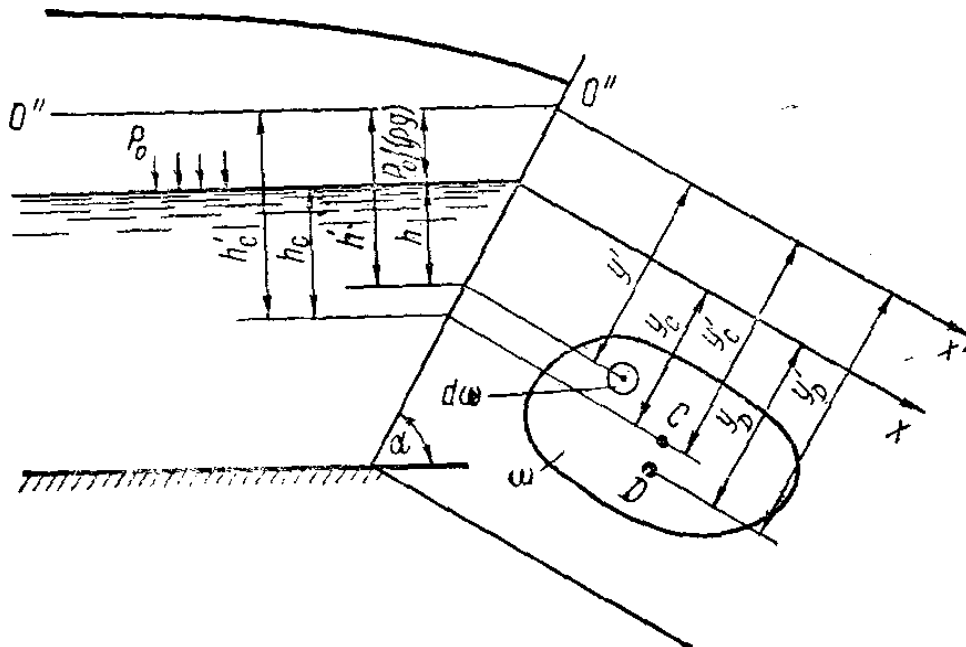


Рис. 1.1.9 – Сила гідростатичного тиску на плоску поверхню

Рідина тисне на поверхню з площею  $\omega$  в усіх точках, але тиск цей нерівномірний. У верхніх точках тиск менший, а в нижніх більший. Тому для визначення загальної сили тиску на плоску поверхню необхідно знайти силу тиску  $dF$  на нескінченно малий майданчик з площею, розташованою навколо точки з глибиною занурення, а потім цей вираз проінтегрувати за всією площею плоскої поверхні. Ця сила визначиться як тиск у точці, помножений на площу майданчика:

$$dF = p \cdot d\omega = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot d\omega = \rho \cdot g \cdot \left( \frac{p_0}{\rho \cdot g} + h \right) \cdot d\omega,$$

де  $p_0$  – тиск на вільній поверхні рідини.

Введемо координату  $y$ , що відлічується за глибиною уздовж плоскої поверхні, і координату  $x$ , що відлічується за плоскою поверхнею в перпендикулярному напрямі. Тоді  $d\omega = dx \cdot dy$ ,  $h = y \cdot \sin \alpha$ . Звідси

$$\begin{aligned} F &= \iint dF = \iint p \cdot d\omega = \iint (p_0 + \rho \cdot g \cdot y \cdot \sin \alpha) dx dy = \int_0^L dx \int_0^{H/\sin \alpha} (p_0 + \rho \cdot g \cdot y \cdot \sin \alpha) dy = \\ &= \int_0^L \left[ \frac{p_0 \cdot H}{\sin \alpha} + \rho \cdot g \frac{H^2}{2 \cdot \sin \alpha} \right] dx = \frac{H \cdot L}{\sin \alpha} \cdot \left( p_0 + \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \right) = \rho \cdot g \cdot S \cdot \left( \frac{p_0}{\rho \cdot g} + \frac{H}{2} \right) = \rho \cdot g \cdot S \cdot P_C \end{aligned}$$

Таким чином, сила гідростатичного тиску (абсолютного) на плоску поверхню дорівнює добутку її питомої ваги на площу поверхні і на величину гідростатичного тиску на глибині занурення центру тяжіння поверхні.

## ЗМ 1.2. ГІДРОДИНАМІКА

*Гідродинаміка* — це розділ гідравліки, що вивчає закони руху рідини. Рідина розглядається в гідравліці як безперервне середовище, що суцільно заповнює даний простір без утворення порожнеч - континуум. Ця обставина, а також складність обліку сил тертя утрудняють вивчення законів руху рідини. Тому вивчення цих законів починається на основі гідромеханіки нев'язкої (ідеальної) рідини, тобто без урахування сил тертя, а потім в отримані залежності вводяться уточнення, засновані на експериментальних даних.

### **Тема 6. Основні види руху рідини, витрата рідини, рівняння нерозривності рідини**

#### **6.1. Основні види руху рідини**

Класифікація видів руху рідини заснована на ряду ознак. Так, якщо швидкість і тиск в даній точці змінюються з часом, то такий рух називається *несталим*. Якщо ж швидкість і тиск у даній точці не змінюються з часом, то такий рух називається *сталим*.

Сталий рух може бути рівномірним і нерівномірним. При *рівномірному* русі швидкість, а також глибина (у відкритому руслі) потоку не змінюються уздовж течії, а при *нерівномірному* русі ці елементи не залишаються постійними.

Рівномірний, як і нерівномірний, рух може бути напірним і безнапірним. При *напірному* русі потік стикається із стінками русла за всім периметром свого перетину, а при *безнапірному* русі лише за частиною периметру (при цьому потік має вільну поверхню). Якщо окрім поступальної ходи частинок рідини спостерігається також їх обертальний рух, то такий рух називається вихровим. Якщо обертання частинок відсутнє, то рух буде безвихровим.

Існують два методи вивчення руху рідини: метод Лагранжа і метод Ейлера. Метод Лагранжа вивчає зміну положення в просторі окремих частинок рідини,

тобто траєкторії їх руху. Метод Ейлера вивчає поле швидкостей, тобто картину руху частинок рідини в окремих точках простору в кожен даний момент часу.

Метод Лагранжа, зважаючи на його складність, в гідродинаміці використовують рідко. Звичайне вивчення руху засноване на методі Ейлера, суть якого полягає в наступному. Наприклад, розглянемо точку 1, в якій вектор швидкості є  $u_1$  (рис. 1.2.1). Якщо вибрати за напрямом цього вектора точку 2, то в ній вже вектор швидкості буде  $u_2$ . Аналогічно можна отримати вектори швидкості  $u_3, u_4$  і т. д. Сукупність цих векторів представляє ламану лінію, яка при зменшенні відстаней між даними точками до нескінченно малих величин перетворюється на криву — лінію струму.

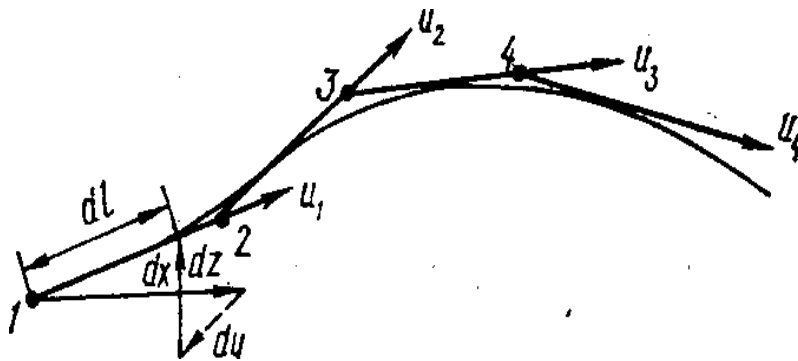


Рис.1.2.1 – Лінія струму у рідині, що рухається

*Лінія струму* — це лінія, дотична до якої в кожній точці і в даний момент часу співпадає з напрямом вектора швидкості. У разі сталого руху лінія струму співпадає з траєкторією руху частинки. У цьому випадку за час  $dt$  частинка при швидкості  $u$  пройде деякий шлях  $dl$ , проєкції якого на координатні осі будуть  $dx, dy, dz$ , а складові швидкості:

$$u_x = \frac{dx}{dt}; u_y = \frac{dy}{dt}; u_z = \frac{dz}{dt}.$$

Звідси отримаємо:

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}.$$

Це рівняння називається *рівнянням лінії струму*.



### ***Струмениста модель руху рідини***

Виберемо в рідині нескінченно малий замкнутий контур  $A$  (рис.1.2.2.) і проведемо через всі його точки лінії струму, які утворюють таким чином *трубку струму*.

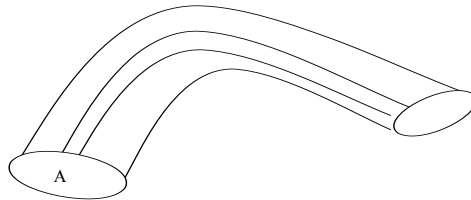


Рис.1.2.2 – Схема елементарної цівки

Частина рухомої рідини всередині трубки струму називається *елементарною цівкою*. Останню можна розглядати також як рухомий нескінченно малий об'єм навколо лінії струму. При несталому русі форма елементарної цівки з часом змінюється, а при сталому — не змінюється.

Зважаючи на нескінченно малу величину площі поперечного перерізу цівки  $d\omega$ , можна вважати, що в усіх точках цього перерізу швидкість однакова.

Кількість рідини, що пройшла через переріз цівки за одиницю часу, називається *витратою елементарної цівки*, що визначиться як

$$dQ = u \cdot d\omega,$$

де  $u$  — швидкість в перетині цівки, або місцева швидкість.

Рухомий об'єм рідини кінцевих розмірів називається *потокм рідини* (рис. 1.2.3).

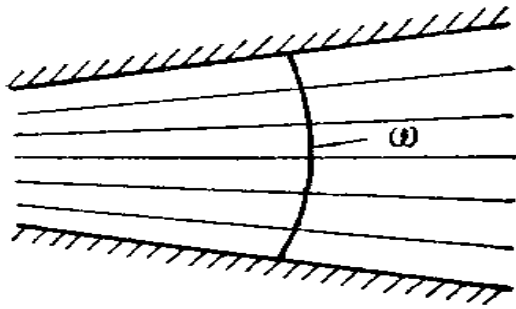


Рис.1.2.3 – Потік рідини з поступовим розширенням живого перерізу

Потік рідини складається з нескінченно великої кількості нескінченно малих елементарних цівок. Переріз потоку, нормальний до кожної лінії струму, називається *живим перерізом потоку*. При паралельних лініях струму живий переріз є плоским. Якщо ж лінії струму не паралельні, то живий переріз не буде плоским.

## 6.2. Витрата рідини

Кількість рідини, що пройшла через живий переріз потоку за одиницю часу, називається *витратою потоку*. Витрата потоку складається з суми витрат елементарних цівок:

$$Q = \iint_{\omega} u \cdot d\omega$$

У більшості випадків для характеристики зміни швидкості за живим перерізом не вдається отримати необхідну теоретичну залежність, що викликає утруднення при обчисленні інтеграла. Для багатьох практичних завдань важливо знати витрату  $Q$  і не обов'язково знати місцеву швидкість  $i$  в кожній точці перерізу. Для зручності розрахунків вводиться поняття *середньої швидкості в живому перерізі  $\omega$* . Під такою швидкістю розуміється умовна, однакова для всіх точок перерізу швидкість, при якій витрата потоку буде такою ж, як і при різних місцевих швидкостях. З урахуванням цього

$$Q = \iint_{\omega} V \cdot d\omega = V \cdot \omega,$$

де  $\omega$  — площа живого перерізу потоку.

Витрата вимірюється в м<sup>3</sup>/с. При розрахунку систем водопостачання і водовідведення витрата виражається також в л/с (1 л/с == 0,001 м<sup>3</sup>/с).

Середня швидкість в живому перерізі знаходять за формулою

$$V = \frac{Q}{\omega} = \frac{\iint u \cdot d\omega}{\omega}.$$

### 6.3. Рівняння нерозривності рідини

Умова руху рідини без утворення розривів (порожнеч) характеризується рівнянням нерозривності, яке виражає закон збереження маси.

Умова нерозривності може бути виражена в диференціальній формі (для точки в потоці рідини), для елементарної цівки і для потоку. Розглянемо послідовно ці форми.

Хай в точці А складові швидкості рідини є  $u_x, u_y, u_z$  (рис. 1.2.4). Виберемо навколо цієї точки нескінченно малий контур у вигляді паралелепіпеда з ребрами  $dx, dy, dz$ .

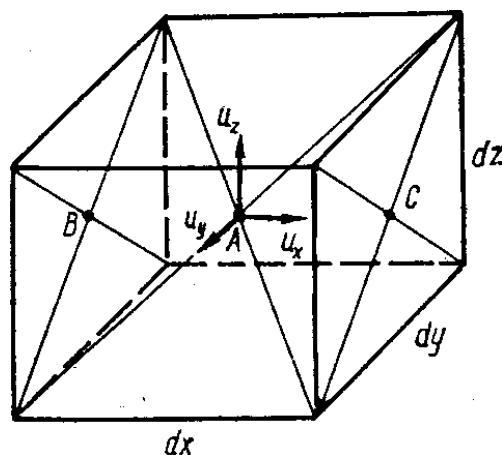


Рис. 1.2.4 – Елементарний об'єм у рухомій рідині

Розглянемо спочатку зміну маси рідини при складовій руху щодо осі  $x$ . Оскільки швидкість в різних точках простору різна, то приймемо, що в точці  $B$  (в центрі лівої грані паралелепіпеда) складова швидкості в загальному випадку, а в точці  $C$  (у центрі правої грані):  $u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2}$ .

Приймаючи щільність рідини  $\rho$  постійною, можна записати, що через ліву грань за час  $dt$  пройде маса:

$$\rho \left( u_x - \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2} \right) \cdot dydzdt ,$$

а через праву грань:

$$\rho \left( u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2} \right) \cdot dydzdt .$$

Різниця цих мас:

$$- \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} dx dy dz dt .$$

Аналогічно для осей  $y$  і  $z$  отримаємо різниці мас, що проходять через протилежні грані:

$$- \rho \frac{\partial u_y}{\partial y} dx dy dz dt ,$$

$$- \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} dx dy dz dt .$$

Оскільки рідина рухається без розривів, то загальна зміна маси, що пройшла через вибраний об'єм, повинна дорівнювати нулю, тобто

$$- \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} dx dy dz dt - \rho \frac{\partial u_y}{\partial y} dx dy dz dt - \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} dx dy dz dt = 0,$$

або

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 .$$

Це рівняння називається *рівнянням нерозривності в диференціальній формі для довільного руху нестискуваної рідини*.

Розглянемо далі умову нерозривності для елементарної цівки при сталому русі рідини (рис. 1.2.5). При цьому приймаємо, що рідина з цівки не витікає в сторони і не притікає в неї ззовні. Якби ця умова не дотримувалася, то в якійсь точці цівки швидкість була б направлена під кутом до лінії струму, що суперечило б визначенню останньої. Оскільки фактично при русі рідини є обмін частинками між цівками, то приведені положення свідчить про те, що кількості рідини, що притікає до цівки і витікає з неї, між собою рівні і загальний об'єм рідини в цівці не змінюється.

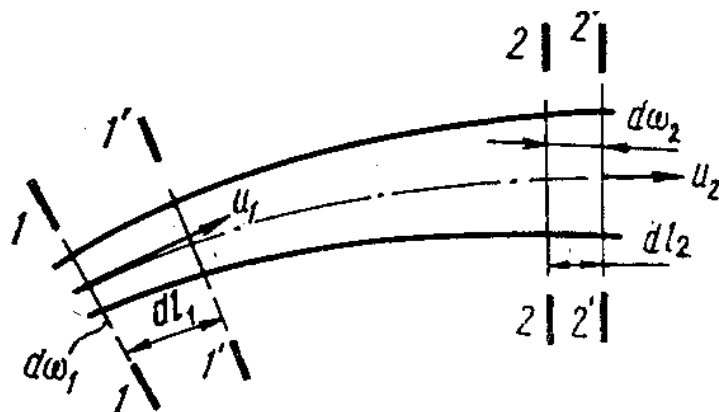


Рис.1.2.5 – Рух рідини в елементарній цівці

Виберемо в даній цівці два перерізи 1—1 і 2—2 з швидкостями  $u_1$  і  $u_2$ . За час  $dt$  ці перерізи перемістяться відповідно на відстані  $dl_1$  і  $dl_2$  і займуть положення 1'—1' і 2'—2'. Оскільки загальна маса рідини в цівці залишається незмінною, а також незмінною повинна бути маса між перерізами 1'—1' і 2—2, то звідси випливає, що маси між перерізами 1—1 і 1'—1' і перерізами 2—2 і 2'—2' повинні бути рівні, тобто

$$\rho dl_1 d\omega_1 = \rho dl_2 d\omega_2.$$

де  $d\omega_1$  і  $d\omega_2$  — площі відповідних перерізів цівки. З урахуванням того, що  $dl = udt$ , після скорочення отримаємо:

$$u_1 d\omega_1 = u_2 d\omega_2 .$$

Це рівняння називається *рівнянням нерозривності для елементарної цівки*.

Оскільки  $u d\omega$  рівне  $dQ$ , тобто витраті елементарної цівки, то з цього рівняння виходить, що при сталому русі витрата залишається постійною уздовж цівки.

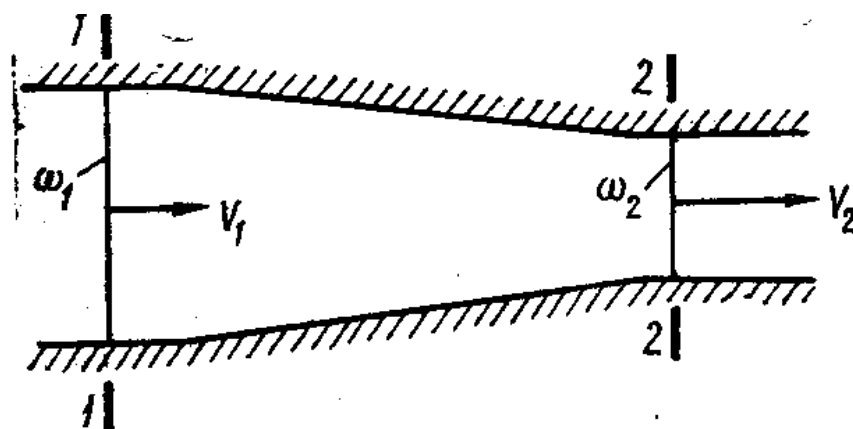


Рис. 1.2.6 – Рух рідини у потоці

Для потоку рідини (рис. 1.2.6) у випадку, якщо між розрахунковими перерізами 1—1 і 2—2 немає відведення або притоки рідини, умова нерозривності є умовою постійності витрати і можна записати

$$V_1 \omega_1 = V_2 \omega_2 .$$

Це рівняння нерозривності для потоку, з якого виходить важлива особливість руху рідини — при зменшенні площі живого перерізу середня швидкість збільшується, а при збільшенні площі середня швидкість зменшується.

## Тема 7. Рівняння Бернуллі для ідеальної і реальної рідин, його фізичний сенс

### 7.1. Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини, його фізичний сенс

Рівняння Бернуллі для потоку ідеальної (нев'язкої) рідини (без втрат механічної енергії), складене відносно довільно вибраної горизонтальної площини порівняння, має наступний вигляд:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = H_i = \text{const.}$$

Ліва частина рівняння є сумою двох видів енергії: потенційною, такою, що складається з енергії положення  $z$  і енергії тиску  $a$ , також кінетичної енергії, віднесених до одиниці ваги рухомої рідини. Її також називають гідродинамічним або повним тиском  $H_i$ . Величину  $H = z + \frac{p}{\gamma}$  називають *п'єзометричним тиском*, а величину  $V^2/2g$  - *швидкісним тиском*.

### 7.2. Рівняння Бернуллі для реальної рідини, його фізичний сенс

При сталому, плавно змінному за рухом потоку реальної рідини, рівняння Бернуллі для двох перерізів трубки струму має наступний вигляд:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Delta h_{w_{1-2}},$$

де  $V_1$  і  $V_2$  - середні швидкості течії в живих перерізах;  $\alpha$  - коефіцієнт кінетичної енергії (Коріоліса), що приймається при турбулентному режимі руху рівним 1,0-1,1, а при ламінарному  $\alpha=2$  (у круглій трубі);  $\Delta h_{w_{1-2}}$  - втрати повного тиску або питомої енергії (енергія на одиницю ваги) на подолання сил гідравлічного опору руху потоку на ділянці між перерізами.

## Тема 8. Рівняння Нав'є-Стокса

Рівняння Нав'є-Стокса для горизонтального, плоско паралельного, нестационарного, ламінарного потоку в'язкої (реальної) рідини у напрямку горизонтальної осі  $OX$  має вигляд

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2},$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g,$$

$$V_y = V_z = 0,$$

де  $V_x$  - складова швидкості течії уздовж горизонтальної осі  $OX$ ;  $z$  - вертикальна координата;  $t$  - час;  $V_y$  і  $V_z$  - складові швидкості течії уздовж горизонтальної (поперек потоку) осі  $OY$  і уздовж вертикальної осі  $OZ$ ;  $\mu$  - коефіцієнт молекулярної в'язкості.

## Тема 9. Гідравлічний опір; ламінарний і турбулентний рух рідини

### 9.1. Гідравлічний опір

*Гідравлічним опором* називають втрати механічної енергії рухомої реальної (в'язкої) рідини на роботу сил тертя, яка переходить в тепло. Величина гідравлічного опору залежить від режиму руху рідини – *ламінарного або турбулентного*.

### 9.2. Ламінарний рух рідини

Ламінарним рухом реальної рідини називають її впорядкований рух, при якому елементарні цівки є плавними лініями. Визначення можливості реалізації ламінарного режиму руху рідини в круглих трубах проводять за величиною числа Рейнольдса:



$$\text{Re} = \frac{Vd}{\nu},$$

де  $V$  - середня швидкість течії;  $d$  - діаметр труби;  $\nu$  - коефіцієнт кінематичної в'язкості.

Критерій встановлення ламінарного режиму:  $\text{Re} < 2320$ .

### 9.3. Турбулентний рух рідини

Турбулентним рухом реальної рідини називають її нестационарний рух, при якому для елементарних цівок властива хаотична, нерегульована і нестационарна картина їх розподілу в потоці.

Критерій реалізації турбулентного режиму руху рідини в круглих трубах:

$$\text{Re} > 2320.$$

Втрати повного тиску в потоці рідини на ділянці між двома живими перерізами складаються із втрат за довжиною і суми місцевих втрат:

$$\Delta h_{W_{1-2}} = h_L + \sum h_M,$$

де  $h_L$  - втрати тиску за довжиною потоку;  $\sum h_M$  - сума місцевих втрат тиску.

Втрати тиску за довжиною трубопроводу постійного перетину визначають за формулою Вейсбаха-Дарсі:

$$h_L = \zeta \frac{V^2}{2g},$$

де  $\zeta$  - коефіцієнт втрат.

При розрахунку втрат тиску за довжиною в круглих трубопроводах, коефіцієнт визначають за формулою

$$\zeta = \lambda \frac{L}{d},$$

де  $\lambda$  - гідравлічний коефіцієнт тертя (коефіцієнт Дарсі);  $L$  - довжина ділянки трубопроводу, на якому визначаються втрати тиску;  $d$  - діаметр трубопроводу.

Для визначення гідравлічного коефіцієнта тертя можна рекомендувати формулу А.Д. Альтшуля:

$$\lambda = 0.11 \left( \frac{\Delta_y}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0.25},$$

де  $\Delta_y$  - еквівалентна шорсткість стінок трубопроводу.

Нижче наведені значення еквівалентної шорсткості для деяких труб (мм):

нові сталеві суцільнотягнуті труби – 0,02 – 0,1;

нові чавунні труби – 0,25 – 1;

сталеві водопровідні труби, що знаходилися в експлуатації – 1,2 – 1,5.

## **Тема 10. Місцеві гідравлічні опори; місцеві втрати тиску**

### **10.1. Місцеві гідравлічні опори**

Термін “місцеві гідравлічні опори” означає місцеві втрати механічної енергії потоку за рахунок локальних (місцевих) збуджень його рівномірності або плавної зміни. Такі місцеві збудження виникають при:

- вході потоку з резервуару в трубу при гострих входних кромках;
- вході в трубу з сіткою;
- при різкому розширенні трубопроводу;
- при різкому звуженні трубопроводу;
- при різкому повороті трубопроводу (гостре коліно);
- при вході потоку з труби в резервуар під рівень рідини.

### **10.2. Місцеві втрати тиску**

Місцеві втрати тиску визначають за формулою Вейсбаха:

$$h_M = \zeta_M \frac{V^2}{2g},$$

де  $\zeta_M$  - коефіцієнт місцевого опору;  $V$  - середня швидкість потоку в перетині за місцем його обурення (окрім входу потоку в резервуар).

Величину коефіцієнта місцевого опору приймають рівною:

$\zeta_M = 0,5$  - при вході потоку з резервуару в трубу;

$\zeta_M = 6$  - при вході в трубу з сіткою;

$\zeta_M = \left(\frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} - 1\right)^2 = \left[\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 - 1\right]^2$  - при різкому розширенні трубопроводу;

$\zeta_M = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2$ , де  $\varepsilon = 0.57 + \frac{0.043}{1.1 - (d_2/d_1)^2}$  - при різкому звуженні трубопроводу;

$\zeta_M = 1 - \cos(\alpha)$ , де  $\alpha$  - кут повороту - при різкому повороті трубопроводу (гостре коліно);

$\zeta_M = 1$  - при вході потоку з труби в резервуар під рівень рідини (в цьому випадку середню швидкість приймають в перетині перед входом).

## Тема 11. Гідравлічний розрахунок трубопроводів

Для гідравлічного розрахунку трубопроводу *початковими даними служать*:

- встановлена пропускна спроможність трубопроводу (витрата рідини);
- повний тиск в кінцевому перетині трубопроводу;
- вид перекачуваної рідини і її температура;
- матеріал трубопроводу;
- конфігурація трубопроводу (розташування, довжина і діаметр його колін).

*Завданням розрахунку є* визначення повного тиску в його початковому перетині, що забезпечує задану пропускну спроможність трубопроводу.

*Порядок розрахунку:*

- знаходимо питому вагу рідини, відповідну заданій температурі (за довідником);
- знаходимо коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, відповідний заданій температурі (за довідником);
- визначаємо еквівалентну шорсткість труб (за довідником);

- обчислюємо втрати тиску за довжиною кожного коліна (ділянки з постійним діаметром) трубопроводу за формулою Вейсбаха-Дарсі;
- обчислюємо сумарні втрати тиску по довжині трубопроводу, підсумовуючи втрати тиску у його колінах;
- визначаємо наявність і вид місцевих опорів;
- обчислюємо місцеві втрати тиску для кожного з місцевих опорів;
- обчислюємо сумарні місцеві втрати тиску в трубопроводі, підсумовуючи місцеві втрати тиску;
- обчислюємо повні втрати тиску, підсумовуючи сумарні місцеві втрати і втрати за довжиною трубопроводу;
- визначаємо повний тиск в початковому перетині трубопроводу, підставляючи в ліву частину рівняння Бернуллі величину повного тиску в кінцевому перетині і повні втрати тиску в трубопроводі.

## **Тема 12. Аеродинамічний розрахунок повітроводів**

Для ізотермічних, низьконапірних умов руху повітря у повітроводах розрахунки проводять аналогічно попередньому.

### ЗМ. 1.3. ГІДРАВЛІКА ВІДКРИТИХ РУСЕЛ

#### Тема 13. Рух рідини у відкритих руслах; рівняння рівномірного руху; емпіричні формули для швидкісного коефіцієнта

##### 13.1. Рух рідини у відкритих руслах; рівняння рівномірного руху

Рух води у відкритих руслах завжди відбувається в турбулентному режимі і є безнапірним. Рівняння Бернуллі має вигляд (рис 1.3.1):

$$z_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = z_2 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + \Delta h_{W_{1-2}}.$$

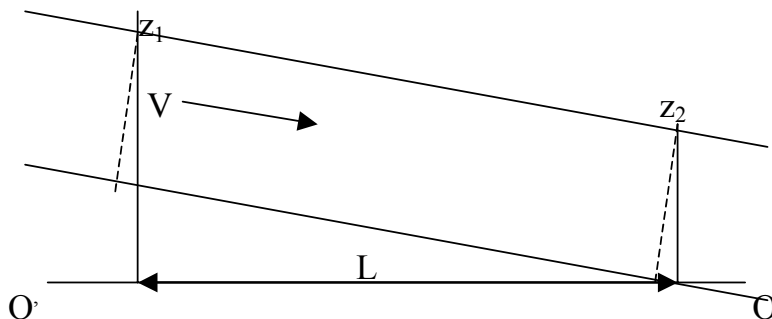


Рис. 1.3.1 – Схема безнапірного рівномірного руху рідини у відкритому руслі

Вважають, як і у випадку напірних трубопроводах, що втрати тиску за довжиною пропорційні довжині  $L$  ділянки потоку між створами і квадрату середньої швидкості  $V$  руху рідини у живому перерізі русла:

$$\Delta h_{W_{1-2}} = \frac{V^2}{W^2},$$

де  $W$  - швидкісний коефіцієнт.

Величина  $i = \frac{z_1 - z_2}{L}$  називається *ухилом дна русла*.

Підставляючи ці величини в рівняння Бернуллі, знаходимо **рівняння рівномірного руху води у відкритому руслі**:

$$V = W \sqrt{i}.$$

Помножуючи обидві частини цього рівняння на площу живого перерізу потоку, отримуємо рівняння Шезі:

$$Q = \omega W \sqrt{i}.$$

### 13.2. Емпіричні формули для швидкісного коефіцієнта

Згідно з формулою М.М. Павловського для швидкісного коефіцієнта маємо:

$$W = \frac{1}{n} R^z,$$

де  $R$  - гідравлічний радіус потоку, визначуваний за формулою

$$R = \frac{\omega}{\chi},$$

де  $\chi$  - змочений периметр живого перерізу.

За повною формулою Павловського:

$$z = 0.37 + 2.5\sqrt{n} - 0.75(\sqrt{n} - 0.1)\sqrt{R}.$$

Коефіцієнт шорсткості русла  $n$  визначають за довідником, знаходиться в межах від 0,017 до 0,13. Так, для природних незасмічених русел (глина, пісок, дрібний гравій) з невеликими ухілами і вільною течією він дорівнює величині 0,025.

Більш простою для розрахунків є формула Маннінга:

$$W = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}.$$

## Тема 14. Залежності між геометричними і гідравлічними характеристиками русел простих перерізів

### 14.1. Русло трапецеїдального поперечного перерізу з різною крутизною укосів

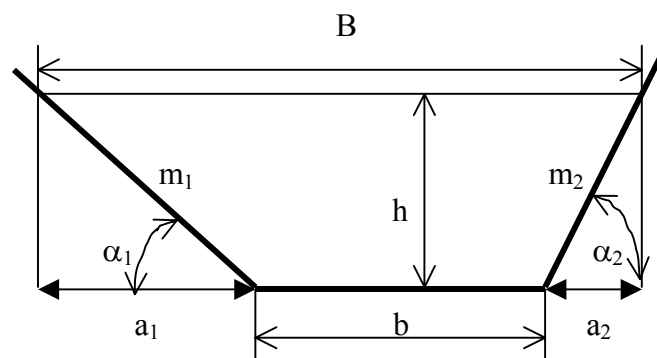


Рис 1.3.2 – Профіль русла трапецеїдального поперечного перерізу

На рис. 1.3.2 позначено:  $b$  – ширина русла по дну;  $B$  – ширина русла по вільній поверхні рідини;  $h$  – глибина потоку в перерізі;  $m_1, m_2$  – коефіцієнти заставляння укосів, що визначаються за формулами

$$m_1 = \operatorname{ctg}(\alpha_1) = \frac{a_1}{h}, \quad m_2 = \operatorname{ctg}(\alpha_2) = \frac{a_2}{h}.$$

Звідси площа живого перерізу потоку:

$$\omega = (b + m_{cp}h)h,$$

де  $m_{cp} = \frac{m_1 + m_2}{2}$ ;

Величину змоченого периметру розраховуємо за формулою

$$\chi = b + h(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2}),$$

ширина русла за вільною поверхнею рідини дорівнює:

$$B = b + 2m_{cp}h.$$

Гідравлічний радіус  $R$  і середня в перерізі швидкість потоку  $V$  для русел будь-якого поперечного перерізу відповідно дорівнюють:

$$R = \frac{\omega}{\chi},$$

$$V = \frac{Q}{\omega}.$$

## 14.2. Русло прямокутного поперечного перерізу

За попередніми формулами для русел з прямокутними поперечними перерізами маємо:

$$\omega = bh,$$

$$\chi = b + 2h,$$

$$B = b.$$

### 14.3. Русло трикутного поперечного перерізу з рівною крутизною укосів

Відповідні співвідношення для характеристик русел з рівною крутизною відкосів мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}\omega &= mh^2, \\ \chi &= 2h\sqrt{1+m^2}, \\ B &= 2mh.\end{aligned}$$

### 14.4. Русло трапецеїдального поперечного перерізу при однаковій крутизні укосів

Відповідні співвідношення для характеристик русел з рівною крутизною відкосів мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}\omega &= (b + mh)h, \\ \chi &= b + h\sqrt{1+m^2}, \\ B &= b + 2mh.\end{aligned}$$

## Тема 15. Розрахунок характеристик руху рідини у відкритих руслах

### 15.1. Розрахунок середньої швидкості течії і витрати потоку рідини у відкритому руслі

Якщо відомі форма поперечного перерізу русла, ухил дна, коефіцієнт шорсткості русла і глибина рівномірного руху потоку, то середню швидкість течії і його витрату визначають безпосередньо за рівнянням Шезі з урахуванням наведених вище формул.

### 15.2. Визначення глибини і середньої за перерізом швидкості потоку

При визначенні нормальної (побутової) глибини  $h_0$  і середньої в перерізі швидкості потоку  $V$  заданими є: форма і розміри поперечного перерізу, подовжній



ухил дна  $i$ , стан (коефіцієнт шорсткості  $n$ ) поверхні дна і стінок русла, а також розрахункова витрата  $Q$ .

У загальному випадку таке завдання може бути вирішене способом підбору. При цьому задаються глибини  $h_1, h_2, \dots, h_n$ , обчислюють відповідні ним площі живого перерізу потоку, змоченого периметра, гідравлічного радіусу  $R$ , знаходять значення швидкісних коефіцієнтів  $W$  і підраховують витратні характеристики, які порівнюють з розрахунковим значенням витратної характеристики  $K_0 = Q/\sqrt{i}$ .

Якщо  $K_n = K_0$ , то шукана нормальна глибина  $h_0 = h_n$ . Підбір можна спростити, побудувавши за декількома довільно заданими глибинами графік залежності  $h = f(F)$  (рис. 1.3.3), за яким знаходять глибину, відповідну розрахунковому значенню витратної характеристики.

З урахуванням знайденої глибини визначають площу живого перерізу і середню в перерізі швидкість потоку.

Аналогічно може бути вирішена задача про визначення необхідної ширини русла по дну  $b$  при заданих формі русла, уклоні дна  $i$ , коефіцієнті шорсткості  $n$ , витраті  $Q$  і обмеженій глибині протікання води  $h_0$ . У цьому випадку задаються шириною русла по дну  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , визначають відповідні ним значення  $\omega_i, \chi_i, R_i, W_i, K_i$  і останнє порівнюється з  $K_0$ . Як і в попередньому випадку, підбір можна спростити, побудувавши графік залежності  $h = f(K)$ , за яким визначають ширину по дну  $b$ , відповідну розрахунковому значенню витратної характеристики.

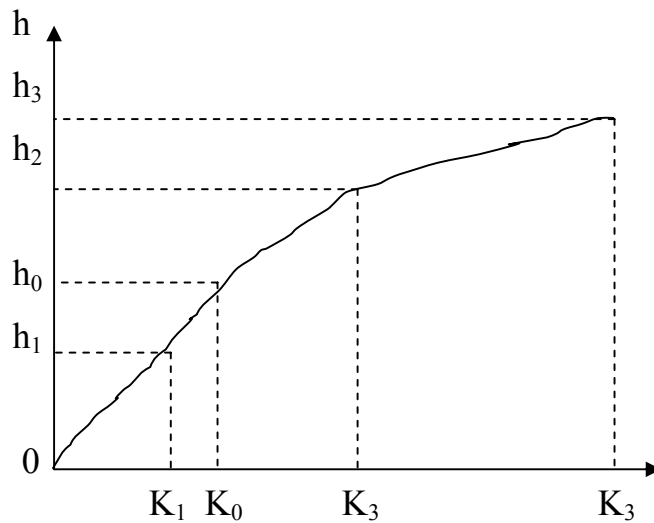


Рис. 1.3.3 – Графік залежності  $h = f(K)$

Нормальну глибину можна знайти легше, якщо використовувати так званий “показовий закон”, згідно з яким

$$\frac{K_2}{K_1} = \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^x,$$

де  $x$  — показник ступеня у наведених нижче розрахунках, чисельно рівний половині гідравлічного показника русла. У цьому випадку, задавшись двома довільними глибинами  $h_1$  і  $h_2$ , підраховують відповідні ним значення витратних характеристик  $K_1$  і  $K_2$  і визначають показник ступеня:

$$x = \lg \left( \frac{K_2}{K_1} \right) / \lg \left( \frac{h_2}{h_1} \right).$$

Знаючи розрахункове значення витратної характеристики  $K_0$ , шукану нормальну глибину знаходять за залежністю:  $h_0 = h_1 \left( \frac{K_0}{K_1} \right)^{\frac{1}{x}}$ .

## Список джерел

1. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. - М.: Физматлит, 2006. – 272 с.
2. Елагин М.Ю. Математическое моделирование нестационарных процессов в открытых термодинамических системах: Уч. пособие. - Тула: ТулГУ, 1995. – 86 с.
3. Альтшуль А.Д. и др. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1987.  
Константинов Ю.М. Гидравлика и аэродинамика. -М.: Высшая школа, 1987.
4. Дейч М.Е., Зарянкин А.Е. Гидрогазодинамика: Уч. пособие. - М.: Энергоатомиздат, 1984. – 384 с.
5. Даденков Ю. Н., Зубрий П. Е. Гидравлические расчеты. - М.: Энергоатомиздат, 1983.
6. Александров В.С. Прикладная гидроаэродинамика: Уч. пособие. - Тула.: ТПИ, 1984.- 90 с.
7. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи з дисципліни “Прикладна механіка рідин і газів” (для студентів 2 курсу денної форми навчання за фахом 8.070805 – “Екологія та охорона навколишнього природного середовища”. /Укл.: Бараннік В.О. – Х.: ХНАМГ, 2006. – 25 с. (електронна версія на кафедрі ІЕМ).
8. Методичні вказівки до самостійної роботи з дисципліни «Прикладна механіка рідин і газів» (для студентів 2 курсу денної і 3 курсу заочної форм навчання спеціальності 6.070800 – "Екологія та охорона навколишнього природного середовища"). Укл.: Бараннік В.О., Дмитренко Т.В. – Х.: ХНАМГ, 2007. – 6 с.

## НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**Бараннік Валерій Олександрович,  
Дмитренко Тетяна Володимирівна**

Конспект лекцій з дисципліни  
“Прикладна механіка рідин і газів”  
(для студентів 2 курсу денної та 3 курсу заочної форм навчання за напрямом  
підготовки 6.040106 - “Екологія, охорона навколишнього середовища та  
збалансоване природокористування”)

Редактор М.З. Аляб’єв

Комп’ютерне верстання Ю.П. Степась

План 2009, поз. 34 Л

---

Підп. до друку 05.12.2010  
Друк на ризографі  
Тираж 50 пр.

Формат 60x84 1/16.  
Ум. друк. арк. 1,9  
Зам. №

Видавець і виготовлювач:  
Харківська національна академія міського господарства  
вул. Революції, 12, Харків, 61002  
Електронна адреса: [rectorat@ksame.kharkov.ua](mailto:rectorat@ksame.kharkov.ua)  
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи:  
ДК № 731 від 19.12.2001