МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

І. Г. Абраменко

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ З КУРСУ

"ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ"

(для студентів 3 курсу денної і 4 курсу заочної форм навчання напряму підготовки 6.050701 – «Електротехніка та електротехнології» ((0906) – «Електротехніка») спеціальності "Електротехнічні системи електроспоживання")

Харків
ХНАМГ
2009

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу “Теорія автоматичного керування” (для студентів 3 курсу денної і 4 курсу заочної форм навчання напряму підготовки 6.050701 – «Електротехніка та електротехнології» ((0906) – «Електротехніка») спеціальності “Електротехнічні системи електроспоживання”) / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва.: уклад.: І.Г. Абраменко - Х.: ХНАМГ, 2009. – 15 с.

Укладач: доц., к.т.н. І.Г. Абраменко

Рецензент: доц., к.т.н. П.П. Рожков

Рекомендовано кафедрою “Електропостачання міст”, протокол № 6 від 19.05.2009 р.

ПЕРЕДМОВА

Відповідно до навчального плану спеціальності 6.090.603 "Електротехнічні системи електроспоживання" при вивченні теорії автоматичного керування (ТАК) робочою програмою передбачено 18 академічних годин/0,5 кредитів ECTS, які розподілені на 9 занять за двома змістовними модулями і такими темами.

Тема 1. Лінеаризація рівнянь САК – 2 години.

Тема 2. Одержання часових характеристик САК – 9 годин.

Тема 3. Структурні перетворення САК – 1 година.

Тема 4. Одержання частотних характеристик та визначення стійкості САК – 6 годин.

Мета практичних занять - систематизувати, закріпити й розширити знання, отримані на лекціях; придбати навики конкретних розрахунків систем автоматичного керування.

1. Методичні вказівки до проведення занять

1.1. Тема 1. Лінеаризація рівнянь САК

Для САК, що має один вхід $x(t)$ і один вихід $y(t)$, математичну модель можна подати у вигляді

$$F\left(x(t), x'(t), y(t), y'(t), y''(t), ..., y^{(n)}(t)\right) = 0.$$

Рівняння багатьох реальних елементів і САК в цілому тією чи іншою мірою є нелінійними. У цьому разі змінні $x(t)$, $y(t)$ і їхні похідні входять у вираз для функції F у вигляді добутків, часток, ступенів або інших більш складних функцій.

У зв'язку зі складністю аналізу і вирішення нелінійних рівнянь широко застосовується наближена їхня заміна на лінійні – лінеаризація. Існує кілька методів лінеаризації. Найбільше поширення одержав метод малих відхилень, що дозволяє лінеаризувати як нелінійні алгебраїчні характеристики окремих елементів, під якими розуміються залежності вихідних величин від вхідних у сталому режимі, так і нелінійні диференціальні рівняння.

В основу методу лінеаризації покладене розкладання в ряд Тейлора, що дозволяє розкласти нелінійну функцію декількох змінних за ступенями малих відхилень цих змінних на околицях значень, що відповідають заданому сталому режиму. За сталий режим можна вибирати режим, що існував до початку дії збурювання, або режим, що встановиться після загасання перехідного процесу.

1.2. Тема 2. Одержання часових характеристик САК

Диференціальні рівняння незалежно від форми подання є самою загальною формою опису САК і не дають наочного зображення її властивостей. Більш наочно характеризують ці властивості функції $y(t)$, що є рішеннями диференціальних рівнянь.

У ТАК властивості систем і їхніх елементів характеризують рішеннями, що відповідають нульовим початковим умовам і одному з типових впливів на вході, що називаються часовими характеристиками.

Найбільш широке використання при описі динамічних властивостей одержала перехідна функція $h(t)$. Перехідною функцією називають функцію, що описує зміну вихідної величини, яка виникає після подачі на вхід одиничного східчастого впливу $1(t)$ при нульових початкових умовах. Графік перехідної функції називається перехідною характеристикою.

Лінійні САК описуються диференціальними рівняннями вигляду

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \ \dots \ + a_n y(t) = b_0 x^{(m)}(t) + b_1 x^{(m-1)}(t) + \ \dots \ + b_m x(t), \quad (1)$$

де $x(t)$ і $y(t)$ – відповідно вхідна і вихідна величини;

a_i, b_j – коефіцієнти;

n – порядок рівняння.

Інтегрування рівняння (1) зводиться до знаходження суми загального рішення однорідного рівняння без правої частини $y_{\text{с}}(t)$ і якого-небудь часткового рішення неоднорідного рівняння $y_{\text{в}}(t)$, тобто

$$y(t) = y_{\text{с}}(t) + y_{\text{в}}(t). \quad (2)$$

Зміна вихідної величини, обумовлена складовою $y_{\text{с}}(t)$, називається вільним рухом, тому що залежить тільки від вигляду лівої частини рівняння (1), тобто від внутрішніх властивостей самого об'єкта. Складова $y_{\text{в}}(t)$, навпаки, залежить від характеру вхідного впливу, тому відповідна зміна називається змушеним рухом.

Складову $y_{\text{с}}(t)$ шукаємо у вигляді

$$y_{\text{с}}(t) = e^{pt}, \quad (3)$$

де p – деяке раціональне число.

Підставивши (3) у рівняння (1) при нульовій правій частині, одержимо:

$$a_0 p^n e^{pt} + a_1 p^{n-1} e^{pt} + \ \dots \ + a_n e^{pt} = 0,$$

або

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ \dots \ + a_n = 0. \quad (4)$$

Останнє рівняння називається характеристичним.

Таким чином, вираз (3) є рішенням вихідного рівняння за умови, що p є коренем рівняння (4). Оскільки це рівняння має n коренів, маємо і n лінійно незалежних рішень $y_i(t)$. Скористаємося відомою теоремою математики, яка стверджує, що коли n лінійно незалежних функцій $y_i(t)$ є рішеннями однорідного рівняння, то загальне рішення цього рівняння визначається виразом

$$y_{\text{c}}(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i y_i(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t}, \qquad (5)$$

де C_i – довільні постійні інтегрування.

Вираз (5) справедливий тільки у випадку, якщо всі корені p_i є простими. Якщо ж який-небудь корінь p_j має кратність r, то в (5) замість r доданків вигляду (3) треба включити складову вигляду

$$y_j(t) = \left(C_j + C_{j+1}t + C_{j+2}t^2 + \ \ldots\ + C_{j+r-1}t^{r-1}\right)e^{p_j t}. \qquad (6)$$

Часткове рішення $y_{\text{в}}(t)$ звичайне шукається в тому ж вигляді, в якому задана права частина, тобто залежно від вигляду функції $x(t)$.

1.3. Тема 3. Структурні перетворення САК

У ТАК при аналізі САК широке застосування одержали так звані структурні схеми. При цьому під структурною схемою САК мається на увазі умовне графічне зображення математичної моделі системи у вигляді сукупності окремих ланок із вказівкою зв'язків між ними.

Структурна схема реальної САК звичайно може бути подана у вигляді комбінації трьох типів з'єднань ланок: послідовного, паралельного і зустрічно-паралельного. Кожне з цих з'єднань може бути замінене за певними правилами однією ланкою, властивості якої будуть еквівалентними властивостям з'єднання. Установимо ці правила.

При послідовному з'єднанні вихідна величина попередньої ланки є вхідною величиною наступної ланки (див. рис. 1,а).

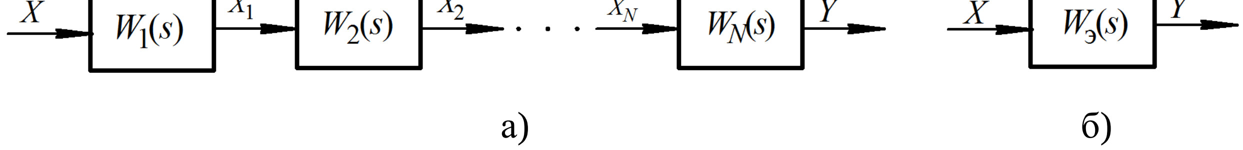


Рис. 1- *Структурна схема послідовного з'єднання ланок*:
а) вихідна; б) еквівалентна

Еквівалентна передаточна функція з'єднання $W_Э(s)$ по каналу $X(s) \to Y(s)$ визначається виразом

$$W_Э(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \prod_{i=1}^{N} W_i(s). \qquad (7)$$

При паралельному з'єднанні на вхід всіх ланок подається та сама величина, а вихідна величина дорівнює сумі вихідних величин окремих ланок (див. рис. 2,а).

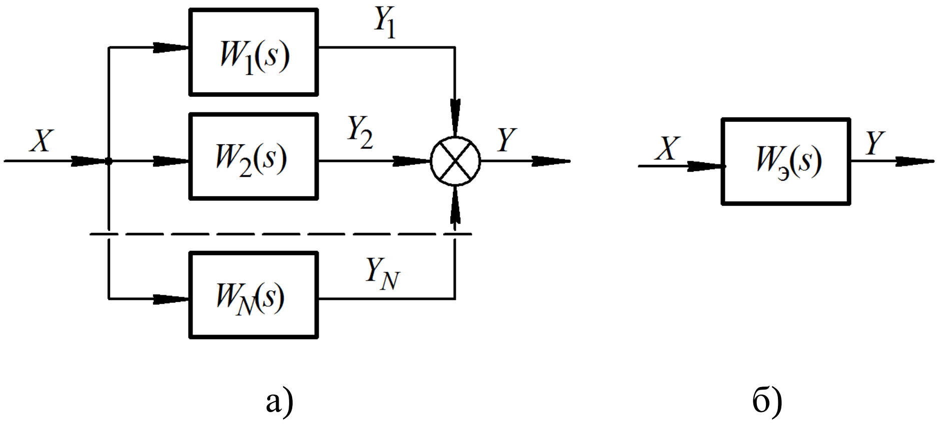


Рис. 2 - *Структурна схема паралельного з'єднання ланок:*
а) вихідна; б) еквівалентна

Еквівалентна передаточна функція з'єднання $W_Э(s)$ по каналу $X(s) \to Y(s)$ визначається виразом

$$W_Э(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \sum_{i=1}^{N} W_i(s). \qquad (8)$$

При зустрічно-паралельному з'єднанні разі структурна схема має вигляд, наведений на рис. 3,а, де зворотний зв'язок може бути як негативним, так і позитивним.

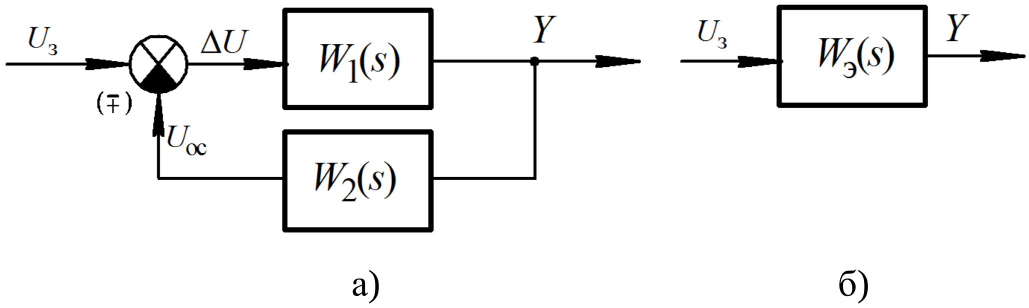


Рис. 3 - *Структурна схема зустрічно-паралельного з'єднання ланок:*
а) вихідна; б) еквівалентна

Еквівалентна передаточна функція з'єднання $W_Э(s)$ по каналу $X(s) \to Y(s)$ визначається виразом

$$W_э(s)=\frac{Y(s)}{U_з(s)}=\frac{W_1(s)}{1\pm W_1(s)W_2(s)}. \qquad (9)$$

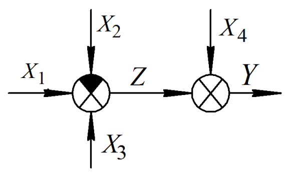
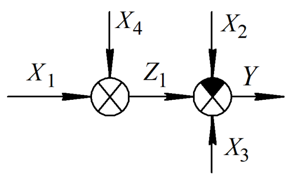
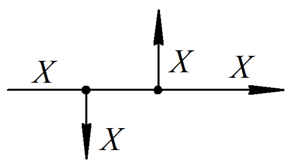
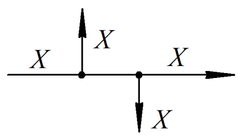
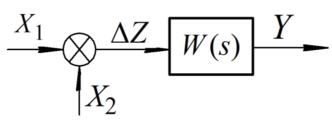
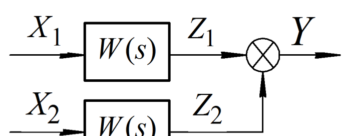
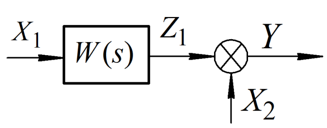
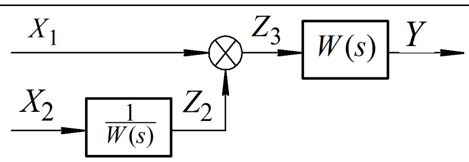
Знак “+” в останній формулі ставлять у випадку негативного зворотного зв'язку, а “-” - позитивного.

У ряді випадків вихідна структура САК може бути такою, що застосування описаних вище основних правил структурних перетворень виявляється недостатнім для її спрощення. Такими системами є багатоконтурні системи, що містять перехресні зв'язки.

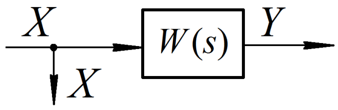
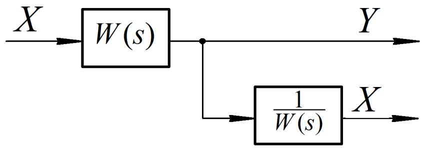
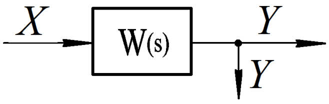
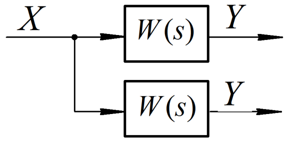
Для перетворення такого роду схем використовують ряд додаткових правил, що ґрунтуються на принципі еквівалентності, відповідно до якого всі вхідні й вихідні сигнали кожної перетвореної ділянки схеми повинні залишатися незмінними.

Найпоширеніші з цих правил наведені в табл. 1, де всі змінні Z позначають сигнали, які з'явилися або зникли в результаті перетворень.

Таблиця 1 - Правила перетворення структурних схем САК

Операція	**Вихідна схема**	**Перетворена схема**
Перестановка суматорів	 $Y=X_1-X_2+X_3+X_4$	 $Y=X_1+X_4-X_2+X_3$
Перестановка вузлів розгалуження сигналів		
Переміщення суматора через ланку вперед	 $Y=W(s)(X_1+X_2)$	 $Y=W(s)X_1+W(s)X_2(s)=W(s)(X_1+X_2)$
Переміщення суматора через ланку назад	 $Y=W(s)X_1+X_2$	 $Y=\left(X_1+\frac{X_2}{W(s)}\right)W(s)=W(s)X_1+X_2$

Продовження табл. 1

Переміщення вузла розгалуження через ланку вперед	 $Y=W(s)X$ $X=X$	 $X=X$ $Y=W(s)X$
Переміщення вузла розгалуження через ланку назад	 $Y=W(s)X$	 $Y=W(s)X$

1.4. Тема 4. Одержання частотних характеристик та визначення стійкості САК

Частотні характеристики описують передаточні властивості САК в режимі сталих гармонійних коливань, викликаних зовнішнім гармонійним впливом. Ці характеристики широко використовують в ТАК, тому що реальні зовнішні впливи можуть бути подані у вигляді суми гармонійних сигналів. Вони визначаються змушеною складовою вирішення диференціального рівняння при подачі на вхід впливу

$$x(t)=a\sin(\omega t) .$$

Найбільш повно частотні особливості характеризує частотна передаточна функція $W(j\omega)$. $W(j\omega)$, як і будь-яка функція комплексної змінної, може бути подана в алгебраїчній і показовій формах.

Алгебраїчна форма:

$$W(j\omega)=P(\omega)+jQ(\omega), \qquad (10)$$

де $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ - речовинна і уявна частини відповідно.

Показова форма:

$$W(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} . \qquad (11)$$

Крива, що описує кінець вектора частотної передаточної функції на комплексній площині при зміні частоти від 0 до ∞, називається амплітудно-фазовою частотною характеристикою (АФЧХ).

Крім АФЧХ розрізняють наступні види частотних характеристик:

- амплітудна частотна характеристика (АЧХ) – графік функції $A(\omega)=|W(j\omega)|$;

- фазова частотна характеристика (ФЧХ) – графік функції $\varphi(\omega) = Arg\ W(j\omega)$;

- речовинна частотна характеристика – графік функції $P(\omega) = \mathrm{Re}\ W(j\omega)$;

- уявна частотна характеристика – графік функції $Q(\omega) = \mathrm{Im}\ W(j\omega)$.

Однією з найважливіших характеристик автоматичної системи керування є стійкість. Цим поняттям характеризується працездатність системи. Система, яка не володіє стійкістю, не здатна виконувати функції керування і має нульову або навіть негативну ефективність (тобто система шкідлива). Нестійка система може привести керований об'єкт до аварійного стану. Тому проблема стійкості систем є однією з центральних у теорії автоматичного керування.

Стійкість автоматичної системи - це властивість системи повертатися у вихідний стан рівноваги після припинення дії, яка вивела систему з цього стану.

Стійкість залежить тільки від характеру вільного руху системи. Вільний рух лінійної або лінеаризованої системи описується однорідним диференціальним рівнянням

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \ldots + a_n y(t) = 0, \tag{12}$$

де $y(t) = y_\text{c}(t)$ - вільна складова керованої величини системи.

Змушена складова вихідної величини, що залежить від вигляду зовнішнього впливу і правої частини диференціального рівняння, на стійкість системи не впливає.

Система є стійкою, якщо вільна складова $y_\text{c}(t)$ перехідного процесу з часом прагне до нуля, тобто якщо

$$\lim_{t \to \infty} y_\text{c}(t) = 0.$$

При аналізі стійкості систем керування звичайно вирішують одне або кілька завдань:

1) оцінюють, стійка чи ні система при заданих параметрах;

2) визначають припустимий за умовою стійкості діапазон зміни деяких незаданих параметрів системи;

3) з'ясовують, чи може система при заданій структурі бути в принципі стійкою.

2. Задачі для проведення занять

Тема 1. ЗМ 1.1. Лінеаризація рівнянь САК.

Задача 1.

Об'єкт описується диференціальним рівнянням другого порядку:

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = b_0 x .$$

Коефіцієнти рівняння рівні: $a_0 = 6$; $a_1 = 17y$; $a_2 = 5y^2 x$; $b_0 = 8yx$.

Лінеаризувати рівняння на околицях номінального режиму $x_0 = 6$.

Задача 2.

Лінеаризувати математичну модель двигуна постійного струму із незалежним збудженням

$$u_\text{д}(t) = e_\text{д}(t) + R_\Sigma i_\text{яц}(t) + L_\Sigma \frac{di_\text{яц}(t)}{dt};$$

$$u_\text{в}(t) = R_\text{в} i_\text{в}(t) + L_\text{в} \frac{di_\text{в}(t)}{dt};$$

$$\Phi(t) = f[i_\text{в}(t) \cdot w];$$

$$J_\Sigma \frac{d\omega(t)}{dt} = M_\text{д}(t) - M_\text{с}(t).$$

де: $R_\Sigma = R_\text{д} + R_\text{доп}$, $L_\Sigma = L_\text{д} + L_\text{доп}$, $J_\Sigma = J_\text{д} + J_\text{н}$; $R_\text{я}$, $L_\text{я}$ - відповідно активний опір та індуктивність якірної обмотки; $R_\text{доп}$, $L_\text{доп}$ - активний опір і індуктивність додаткових елементів якірного ланцюга (щіток, додаткових полюсів і т.п.); $i_\text{яц}(t)$ - струм якірного ланцюга; $i_\text{в}(t)$, $R_\text{в}$, $L_\text{в}$ - відповідно струм, активний опір і індуктивність обмотки збудження; $J_\text{д}$ і $J_\text{н}$ - моменти інерції якоря двигуна і навантаження; $\omega(t)$ - кутова швидкість обертання вала якоря; $M_\text{д}(t)$ - момент, що розвивається двигуном; $\Phi(t)$ - магнітний потік полюсів; w - кількість витків обмотки збудження.

Тема 2. ЗМ 1.1. Одержання часових характеристик САК.

Задача 3.

Система керування описується диференціальним рівнянням першого порядку $Ty' + y = kx$.

Знайти часові характеристики системи при $T = 0,2$ с і $k = 15$.

Задача 4.

Визначити перехідний процес у системі, яка описується диференціальним рівнянням 2-го порядку

$$T^2 y''(t) + 2\xi T y'(t) + y(t) = k \cdot x(t)$$

при нульових початкових умовах і подачі на вхід одиничного східчастого сигналу $1(t)$ з наступними параметрами: $T = 0,3$ с; $\xi = 2$; $k = 10$.

Задача 5.

Визначити перехідний процес у системі, яка описується диференціальним рівнянням 2-го порядку

$$T^2 y''(t) + 2\xi T y'(t) + y(t) = k \cdot x(t)$$

при нульових початкових умовах і при подачі на вхід одиничного східчастого сигналу $1(t)$ з наступними параметрами: $T = 0{,}3$ с; $\xi = 0{,}5$; $k = 10$.

Задача 6.

Об'єкт керування описується диференціальним рівнянням другого порядку вигляду:

$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = b_0 x$, де $a_0 = 0{,}01$; $a_1 = 0{,}30$; $a_2 = 1$; $b_0 = 0{,}26$.

Побудувати перехідну характеристику $h(t)$.

Задача 7.

Диференціальне рівняння системи має вигляд

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = kx,$$

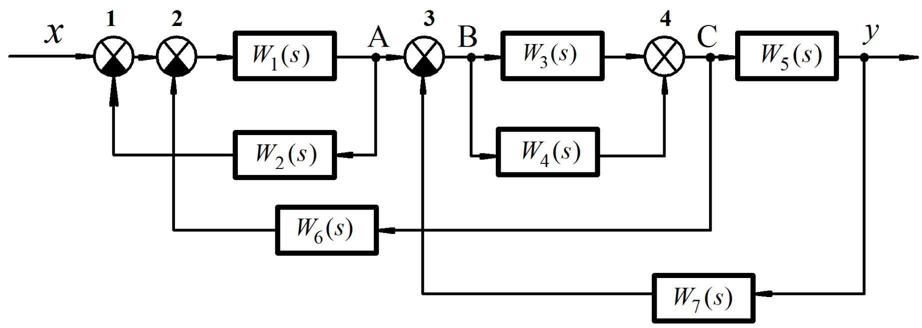
де $k = 1$, $a_0 = 1$, $a_1 = 3$, $a_2 = 2$.

Знайти передаточну функцію $W(s)$ і часові характеристики $h(t)$, $w(t)$ системи операторним методом.

Тема 3. ЗМ 1.1. Структурні перетворення САК.

Задача 8.

Структурна схема САК наведена на рисунку. Знайти передаточну функцію по каналу $x \to y$ - $W_{xy}(s)$.



Тема 4. ЗМ 1.2. Одержання частотних характеристик та визначення стійкості САК.

Задача 9.

Задано передаточні функції розімкнутої САК у вигляді послідовно з'єднаних ланки об'єкта керування й коригувальної ланки, які відповідно дорівнюють

$$W_н(s)=\frac{k_н}{(T_1\cdot s+1)\cdot(T_2\cdot s+1)\cdot(T_3\cdot s+1)};\ W_k(s)=\frac{k_k(T_4\cdot s+1)}{(T_5\cdot s+1)}.$$

$T_1=7\cdot10^{-3};\ T_2=3\cdot10^{-3};\ T_3=4\cdot10^{-4};\ k_н=23;\ T_4=5\cdot10^{-3};\ T_5=2\cdot10^{-2};\ k_k=1.$

Побудувати логарифмічні амплітудні й фазові частотні характеристики ланки об'єкта керування, коригувальної ланки й системи в цілому.

Задача 10.

Розімкнута система є аперіодичною ланкою другого порядку. Визначити АФЧХ при різних частотних характеристиках розімкнутої системи.

Задача 11.

Для умов задачі 10 перевірити стійкість САК за допомогою критерію Найквіста при коефіцієнті передачі пристрою керування $k_к = 20$.

Задача 12.

САК описується рівнянням другого порядку, характеристичне рівняння якого має вигляд $a_0 s^2 + a_1 s + a_2 = 0$.

Визначити умови стійкості САК за Гурвіцом.

Задача 13.

Передаточна функція розімкнутої системи із запізнюванням має вигляд

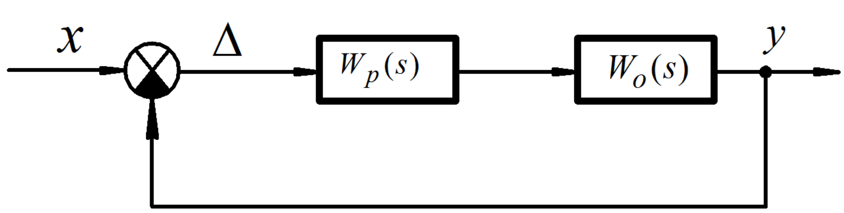
$$W_p(s)=W_л(s)\cdot W_\tau(s)=\frac{k_л}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}\cdot e^{-s\tau}.\ a_2 = 0,5c$$

Числові значення параметрів становлять: $a_0 = 0,01c^3$; $a_1 = 0,09c^2$; $a_2 = 0,5c$; $a_3 = 1$; $k_л=1,6$. Визначити критичне значення величини запізнювання $\tau=\tau_к$, що визначає межу стійкості.

Задача 14.

Передаточні функції ланок замкнутої САК, поданої на рисунку, мають вигляд

$$W_o(s)=\frac{k_o}{T_o{}^2s+2T_o\xi s+1};\ W_p(s)=\frac{k_p}{s}.$$



Числові значення параметрів об'єкта керування прийняти рівними T_o=0,1с; ξ=0,45; $k_o=0,26$.

Знайти числові значення коефіцієнта передачі регулятора k_p, які задовольняють вимогам стійкості системи.

Список літератури

1. Методичні вказівки до самостійного вивчення курсу “Теорія автоматичного керування” для студентів 3 курсу денної і 4 курсу заочної форм навчання спеціальності 6.090.603 “Електротехнічні системи електроспоживання”/ Авт.: Абраменко І.Г., Абраменко Д.І. -Х.: ХНАМГ, 2007. - 64 с.

2. Абраменко І.Г., Абраменко Д.І. Конспект лекцій з курсу Теорія автоматичного керування, - Х.: ХНАМГ, 2009. – 182 с.

3. Пантелеев А.В. Теория управления в примерах и задачах / А.В. Пантелеев, А.С. Бортаковский - М., Высшая школа, 2003 - 583 с.

Зміст

Навчальне видання

Абраменко Іван Григорович

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу “Теорія автоматичного керування”(для студентів 3 курсу денної і 4 курсу заочної форм навчання напряму підготовки 6.050701 – «Електротехніка та електротехнології» ((0906) – «Електротехніка») спеціальності “Електротехнічні системи електроспоживання”)

Відповідальний за випуск: *П.П. Рожков*

Редактор: *М.З. Аляб'єв*

Комп'ютерне верстання: *Ю.П. Степась*

План 2009, поз. 293М

Підп. до друку 25.01.2010	Формат 60х84 1/16
Друк на ризографі.	Ум. друк. арк. 0,6
Зам. №	Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи:
ДК №731 від 19.12.2001