УДК 336.64

К.О.ДМИТРУСЕНКО
Харківський національний економічний університет

МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ФІНАНСОВИХ РИНКІВ

Визначено можливості та основні переваги методу вейвлет-розкладання сигналу для моделювання динаміки фінансових ринків. Визначено основні властивості вейвлет-функцій, загальні положення декомпозиції ряду за допомогою їх використання.

Определены возможности и основные преимущества метода вейвлет-преобразования сигнала для моделирования динамики финансовых рынков. Выделены основные свойства вейвлет-функций, общие положения декомпозиции ряда с их помощью.

In the article the possibilities and basic advantages of the method of signal wavelet-decomposition for the design of financial markets dynamics are described. The basic properties of wavelet -functions, the generals of decomposition of row by their use are presented.

Ключові слова: вейвлет-аналіз, вейвлети, перетворення, фінансові ринки.

На сучасному етапі розвитку економіки прогнозування тенденцій динаміки того чи іншого економічного процесу, як короткострокових, так і довгострокових, є досить важким. Це пов’язано з тим, що визначена динаміка носить у багатьох випадках нелінійний характер, особливо це стосується динаміки фінансових індикаторів. У зв’язку з цим використання класичних методів моделювання не завжди дозволяє отримати адекватний прогноз. Таким чином, виникає необхідність у розширенні методичної основи проблеми прогнозування динаміки економічних процесів взагалі та, зокрема, динаміки фінансових показників. Це підкреслює актуальність статті, яка націлена на розкриття можливостей вейвлет-аналізу для моделювання динаміки економічних процесів. Треба окремо зазначити, що вейвлет-аналіз враховує тенденції, «приховані» всередині динамічних рядів, які описують зміну окремих індикаторів.

Метою даної статті є обґрунтування використання методів вейвлет-аналізу для моделювання динаміки розвитку індикаторів, що характеризують фінансовий ринок. Об’єктом дослідження виступає динаміка індикаторів фінансового ринку, предметом – методи вейвлет-перетворення сигналів.

Теорії вейвлетів присвятили свои праці такі вчені, як І.Добеши, Н.М.Астаф’єва [1, 2] та ін.

Попри значну кількість розробок у сфері вейвлет-перетворення сигналів, застосування цього інструментарію для аналізу економічних динамічних рядів потребує вдосконалення. Вейвлет-перетворення однорідного сигналу будується на його розкладанні за базисом, що сформований з функції (вейвлета) шляхом масштабних змін та переносів. Кожна з функцій цього базису характеризує як визначену просторову (часову) частоту, так і її локалізацію у фізичному просторі (часі). Таким чином, на відміну від, наприклад, перетворення Фур'є, вейвлет-перетворення забезпечує двовимірне представлення одновимірного сигналу, при цьому частота та координата розглядаються як незалежні змінні. Визначена особливість вейвлет-перетворення сигналів підкреслює можливість їх використання для числового моделювання як ієрархічний базис, що пристосований для описання динаміки складних нелінійних процесів, що характеризуються взаємодією обурень у широких діапазонах просторових та часових частот [1]. Перетворення Фур'є, наприклад, не відрізняє сигнал, що є сумою двох синусоїд з різними частотами, від сигналу, що складається з тих самих синусоїд, що включаються послідовно одна за іншою. Крім цього, оскільки частота сигналу обернено пропорційна його тривалості, то для отримання високочастотної інформації необхідним є її виділення на відносно коротких часових інтервалах та навпаки – низькочастотну складову необхідно виділяти на широких часових відрізках. Використання віконного перетворення Фур'є знімає частину проблем, але нескінченно осцильована функція (у даному випадку синусоїдальна хвиля) не дозволяє отримувати високолокалізовану інформацію. Вейвлет-перетворення, навпаки, автоматично володіє рухомим частотно-часовим вікном, вузьким на малих масштабах і широкими на більших [1].

На рис.1а, 1б наведена частотно-часова локалізація пертворень з використанням вейвлет аналізаторів та Фур`є відповідно.

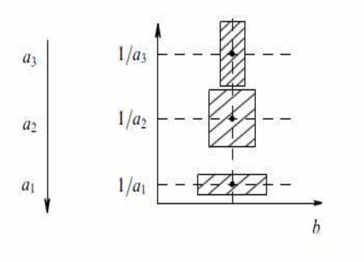

Рис. 1а – Частотно-часова локалізація вейвлет-перетворень

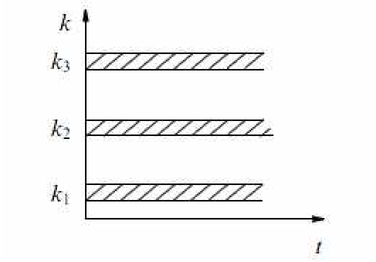

Рис. 1б – Частотно-часова локалізація перетворень Фур'є

Наведені графіки свідчать про те, що перетворення Фур'є добре локалізоване за частотою, але не відстежує часові характеристики динаміки. Вейвлет-перетворення, при цьому, має рухоме вікно, що локалізоване навколо обраного моменту часу та розширюється зі збільшенням масштабу. Саме це є бажаним при отриманні спектральної інформації [1].

Слід зазначити, що використання методів вейвлет-перетворення сигналів саме у сфері економічних наук отримало розповсюдження у більшому ступені у працях іноземних дослідників. При цьому, основними напрямками використання визначеного методу є декомпозиція рядів та дослідження взаємозв`язку між економічними індикаторами.

Наприклад, Е.Капобіанко [5] використовує метод вейвлет-розкладання сигналу для виявлення прихованої періодичної компоненти у динаміці індикатору японського фондового ринку Nikkei. П.М.Кроулі [6] використовує визначений метод для дослідження частотних компонент Європейських бізнес-циклів. Автором визначено, що рецесії на визначених ринках є результатом одночасних знижень циклів за всіма частотами [8].

Що стосується дослідження взаємозв`язку між економічними показниками, то науковці [7, 8] також використовують придатність вейвлет-функцій до декомпозиції сигналів, але, при цьому, основну увагу приділяють виявленню кореляційних та крос-кореляційних зв`язків між економічними індикаторами на різних часових шкалах.

Однак, на цьому використання методів вейвлет-перетворення у економічній теорії не обмежується. В роботах [8, 9] зустрічається використання наведених методів для виділення внутріденних циклічних компонент у високочастотних даних для усунення проблем при специфікації моделі, фільтрації сигналів, що характеризують динаміку економічних індикаторів; для прогнозування динаміки визначених індикаторів шляхом їх декомпозиції [9].

Наведені приклади підкреслюють придатність методів вейвлет-перетворення для моделювання динаміки індикаторів фінансового ринку взагалі та України зокрема.

Що стосується математичної інтерпретації вейвлетів, то треба зазначити, що будь-яка локалізована *R*-функція $\phi \in L^2(R)$ зветься *R*-вейвлетом («материнським» вейвлетом), якщо для неї існує функція $\psi \in L^2(R)$ («батьківський» вейвлет), що побудовано згідно формули:

$$\phi^{jk}(t) = \psi_{jk}(t) = 2^{\frac{j}{2}}\psi(2^j t - k),$$

де t – змінна часу; j, k – цілі числа, що забезпечують дискретні перевтілення та здвиги функції.

Таким чином, наведені дві функції звуться парними базисами простору $L^2(R)$. Кожний визначений вейвлет ϕ дозволяє будь-яку функцію $f \in L^2(R)$ представити у вигляді ряду

$$f(t) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} c_{jk}\phi_{jk}(t),$$

де c_{jk} – коефіцієнти вейвлет-перетворення сигналу.

При цьому, наведені коефіцієнти визначаються інтегральним вейвлет-перетворенням f відносно ψ. Вейвлет-двійник ψ – єдиний та сам є *R*-вейвлетом. Пара (ϕ,ψ) є симетричною у тому сенсі, що ϕ є двійником для ψ. Функція, що є вейвлетом, має свої ознаки, основні з яких:

- локалізація. Вейвлет-перетворення сигналу використовує локалізовану базисну функцію. Вейвлет повинен бути локалізований у часовому просторі та за частотою;

- нульове середнє. Для вейвлета виконується наступне правило: $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)dt = 0$.

Вейвлети, що характеризуються високим числом нульових моментів, дозволяють аналізувати коротко масштабні флуктуації та особливості високого порядку;

- обмеженість. Для вейвлета також виконується правило: $\int_{-\infty}^{\infty} |\phi(t)|^2 dt < \infty$;

- автомодельність базису. Ознакою базису вейвлет-перетворення є його самоподобність. Усі вейвлети даного сімейства $\phi_{ab}(t)$ мають теж саме число осциляцій, що й базисний вейвлет, оскільки отримані з нього шляхом масштабних перетворень та здвигів [1].

Що стосується саме вейвлет-перетворення сигналів, то воно поділяється на неперервне (continuous wavelet transform, CWT) та дискретне (discrete wavelet transform, DWT). Для кожного з наведених видів формується пара перетворень – пряме та зворотнє, які, відповідно, перетворюють вихідну функцію у набір вейвлет-коефіцієнтів та навпаки. Якщо параметри масштабу та зміщення функції приймають будь-які дійсні значення, то визначена пара матиме назву неперервного вейвлет-перетворення. При цьому, пряме перетворення виконується за правилом:

$$W_\phi(a,b)f = \frac{1}{\sqrt{C_\phi}}\int \frac{1}{\sqrt{|a|}}\phi\left(\frac{t-b}{a}\right)f(t)dt,$$

де a, b – параметри, що визначають масштаб та зміщення функції ϕ, що є аналізуючим вейвлетом; C_ϕ – нормовочний множник чи коефіцієнт; $W_\phi(a,b)f$ – сформований набір коефіцієнтів.

При наявності набору коефіцієнтів $W_\phi(a,b)f$ формується зворотне вейвлет-перетворення, що, у свою чергу, також відноситься до неперервного [4]:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{C_\phi}}\int\int \frac{1}{\sqrt{|a|}}\phi\left(\frac{t-b}{a}\right)[W_\phi(a,b)f]\frac{dadb}{a^2}.$$

Дискретне вейвлет-перетворення сигналу відрізняється від неперервного тим, що параметри перетворення (a, b) приймають дискретні значення. При цьому, масштабні перетворення та здвиги базисного вейвлету при визначеному перетворенні відбуваються за цілими степенями двійки. Оскільки множина коефіцієнтів, що отримується при використанні неперервного вейвлет-перетворення є надлишковими [3,], то при дослідженні динаміки економічних індикаторів використовується дискретне вейвлет-перетворення [8]. В [1] зазначається, що отриманий у результаті вейвлет-перетворення масив коефіцієнтів містить у собі комбіновану інформацію про вейвлет, що виступає аналізатором, та сигнали, що аналізуються. Кожний вейвлет має свої особливості у часовому та частотному просторі. Треба відзначити, що при здійсненні вейвлет-перетворення сигналу «материнський» вейвлет (ϕ) дозволяє виділити деталізовану (високочастотну компоненту) з сигналу, що аналізується, у той час, як «батьківський» вейвлет (ψ) – згладжену (низькочастотну) складову. Таким чином, вейвлет-коефіцієнти розраховуються на основі інтегралів:

$$s_{J,k} \approx \int x(t)\psi_{J,k}(t)dt,$$

$$d_{j,k} \approx \int x(t)\phi_{j,k}(t)dt,$$

де j – рівень або шкала розкладання (j= 1, 2, ... J).

У цьому випадку результатом декомпозиції ряду $x(t)$ за допомогою вейвлет-функцій є вираз, що відображає структуру «пірамідального алгоритму» розкладання сигналу. Визначений алгоритм широко використовується у дослідженнях саме економічних процесів [9]:

$$x(t) = \sum_k s_{J,k}\psi_{J,k}(t) + \sum_k d_{J,k}\phi_{J,k}(t) + \sum_k d_{J-1,k}\phi_{J-1,k}(t) + ... + \sum_k d_{1,k}\phi_{1,k}(t).$$

Схематично визначений алгоритм розкладання сигналу наведено на рис.2 [9].

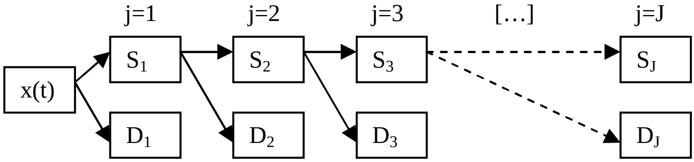

Рис.2 – Пірамідальний алгоритм розкладання сигналу з використанням вейвлет-функцій

Рис.2 свідчить про те, що при використанні даного алгоритму на кожному з рівнів високочастотна складова, яка сформована на попередньому кроці, розкладається на високочастотну та низькочастотну наступного рівня.

Таким чином, нами було визначено можливості та основні переваги методу вейвлет-розкладання сигналу, основною з яких є його частотно-часова локалізація. Було визначено основні властивості вейвлет-функцій, загальні положення декомпозиції ряду за допомогою їх використання. Після окреслення визначених основних положень теорії вейвлет-перетворень сигналу у якості направлень для подальшого дослідження пропонується вибір вейвлетів, що у найбільшому ступені відповідають динаміці індикаторів складових фінансового ринку України для її моделювання.

1.Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. - 1996. – Т. 166, №11. – С.1145-1170.

2.Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.

3.Новиков Л.В. Основы вейвлет-анализа сигналов. – СПб., 1999. – 152 с.

4.Шитов А. Б. Разработка численных методов и программ, связанных с применением вейвлет-анализа для моделирования и обработки экспериментальных данных: Дис. … канд. физ.-матем. наук. – Иваново, 2001. – 125 с.

5.Capobianco E. Multiscale analysis of stock index return volantility // Computational Economics. – 2004. – № 23. – p. 219–237.

6.Crowley P. M., Lee J. Deconposing the co-movement of the business cycle: a time-frequency analysis of growth cycles in the euro zone. – Macroeconomics, 2005. - 73 p.

7.Kim S, In F. A note on the relationship between industry returns and inflation through a multiscaling approach // Finance Research Letters. – 2006. – №3. – p. 73-78.

8.Mikko Ranta. Wavelet Multiresolution Analysis of Financial Time Series: Monograph. – Acta Wasaensia, 223, 2010. – 121 p. bibl 109-121.

9.Masset P. Analysis of Financial Time-Series using Fourier and Wavelet Methods // http://ssrn.com/abstract=1289420.

Отримано 23.09.2010