

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО
ГОСПОДАРСТВА

В. П. Шпачук, В. О. Пушня

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ
ДЛЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ, ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ
РОБІТ І САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З КУРСУ

«ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»

*(для студентів I курсу денної та заочної форм навчання бакалаврів
напряму підготовки 6.050701 – «Електротехніка та електротехнології»)*

Харків
ХНАМГ
2010

Методичні вказівки і завдання для практичних занять, виконання контрольних робіт і самостійної роботи з курсу «Технічна механіка» (для студентів 1 курсу денної та заочної форм навчання бакалаврів напряму підготовки 6.050701– «Електротехніка та електротехнології» / Харк. нац. акад. міськ. господарства; уклад.: В.П. Шпачук, В.О. Пушня. – Х.: ХНАМГ, 2010. – 40 с.

Укладачі: В. П. Шпачук,
В. О. Пушня

Рецензент: канд. техн. наук, доц. Кузнецов О. М.

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 1 від 31.08.2010 р.

ВСТУП

Ці вказівки призначені для самостійної роботи при вивченні технічної механіки студентами усіх форм навчання спеціальностей «Електротехнічні системи електроспоживання», «Світлотехніка і джерела світла». Наведено варіанти задач, які можуть бути використані для самостійної роботи студентів і як розрахунково-графічна робота (РГР). Подані також відповідні теоретичні відомості та контрольні запитання. Терміни здачі завдань і номери варіантів указуються викладачем. При розв'язанні задач слід використовувати конспект лекцій, рекомендовану літературу і ці методичні вказівки.

При виконанні завдання необхідно засвоїти основні визначення, положення і відповідні теореми, пов'язані з матеріалом, який вивчається. РГР треба оформляти на стандартних аркушах паперу формату А4 (розмір 210 x 297 мм) з полями: зліва – 20 мм, справа, зверху і знизу – по 5 мм. На першому аркуші вказати прізвище, групу і номер варіанта, записати умову задачі і викреслити розрахункову схему. При розв'язанні задачі слід навести необхідні рівняння і визначити невідомі з короткими поясненнями.

При здачі завдання студент повинен пояснити порядок виконання задачі, знати і чітко формулювати необхідний теоретичний матеріал, вміти розв'язати подібну задачу.

У кінці семестру всі задачі РГР здати викладачеві.

Студент вибирає вихідні дані задачі за шифром, що складається з двох цифр, які указуються викладачем, наприклад, шифр 35, де 3 – перша цифра, а 5 – друга цифра шифру.

1. ВКАЗІВКИ ДО ЗАВДАННЯ 1 (СТАТИКА)

В'язі та їх реакції

В'яззю називаються тіла, які накладають обмеження на розміщення тіла й швидкості його точок у просторі.

Сила, з якою в'язь діє на тіло, називається **реакцією в'язі**, або просто **реакцією**.

Аксіома про звільнення від в'язей: Невільне матеріальне тіло можна розглядати як вільне, якщо відкинути в'язі і замінити їх реакціями.

Активні сили намагаються рухати тіло, а реактивні протидіють цьому переміщенню.

Числове значення реакцій завжди залежить від активних сил. Визначення реакцій має велике значення для розрахунку міцності конструкцій.

Розглянемо, як зображуються реакції основних типів в'язей.

Ідеальна гладка поверхня. Реакція поверхні напрямлена перпендикулярно до дотичної площини ($n-n$ або $t-t$) і прикладена до точки стиску тіл (рис. 1.1, 1.2).

Гнучка в'язь (нитка, канат, ланцюг). Реакція гнучкого тіла напрямлена вздовж дотичної в будь-якій точці нитки (рис. 1.3, 1.4).

Циліндричний гладенький шарнір. Шарнір – це рухоме з'єднання двох тіл, що допускає тільки обертання навколо спільної осі. Реакція R_A циліндричного шарніра A може мати довільний напрям, перпендикулярний до осі шарніра. Реакцію шарніра зображують у вигляді двох взаємно перпендикулярних складових X_A, Y_A (рис. 1.5).

Рухомий циліндричний шарнір. Реакція R_A рухомого шарніра A нормальна опорній поверхні (рис. 1.6).

Ідеальний стержень – це невагомий стержень, закріплений шарнірами на кінцях (рис. 1.7), на який діють тільки реакції шарнірів. Реакція ідеального стержня напрямлена по прямій, що з'єднує шарніри (AB або CD).

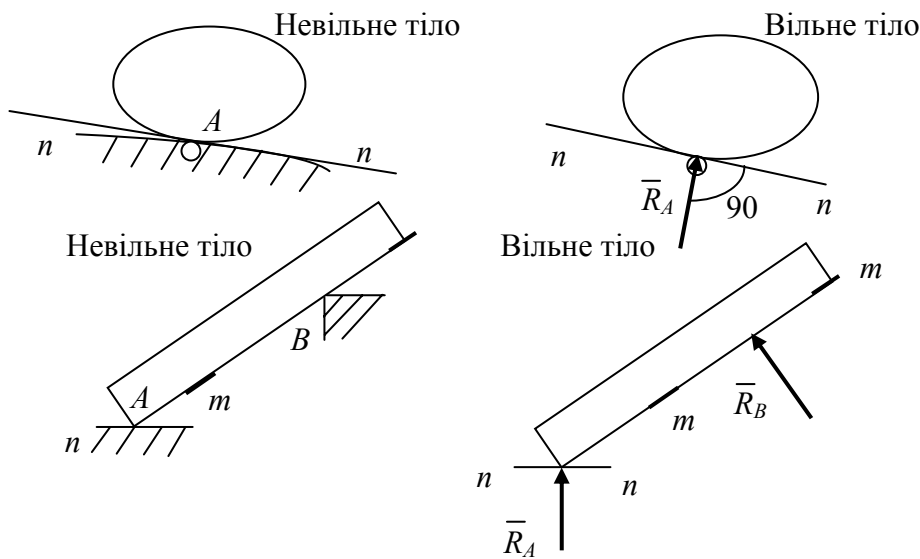


Рис. 1.1

Рис. 1.2

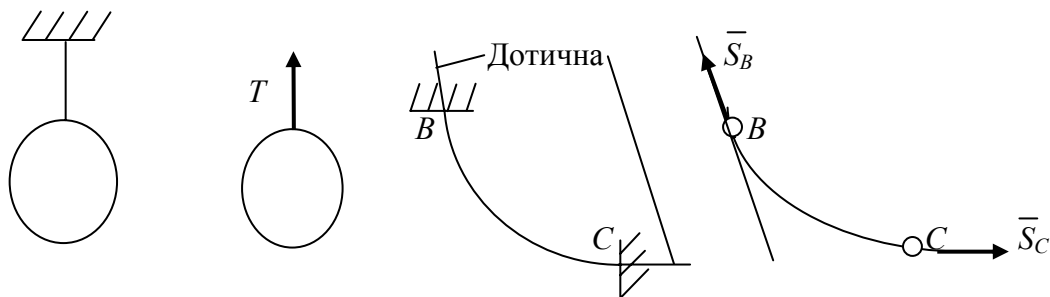


Рис. 1.3

Рис. 1.4

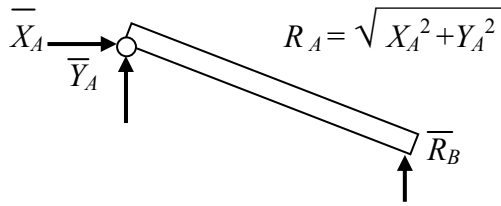
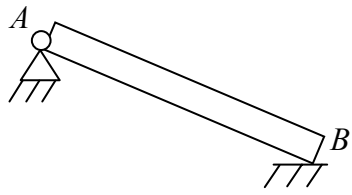


Рис. 1.5

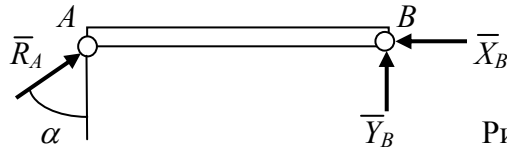
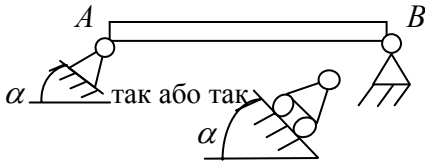


Рис. 1.6

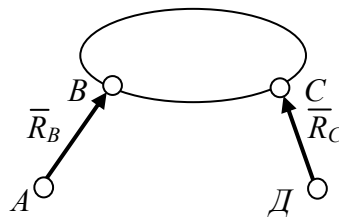
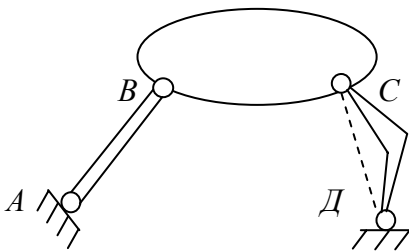


Рис. 1.7

Защемлення (жорстке кріплення). Балка АВ жорстко закріплена в стіні. Реакції защемлення зображуються з двох взаємно перпендикулярних складових X_A, Y_A і пари сил з моментом M_A (рис. 1.8).

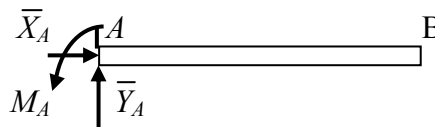
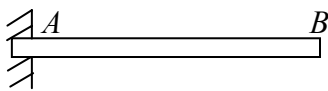


Рис. 1.8

Система збіжних сил, умови рівноваги системи збіжних сил

Система збіжних сил - це система сил, лінії дій яких перетинаються в одній точці.

Аналітичні умови рівноваги системи збіжних сил на площині:

$$\sum F_{KX} = 0; \quad \sum F_{KY} = 0. \quad (1.1)$$

Отже, система збіжних сил врівноважується, коли суми проєкцій сил на осі координат дорівнюють нулю.

Проекцією сили на вісь називають відрізок, що лежить між двома перпендикулярами, опущеними на вісь із початку й кінця вектора сили (рис. 1.9).

Установимо **правило знаків**: якщо напрям проєкції сили на вісь збігається з додатним напрямом осі, то проєкція вважається додатною, і навпаки.

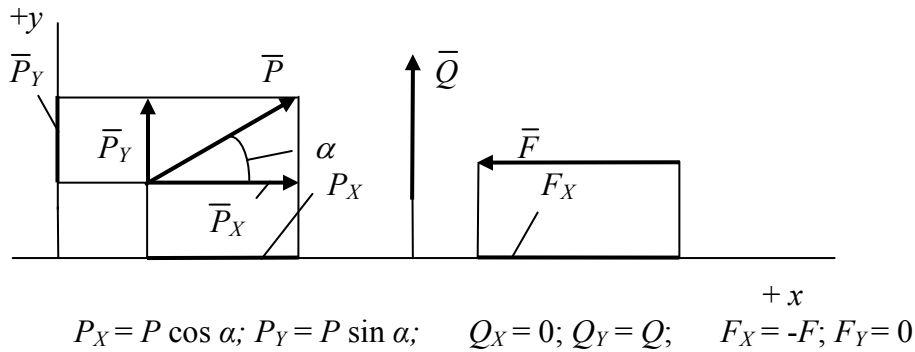


Рис 1.9

Плоска система сил. Момент сили. Пара сил

Коли всі сили лежать в одній площині (плоска система сил), то момент сили відносно точки, що лежить у цій самій площині, можна розглядати як алгебраїчну величину, яка дорівнює проекції моменту на вісь, розташовану перпендикулярно цій площині (рис. 1.10).

Моментом сили відносно точки на площині називається добуток модуля сили на її плече:

$$m_O(\vec{F}) = +Fh; \quad m_A(\vec{F}) = -Fd; \quad m_B(\vec{F}) = 0, \quad (1.2)$$

де h або d – плече сили F – це перпендикуляр, опущений з точки на лінію дії сили.

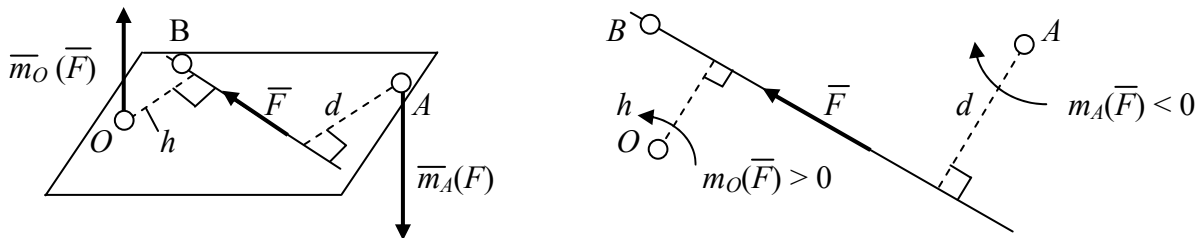


Рис. 1.10

Момент сили вважають додатним, якщо сила намагається обернути плече проти ходу стрілки годинника, і навпаки. Одна й та сила відносно різних точок може створювати додатний і від'ємний момент (рис. 1.10).

Одиниця моменту сили – ньютон на метр [Н·м].

Момент сили відносно точки, що лежить на лінії дії сили (точка B), дорівнює нулю, оскільки тут плече дорівнює нулю.

Система двох паралельних сил, які рівні за модулем і протилежні за напрямом називається парою сил або просто парою (рис. 1.11).

Пара сил не має рівнодіючої і її можна зрівноважити тільки парою сил.

Дія пари на тверде тіло зводиться до деякого обертового ефекту.

Отже, сили пари $\vec{F} = -\vec{F}_1$.

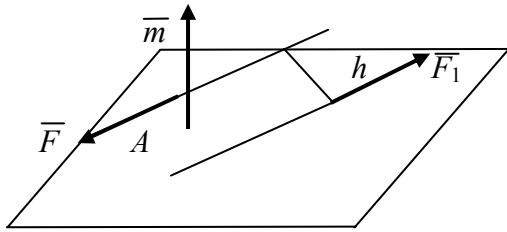


Рис. 1.11

Для характеристики цього ефекту введемо поняття *моменту пари*, який являє собою вектор, перпендикулярний до площини пари і напрямлений так, щоб із кінця цього вектора сили пари намагаються обертати тіло проти ходу стрілки годинника.

Модуль моменту пари дорівнює добутку однієї із сил пари на її плече:

$$m = Fh = F_1h, \quad (1.4)$$

де h – плече пари, довжина перпендикуляра між лініями дії сил пари (рис. 1.11).

Дія пари на тверде тіло цілком визначається її моментом, який є вільним вектором.

Властивості пар

1. *Не змінюючи механічного стану твердого тіла, пару можна переміщувати як завгодно, зберігаючи вектор моменту пари (рис. 1.12).*



Рис. 1.12

2. *Не змінюючи механічного стану твердого тіла, можна змінювати сили й плече пари, але так, щоб її момент залишався незмінним.*

Дана пара $P = P_1 = 10$ Н, яка має плече $h = 0,5$ м (рис. 1.12).

Візьмемо сили другої пари $Q = Q_1 = 2$ Н, а плече цієї пари позначимо d .

Пари m_P і m_Q будуть еквівалентними, якщо вектори моментів цих пар однакові за величиною й паралельні:

$$m_P = Ph = m_Q = Qd. \quad (1.5)$$

З умови (1.5) знаходимо плече $d = Ph / Q = 2,5$ м.

3. *Щоб задати пару, досить задати її момент, тому іноді слово «пара» замінюють словом «момент».*

4. *Моменти пар, що лежать в одній площині, можна розглядати як скалярні величини.*

Напрямок обертання характеризується знаком моменту.

Момент пари вважають додатним, якщо пара намагається обертати тіло проти ходу стрілки годинника ($m_2 > 0$), і навпаки ($m_1 < 0$) (рис. 1.13).

Пари умовно зображують так, як зображено на рис. 1.13.



Рис. 1.13

5. Сума проєкцій сил пари на будь-яку вісь завжди дорівнює нулю і тому пара сил не входить у рівняння проєкцій сил.

Умови рівноваги системи сил

Довільна просторова система сил, прикладена до вільного твердого тіла, перебуватиме в рівновазі, якщо головний вектор і головний момент цієї системи сил дорівнюють нулю.

Головний вектор \bar{R} дорівнює геометричній сумі сил системи: $\bar{R} = \sum \bar{F}_K$; головний момент \bar{M}_0 дорівнює геометричній сумі моментів сил системи відносно центра зведення: $\bar{M}_0 = \sum \bar{m}_0(\bar{F}_K)$. При рівновазі системи сил маємо: $\bar{R} = \sum \bar{F}_K = 0$; $\bar{M}_0 = \sum \bar{m}_0(\bar{F}_K) = 0$.

Форми рівнянь рівноваги довільної плоскої системи сил

Перша, або основна форма рівнянь рівноваги: **Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно й достатньо, щоб суми проєкцій усіх сил на осі координат дорівнювали нулю і щоб алгебраїчна сума моментів цих сил відносно будь-якої точки площини також дорівнювала нулю.**

Отже, рівняння рівноваги в цьому випадку мають вигляд

$$\sum F_{KX} = 0, \quad \sum F_{KY} = 0, \quad \sum \bar{m}_0(\bar{F}_K) = 0. \quad (1.6)$$

Друга форма рівнянь рівноваги: **Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно й достатньо, щоб суми моментів сил відносно будь-яких двох центрів A, B (рис. 1.14) і сума проєкцій сил на вісь координат, яка не перпендикулярна AB , дорівнювали нулю:**

$$\sum \bar{m}_A(\bar{F}_K) = 0, \quad \sum \bar{m}_B(\bar{F}_K) = 0, \quad \sum F_{KX} = 0. \quad (1.7)$$

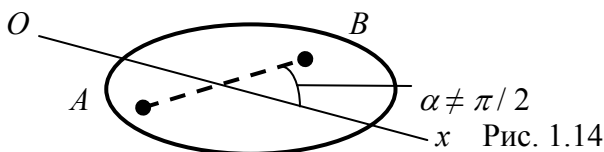


Рис. 1.14

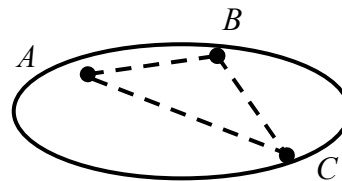


Рис. 1.15

Третя форма рівнянь рівноваги: *Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно й достатньо, щоб суми моментів сил відносно будь-яких трьох точок* (рис. 1.15), *що не лежать на одній прямій, дорівнювали нулю:*

$$\sum \bar{m}_A(\bar{F}_K) = 0, \quad \sum \bar{m}_B(\bar{F}_K) = 0, \quad \sum \bar{m}_C(\bar{F}_K) = 0. \quad (1.8)$$

Задачі про рівновагу твердого тіла під дією системи сил слід розв'язувати в такій послідовності:

- 1) виділити тіло, рівновагу якого розглядатимемо;
- 2) зобразити всі сили, діючі на тіло;
- 3) додати відповідні реакції в'язей;
- 4) визначити прямокутну систему координат;
- 5) скласти відповідні рівняння рівноваги:

для системи збіжних сил на площині – рівняння (1.1),

для плоскої довільної системи сил – рівняння (1.6), або (1.7) чи (1.8); за центр моментів слід вибрати точку, в якій перетинаються лінії дії найбільшого числа невідомих реакцій в'язей;

б) розв'язати систему рівнянь і визначити невідомі; зробити аналіз розв'язання.

Примітка. У процесі розв'язування задач слід пам'ятати, що кількість рівнянь рівноваги, складених для розв'язання, не може бути більшою від кількості умов рівноваги. Під час розв'язування задач статички доцільно рівняння рівноваги складати так, щоб у кожному була тільки одна невідома величина.

Статично визначені плоскі ферми

Фермою називається геометрично незмінна конструкція, що складається із прямолінійних стержнів, з'єднаних між собою шарнірами. Ферми являють собою складові опор ліній електропередач, частини мостів, будівельних споруд тощо.

Зв'язок між кількістю вузлів «В» і кількістю стержнів «С» у простих фермах визначається так:

$$C = 2B - 3. \quad (1.9)$$

Основна задача при розрахунку ферм полягає у визначенні реакцій опор і внутрішніх сил, що виникають у стержнях ферми внаслідок дії зовнішніх навантажень. Реакції опор знаходять з рівнянь рівноваги системи сил вигляду (1.6), які діють на ферму в цілому.

Для визначення внутрішніх зусиль у стержнях ферми розглядається рівновага або окремого вузла (метод вирізування вузлів), або деякої частини ферми (метод Ріттера).

Реакції стержнів у перерізі напрямлені по розрізаних стержнях від відповідних вузлів. При цьому вважаємо стержні розтягнутими. Якщо

знайдені зусилля додатні – стержні розтягнуті, якщо від'ємні – стержні стиснуті (див. приклад до задачі 1).

2. ВКАЗІВКИ ДО ЗАВДАННЯ 2 (СТАТИКА)

Метод перерізів. Визначення внутрішніх сил

Для розрахунків деталей машин і споруд на міцність треба знати внутрішні сили пружності, що виникають у результаті дії прикладених до деталей зовнішніх сил. Для визначення внутрішніх сил використовують метод перерізів.

Метод перерізів полягає в тому, що тіло уявно розрізають площиною на дві частини, будь-яку з них відкидають і замість неї до перерізу залишеної частини прикладають внутрішні сили, які діяли до розрізання; залишену частину розглядають як самостійне тіло, що перебуває в рівновазі під дією зовнішніх і прикладених до перерізу внутрішніх сил.

Очевидно, що за третім законом Ньютона (аксіома взаємодії) внутрішні сили, які діють у перерізі залишеної й відкинутої частин тіла, однакові за модулем, але протилежні за напрямом.

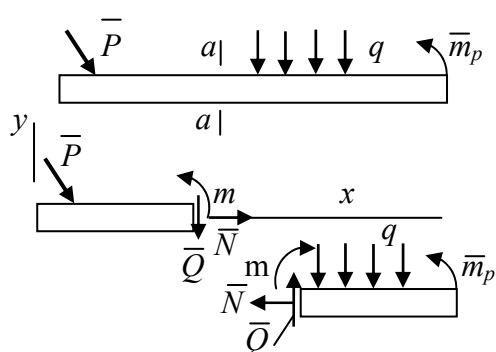


Рис. 2.1

Зробимо поперечний переріз бруса $a-a$, як на рис. 2.1, і розглянемо рівновагу якоїсь його частини. У загальному випадку статичним еквівалентом внутрішніх сил, що діють у перерізі $a-a$, будуть головний вектор, прикладений до центра ваги перерізу, і головний момент, які зрівноважують плоску систему зовнішніх сил, прикладених до залишеної частини бруса.

Для плоскої системи сил розкладемо головний вектор на складову N , напрямлену вздовж осі бруса, і складову Q , перпендикулярну до цієї осі. Ці складові головного вектора разом із головним моментом m називатимемо внутрішніми силовими факторами (ВСФ), які діють у перерізі бруса. Складову N назвемо поздовжньою силою, складову Q – поперечною силою, пару сил m – згинаючим моментом. Запишемо рівняння рівноваги залишеної частини

$$N_x + \sum P_{kx} = 0, \quad Q_y + \sum P_{ky} = 0, \quad m + \sum \bar{m}_0(P_K) = 0, \quad (2.1)$$

де $\sum P_{kx}$, $\sum P_{ky}$ – алгебраїчні суми проекцій на осі x і y зовнішніх сил, прикладених до розглядуваної частини бруса, а $\sum \bar{m}_0(P_K)$ – алгебраїчна сума моментів цих сил відносно центра ваги O перерізу. Рівняння (2.1) дають змогу визначити ВСФ.

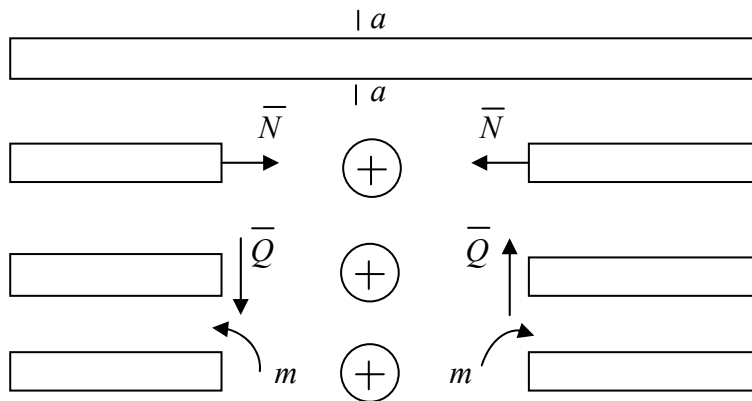


Рис. 2.2

Для плоскої системи сил приймемо додатні напрями ВСФ згідно з рис. 2.2.

Різні внутрішні силові фактори виникають за різних деформацій у поперечному перерізі бруса. Розглянемо окремі випадки.

1. У перерізі виникає *тільки поздовжня сила* N . У цьому випадку буває деформація *розтягу* (якщо сила N додатна – напрямлена від перерізу) або деформація *стиску* (якщо сила N напрямлена до перерізу).

2. У перерізі виникає *лише поперечна сила* Q . У цьому випадку буває деформація *зсуву*.

3. Якщо в перерізі виникає *лише згинаючий момент* m , то це буде деформація *чистого згину*.

4. Якщо в перерізі одночасно виникає *згинаючий момент* m і *поперечна сила* Q , то згин називають *поперечним*.

5. Якщо в перерізі *одночасно діє кілька внутрішніх силових факторів*, то в цих випадках трапляється поєднання основних деформацій.

Для наочного зображення розподілу вздовж осі балки поздовжніх, поперечних сил і згинаючих моментів з рівнянь (2.1) знаходять функції ВСФ і будують графіки – так звані епюри, які дають змогу визначити можливий небезпечний переріз балки.

Якщо функцію поперечної сили і функцію згинаючих моментів продиференціювати, то знайдемо:

$$q = dQ/dx = d^2m/dx^2; \quad Q = dm/dx. \quad (2.2)$$

Тобто *перша похідна від поперечної сили або друга похідна від згинаючого моменту за абсцисою перерізу балки дорівнює інтенсивності розподіленого навантаження; перша похідна від згинаючого моменту за абсцисою перерізу балки дорівнює поперечній силі*.

Розглянемо випадок, коли інтенсивність розподіленого навантаження стала: $q = \text{const}$.

У цьому випадку з рівнянь (2.2) отримаємо:

$$Q = qx + C_1; \quad m = qx^2/2 + C_1x + C_2, \quad (2.3)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування.

На підставі (2.2),(2.3) можна сформулювати такі *правила перевірки епюр*.

Рухатимось при перевірці зліва – направо, розриви на епюрах будьмо називати стрибками.

1. У перерізі, де прикладена сила $F_x > 0$, на епюрі N стрибок на величину F_x униз і навпаки, якщо $F_x < 0$. Епюра пряма лінія паралельна осі.

2. У перерізі, де прикладена сила F_y , $\left\{ \begin{array}{l} \text{на епюрі } Q \text{ стрибок на величину } F_y \text{ в} \\ \text{напряму дії сили;} \\ \text{на епюрі } t \text{ злом, протилежній силі } F_y. \end{array} \right.$

3. Якщо на ділянці $\left\{ \begin{array}{l} q = 0 \\ q = \text{const} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} - \text{ епюра } Q \text{ пряма лінія паралельна осі;} \\ - \text{ епюра } t \text{ похила пряма лінія;} \\ - \text{ епюра } Q \text{ похила пряма лінія;} \\ - \text{ епюра } t \text{ параболічна крива лінія, опуклість} \\ \text{якої протилежна напрямку } q. \end{array} \right.$

4. У перерізі, де прикладена пара сил, момент якої t_k , $\left\{ \begin{array}{l} \text{на епюрах } Q \text{ і } N \text{ змін немає;} \\ \text{на епюрі } t \text{ стрибок на величину моменту пари} \\ t_k \text{ униз, якщо} \\ t_k > 0 \text{ і, навпаки, якщо } t_k < 0. \end{array} \right.$

5. Якщо на ділянці, де $q = \text{const}$, епюра Q міняє знак, то на епюрі t у цьому перерізі буде екстремум.

Послідовність дій при побудові епюр наведено у прикладі до задачі 2.

Розрахунок на міцність у випадку згину

Розрахункова формула на міцність у випадку згину має такий вигляд:

$$\sigma = t / W_z \leq [\sigma], \quad (2.4)$$

де σ – найбільша напруга у перерізі, t – згинаючий момент у перерізі, $W_z = I_z / y_{\max}$ – осьовий момент опору перерізу при згині, I_z – осьовий момент інерції перерізу, y_{\max} – координата найбільш віддаленої точки від нейтральної осі z , $[\sigma]$ – допустима нормальна напруга для випадку згину (беруть такою самою, як для розтягу і стиску).

Тобто нормальна напруга у випадку згину, яка дорівнює відношенню згинаючого моменту до моменту опору перерізу, не повинна перевищувати допустиму напругу.

Далі у табл. 2.3 наведені формули для обчислення моменту опору й площі перерізу при заданому співвідношенні розмірів двотавра, прямокутника й кільця.

Невеликий вплив на напруження при згині маємо для повздовжньої й поперечної сил. Саме тому розміри перерізу знаходяться з умови міцності для згину й звичайно не враховуються вплив других факторів за винятком деяких випадків.

Розрахунки наведені у прикладі до задачі 2.

3. ВКАЗІВКИ ДО ЗАВДАННЯ 3 (КІНЕМАТИКА)

Визначення швидкостей точок і кутових швидкостей ланок. Обертальний рух твердого тіла

Якщо ланка OA обертається навколо осі O , то швидкість будь-якої точки A дорівнює добутку кутової швидкості ω_{OA} на відстань до осі (рис. 3.1):

$$V_A = OA \cdot \omega_{OA} . \quad (3.1)$$

Спрямована лінійна швидкість перпендикулярно відстані OA і напрямлена у бік обертання ланки.

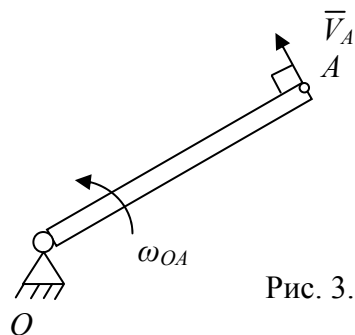


Рис. 3.1

Плоскопаралельний (або плоский) рух твердого тіла

При плоскому русі тіла будемо визначати швидкості точок за допомогою миттєвого центра швидкостей (МЦШ).

МЦШ – це точка, пов'язана з тілом, швидкість якої в даний момент руху дорівнює нулю.

Визначення й використання МЦШ

1. Для знаходження *МЦШ* треба знати тільки напрямки швидкостей \bar{v}_A і \bar{v}_B яких-небудь двох точок перерізу тіла (чи траєкторії цих точок).

МЦШ знаходиться в точці перетину перпендикулярів, відновлених із точок A і B до швидкостей цих точок (або до дотичної до траєкторій цих точок) (рис. 3.2).

2. Кутова швидкість тіла, як видно з формули (3.1), дорівнює в кожен момент часу відношенню швидкості будь-якої точки перерізу до її відстані від *МЦШ* (рис.3.2):

$$\omega = V_A / AP = V_B / BP . \quad (3.2)$$

3. Для визначення швидкості будь-якої точки тіла знаходимо *МЦШ* – точку P , визначаємо кутову швидкість тіла (рис. 3.2, формула (3.2)) і обчислюємо швидкість точок:

$$V_A = \omega \cdot AP; \quad V_B = \omega \cdot BP; \quad V_C = \omega \cdot CP . \quad (3.3)$$

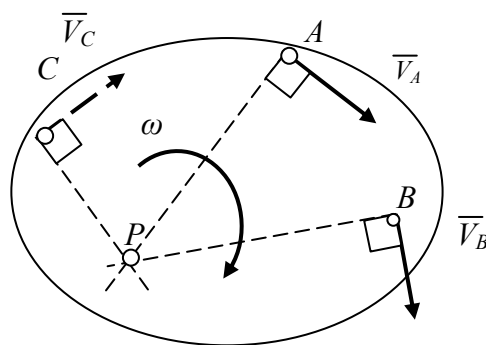


Рис. 3.2

Спрямовано вектор швидкості перпендикулярно до прямої, яка з'єднує точку з МЦШ, у бік обертання тіла (за дуговою стрілкою ω).

Окремі випадки визначення МЦШ і швидкостей точок плоскої фігури

1. Якщо плоскопаралельний рух здійснюється шляхом кочення без ковзання одного циліндричного тіла по поверхні іншого, причому друге тіло нерухоме, то точка торкання

P має в даний момент часу швидкість, рівну нулю. Отже, P – МЦШ ($v_P = 0$) (рис. 3.3).

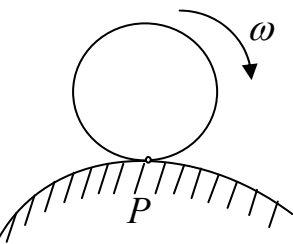


Рис. 3.3

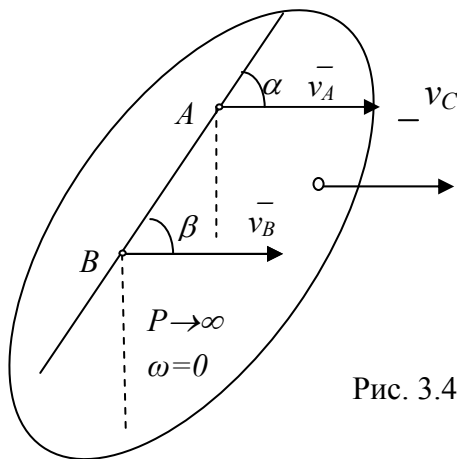


Рис. 3.4

2. Якщо швидкості точок A і B паралельні, причому лінія AB не перпендикулярна до \vec{v}_A , то МЦШ лежить у нескінченності й швидкості всіх точок паралельні й рівні, тобто $\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{v}_C$ (рис. 3.4).

Отже, у розглянутому випадку швидкості всіх точок тіла в даний момент часу рівні один одному і по модулю і за напрямком. Такий стан руху тіла називають миттєво поступальним. Кутова швидкість ω тіла у цей момент часу дорівнює нулю.

3. Якщо швидкості точок A і B тіла паралельні один одному і при цьому лінія AB перпендикулярна v_A , v_B , то МЦШ визначається побудовою, яка зображена на рис. 3.5.

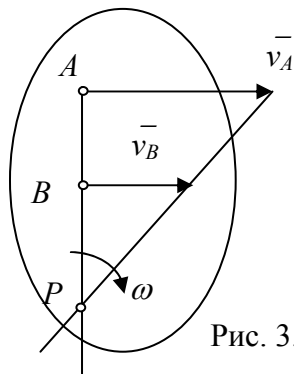


Рис. 3.5

Справедливість побудови випливає з пропорції

$$\omega = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB} \quad (3.4)$$

У цьому випадку, на відміну від попереднього, для знаходження центра P треба, крім напрямків, знати ще і модулі швидкостей v_A і v_B .

Визначення прискорень точок і кутових прискорень ланок Обертальний рух тіла

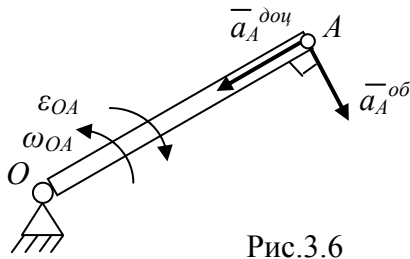


Рис.3.6

При обертальному русі тіла прискорення точки визначається векторною сумою:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^{\text{доц}} + \bar{a}_A^{\text{об}}. \quad (3.5)$$

Обертальне прискорення (рис 3.6)

$\bar{a}_A^{\text{об}}$ спрямоване за дотичною до траєкторії

(убік руху, якщо тіло обертається прискорено, чи в зворотну сторону, якщо тіло обертається сповільнено); доцентрове прискорення $\bar{a}_A^{\text{доц}}$ завжди спрямоване за радіусом до осі обертання:

$$a_A^{\text{об}} = OA \cdot \varepsilon; \quad a_A^{\text{доц}} = OA \cdot \omega^2. \quad (3.6)$$

Плоскопаралельний (або плоский) рух твердого тіла

При плоскому русі тіла прискорення будь-якої точки визначається за допомогою векторного рівняння:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A = \bar{a}_A^{\text{доц}} + \bar{a}_A^{\text{об}}. \quad (3.7)$$

Тобто прискорення будь-якої точки тіла дорівнює геометричній сумі прискорення полюса (A), обертального і доцентрового прискорень руху точки (B) навколо полюса (A).

Якщо траєкторією полюса A є коло, то формулу (3.6) можна записати у такому вигляді:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^{\text{доц}} + \bar{a}_A^{\text{об}} + \bar{a}_{BA}^{\text{доц}} + \bar{a}_{BA}^{\text{об}}. \quad (3.8)$$

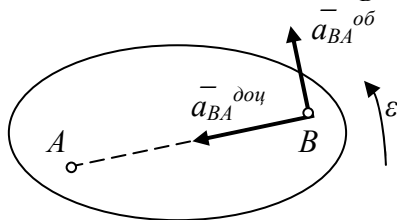


Рис. 3.7

Доцентрове прискорення точки напрямлене від точки B до полюса A.

Обертальне прискорення напрямлене перпендикулярно BA у бік кутового прискорення ε (рис. 3.7).

Доцентрове й обертальне прискорення точки навколо полюса визначаються формулами:

$$\bar{a}_{BA}^{\text{доц}} = \omega^2 \cdot BA; \quad (3.9)$$

$$\bar{a}_{BA}^{\text{об}} = \varepsilon \cdot BA. \quad (3.10)$$

Примітка. При розв'язанні задач зображують всі вектори рівнянь (3.7) або (3.8) і проєктують ці рівняння на осі координат. З одержаних алгебраїчних рівнянь визначають невідомі величини (див. приклад до завдання 3).

4. ВКАЗІВКИ ДО ЗАВДАННЯ 4 (ДИНАМІКА)

Ця тема вивчає рух точки, який періодично повторюється, і є ілюстрацією розв'язування другої основної задачі динаміки матеріальної точки – знаходження закону руху точки за даними силами. Задача пов'язана з інтегруванням диференціального рівняння руху матеріальної точки, яке при русі точки вздовж осі Ox має вигляд

$$m\ddot{x} = \sum F_{KX}, \quad (4.1)$$

де m – маса точки; $\sum F_{KX}$ – сума проєкцій сил, прикладених до точки, на вісь x ; \ddot{x} – проєкція прискорення точки на вісь x .

Механічні рухи, які періодично повторюються, називаються механічними коливаннями. Серед сил, які можуть діяти на матеріальну точку при коливаннях, особливе місце займає поновлююча сила, тобто сила, яка намагається повернути точку в положення рівноваги. Вона залежить від відхилення точки від положення рівноваги і напрямлена до положення рівноваги.

Окрім поновлюючої сили на точку одночасно може діяти сила опору руху, яка звичайно залежить від швидкості точки і протилежно їй напрямлена.

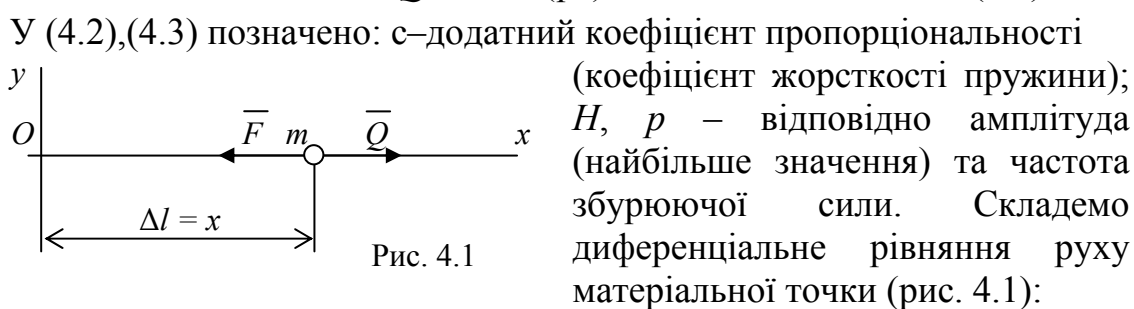
Одночасно до точки може бути також прикладена збурююча сила, тобто сила, яка задана функцією часу.

Розглянемо випадок, коли поновлююча сила пропорційна відхиленню Δl точки від положення, в якому сила дорівнює нулю,

$$F = c \cdot \Delta l, \quad (4.2)$$

сила опору руху не враховується, а збурююча сила змінюється за гармонічним законом

$$Q = H \sin(pl). \quad (4.3)$$



$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= -cx + H \sin(pt), \\ \text{або} \quad \ddot{x} + k^2 x &= h \cdot \sin(pt), \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

$$\text{де} \quad k = \sqrt{c/m}, \quad (4.5)$$

$$h = H/m. \quad (4.6)$$

Рівняння (4.4) є диференціальним рівнянням руху матеріальної точки під дією поновлюючої й збурюючої сил. Це неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами, загальний інтеграл

якого є сумою загального інтеграла однорідного рівняння $\ddot{x} + k^2 x = 0$ і частинного інтеграла неоднорідного рівняння (4.4):

$$x = x_{od} + x_u. \quad (4.7)$$

Загальний інтеграл однорідного рівняння

$$x_{od} = A \cos(kt) + B \sin(kt). \quad (4.8)$$

Частинний розв'язок (4.4) у випадку коли $k \neq p$, знайдемо в такій формі:

$$x_u = D \sin(pt). \quad (4.9)$$

Для знаходження D обчислюємо першу й другу похідну за часом від (4.9):

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= pD \cos(pt); \\ \ddot{x} &= -p^2 D \cdot \sin(pt). \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

Підставляючи (4.9), (4.10) в (4.4), дістанемо рівняння для визначення D :

$$D = h / (k^2 - p^2). \quad (4.11)$$

Тепер загальний розв'язок (4.7) диференціального рівняння (4.4) має вигляд

$$x = A \cos(kt) + B \sin(kt) + h / (k^2 - p^2) \sin(pt). \quad (4.12)$$

Для визначення сталих інтегрування A, B запишемо початкові умови:

$$t = 0; \quad x = x_0; \quad v_x = v_{ox}, \quad (4.13)$$

де x_0, v_{ox} – відповідно координата тіла та проекція швидкості на ось x у початковий момент часу з урахуванням знаку.

Диференціюючи (4.12), дістанемо:

$$v_x = -kA \cos(kt) + kB \cos(kt) + Dp \cos(pt). \quad (4.14)$$

Підставляємо початкові умови (4.13) у (4.12) і (4.14) знайдемо:

$$x_0 = A; \quad v_{ox} = kB + Dp.$$

звідки $A = x_0, \quad B = (v_{ox} - Dp) / k$.

Отже, рівняння руху точки має вигляд

$$x = x_0 \cos(kt) + (v_{ox} - Dp) / k \sin(kt) + h / (k^2 - p^2) \sin(pt). \quad (4.15)$$

де k – кругова частота або частота власних коливань (період цих коливань $T_{ВЛ} = 2\pi / k = 2\pi \sqrt{m/c}$); p – частота вимушених коливань, яка дорівнює частоті збудуючої сили (період цих коливань $T_{ВМ} = 2\pi / p$).

З аналізу формули (4.15) випливає, що коливальний рух точки можна розглядати як результат додавання:

- 1) вільних коливань

$$x_{вил} = a_0 \cos(kt) + (v_{ox} / k) \sin(kt), \quad (4.16)$$

з частотою k ;

- 2) коливань

$$x_{вз} = -Dp/k \sin(kt), \quad (4.17)$$

викликаних збурюючою силою, які проходять з частотою вільних коливань і амплітуда яких Dp/k не залежить від початкових умов x_0, v_{0x} ;

- 3) вимушених коливань

$$x_{вум} = h/(k^2 - p^2) \sin(pt), \quad (4.18)$$

що мають частоту збурюючої сили p , амплітуда яких $h/(k^2 - p^2)$ також не залежать від початкових умов.

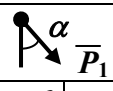
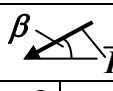



При частоті вимушених коливань p , близькій до частоти власних коливань k , внаслідок додавання двох коливань близької частоти настає явище – биття, яке полягає в тому, що розмах коливань точки періодично то зростає, то зменшується.

Якщо частота збурюючої сили збігається з частотою вільних коливань ($p = k$), то виникає явище резонансу. Амплітуда вимушених коливань при цьому зростає прямо пропорційно часу і може бути причиною руйнування конструкцій.

ЗАВДАННЯ 1

Визначити реакції опор ферми і зусилля у всіх стержнях методом вирізування вузлів і методом Ріттера у стержнях 1,2, 3 (табл. 1.1; 1.2).

Таблиця 1.1

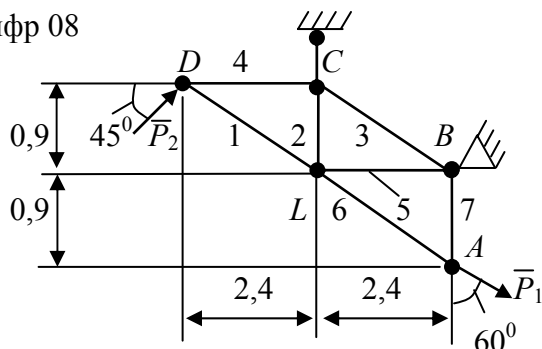
Перша цифра шифру	Розміри, м		Сили, кН; кути; точка прикладення				Опори ферми й точки закріплення		
	a	b	α 		β 				
			$P_1 = 6$	α^0	$P_2 = 8$	β^0			
1	2,0	1,2	D	30	C	45	A	-	B
2	1,8	1,0	A	45	C	30	B	-	D
3	1,6	1,8	A	60	D	45	C	B	-
4	1,4	1,6	D	45	B	60	A	C	-
5	1,2	2,0	D	30	C	60	B	-	A
6	1,0	2,2	A	45	C	30	D	-	B
7	0,8	1,4	D	60	C	45	A	-	B
8	0,6	1,0	D	30	B	60	A	C	-
9	2,2	1,4	D	45	B	30	C	A	-
0	2,4	1,8	A	60	D	45	B	C	-

Таблиця 1.2. – Рисунок – друга цифра шифру

<p>Рис. 1</p> <p>Diagram 1: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are a and b.</p>	<p>Рис. 4</p> <p>Diagram 4: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are a and $a/2$.</p>
<p>Рис. 2</p> <p>Diagram 2: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are $a/2$ and a.</p>	<p>Рис. 5</p> <p>Diagram 5: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are a and a.</p>
<p>Рис. 3</p> <p>Diagram 3: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are a and a. Angles γ are marked.</p>	<p>Рис. 6</p> <p>Diagram 6: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are a and a. Vertical dimensions are $b/2$.</p>
<p>Рис. 7</p> <p>Diagram 7: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are a and a. Vertical dimensions are $b/2$.</p>	<p>Рис. 9</p> <p>Diagram 9: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are a and a.</p>
<p>Рис. 8</p> <p>Diagram 8: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are a and a.</p>	<p>Рис. 0</p> <p>Diagram 0: A trapezoidal truss with nodes A, B, C, D and a central node L. Members are numbered 1-7. Dimensions are a and a.</p>

Наведемо приклад схеми ферми. Шифр 08

Приклад. Визначити реакції опор ферми і зусилля у всіх стержнях методом вирізування вузлів і методом Ріттера в стержнях 2, 4, 5 (рис. 1.1П), якщо $a = 2$ м; $b = 1,5$ м; $P_1 = 4$ кН; $P_2 = 1$ кН; $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 45^\circ$.



Розв'язання. Зображаємо у масштабі схему ферми і сили, що діють на ферму, реакції нерухомого шарніра $A(\bar{X}_A, \bar{Y}_A)$ й стержня $B(\bar{R}_B)$. Записуємо рівняння рівноваги системи сил (рис 1.1П):

$$\sum F_{kx} = -X_A + P_1 \cos \alpha + P_2 \cos \beta = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - P_1 \sin \alpha + R_B - P_2 \sin \beta = 0;$$

$$\sum m_A = -P_1 \sin \alpha \cdot a + R_B \cdot 3a - P_2 \sin \beta \cdot 2a + P_2 \cos \beta \cdot b = 0.$$

Знаходимо реакції в'язей:

$$R_B = (P_1 \sin \alpha \cdot a + P_2 \sin \beta \cdot 2a - P_2 \cos \beta \cdot b) / 3a = 1,449 \text{ кН},$$

$$X_A = P_1 \cos \alpha + P_2 \cos \beta = 2,707 \text{ кН},$$

$$Y_A = P_1 \sin \alpha - R_B + P_2 \sin \beta = 2,722 \text{ кН}.$$

Для перевірки обчислюємо рівняння моментів відносно точки D :

$$\begin{aligned} \sum m_D &= P_1 \sin \alpha \cdot a - P_1 \cos \alpha \cdot b + R_B \cdot a - Y_A \cdot 2a + X_A \cdot b = \\ &= 4 \cdot 0,866 \cdot 2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 1,5 + 1,449 \cdot 2 - 2,722 \cdot 2 \cdot 2 + 2,707 \cdot 1,5 = \\ &= 13,887 - 13,888 = -0,001. \end{aligned}$$

Відносна похибка складає $\Delta = |-0,001| / 13,887 = 0,00007$ або $0,007\% < 1\%$. Розрахунки вірні.

Знаходимо далі зусилля у стержнях ферми.

Метод вирізування вузлів

Найпростіший спосіб визначення зусиль у стержнях ферми будується на методі вирізування вузлів. Виріжемо вузол B (рис. 1.1П; 1.2П),

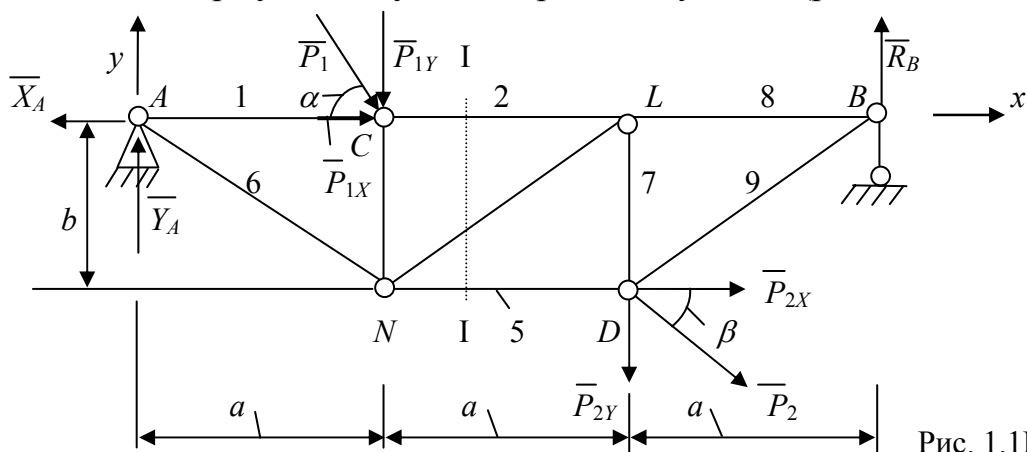


Рис. 1.1П

(який перебуває у рівновазі під дією трьох сил: реакції \bar{R}_B , реакцій стержнів S_8, S_9 напрямлених по розрізаних стержнях від вузлів, вважаючи стержні розтягнутими – одержимо плоску систему збіжних сил.

Складемо два рівняння рівноваги (1.1П), з яких знаходимо зусилля S_8, S_9 .

Тепер розглянемо вузол D (рис. 1.3П), який знову треба вибирати так, щоб у ньому перетиналось не більше двох стержнів з невідомими зусиллями. Вузол D перебуває у рівновазі під дією сил: \bar{P}_2, \bar{S}_9 – відомі сили, \bar{S}_5, \bar{S}_7 – невідомі сили. Складаємо рівняння рівноваги для вузла D (1.2П).

Вузол B \bar{R}_B $\text{tg } \gamma = b/a ; \gamma = 36,87^\circ$. Вузол D

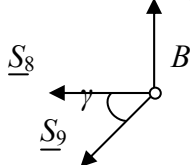


Рис. 1.2П

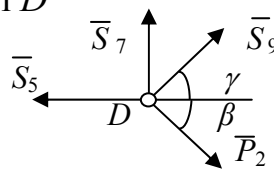


Рис. 1.3П

$$\left. \begin{aligned} \sum F_{kx} &= -S_8 - S_9 \cos \gamma = 0, \\ \sum F_{ky} &= -S_9 \sin \gamma + R_B = 0. \end{aligned} \right\} (1.1П) \quad \left. \begin{aligned} \sum F_{kx} &= -S_5 + S_9 \cos \gamma + P_2 \cos \beta = 0, \\ \sum F_{ky} &= S_9 \sin \gamma + S_7 - P_2 \sin \beta = 0. \end{aligned} \right\} (1.2П)$$

Обчислюємо: $S_9 = 2,42$ кН,

$S_8 = -1,83$ кН.

Знаходимо: $S_5 = 2,639$ кН,

$S_7 = -0,74$ кН.

Знаки невідомих реакцій, знайдених з рівнянь рівноваги, мають фізичний зміст. Додатний знак означатиме, що відповідний стержень є розтягнутим, а від'ємний – що стержень стиснуто. Розглядаючи далі сили, діючі на кожний вузол ферми, знаходимо зусилля в усіх стержнях: $S_1 = -0,922$ кН, $S_2 = -2,922$ кН, $S_3 = -3,467$ кН, $S_4 = 1,237$ кН, $S_5 = 2,639$ кН, $S_6 = 4,534$ кН, $S_7 = -0,74$ кН. Результати розрахунків заносимо у табл. 1.1П.

Метод Ріттера

Розглянемо спосіб визначення зусиль у стержнях ферми, що має назву методу Ріттера.

Щоб знайти зусилля у стержнях ферми, застосовують метод перерізів. Проведемо переріз I-I (рис.1.1П) так, щоб він, поділяючи ферму на дві частини, проходив не більше як через три стержні, в яких зусилля невідомі. Далі розглядаємо рівновагу тієї частини ферми, до якої прикладена менша кількість сил (рис 1.4П). Відкидаючи другу частину ферми, заміняємо її дію реакціями, напрямленими по розрізаних стержнях від вузлів, вважаючи стержні розтягнутими. Головною особливістю методу Ріттера є вимога окремого визначення всіх невідомих з рівнянь рівноваги. Отже, рівняння рівноваги треба складати так, щоб у кожному було лише одне невідоме. Для цього використовуються друга або третя форма рівнянь

рівноваги – рівняння рівноваги моментів відносно точок Ріттера. Точки Ріттера – це точки перетину попарно взятих стержнів у перерізу. Може трапитися, що два з трьох стержнів паралельні між собою. У цьому випадку точка Ріттера нескінченно віддаляється. Тоді замість одного рівняння моментів складають рівняння проєкцій на вісь, перпендикулярну до паралельних стержнів – друга форма рівнянь рівноваги. Показуємо реакції стержнів, які з'єднують частини ферми. Знаходимо точки

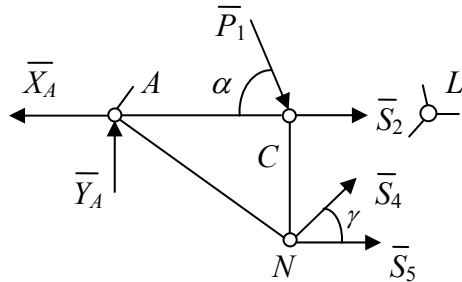


Рис.1.4П

Ріттера – точки перетину ліній дії невідомих зусиль. У нашому випадку це точки L і N . Лінії дії зусиль S_2 і S_5 не перетинаються – вони паралельні. Записуємо рівняння рівноваги:

$$\sum m_N = -P_1 \cos \alpha \cdot b - S_2 \cdot b - Y_A \cdot a + X_A \cdot b = 0,$$

$$\sum m_L = P_1 \sin \alpha \cdot a - Y_A \cdot 2a + S_5 \cos \gamma \cdot b = 0,$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - P_1 \sin \alpha + S_4 \sin \gamma = 0.$$

Знаходимо зусилля : $S_2 = -2,92$ кН, $S_5 = 2,64$ кН, $S_4 = 1,23$ кН.

Результати розрахунків: реакції опор: $R_B = 1,449$ кН, $X_A = 2,707$ кН, $Y_A = 2,722$ кН.

Зусилля у стержнях (табл. 1.1П). Додатний знак означатиме, що відповідний стержень розтягнуто, а від'ємний – що стержень стиснуто.

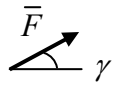
Таблиця 1.1П

Номер стержня		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зусилля, кН	Метод вирізування вузлів	-0,922	-2,922	-3,467	1,237	2,639	4,534	-0,74	-1,83	2,42
	Метод Ріттера		-2,92		1,23	2,64				

ЗАВДАННЯ 2

Визначити реакції опор сталюї балки, побудувати епюри внутрішніх силових факторів. Визначити розміри перерізу у вигляді двотавра, прямокутника і кільця (табл. 2.1; 2.2; 2.3) при $[\sigma]=160$ МПа.

Таблиця 2.1

Перша цифра шифру		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Розміри, М	a	0,8	0,6	0,9	0,7	1,2	0,8	0,6	0,9	1,1	0,7
	b	1,2	0,8	1,3	1,1	1,5	1,1	0,9	1,1	1,4	1,3
	c	0,5	0,7	0,6	0,5	0,8	0,5	0,7	0,8	0,9	0,5
Кути, Град	α	30	45	60	45	30	45	60	30	45	60
	β	60	30	45	30	60	30	45	45	60	30
Навантаження q , кН/м	$q \downarrow \downarrow \downarrow$	3	4	5	9	6	4	8	5	4	7
	Ділянка	AD	AB	AC	AD	AD	AB	AD	AC	AB	AD
Пара, кН·м	m	8 ↻	6 ↻	5 ↻	8 ↻	9 ↻	7 ↻	5 ↻	9 ↻	7 ↻	6 ↻
	переріз	D	C	D	B	B	D	B	C	D	B
Сила \vec{F} 	F , кН	6	10	8	9	12	10	9	7	8	11
	переріз	C	D	C	D	C	C	D	D	C	D
	γ , град	45	60	30	60	45	30	60	30	60	45

Приклад. Розв'язати задачу завдання 2 для балки з геометричними параметрами рис. 2.1П,а, на яку діють: сила $F = 8$ кН, $q = 6$ кН/м, $m_D = 8$ кНм.

Розв'язання 1. Покажемо зовнішні сили, які діють на балку (рис. 2.1П,б).

Обчислимо рівнодійну розподіленого навантаження

$$G = q \cdot AD = 4,8 \text{ кН.}$$

Записуємо рівняння рівноваги:

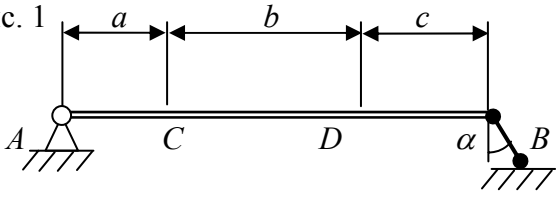
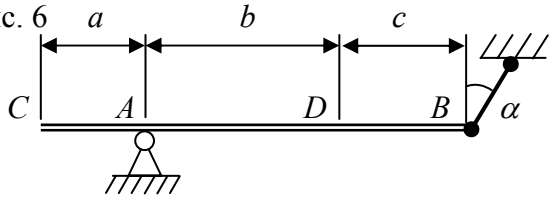
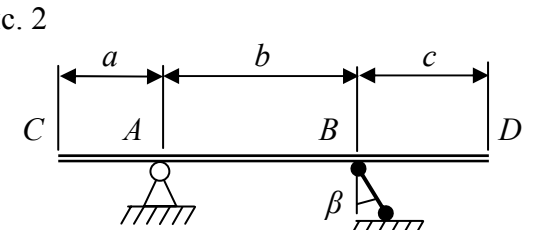
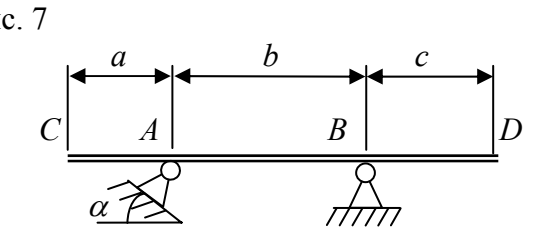
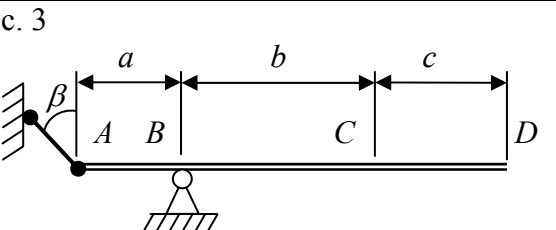
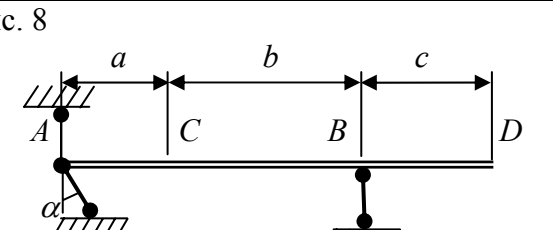
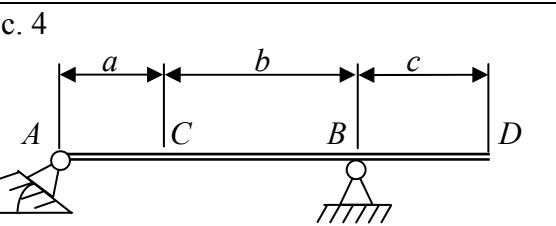
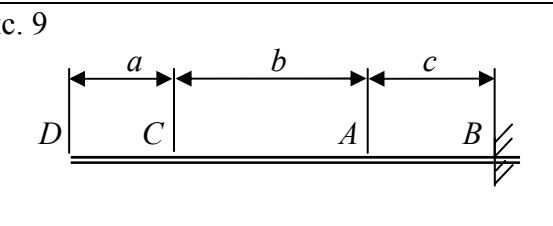
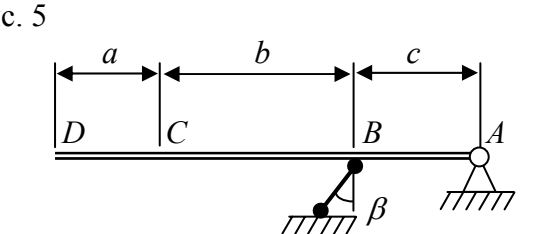
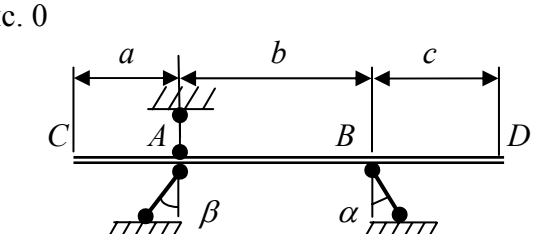
$$\left. \begin{aligned} \sum F_{kx} &= -X_A + F \sin 60^\circ - R_B \cos 30^\circ = 0, \\ \sum F_{ky} &= Y_A - R_B \cos 30^\circ - G + F \cos 60^\circ = 0, \\ \sum m_A &= -F \cos 60^\circ \cdot 1,4 + m_D + R_B \cos 30^\circ \cdot 0,5 + G \cdot 0,4 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.1П)$$

Знаходимо реакції опор: $R_B = 12,286$ кН, $X_A = 0,785$ кН, $Y_A = 11,44$ кН.

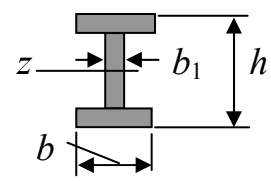
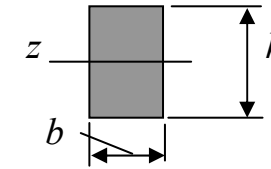
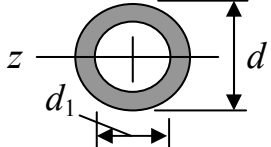
Для перевірки обчислимо рівняння моментів відносно точки L :

$$\sum m_L = -F \cos 60^\circ \cdot 1,0 - F \sin 60^\circ \cdot 1,0 + m_D - R_B \cos 30^\circ \cdot 0,9 + \\ + R_B \sin 30^\circ \cdot 1,0 + Y_A \cdot 0,4 + X_A \cdot 1,0 = -20,498 + 20,504 = 0,006 .$$

Таблиця 2.2. – Рисунок – друга цифра шифру

<p>Рис. 1</p> 	<p>Рис. 6</p> 
<p>Рис. 2</p> 	<p>Рис. 7</p> 
<p>Рис. 3</p> 	<p>Рис. 8</p> 
<p>Рис. 4</p> 	<p>Рис. 9</p> 
<p>Рис. 5</p> 	<p>Рис. 0</p> 

Таблиця 2.3

<p>Двотавр при $b = 0,65h$, $b_1 = 0,065h$. Момент опору перерізу $W_z = 0,044h^3$. Площа перерізу $F_{\text{дв}} = 0,141h^2$.</p>	
<p>Прямокутник при $b = 0,65h$. Момент опору перерізу $W_z = 0,108h^3$. Площа перерізу $F_{\text{пр}} = 0,65h^2$.</p>	
<p>Кільце при $d_1 = 0,8d$. Момент опору перерізу $W_z = 0,058d^3$. Площа перерізу $F_{\text{к}} = 0,283d^2$.</p>	

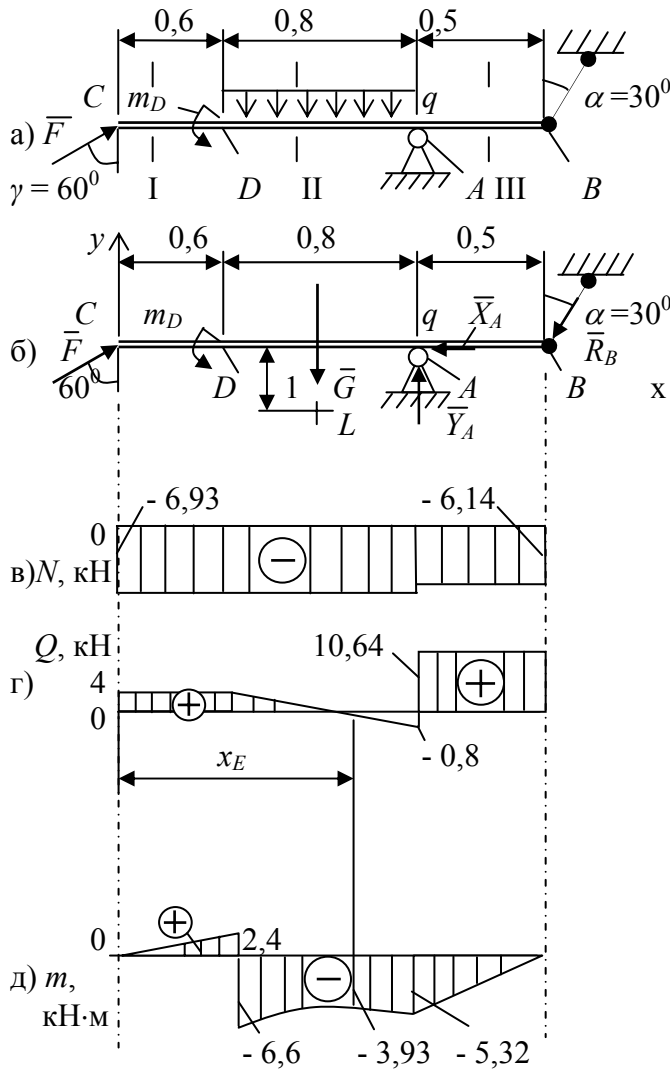


Рис. 2.1П

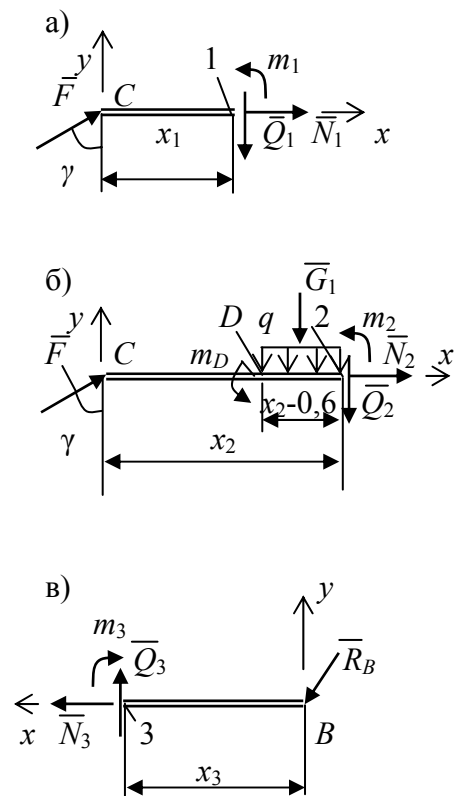


Рис.2.2П

Відносна похибка розрахунків $\Delta = |0,006| / 20,498 = 0,0003$ або $0,03\% < 1\%$.

Розрахунки виконані правильно.

2. Для побудови епюр застосовуємо метод перерізів.

Розбиваємо стержень на три ділянки – CD , DA , AB . На кожній ділянці проводимо довільний переріз і розглядаємо рівновагу однієї з частин стержня.

Зображуємо зовнішні сили, що діють на цю частину, і внутрішні силові фактори (\bar{N} – поздовжня сила, \bar{Q} – поперечна сила, пара сил m – згинаючий момент) у перерізі так, якби вони були додатні (рис. 2.2П).

3. Ділянка CD , переріз I (рис. 2.1П,а). Розглядаємо ліву частину від перерізу (рис. 2.2П,а).

Зображуємо діючі сили. Координата перерізу x_1 може змінюватись від нуля до 0,6 м, тобто $0 \leq x_1 \leq 0,6$ м.

Записуємо рівняння рівноваги:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= F \sin 60^\circ + N_1 = 0, \\ \sum F_{ky} &= F \cos 60^\circ - Q_1 = 0, \\ \sum m_1 &= m_1 - F \cos 60^\circ \cdot x_1 = 0.\end{aligned}$$

З цих рівнянь знаходимо

$$\left. \begin{aligned}N_1 &= -F \sin 60^\circ = -6,93 \text{ кН}, \\ Q_1 &= F \cos 60^\circ = 4 \text{ кН}, \\ m_1 &= F \cos 60^\circ \cdot x_1.\end{aligned}\right\} \quad (2.2П)$$

Залежності (2.2П) показують, що в межах ділянки поздовжня і поперечна сили не залежать від координати x_1 , а згинаючий момент – лінійна функція від x_1 .

Обчислюємо і будуємо епюри (рис 2.1П,в,г,д):

при $x_1 = 0$ момент $m_1 = 0$ (точка С);

при $x_1 = 0,6$ м буде $m_1 = 2,4$ кН·м (точка D).

4. Ділянка DA , переріз II (рис.2.1П,а). Розглядаємо ліву частину від перерізу (рис.2.2П,б). Зображуємо діючі сили. Координата перерізу x_2 може змінюватись від 0,6 м до 1,4 м, тобто $0,6 \leq x_2 \leq 1,4$ м. Рівнодійна розподіленого навантаження

$$G_1 = q \cdot (x_2 - 0,6). \quad (2.3П)$$

Записуємо рівняння рівноваги:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= F \sin 60^\circ + N_2 = 0, \\ \sum F_{ky} &= F \cos 60^\circ - G_1 - Q_1 = 0, \\ \sum m_2 &= m_2 - F \cos 60^\circ \cdot x_2 + G_1(x_2 - 0,6)/2 + m_D = 0.\end{aligned}$$

З цих рівнянь знаходимо з урахуванням (2.3П)

$$\left. \begin{aligned} N_2 &= -F \sin 60^\circ = -6,93 \text{ кН}, \\ Q_2 &= F \cos 60^\circ - q \cdot (x_2 - 0,6), \\ m_2 &= F \cos 60^\circ \cdot x_2 - q \cdot (x_2 - 0,6)^2 / 2 - m_D. \end{aligned} \right\} \quad (2.4\Pi)$$

Залежності (2.4\Pi) показують, що в межах ділянки поздовжня сила не змінюється, поперечна сила – лінійна функція координати x_2 , а згинаючий момент – квадратична функція від x_2 .

Обчислюємо:

при $x_2 = 0,6$ м буде $Q_2 = 4$ кН, $m_2 = 6,6$ кН·м (точка D);

при $x_2 = 1,4$ м матимемо $Q_2 = -0,8$ кН, $m_2 = -5,32$ кН·м (точка A).

На ділянках із розподіленим навантаженням у перерізі, де поперечна сила дорівнює нулю (тобто сила Q змінює знак), згинаючий момент приймає екстремальне значення. Знаходимо координату x_E цього перерізу:

$$Q_2 = F \cos 60^\circ - q \cdot (x_E - 0,6) = 0.$$

Звідси визначаємо

$$x_E = F \cos 60^\circ / q + 0,6 = 1,267 \text{ м}.$$

Підставляючи x_E в останнє рівняння (2.4\Pi) знаходимо $m_{2|x_E} = -3,93$ кН·м. Будуємо епюри.

5. Ділянка AB , переріз III (рис. 2.1\Pi,а). Розглядаємо праву частину від перерізу (рис. 2.2\Pi,в). Зображуємо діючі сили. Координата перерізу x_3 може змінюватись від 0 до 0,5 м, тобто $0 \leq x_3 \leq 0,5$ м.

Записуємо рівняння рівноваги:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= R_B \sin 30^\circ + N_3 = 0, \\ \sum F_{ky} &= -R_B \cos 30^\circ + Q_3 = 0, \\ \sum m_3 &= -m_3 - R_B \cos 30^\circ \cdot x_3 = 0. \end{aligned}$$

З цих рівнянь знаходимо

$$\left. \begin{aligned} N_3 &= -R_B \sin 30^\circ = -6,14 \text{ кН}, \\ Q_3 &= R_B \cos 30^\circ = 10,64, \\ m_3 &= -R_B \cos 30^\circ \cdot x_3. \end{aligned} \right\} \quad (2.5\Pi)$$

Залежності (2.5\Pi) показують, що в межах ділянки поздовжня і поперечна сили не змінюються, а згинаючий момент – лінійна функція координати x_3 .

Обчислюємо:

при $x_3 = 0$ буде $m_3 = 0$ (точка B);

при $x_3 = 0,5$ м матимемо $m_3 = -5,32$ кН·м (точка A).

Епюри побудовані на рис. 2.1\Pi,в,г,д.

Поздовжня сила N для всієї балки CB від'ємна, тобто стержень стиснуто.

На ділянці CD згинаючий момент m додатний, тому балка вигинається на цій ділянці опуклістю вниз, а на ділянці DB – опуклістю вгору – згинаючий момент від’ємний.

6. Знаходимо максимальні значення внутрішніх силових факторів: поздовжня сила $N_{\max} = -6,93 \text{ кН}$ – ділянка CA ; поперечна сила $Q_{\max} = 10,64 \text{ кН}$ – ділянка AB ; згинаючий момент $m_{\max} = -6,6 \text{ кН}\cdot\text{м}$ – переріз D .

7. З умови міцності при поперечному згині $\sigma_{\max} = m_{\max} / W_z \leq [\sigma]$ знаходимо необхідний момент опору перерізу W_z :

$$W_z \geq m_{\max} / [\sigma] = 6,6 \cdot 10^6 / 160 = 41250 \text{ мм}^3 = 41,25 \text{ см}^3,$$

де $m_{\max} = 6,6 \text{ кН}\cdot\text{м} = 6,6 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$ – максимальне значення згинального моменту;

$[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 160 \text{ Н/мм}^2$ – допустиме нормальне напруження для матеріалу балки.

У відповідності із табл. 2.3 знаходимо розміри перерізу.

а) Двотавр:

$$W_z = 0,044h^3 \geq 41,25 \text{ см}^3, h = \sqrt[3]{(41,25/0,044)} = 9,79 \text{ см},$$

$$b = 0,65h = 6,36 \text{ см}.$$

Площа перерізу $F_{\text{дв}} = 0,14h^2 = 13,5 \text{ см}^2$.

б) Прямокутник:

$$W_z = 0,108h^3 \geq 41,25 \text{ см}^3, h = \sqrt[3]{(41,25/0,108)} = 7,25 \text{ см},$$

$$b = 0,65h = 6,36 \text{ см}.$$

Площа перерізу $F_{\text{пр}} = 0,65h^2 = 34,2 \text{ см}^2$.

в) Кільце:

$$W_z = 0,058h^3 \geq 41,25 \text{ см}^3, h = \sqrt[3]{(41,25/0,058)} = 8,93 \text{ см},$$

$$d_1 = 0,8d = 7,14 \text{ см}.$$

Площа перерізу $F_{\text{к}} = 0,283d^2 = 22,6 \text{ см}^2$.

8. Порівняємо масу балки при різних формах перерізу, враховуючи, що маса, при інших рівних умовах, прямо пропорційна площі перерізу, тобто $M_{\text{дв}} : M_{\text{пр}} : M_{\text{к}} = F_{\text{дв}} : F_{\text{пр}} : F_{\text{к}}$, або $13,5 : 34,2 : 22,6 = 1 : 2,5 : 1,67$.

З розрахунків видно, що з точки зору матеріалоемності найбільш вигідні форми перерізів, у яких матеріал максимально віддалений від нейтральної осі z . У нашому випадку – це двотавровий переріз.

ЗАВДАННЯ 3

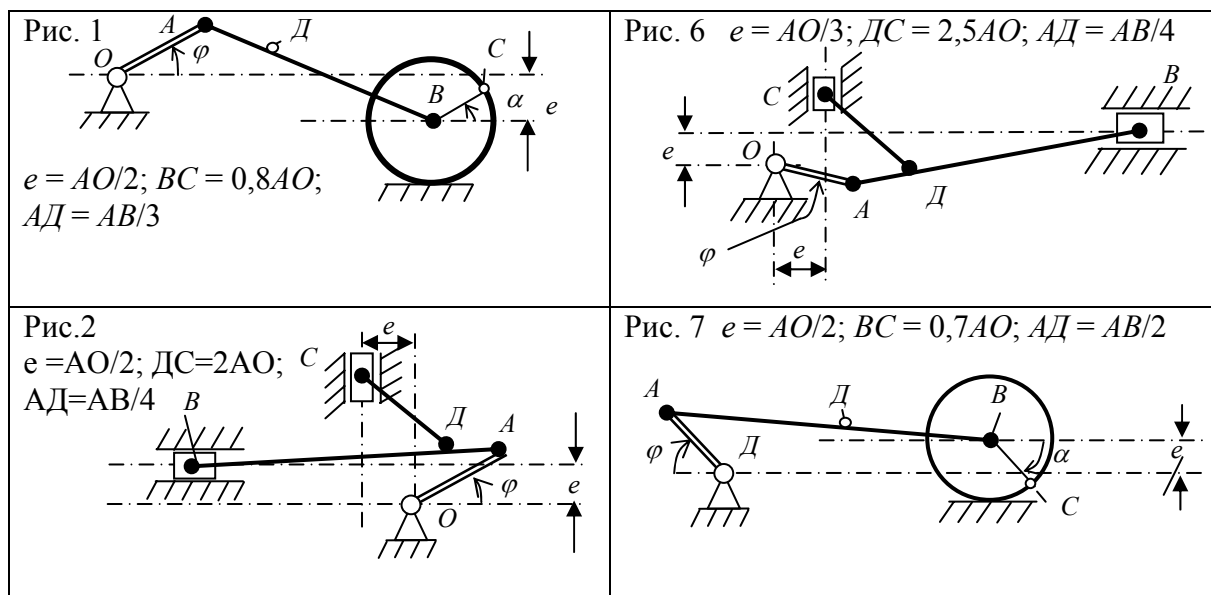
Механізм приводиться до руху кривошипом OA , який обертається з кутовою швидкістю ω_{OA} і кутовим прискоренням ε_{OA} (табл. 3.1, 3.2). Напрями ω_{OA} і ε_{OA} визначаються дуговою стрілкою. Колесо котиться без ковзання по нерухомій поверхні. Дугова стрілка на рисунках дає напрям, в якому відкладаються кути. Визначити швидкості точок A, B, C, D , кутові швидкості ланок, прискорення точок A, B і кутове прискорення ланки AB .

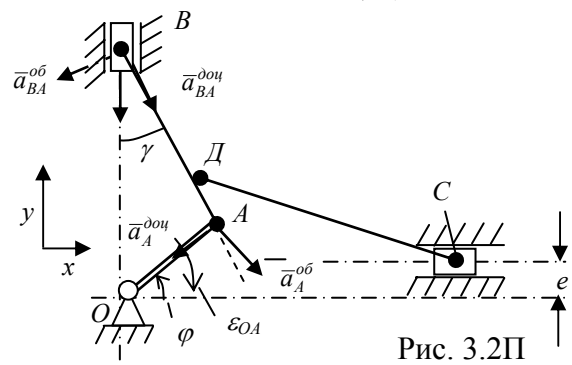
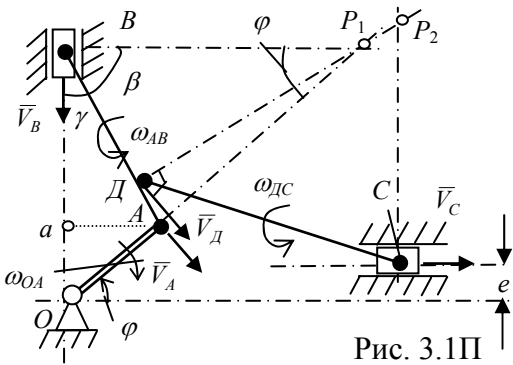
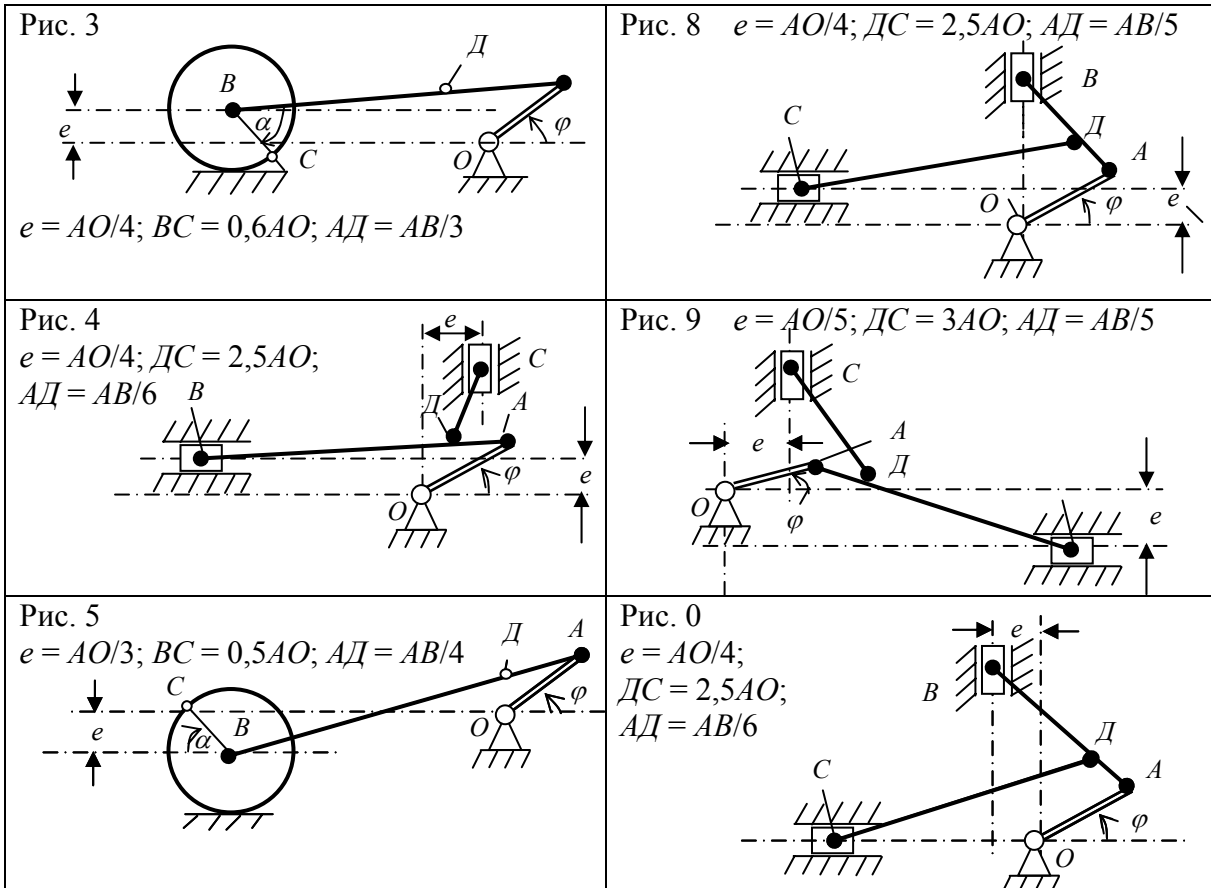
Таблиця 3.1

Перша цифра шифру	Кути, град		Розміри, см		ω_{OA} , рад/с	ε_{OA} , рад/с ²
	φ	α	AO	AB		
1	30	30	20	40	2 ↺	4,5 ↺
2	60	45	16	36	3 ↻	4 ↺
3	45	60	26	48	1,5 ↺	3,5 ↻
4	225	0	20	44	2,5 ↻	3 ↻
5	120	30	16	48	4 ↺	2 ↻
6	135	45	24	48	1,8 ↻	1,5 ↻
7	0	120	22	46	2,5 ↺	3,5 ↺
8	150	30	18	32	2 ↻	4 ↺
9	180	135	26	50	3,5 ↺	2 ↺
0	210	60	18	42	1,5 ↻	3 ↻

Приклад. Механізм приводиться до руху кривошипом OA (рис.3.1П), який обертається із кутовою швидкістю $\omega_{OA} = 3$ рад/с і кутовим прискоренням $\varepsilon_{OA} = 4$ рад/с². Геометричні параметри: $\varphi = 45^\circ$, $OA = 10$ см, $AB = 25$ см, $e = OA / 2 = 5$ см, $AD = AB / 5 = 5$ см, $DC = 2AB = 50$ см.

Таблиця 3.2 – Рисунок – друга цифра шифру





Визначити швидкості точок A, B, C, D , кутові швидкості шатунів AB і DC , прискорення точок A, B і кутове прискорення шатуна AB .

Розв'язання: Будуємо схему механізму у масштабі. Швидкість точки A перпендикулярна до кривошипа і напрямлена убік його обертання, величина швидкості

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 3 \cdot 10 = 30 \text{ см/с.}$$

Для визначення швидкостей точок ланки AB знайдемо миттєвий центр швидкостей (МЦШ) ланки. Для цього поставимо перпендикуляри до векторів швидкостей \vec{V}_A і \vec{V}_B в точках A і B . Точка їх перетину P_1 буде МЦШ для шатуна AB .

Примітка: Для колеса, яке котиться без ковзання по нерухомій поверхні, МЦШ завжди знаходиться у точці дотику колеса з поверхнею.

Знаходимо кутову швидкість ланки AB і швидкості точок B, D :

$$\omega_{AB} = V_A / AP_1 = 30 / 33,85 = 0,89 \text{ рад/с},$$

$$V_B = \omega_{AB} \cdot BP_1 = 0,89 \cdot 31 = 27,6 \text{ см/с},$$

$$V_D = \omega_{AB} \cdot DP_1 = 0,89 \cdot 31,6 = 28,1 \text{ см/с}.$$

Вимірюємо на рисунку відповідні відстані, або знаходимо їх згідно з геометричними та тригонометричними співвідношеннями:

$$Aa = Oa = OA \sin 45^\circ = 7,07 \text{ см}, \quad BP_1 = OB = Oa + aB = 7,07 + 24 = 31 \text{ см},$$

$$aB = \sqrt{(AB^2 - Aa^2)} = \sqrt{(25^2 - 7,07^2)} = 24 \text{ см},$$

$$OP_1 = BP_1 / \cos 45^\circ = 31 / 0,707 = 43,8 \text{ см}, \quad AP_1 = OP_1 - OA = 33,85 \text{ см},$$

$$DP_1 = \sqrt{(DB^2 + BP_1^2 - 2DB \cdot BP_1 \cos \beta)} = 31,6 \text{ м},$$

$$\gamma = \arcsin Aa / AB = 17,1^\circ, \quad \beta = 90 - \gamma = 72,9^\circ.$$

Знаходимо МЦШ ланки DC . Для цього поставимо перпендикуляри до векторів швидкостей точок D і C . Точка їх перетину P_2 буде МЦШ для шатуна DC . Кутова швидкість ланки DC і швидкість точки C знаходиться так:

$$\omega_{DC} = V_D / DP_2 = 28,1 / 62,2 = 0,45 \text{ рад/с},$$

$$V_C = \omega_{DC} \cdot CP_2 = 0,459 \cdot 44,5 = 20,0 \text{ см/с}.$$

Вимірюємо на рисунку відповідні відстані, або знаходимо їх згідно із тригонометричними співвідношеннями: $DP_2 = 62,2 \text{ см}, CP_2 = 45,5 \text{ см}.$

Зображаємо на схемі напрями обертання ланок, які визначаються напрями швидкостей їх точок навколо відповідного МЦШ (рис. 3.1П).

Знаходимо прискорення точки A кривошипа AO (рис.3.2П):

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^{\text{доц}} + \bar{a}_A^{\text{об}}, \quad (3.1П)$$

де $a_A^{\text{доц}} = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 3^2 \cdot 10 = 90 \text{ см/с}^2,$ (3.2П)

$$a_A^{\text{об}} = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 4 \cdot 10 = 40 \text{ см/с}^2, \quad (3.3П)$$

– доцентрове й обертальне прискорення точки A навколо осі O ,

$$a_A = \sqrt{(a_A^{\text{доц}})^2 + (a_A^{\text{об}})^2} = 98,5 \text{ см/с}^2 \quad (3.4П)$$

– повне прискорення тієї ж точки прискорення точки B ланки AB визначаємо за формулою

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^{\text{доц}} + \bar{a}_A^{\text{об}} + \bar{a}_{BA}^{\text{доц}} + \bar{a}_{BA}^{\text{об}}, \quad (3.5П)$$

де $a_{BA}^{\text{доц}} = \omega_{BA}^2 \cdot AB = 0,89^2 \cdot 25 = 19,8 \text{ см/с}^2,$ (3.6П)

$$a_{BA}^{\text{об}} = \varepsilon_{BA} \cdot AB \text{ см/с}. \quad (3.7П)$$

– доцентрове й обертальне прискорення точки B навколо полюса A .

Кутове прискорення ε_{BA} в рівнянні (3.7П) невідоме, тому невідоме й обертальне прискорення $a_{BA}^{\text{об}}$.

Зображуємо на схемі (рис. 3.2П) всі складові формули (3.5П) і знаходимо їх проекції на осі x і y :

$$\text{ось } x: \quad 0 = -a_A^{\text{доц}} \cos 45^0 + a_A^{\text{об}} \sin 45^0 + a_{BA}^{\text{доц}} \sin \gamma - a_{BA}^{\text{об}} \cos \gamma,$$

$$\text{ось } y: \quad a_B = a_A^{\text{доц}} \sin 45^0 + a_A^{\text{об}} \cos 45^0 + a_{BA}^{\text{доц}} \cos \gamma + a_{BA}^{\text{об}} \sin \gamma.$$

З цих рівнянь отримуємо

$$a_{BA}^{\text{об}} = (-a_A^{\text{доц}} \cos 45^0 + a_A^{\text{об}} \sin 45^0 + a_{BA}^{\text{доц}} \sin \gamma) / \cos \gamma =$$

$$= (-90 \cdot 0,707 + 40 \cdot 0,707 + 19,8 \cdot \sin 17,1) / \cos 17,1 = -30,9 \text{ см/с}^2,$$

$$a_B = 90 \cdot 0,707 + 40 \cdot 0,707 + 19,8 \cdot \sin 17,1 - 30,9 \cdot \sin 17,1 = 101,7 \text{ см/с}^2.$$

Обчислюємо кутове прискорення ланки AB

$$\varepsilon_{BA} = a_{BA}^{\text{об}} / AB = -30,9 / 25 = -1,24 \text{ рад/с}^2.$$

Знак « \rightarrow » показує, що напрям $a_{BA}^{\text{об}}$ протилежний його напрямку на рис. 3.2П.

Результати розрахунків

V_A	V_B	V_C	V_D	ω_{AB}	ω_{DC}	a_A	a_B	ε_{AB}
см/с				рад/с		см/с ²		рад/с ²
30	27,6	20	28,1	0,89	0,45	98,5	101,7	-1,24

ЗАВДАННЯ 4

Тіло 1, маса якого m , закріплено на пружинах, жорсткість яких c_1, c_2, c_3 (табл. 4.1, 4.2). Відхилимо тіло від положення рівноваги на відстань a_0 і надамо йому початкову швидкість v_0 , яка напрямлена вздовж осі Ox . З моменту початку руху на тіло діє також збурююча сила $Q_x = H \cdot \sin(pt)$. Масу пружин, планки 2 і сили опору не враховувати.

Знайти рівняння руху тіла в напрямку осі Ox й проаналізувати його, побудувати графік $x = x(t)$.

Таблиця 4.1

Перша цифра шифру	Маса m , кг	Жорсткість, Н/м			H , Н	p , рад/с	Відстань		Швидкість	
		c_1	c_2	c_3			a_0 , м	Напрямок	V_0 , м/с	Напрямок
1	0,5	80	-	120	25	5	0,2	вниз	4,0	Уверх
2	2,5	500	500	-	50	15	0,1	уверх	3,0	Вниз
3	1,0	-	160	240	40	18	0,3	вниз	1,5	Уверх
4	0,8	120	240	-	45	14	0,1	уверх	2,0	Вниз
5	1,0	150	-	300	30	8	0,2	вниз	3,5	уверх
6	0,4	50	200	-	20	6	0,3	уверх	2,6	вниз
7	1,0	-	300	200	18	13	0,1	вниз	1,8	уверх
8	2,0	400	-	400	35	19	0,2	уверх	2,4	вниз
9	0,4	-	60	120	16	5	0,3	вниз	1,5	уверх
0	0,5	180	120	-	15	7	0,1	уверх	1,8	вниз

Таблиця 4.2. Рисунок – друга цифра шифру

<p>Рис. 1</p>	<p>Рис. 3</p>
<p>Рис. 2</p>	<p>Рис. 4</p>

Примітка: Відсутність деяких значень c_1 , c_2 або c_3 у табл. 4.1 показує, що ця пружина не зображується на схемі. Пружини, які залишилися, закріпити симетрично відносно осі або до тіла, або до опори.

Початок координат зобразити в положенні статичної рівноваги тіла 1.

Пружини замінити еквівалентною пружиною, жорсткість якої визначається при паралельному з'єднанні: $c = c_1 + c_2$; при послідовному з'єднанні: $c = (c_1 \cdot c_2) / (c_1 + c_2)$.

Продовження табл. 4.2

<p>Рис. 5</p>	<p>Рис. 8</p>
<p>Рис. 6</p>	<p>Рис. 9</p>
<p>Рис. 7</p>	<p>Рис. 0</p>

Приклад. Тіло 1, маса якого $m = 1,5$ кг, закріплено на пружинах, жорсткість яких $c_1 = 400$ Н/м, $c_2 = 600$ Н/м, $c_3 = 1500$ Н/м (рис. 4.1П). Відхилимо тіло від положення рівноваги на відстань $a_0 = 0,1$ м вниз і надамо йому початкову швидкість $v_0 = 2$ м/с, яка напрямлена вздовж осі Ox вниз. З моменту початку руху на тіло діє також збурююча сила $Q_x = H \cdot \sin(pt)$, де $H = 150$ Н, $p = 10$ рад/с. Масу пружин, планки 2 і сили опору не враховувати. Знайти рівняння руху тіла в напрямку осі Ox й проаналізувати його, побудувати графік $x = x(t)$.

Розв'язання: Замінімо три пружини однією – еквівалентною, жорсткість якої визначається так: $c = (c_1 \cdot c_2) \cdot c_3 / (c_1 + c_2 + c_3) = 600$ Н/м (рис. 4.2П).

Нехай точка O_1 – положення, де пружина не деформована, а точка O – точка, де тіло знаходиться в положенні статичної рівноваги (рис. 4.2П; 4.3П). Позначимо $OO_1 = f_{cm}$ – статична деформація пружини. Виберемо початок системи координат в положенні статичної рівноваги тіла (точка O) і зобразимо в довільному положенні тіла сили, які діють на нього: силу ваги $P = mg$; силу пружності $F = c \cdot \Delta l = c \cdot (x + f_{cm})$; збурюючу силу $Q = H \cdot \sin(pt)$ і реакцію N . Складемо диференціальне рівняння руху тіла:

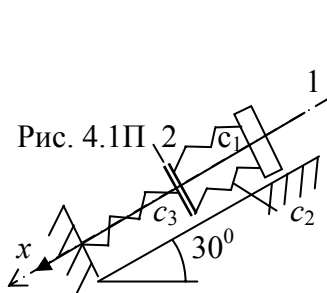


Рис. 4.1П

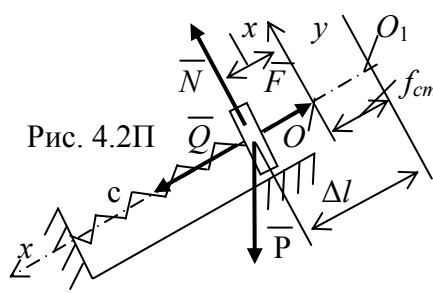


Рис. 4.2П

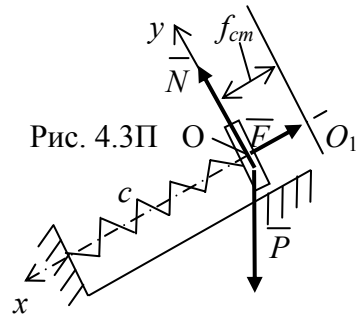


Рис. 4.3П

$$m\ddot{x} = -F + Q_x + P \cdot \sin 30^\circ \quad (4.1П)$$

або
$$m\ddot{x} = -c \cdot (x + f_{cm}) + H \sin(pt) + mg \cdot \sin 30^\circ.$$

Складемо також рівняння рівноваги (рис. 4.3П):

$$\sum F_{kx} = mg \cdot \sin 30^\circ - c \cdot f_{cm} = 0. \quad (4.2П)$$

Рівняння (4.1П), беручи до уваги (4.2П), запишемо так:

$$m\ddot{x} = -cx + H \cdot \sin(pt) \quad (4.3П)$$

або
$$\ddot{x} + k^2 x = h \cdot \sin(pt),$$

де $k^2 = c/m = 600/1,5 = 400$ (рад/с)², $k = \sqrt{(c/m)} = 20$ рад/с, $(4.4П)$

$$h = H/m = 150/1,5 = 100 \text{ м/с}^2. \quad (4.5П)$$

Рівняння (4.3П) – неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами, загальний інтеграл якого є сумою

загального інтеграла $x_{од}$ однорідного рівняння $\ddot{x} + k^2 x = 0$ і частинного інтеграла $x_ч$ неоднорідного рівняння (4.3П):

$$x = x_{од} + x_ч. \quad (4.6П)$$

Загальний інтеграл однорідного рівняння

$$x_{од} = A \cos(kt) + B \sin(kt). \quad (4.7П)$$

Частинний розв'язок (4.3П) знайдемо в такій формі:

$$x_ч = D \sin(pt). \quad (4.8П)$$

Підставляючи (4.8П) в (4.3П), дістанемо рівняння для визначення D :

$$D = h/(k^2 - p^2) = 100/(400 - 100) = 0,33 \text{ м}. \quad (4.9П)$$

Тепер загальний розв'язок (4.6П) диференціального рівняння (4.3П) має вигляд

$$x = A \cos(kt) + B \sin(kt) + D \sin(pt). \quad (4.10П)$$

Для визначення сталих інтегрування A , B запишемо (з урахуванням знака проекції) початкові умови:

$$t = 0, \quad x_0 = a_0 = 0,1 \text{ м}, \quad v = v_{0x} = 2 \text{ м/с}, \quad (4.11П)$$

де x_0 , v_{0x} – координата й проекція швидкості точки у момент $t = 0$.

Диференціюючи (4.10П), дістанемо:

$$v = -kA \sin(kt) + kB \cos(kt) + Dp \cos(pt). \quad (4.12П)$$

Підставляючи в (4.10П) і (4.12П) початкові умови (4.11П) знайдемо:

$$a_0 = A, \quad v_{0x} = kB + Dp,$$

звідки $A = 0,1 \text{ м}$, $B = (v_{0x} - Dp)/k = (2 - 0,33 \cdot 10)/20 = -0,067 \text{ м}$.

Рівняння руху тіла (4.10П) має вигляд

$$x = 0,1 \cdot \cos(20t) - 0,067 \cdot \sin(20t) + 0,33 \cdot \sin(10t), \text{ м}. \quad (4.13П)$$

З (4.13П) випливає, що коливання тіла можна розглядати як результат додавання:

1) вільних коливань

$$\begin{aligned} x_{в\dot{и}д} &= a_0 \cos(kt) + v_{0x} / k \sin(kt) = \\ &= 0,1 \cdot \cos(20t) - 0,067 \cdot \sin(20t) + 0,33 \cdot \sin(10t); \end{aligned} \quad (4.14П)$$

2) коливань, викликаних збурюючою силою, які проходять з частотою вільних коливань k ,

$$x_{вз} = Dp / k \cdot \sin(kt) = -0,167 \sin(20t). \quad (4.15П)$$

Навіть при нульових початкових умовах ($x_0 = 0$; $v_0 = 0$) точка буде виконувати коливання (4.15П) з частотою k , амплітуда яких не залежить від початкових умов;

3) вимушених коливань

$$x_{в\dot{и}м} = h/(k^2 - p^2) \cdot \sin(kt) = 0,33 \sin(10t), \quad (4.16П)$$

що мають частоту p збурюючої сили й амплітуда яких $D = h/(k^2 - p^2)$ також не залежать від початкових умов.

Графік коливального руху точки будуюмо за розрахунками на калькуляторі або ПЕОМ за допомогою програми MS Excel. Для цього знаходимо в рівнянні руху (4.13П) період коливань: вільних $T_{віль} = 2\pi / k = 2\pi / 20 = 0,314$ с і вимушених $T_{виму} = 2\pi / p = 2\pi / 10 = 0,628$ с.

Таблиця 4.1П

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Час t , с	0,0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,450	0,5	0,55
$0,1\cos 20t$	0,1	0,054	-0,042	-0,099	-0,065	0,028	0,096	0,075	-0,015	-0,091	-0,084	0,001
$-0,067\sin 20t$	0,0	-0,056	-0,061	-0,009	0,051	0,064	0,019	-0,044	-0,066	-0,028	0,036	0,067
$0,33\sin 10t$	0,0	0,158	0,278	0,329	0,30	0,198	0,047	-0,116	-0,25	-0,323	-0,316	-0,233
$x(t)$, м	0,1	0,156	0,175	0,22	0,285	0,29	0,161	-0,084	-0,330	-0,441	-0,364	-0,165

Визначаємо проміжок часу для побудови графіка руху

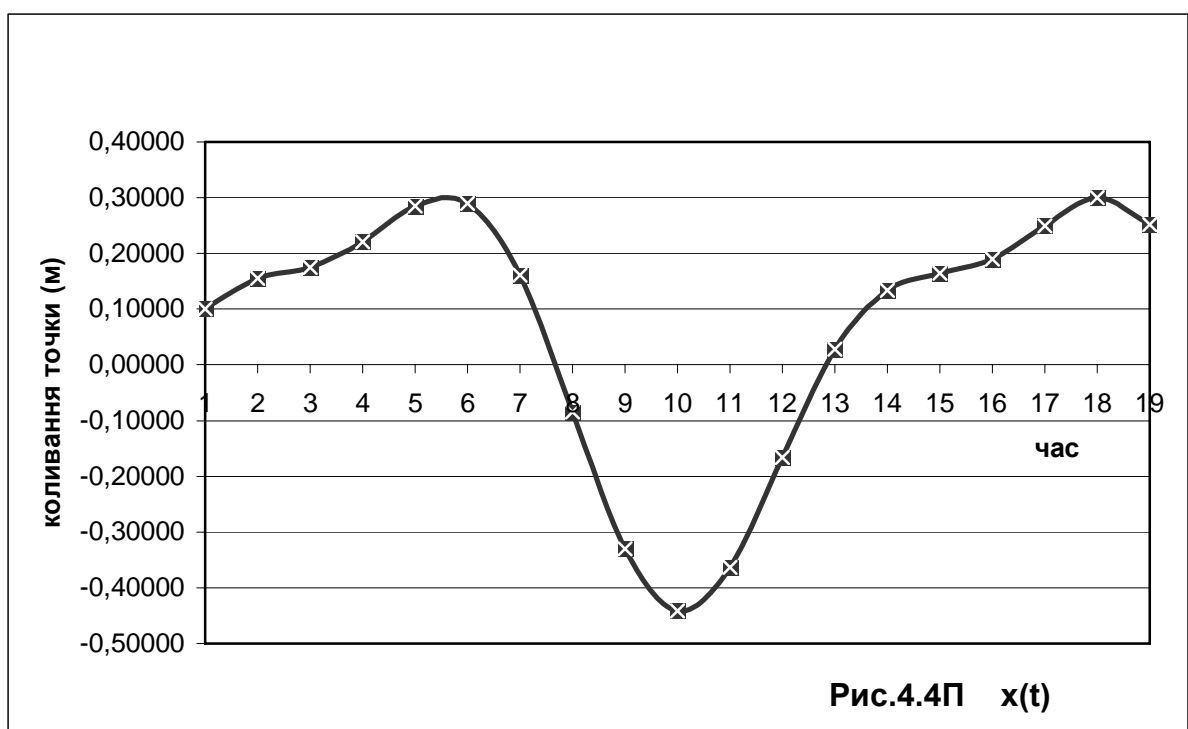
$$t_1 = 1,4 \cdot (T_{віль} \text{ або } T_{виму})_{\max} = 1,4 \cdot 0,628 = 0,88 \text{ с} \approx 0,9 \text{ с.}$$

Обчислюємо крок часу $\Delta t = t_1 / 20 = 0,045 \approx 0,05$ с.

Виконуємо розрахунки (табл. 4.1П) і будуюмо графік (рис. 4.4П).

Продовження табл. 4.1П

№	13	14	15	16	17	18	19
Час t , с	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
$0,1\cos 20t$	0,085	0,090	0,014	-0,076	-0,096	-0,027	0,066
$-0,067\sin 20t$	0,036	-0,028	-0,066	-0,044	0,019	0,064	0,050
$0,33\sin 10t$	-0,09	0,071	0,217	0,309	0,326	0,263	0,136
$x(t)$, м	0,028	0,134	0,164	0,190	0,250	0,30	0,252



Контрольні запитання

1. В'язі та їх реакції.
2. Яка система сил, прикладених до твердого тіла, називається збіжною?
3. Сформулювати умови рівноваги системи збіжних сил.
4. Як знайти момент сили відносно точки на площині?
5. Як визначається плече сили, знак моменту сили?
6. Яка система сил, прикладених до твердого тіла, називається парою сил?
7. Як визначається момент пари?
8. Сформулюйте властивості пар?
9. Умови й форми рівнянь рівноваги плоскої системи сил.
10. Метод вирізування вузлів при визначенні зусиль у стержнях ферми.
11. Метод Ріттера при визначенні зусиль у стержнях ферми.
12. Спосіб визначення внутрішніх зусиль у перерізу бруса.
13. Внутрішні силові фактори (ВСФ) у перерізі стержня та їх визначення.
14. Диференціальні співвідношення для ВСФ.
14. Правила перевірки епюр ВСФ.
15. Розрахункова формула на міцність у випадку згину.
16. Як визначається момент опору перерізу ?
17. Який рух твердого тіла називається обертальним?
18. Який рух твердого тіла називається плоскопаралельним?
19. Як визначити швидкість точки при плоскопаралельному русі тіла?
20. Миттєвий центр швидкостей (МЦШ) та способи його визначення.
21. Як визначити швидкість точки тіла та кутову швидкість за допомогою МЦШ?
22. Окремі випадки визначення МЦШ і швидкостей точок плоскої фігури.
23. Як визначити прискорення точки при плоскопаралельному русі тіла?
24. Як визначити доцентрове й обертальне прискорення точки навколо полюса?
25. Запишіть диференціальне рівняння руху матеріальної точки під дією поновлюючої й збурюючої сил. Як вирішується це рівняння?
26. Що таке початкові умови, як їх використовують для вирішення задач динаміки?
27. Чи залежать період вільних коливань від початкових умов?
28. Чи залежать вимушені коливання від початкових умов?
29. В якому випадку настає явище резонансу? В чому полягає це явище і яку роль воно відіграє в техніці?

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Теоретична механіка: навч.-метод. посібник / В.П. Шпачук, М.С. Золотов та ін. – Харків: ХДАМГ, 2001.
2. Методичні вказівки і завдання для виконання розрахунково-графічних робіт з розділу «Статика» курсу теоретичної механіки / В.П. Шпачук, М.С. Золотов та ін. – Харків: ХДАМГ, 2002.
3. Методичні вказівки для самостійної роботи з розділу «Кінематика» курсу теоретичної механіки / В.П. Шпачук, М.С. Золотов та ін. – Харків: ХДАМГ, 2003.
4. Методичні вказівки для самостійної роботи з розділу «Динаміка» курсу теоретичної механіки / В.П. Шпачук, М.С. Золотов та ін. – Харків: ХДАМГ, 2002.
5. Техническая механика / Д.В. Чернилевский, Е.В. Лавров и др. – М.: Наука, 1982.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Вказівки до завдання 1 (статика)	3
В'язі та їх реакції	
Система збіжних сил, умови рівноваги системи збіжних сил .	5
Плоска система сил. Момент сили. Пара сил	6
Властивості пар	7
Умови рівноваги системи сил	8
Форми рівнянь рівноваги довільної плоскої системи сил	8
Статично визначені плоскі ферми	9
2. Вказівки до завдання 2 (статика)	10
Метод перерізів. Визначення внутрішніх сил	10
Розрахунок на міцність у випадку згину	12
3. Вказівки до завдання 3 (кінематика)	13
Визначення швидкостей точок і кутових швидкостей ланок.	
Обертальний рух твердого тіла	13
Плоскопаралельний (або плоский) рух твердого тіла	13
Визначення й використання МЦШ	13
Окремі випадки визначення МЦШ і швидкостей точок плоскої фігури	14
Визначення прискорень точок і кутових прискорень ланок.	
Обертальний рух тіла	15
Плоскопаралельний (або плоский) рух твердого тіла	15
4. Вказівки до завдання 4 (динаміка)	16
Завдання 1	18
Завдання 2	23
Завдання 3	29
Завдання 4	32
Контрольні запитання	37
Список джерел	38

Навчальне видання

ШПАЧУК Володимир Петрович,
ПУШНЯ Валентин Олександрович

Методичні вказівки і завдання для практичних занять, виконання контрольних робіт і самостійної роботи з курсу «Технічна механіка» (для студентів 1 курсу денної та заочної форм навчання бакалаврів напряму підготовки 6.050701– «Електротехніка та електротехнології»)

Відповідальний за випуск А.О. Гарбуз
В авторській редакції
Комп'ютерне верстання О. В. Мамаєва

План 2010, поз. 212М

Підп. до друку 11. 02. 2011
Друк на ризографі.
Зам. №

Формат 60 x 84 1/16
Ум. друк. арк. 3,46
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК №731 від 19.12.2001