

УДК 539.3 : 624.21

В.П.ШПАЧУК, д-р техн. наук,
А.А.ЧУПРЫНИН, Р.АББАСИ, кандидаты техн. наук
Харьковская национальная академия городского хозяйства

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Приведена математическая модель тонкостенных строительных конструкций. Рассмотрены особенности применения метода конечных элементов при анализе напряженно-деформированного состояния в условиях накопления деформаций ползучести. Проведен анализ особенностей деформирования железобетонных перекрытий и предложены рациональные конструктивные решения.

Наведено математичну модель тонкостінних будівельних конструкцій. Розглянуто особливості застосування методу скінчених елементів для аналізу напружено-деформованого стану в умовах накопичення деформацій повзучості. Проведено аналіз особливостей деформування залізобетонних елементів і запропоновано раціональні конструктивні рішення.

The methods of simulation for straining problems of girderless construction based on numerical procedures jointly. The investigations of the convergence obtained solutions and comparison between numerical and analytical ones has been done. The results of calculations for rational girderless construction has been considered as an example.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, тонкостенные элементы, ползучесть, цилиндрическая панель, купол.

Моделирование напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов строительных конструкций является неотъемлемой составляющей процесса проектирования зданий и сооружений [1, 2]. Вместе с тем, этот этап связан с проведением трудоемкого процесса анализа, который зачастую стремятся значительно упростить, что в свою очередь приводит к тому, что полученные результаты расчета конструкции соответствуют реальному напряженно-деформированному состоянию с существенной погрешностью. В такой ситуации проектировщики, стремясь обезопасить от рисков, по-своему завышают расчетные коэффициенты запаса прочности, иногда необоснованно. Это приводит к неоправданному увеличению стоимости проектов. В настоящее время широкое распространение получает расчет конструкций с применением программ конечно-элементного анализа. Однако в случае возникновения аварийных ситуаций вся ответственность лежит на конструкторе. Разработчики программного обеспече-

ния, даже предоставляя соответствующие сертификаты, не берут на себя ответственности за полученные расчеты.

Расчет тонкостенных элементов по методам теории упругости разрабатывался различными авторами [3, 4], однако, несмотря на математическую строгость, эти методы страдают существенными недостатками и не всегда позволяют реально оценить работу железобетонной конструкции.

В настоящей работе представлены алгоритмы реализации метода расчета. При этом использование современной компьютерной техники позволяет находить рациональные конструктивные решения.

Рассмотрим оболочку – тело, образованное двумя поверхностями, расстояние между которыми (толщина h) мало по сравнению с другими размерами. Обычно все уравнения тонкой оболочки, как и пластины, относятся к срединной поверхности [3-5]. Под действием нагрузки в оболочке появляются внутренние усилия, которые можно разделить на две группы. К первой относят усилия, которые действуют в плоскости, касательной к середине поверхности – нормальные N_1 и N_2 , а также сдвигающие S_1 и S_2 усилия. В другую группу включают изгибающие M_1 , M_2 и крутящие M_{12} , M_{21} моменты и поперечные силы Q_1 , Q_2 . В отличие от пластинок, в оболочках возникают растягивающие и сжимающие усилия, доля изгибных деформаций в работе оболочки существенно меньше. Это обстоятельство обуславливает большую экономичность оболочки по сравнению с пластинкой. Рассмотренное равновесие элемента срединной поверхности оболочки приводят к таким условиям равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi}(N_1 r) - N_2 R_1 \cos \varphi + Q_1 r + Y_v r R_1 &= 0; \\ \frac{d}{d\varphi}(Q_1 r) - N_1 r - N_2 R_1 \sin \varphi + Z_v r R_1 &= 0; \\ \frac{d}{d\varphi}(M_1 r) - M_2 R_1 \cos \varphi - Q_1 r R_1 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь R_1 , r – больший и меньший радиусы кривизны соответственно; φ – кольцевая координата; Y_v , Z_v – проекции объемных нагрузок на соответствующие оси. Относительное удлинение в меридиональном и осевом направлениях:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{R_1} \frac{dv}{d\varphi} + \frac{w}{R_1} = \frac{1}{R_1} \left(\frac{dv}{d\varphi} + w \right); \quad (2)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{v}{r} \cos \varphi + \frac{w}{r} \sin \varphi = \frac{1}{R_2} (v \operatorname{ctg} \varphi + w), \quad (3)$$

где v, w – перемещение в осевом направлении и по нормали к поверхности (прогиб). Приращения кривизны:

$$\chi_1 = \frac{1}{R_1} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{v}{R_1} - \frac{1}{R_1} \frac{dw}{d\varphi} \right) \approx \frac{1}{R_1^2} \frac{d}{d\varphi} \left(v - \frac{dw}{d\varphi} \right); \quad (4)$$

$$\chi_2 = \left(\frac{v}{R_1} - \frac{1}{R_1} \frac{dw}{d\varphi} \right) \frac{\cos \varphi d\theta}{rd\theta} \approx \frac{1}{R_1 R_2} \left(v - \frac{dw}{d\varphi} \right) \operatorname{ctg} \varphi. \quad (5)$$

Формулы (1)-(5) устанавливают связь между деформациями и перемещениями. Соотношения между усилиями и деформациями представим упрощенными уравнениями теории тонких оболочек:

$$N_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2); \quad N_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1); \quad (6)$$

$$M_1 = D(\chi_1 + \nu \chi_2); \quad M_2 = D(\chi_2 + \nu \chi_1),$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость.

Итак, для расчета моментной оболочки имеем 11 уравнений (1)-(6), в которые входят 11 неизвестных: усилия N_1, N_2, M_1, M_2, Q_1 , перемещения v, w , и деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \chi_1, \chi_2$.

Рассматривая случаи простой ползучести, длительность действия нагрузки учтем с помощью теории старения [6, 7]. Получено и экспериментально обосновано семейство кривых - изохрон для бетонов различных классов, где каждая соответствует моменту времени t . При $t=0$ диаграммы-изохроны представляют собой обычные диаграммы кратковременного деформирования. Для точки тела, в условиях ползучести, устанавливаются уравнения состояния, которые отражают реакцию на воздействие нагрузки и окружающей среды.

$$\varepsilon(\sigma, t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \frac{\sigma(t)}{E} C_0^*(t, \tau). \quad (7)$$

Здесь t – момент времени, в который определяется деформация; τ –

момент приложения нагрузки; $C_0^*(t, \tau)$ – мера ползучести:

$$C_0^*(t, \tau) = \xi \cdot \theta(\tau) (1 - e^{-\gamma(t-\tau)}), \quad (8)$$

где

$$\xi = [1,3 - 0,79e^{-0.404m_0}] \cdot [1,27 - 0,01334(\Phi - 40)] \cdot [1 + 0,0482e^{(T-20)}]$$

– параметр, характеризующий условный возраст бетона (m_0 – часть конструкции (в процентах), которая контактирует с воздухом); $\theta(\tau) = A_1/\tau + C_0$ – функция, характеризующая процесс старения бетона; $A_1 = 0,7$, $C_0 = 0,5$ – постоянные, определяемые из опыта; γ – коэффициент, позволяющий в явном виде выделить время в уравнениях состояния, и который для бетонов различных классов равен: В10 – 2.423, В15 – 2.346, В20 – 2.323, В25 – 2.306, В30 – 2.302, В35 – 2.299, В40 – 2.297, В45 – 2.296, В50 – 2.295. Полученные материальные постоянные определены путем обработки и изучения многочисленных экспериментальных материалов по ползучести бетонов различных классов. Предложенные функции (7), (8) построены из условия минимального количества констант, входящих в них, которые определяются из базовых стандартных экспериментов. Проведен их анализ и установлено соответствие основным фундаментальным законам механики деформируемого твердого тела. Введенные уравнения позволяют конкретизировать функцию времени.

Рассмотрим порядок анализа напряженно-деформированного состояния тонких оболочек в такой постановке. В первом приближении считается, что отсутствуют изменения кривизны оболочки и уравнения равновесия записываются для недеформированной оболочки. В результате решения получаем значения перемещений точек срединной поверхности и затем изменения кривизны оболочки. Потом процедура повторяется во втором приближении. Процесс итераций продолжается до тех пор, пока не будет получено решение с наперед заданной точностью. После этого осуществляется следующий шаг по времени (внешний цикл), и процедура повторяется.

В качестве примера рассмотрено напряженное состояние цилиндрической панели, которая является открытой оболочкой, деформирующегося под действием собственного веса. Конструкция толщиной $h=20$ см, квадратная в плане (со стороной $\ell=10$ м), выполнена из бетона (рис.1). В расчетах варьировалась высота подъема f в пределах $f = (0 \dots 5)$ м.

Установлено, что наименьшая интенсивность напряжений будет в панели, высота которой равняется 0,76 м. Полученные закономерности

сохраняются и для оболочечных элементов различных пролетов, в том случае, если отношение длины пролета к толщине остается неизменным. Для описанной выше цилиндрической панели проведены расчеты на ползучесть при длительном нагружении.

В расчетах исследовали деформативность перекрытия в течение времени. Рассмотрены различные значения уровня нагружения

q/q_0 (от 0 до 2), где q_0 – собственный вес конструкции и срока эксплуатации конструкции. В табл.1 представлены результаты анализа роста прогибов и приведены рациональные соотношения высоты подъема к длине пролета f/l .

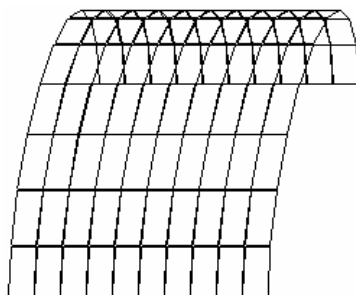


Рис.1 – Цилиндрическая панель

Таблица 1

Срок эксплуатации	Уровень нагружения q/q_0				
	0	0,5	1	1,5	2
0	0,0761	0,0750	0,0738	0,0727	0,0716
20	0,0769	0,0757	0,0746	0,0735	0,0724
40	0,0776	0,0765	0,0753	0,0742	0,0731
60	0,0784	0,0772	0,0761	0,0749	0,0738
80	0,0792	0,0780	0,0768	0,0757	0,0745
100	0,0800	0,0788	0,0776	0,0764	0,0753

Железобетонные купола применяются для покрытий круглых и квадратных в плане зданий и сооружений. Они являются одним из наиболее рациональных и выгодных типов пространственных тонкостенных конструкций.

В зависимости от отношения стрелы подъема к размерам в плане различают купола пологие и подъемистые. Очертание поверхности куполов принимается по архитектурным соображениям, а также исходя из особенностей работы конструкции.

Для покрытия прямоугольных в плане помещений наиболее простыми, с точки зрения расчета и изготовления, являются оболочки, срединная поверхность которых очерчена по поверхности переноса или сферической.

В качестве примера рассмотрено напряженное состояние эллиптического купола, который является открытой оболочкой, деформирующегося под действием собственного веса. Конструкция, толщиной

$h=20$ см, квадратная в плане (со стороной $\ell=10$ м), выполнена из бетона (рис.2).

В расчетах варьировалась высота подъема f в пределах $f=(1\dots 10)$ м. Установлено, что наименьшая интенсивность напряжений будет в куполе, высота которого равняется 1,23 м.

В углах оболочки сдвигающие силы достигают наибольших значений, что вызывает появление в этих местах значительных главных растягивающих напряжений, направленных под углом 45° к краю оболочки. Для восприятия этих напряжений угловые зоны оболочек больших пролетов целесообразно армировать диагональной напрягаемой арматурой.

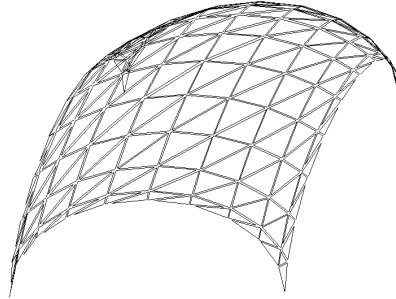


Рис.2 – Купол

Для оболочечных элементов других пролетов в том случае, если отношение длины пролета к толщине остается неизменным, рациональное соотношение высоты подъема к длине пролета сохраняется.

Для описанного выше купола проведены расчеты на ползучесть при длительном нагружении. В расчетах исследовалась деформативность перекрытия в течение времени. Рассмотрены различные значения уровня нагружения q/q_0 (от 0 до 2), где q_0 – собственный вес конструкции и срока эксплуатации конструкции. В табл.2 представлены результаты анализа роста прогибов, найдены рациональные соотношения высоты подъема к длине пролета f/l .

Таблица 2

Срок эксплуатации	Уровень нагружения q/q_0				
	0	0,5	1	1,5	2
0	0,1230	0,1212	0,1193	0,1175	0,1158
20	0,1242	0,1224	0,1205	0,1187	0,1169
40	0,1255	0,1236	0,1217	0,1199	0,1181
60	0,1267	0,1248	0,1230	0,1211	0,1193
80	0,1280	0,1261	0,1242	0,1223	0,1205
100	0,1293	0,1273	0,1254	0,1235	0,1217

Анализ приведенных результатов позволяет сделать вывод, что тонкостенное покрытие рационально конструировать в виде выпуклой пологой оболочки, в которой стрела подъема значительно меньше раз-

меров пролета. Ввиду пологости оболочки разница в статической работе и геометрическом построении разных поверхностей несущественна, в них изгибающие моменты появляются лишь в той части оболочки, которая контактирует с опорами. Большая часть площади оболочки в таком случае подвергается лишь действию продольных сжимающих усилий.

- 1.Бондаренко В.М., Суворкин Д.Г. Железобетонные и каменные конструкции. – К: Будівельник, 2002. – 373 с.
- 2.Маилян Р.Л., Веселов Ю.А. Строительные конструкции. – М.: Техника, 2005. – 512 с.
- 3.Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.М. Пластинки и оболочки. – М.: Физматгиз, 1963. – 63 с.
- 4.Доннелл Л.Г. Балки, пластины и оболочки: Пер. с англ. – М.: Наука, 1982. – 568 с.
- 5.Шутенко Л.Н., Засядько Н.А., Чупрынин А.А. Основы теории упругости и пластичности. – Харьков: ХНАГХ, 2007. – 135 с.
- 6.Васильев П.И. Связь между напряжениями и деформациями в бетоне при сжатии с учетом влияния времени // Изв. ВНИИГ гидротехники. Т. 45. – М., 1951. – С.78-92.
- 7.Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейной механике железобетона. – Запорожье: ИПО Запорожье, 2009. – 400 с.

Получено 10.09.2010

УДК 560.178

Ю.В.ГЛАЗУНОВ, канд. техн. наук

Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, г. Харьков

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ И ДЕФОРМАТИВНОСТИ СТАЛЕБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Приведены теоретические и экспериментальные исследования сталебетонных конструкций при разных способах приложения продольной нагрузки и показана технико-экономическая эффективность применения этих конструкций в сравнении со стальными и железобетонными конструктивными элементами.

Наведено теоретичні й експериментальні дослідження сталебетонних конструкцій при різних способах поздовжнього навантаження і показана техніко-економічна ефективність застосування цих конструкцій замість сталевих і залізобетонних.

A method of strength calculation of rectangular section of steel-concrete columns depending on the process of longitudinal loading has been developed. Theoretical and experimental data have been compared. Cite experiment and theoretical investigation steel concrete constructions depending on the process of longitudinal loading has been developed and method their calculation. There was executed the experimental and theoretical researches of the steel-concrete elements, working by center compression.

Ключевые слова: сталебетон, сталебетонный элемент, осевое сжатие, изгиб, внешнее армирование, бетонное ядро, стальная оболочка.

Способность бетона эффективно работать в режиме объемного