

6.Лелюк В.А. Построение эффективных бизнес-систем: Проблемы. Опыт. Инструментарий. Перспективы // Бизнес-Информ. Вып. 11. – Х: ХНЭУ, 2008. – С.40-46.

7.Лелюк В.О., Лелюк О.В., Пан М.П. Удосконалення бізнес-систем. Т.1. – Х.: ХНАМГ, 2010. – 262 с.

8.Тернер Д. Вероятность, статистика и исследование операций: Пер. с англ. Е.З.Демиденко и В.С.Занадворова; Под ред. А.А.Рывкина. – М.: Статистика, 1976. – 431 с.

Отримано 02.10.2010

УДК 519.86 + 338.5.018.7

Е.В.ДЫМЧЕНКО, канд. экон. наук, Н.Ю.КАРПЕНКО, канд. техн. наук  
Харьковская национальная академия городского хозяйства

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

Рассматривается модель системы с регулируемыми параметрами и ее математический анализ с точки зрения достижения экономического равновесия. Полученные результаты могут быть использованы в учебном процессе в качестве компьютерного тренажера при подготовке специалистов экономических специальностей.

Розглядається модель системи з регульованими параметрами та її математичний аналіз з погляду досягнення економічної рівноваги. Отримані результати можуть бути використані в навчальному процесі як комп'ютерний тренажер при підготовці фахівців економічних спеціальностей.

The model of system with adjustable parameters and its mathematical analysis from the point of view of economic balance achievement is considered in the article. The received results can be used in educational process as a computer training for economic specialities experts.

*Ключевые слова:* экономическое равновесие, математический анализ, дисбаланс.

Рассмотрим экономическую систему (рис.1), состоящую из трех взаимодействующих компонент: производителя, совокупного потребителя и регулятора цен [1, 2]. Пусть  $W$  – множество производственных возможностей производителя, а  $X$  – вектор возможного выпуска  $n$  видов товаров. Тогда возможности производителя можно представить в виде:

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}, X \geq 0 \text{ и } X \in W, \quad (1)$$

где  $W$  – область производственных возможностей (рис.1, граница Г).

Теоретические и прикладные аспекты моделирования системы с регулируемыми параметрами исследованы в научных работах многих ученых-экономистов и практиков. Весомый вклад в развитие этой проблематики внесли Малколм Х., Моррис П. [1], Келлер Х. [2], Петерсон Д. [4], Интриллигатор М. [5] и др. Тем не менее проблема равновесия замкнутой системы нуждается в дальнейшем исследовании, поскольку экономическое равновесие предприятия как системы

оказывает влияние на уровень социально-экономического развития общества в целом.

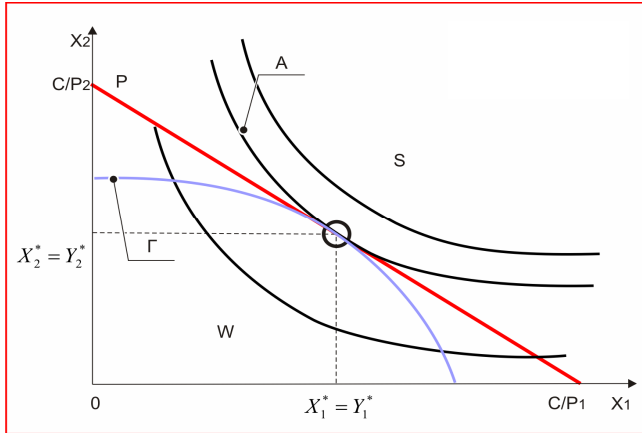


Рис.1 – Кривые потребительских предпочтений и возможностей производителя

Целью статьи является моделирование системы с регулируемыми параметрами и ее математический анализ с точки зрения достижения экономического равновесия.

Будем считать, что  $W$  – замкнутое выпуклое множество,  $\Gamma$  – его граница, а планирующий орган формирует вектор цен на продукцию:  $P = \{P_1, P_1, \dots, P_n\}$ . При таких условиях задача производителя заключается в определении выпуска, максимизирующего доход [3]:

$$PX \rightarrow \max, X \geq 0, X \in W . \quad (2)$$

Обозначим оптимальное решение задачи как  $X^*$ . Тогда сумма средств, полученных производителем составит  $C = PX^*$ . В случае замкнутой системы сумма  $C$  попадает совокупному потребителю. Обладая объемом денежных средств  $C$ , потребитель сформирует спрос, который математически представлен вектором

$$Y^* = \{Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_n^*\} \text{ при условии } PY \leq C. \quad (3)$$

Вектор спроса  $Y$  определим как результат решения задачи потребителя, максимизирующего свою функцию полезности (множество  $S$  с границей  $A$  на рис.1):

$$U(Y) \rightarrow \max, PY \leq C, y \geq 0 . \quad (4)$$

Тогда условие экономического равновесия в замкнутой системе можно записать как:

$$Y^* = X^* . \quad (5)$$

Геометрически точка равновесия соответствует точке касания границы производственных возможностей  $\Gamma$  с кривой безразличия  $A$  (на рис.1 это точка касания двух множеств  $W$  и  $S$ ). При этом линия цен (бюджетная линия) является разделяющей для двух выпуклых множеств  $W$  и  $S$ :

$$S = \{X | U(X) \geq U(X^*)\}. \quad (6)$$

Вероятность случайного выбора цен  $P$ , обеспечивающих равновесие системы, ничтожно мала. В большинстве случаев для описанной модели характерны такие ситуации [4, 5]:

- спрос не соответствует предложению, т.е.  $X^* \neq Y^*$ ;
- произведенный ассортимент  $X^*$  в глазах потребителя обладает меньшей ценностью по сравнению с набором  $Y^*$  одинаковой суммарной стоимости, т.е.  $U(X^*) < U(Y^*)$ ;
- ожидаемый потребителем ассортимент  $Y \notin W$  не может быть произведен в силу ограничений производственно-технологического характера (рис.2).

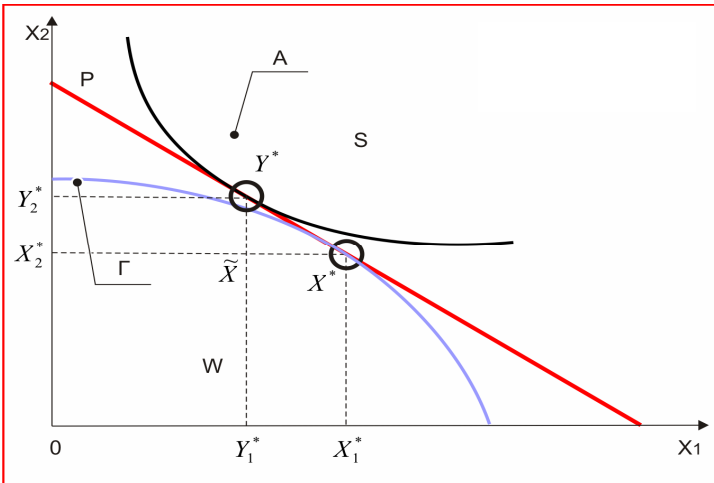


Рис.2 – Экономическая система с несбалансированным соотношением спроса и предложения

Перечисленные факты являются результатом неправильной ценовой политики, которая и порождает дисбаланс в представленной системе замкнутого типа.

Пусть потребителю неизвестен выпуск  $X^*$  и он целенаправленно

стремится удовлетворить спрос  $Y^*$ . В этом случае суммарный объем потребления составит:

$$\tilde{X} = \min(X_i^*, Y_i^*), \quad i = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Из условия  $\tilde{X} \leq X^*$  получаем свойство нереализованных остатков:  $\Delta X = X^* - \tilde{X} \geq 0$ . При этом сумма средств, оставшихся у потребителя (отложенный спрос), составит  $\Delta C = C - P\Delta X$ . На эту сумму производитель недополучает свой доход.

Рассмотрим динамический многошаговый процесс из  $T$  шагов. На каждом шаге принимаются решения о векторах  $P(t)$ .  $T=1,2,\dots,T$ . Предположим, что  $\Delta C(0) = 0$ ,  $\Delta X(0) = 0$ . Тогда основные соотношения, описывающие этот процесс на шаге  $t$  можно представить следующим образом. Вектор предложения  $\hat{X}(t)$  складывается из остатков  $\Delta X(t-1)$  и нового выпуска  $X^*(t)$ :

$$\hat{X}(t) = X^*(t) + \Delta X(t-1). \quad (8)$$

Спрос  $Y^*(t)$  определяется в результате решения задачи (2) с учетом вектора цен  $P(t)$  и бюджета потребителя:

$$C(t) = P(t)X^*(t) + \Delta C(t-1), \quad (9)$$

где второе слагаемое – объем отложенного спроса на шаге  $(t-1)$ . Модель замыкается тремя соотношениями:

$$\tilde{X}(t) = \min\{\hat{X}(t), Y^*(t)\} - \text{объем реализованной продукции}; \quad (10)$$

$$\Delta X(t) = \hat{X}(t) - \tilde{X}(t) - \text{сумма нереализованных остатков}; \quad (11)$$

$$\Delta C(t) = C(t) - P(t)\tilde{X}(t) - \text{объем отложенного спроса}. \quad (12)$$

Проанализируем модель, исключив из рассмотрения случай экономического равновесия. Для  $n=2$  взаимное расположение точек предложения  $\hat{X}$  и спроса  $Y^*$  может соответствовать одной из четырех ситуаций:

$$1) Y_1^* < \hat{X}_1, Y_2^* < \hat{X}_2, \text{ откуда следует: } \Delta X_1 > 0, \Delta X_2 = 0; \quad (13)$$

$$2) \Delta X_1 = 0, \Delta X_2 > 0; \quad (14)$$

$$3) \Delta X_1 = \Delta X_2 = 0; \quad (15)$$

$$4) \Delta X_1 > 0, \Delta X_2 > 0. \quad (16)$$

Введем понятие «линия цен»  $PX = q$ . В этом случае  $q$  – стоимость всех товаров  $X$ , имеющих в данный момент, в текущих ценах

$P$ . Бюджетная прямая  $PX = C$  в общем случае параллельна линии цен. Необходимым условие равновесия является совпадение этих прямых, т.е.  $q = C$ .

Примем, что

$$q = p(X^* + \Delta X), C = PX^* + \Delta C, \quad (17)$$

где  $\Delta C$  – остаток денежных средств у потребителя.

Тогда необходимым условием равновесия является равенство

$$\Delta C = P\Delta X. \quad (18)$$

При изменении цен  $P(t)$  условие (18) выполняется не всегда. В ситуации, когда  $\Delta C \neq P\Delta X$  единственным средством достижения условий равновесия может стать корректировка положения бюджетной прямой с помощью скалярного коэффициента розничных цен  $\eta$ . Значение  $0 < \eta < 1$  соответствует интегральному повышению цен. При  $\eta > 1$  речь идет о снижении цен в рамках замкнутой системы. Соотношение, учитывающее возможность такой корректировки выглядит так:  $\eta PX = C$ .

Величину  $\eta > 1$  следует задавать, например, в том случае, если нереализованные остатки велики. Если предложение превышает спрос и есть нереализованные остатки товаров, нужно использовать  $\eta < 1$ . Для достижения равновесия коэффициент  $\eta$  нужно выбрать из соотношения

$$\eta = \frac{PX^* + \Delta C}{PX^* + P\Delta X}. \quad (19)$$

Соответствующим выбором  $\eta$  можно обеспечивать условия равновесия в ситуациях 3 и 4. Для ситуации 3 вместе с условием (15) имеет место  $\Delta C > 0$ , т.е. абсолютное превышение спроса над предложением, нулевые остатки товаров и наличия неудовлетворенного предложения. В этом случае следует выбрать  $\eta = 1 + \frac{\Delta C}{PX^*} > 1$ .

В ситуации 4 над спросом превалируем предложение, остатки товаров положительны, но  $\Delta C = 0$ . В соответствии с (19) надо выбрать  $\eta < 1$ . Наконец, в ситуациях 1 и 2 величина  $\eta$  зависит от динамики цен.

Рассмотрим реализацию модели для двумерного случая.

В качестве границы производственных возможностей выберем

эллипс

$$\frac{X_1^2}{a^2} + \frac{X_2^2}{b^2} = 1, \quad (20)$$

где  $a$  и  $b$  обозначают соответственно максимально возможные выпуски продуктов каждого типа. Уравнение касательной к эллипсу (20) в точке  $(X_1^*, X_2^*)$  имеет вид:

$$\frac{X_1 X_1^*}{a^2} + \frac{X_2 X_2^*}{b^2} = 1, \quad (21)$$

а линия цен  $PX = d$  соответствует уравнению

$$\frac{P_1 X_1}{d} + \frac{P_2 X_2}{d} = 1. \quad (22)$$

Из (21) и (22) получим систему трех уравнений:

$$\frac{P_1}{d} = \frac{X_1^*}{a^2}, \quad \frac{P_2}{d} = \frac{X_2^*}{b^2}, \quad P_1 X_1^* + P_2 X_2^* = d, \quad (23)$$

решение которой имеет вид:

$$d = \sqrt{P_1^2 a^2 + P_2^2 b^2}, \quad X_1^* = \frac{P_1 a^2}{d}, \quad X_2^* = \frac{P_2 b^2}{d}. \quad (24)$$

В результате чего определяется вектор оптимального выпуска  $X^2$  и доход производителя  $d$ .

Линии безразличия [5] функции полезности потребителя описываются семейством эллипсов с центром в заданной точке  $(0,0)$  и постоянным коэффициентом растяжения  $\beta$ . Этот параметр можно интерпретировать как коэффициент предпочтения товаров с точки зрения потребителя.

Параметрическое семейство эллипсов описывается уравнением

$$\frac{(Y_1 - O)^2}{\alpha^2} - \frac{(Y_1 - O)^2}{(\alpha\beta)^2} = 1, \quad (25)$$

где параметр  $\alpha > 0$ .

При  $\beta = 1$  оба товара равноценны, при  $\beta > 1$  «товар 2» предпочтительнее «товара 1». При  $\beta < 1$  – наоборот. Координаты точки касания бюджетной прямой  $P_1 X_1 + P_2 Y_2 = C$  с одним из семейства эллипсов (25) определяются как корни соответствующей системы уравнений:

$$Y_1^* = -\frac{P_1 C}{P_1^2 + P_2^2 \beta^2} + O, \quad Y_2^* = -\frac{P_2 C \beta^2}{P_1^2 + P_2^2 \beta^2} + O. \quad (26)$$

Для расширения области существования корней (26) должны соблюдаться условия:  $O > a$ ,  $O > b$ .

Анализ модели позволяет сделать следующие выводы:

Достижение равновесия в экономической системе с регулируемыеми ценами возможно, однако трудно реализовать.

В точке равновесия сбалансированное увеличение или снижение цен не приводит к дисбалансу системы в целом. Если же на момент ценовых колебаний имел место дисбаланс (неудовлетворенный спрос или отложенное потребление), погрешности в ценовой политике увеличивают общую сумму дисбаланса.

При ограниченных производственных возможностях и значительном дисбалансе системы достичь точки равновесия за приемлемое время практически невозможно. Единственным выходом в такой ситуации является введение коэффициента розничных цен.

1. Malcolm H. B/ McDonald and Peter Morris. The Marketing Plan: A pictorial guide for managers. – Butterworth-Heinemann Ltd // www.amazon.co.uk.

2. Hans Kellerer, Ulrich Pferschy et David Pisinger, Knapsack Problems, Springer, 2004. – 238 p.

3. Andrew Tanenbaum, Systemes d'exploitation Pearson Education France, 2003, 2-e ed.

4. David F. Peterson, Nitin Indurkha, Patterson, Computer Organization and Design. – Morgan Koffman. – 212 p.

5. Интриллигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Прогресс, 1975. – 344 с.

Получено 09.10.2010

УДК 332.025

С.М.ГЛУХАРЄВ, канд. екон. наук

*Харківська національна академія міського господарства*

## **АЛГОРИТМ ЕКОНОМІЧНОЇ ОЦІНКИ КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ РЕГІОНІВ**

Розглянуто різні методи оцінки економічної конкурентоспроможності регіону. Зроблено висновок про необхідність враховувати динаміку розвитку економіки регіону при визначенні його конкурентоспроможності.

Рассмотрены различные методы оценки экономической конкурентоспособности региона. Сделан вывод о необходимости учитывать динамику развития экономики региона при определении его конкурентоспособности.

The article describes the various methods of assessing the economic competitiveness of the region. The author concludes that the need to take into account the dynamics of the region's economy in determining its competitiveness.