УДК 681.32 : 519.713

М.І.САМОЙЛЕНКО, д-р техн. наук, В.П.ПРОТОПОПОВА
Харківська національна академія міського господарства

ОПТИМАЛЬНЕ РОЗТАШУВАННЯ ПЕРЕМИЧОК У МІСЬКИХ ТРУБОПРОВІДНИХ МЕРЕЖАХ ЗА КРИТЕРІЄМ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ НАДІЙНОСТІ

Математично доведено, що симетричне розташування перемичок в магістральних трубопровідних системах забезпечує їх найвищу функціональну надійність.

Математически доказано, что симметричное расположение перемычек в магистральных трубопроводных системах обеспечивает наивысшую функциональную надёжность.

Proof is adduced, that the symmetric location of bridges in the main pipeline systems provides the greatest functional reliability.

Ключові слова: міські трубопровідні мережі, функціональна надійність.

Міські трубопровідні мережі (водопровідні, газові, теплові) мають у своєму складі магістральні ділянки, що сягають декілька кілометрів. Такі ділянки повинні мати підвищену надійність, оскільки їх вихід із ладу призводить до масштабних матеріальних та екологічних втрат. Одним із засобів підвищення функціональної надійності магістральних ділянок є їх резервування, тобто спорудження додаткового трубопроводу, що є паралельним до існуючого. Подальше підвищення функціональної надійності доцільно досягати за рахунок установки перемичок між паралельними трубопроводами [1].

В [2] строго доведено, що максимальне підвищення функціональної надійності при всіх інших рівних умовах досягається при симетричній установці перемички. В цій же роботі [2] зроблено спробу довести необхідність симетричної установки перемичок у загальному випадку, коли кількість перемичок перевершує одиницю.

Функціональна надійність двох паралельних трубопроводів, що з'єднуються між собою n перемичками, визначається за виразом [2]

$$P^{f}_{2+n\text{м}} = p_a^{n+2}\left[1-\left(1-p_a\left[1-(1-p)x_1\right]\right)^2\right]\times$$
$$\times\prod_{i=2}^{n+1}\left[1-\left(1-p_a^2\left[1-(1-p)x_i\right]\right)^2\right]. \qquad (1)$$

Тут p_a – технічна надійність кожної засувки, що входить до складу перемичок або з'єднує магістральну ділянку з джерелом цільового продукту чи споживачем; $x_i = l_i / L$, де l_i – довжина i-ї частини кож-

ного трубопроводу; $L = \sum_{i=1}^{n+1} l_i$ – довжина кожного з двох паралельних трубопроводів. При цьому $\sum_{i=1}^{n+1} x_i = 1$.

Доведення ґрунтується на розв'язанні задачі математичного програмування при лінійних обмеженнях, а саме:

$$P_{2+n\text{м}}^{f} = p_a^{n+2}\left[1-\left(1-p_a\left[1-(1-p)x_1\right]\right)^2\right]\times$$

$$\times\prod_{i=2}^{n+1}\left[1-\left(1-p_a^2\left[1-(1-p)x_i\right]\right)^2\right]\to \max_{x_i\in\Omega\subset \boldsymbol{E}^{n+1}}, \qquad (2)$$

$$\Omega:\quad \sum_{i=1}^{n+1} x_i - 1 = 0;\quad 0\le x_i\le 1,\quad i=\overline{1,n+1}\ . \qquad (3)$$

Згідно з [2], при безвідмовних засувках $(p_a = 1)$ в задачі (2)-(3) існує одна стаціонарна точка $x_1 = x_2 = \cdots x_{n+1} = \dfrac{1}{n+1}$. Цій точці відповідає матриця Гесса, характер якої збігається з характером матриці

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} -1 & c & \cdots & c \\ c & -1 & \cdots & c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c & c & \cdots & -1 \end{bmatrix}_{(n+1)\times(n+1)}, \qquad (4)$$

розміру $(n+1)\times(n+1)$, де c – додатна величина; $n>1$. При цьому

$$c = \frac{2(1-p)^2}{n^2+2n+2p-p^2}\ . \qquad (5)$$

Залишається тільки довести що, матриця **H** має від'ємну визначеність. Метою даної роботи і є строге доведення того, що матриця (4) при будь-якому натуральному значенні n має від'ємну визначеність

Доведення. Визначимо детермінант матриці **H**. Скористаємося однією з властивостей детермінантів – помножимо перший рядок матриці на константу c і додамо його до кожного подальшого рядка:

$$\det \boldsymbol{H} = \det\begin{bmatrix} -1 & c & \cdots & c \\ 0 & c^2-1 & \cdots & c^2+c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & c^2+c & \cdots & c^2-1 \end{bmatrix}_{(n+1)\times(n+1)}. \qquad (6)$$

Розкладання матриці (6) за першим стовпцем приводить до виразу

$$\det \boldsymbol{H} = (-1)\det \begin{bmatrix} c^2-1 & c^2+c & \cdots & c^2+c \\ c^2+c & c^2-1 & \cdots & c^2+c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c^2+c & c^2+c & \cdots & c^2-1 \end{bmatrix}_{n\times n} =$$

$$= (-1)(c+1)^n \det \begin{bmatrix} c-1 & c & \cdots & c \\ c & c-1 & \cdots & c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c & c & \cdots & c-1 \end{bmatrix}_{n\times n} = (-1)(c+1)^n \det \boldsymbol{A}_n \,. \quad (7)$$

Обчислимо детермінант матриці $\boldsymbol{A}_n$ розмірності $(n\times n)$, для чого подамо елементи першого стовпця матриці як суму двох доданок:

$$\det \boldsymbol{A}_n = \begin{bmatrix} c-1 & c & \cdots & c \\ c & c-1 & \cdots & c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c & c & \cdots & c-1 \end{bmatrix}_{n\times n} = \det \begin{bmatrix} c-1 & c & \cdots & c \\ c+0 & c-1 & \cdots & c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c+0 & c & \cdots & c-1 \end{bmatrix}_{n\times n} . \quad (8)$$

Запишемо (8) як суму двох детермінантів:

$$\det \boldsymbol{A}_n = \det \begin{bmatrix} c & c & \cdots & c \\ c & c-1 & \cdots & c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c & c & \cdots & c-1 \end{bmatrix}_{n\times n} + \det \begin{bmatrix} -1 & c & \cdots & c \\ 0 & c-1 & \cdots & c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & c & \cdots & c-1 \end{bmatrix}_{n\times n} . \quad (9)$$

Віднімаючи в першій матриці перший рядок з кожного подальшого рядка і розкладаючи другу матрицю за елементами першого стовпця, отримаємо

$$\det \boldsymbol{A}_n = \det \begin{bmatrix} c & c & \cdots & c \\ 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & -1 \end{bmatrix}_{n\times n} - \det \begin{bmatrix} c-1 & c & \cdots & c \\ c & c-1 & \cdots & c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c & c & \cdots & c-1 \end{bmatrix}_{(n-1)\times(n-1)} =$$

$$= c(-1)^{n-1} - \det \begin{bmatrix} c-1 & c & \cdots & c \\ c & c-1 & \cdots & c \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c & c & \cdots & c-1 \end{bmatrix}_{(n-1)\times(n-1)} . \quad (10)$$

Перетворення (10) є рекурсивний вираз для обчислення детермінанта матриці $\boldsymbol{A}_n$ через детермінант, що на порядок нижчій:

$$\det \boldsymbol{A}_n = c(-1)^{n-1} - \det \boldsymbol{A}_{n-1}. \tag{11}$$

При непарному n рекурсія (11) розгортається у вираз

$$\det \boldsymbol{A}_n = c(-1)^{n-1} - c(-1)^{n-2} + \ldots - c(-1)^1 + (c-1) = nc - 1. \tag{12}$$

а при парному n – у вираз

$$\det \boldsymbol{A}_n = c(-1)^{n-1} - c(-1)^{n-2} + \ldots + c(-1)^1 - (c-1) = 1 - nc. \tag{13}$$

Вирази (12) і (13) рівносильні одному виразу

$$\det \boldsymbol{A}_n = (1-nc)(-1)^n. \tag{14}$$

Підставимо (14) в (7):

$$\det \boldsymbol{H} = (-1)(c+1)^n \det \boldsymbol{A}_n = (-1)(c+1)^n (1-nc)(-1)^n =$$
$$= (c+1)^n (1-nc)(-1)^{n+1}. \tag{15}$$

Всі головні визначники матриці (4) можуть бути визначені за допомогою виразу (15). При цьому порядок k головних визначників є елементом множини $\left\{\overline{1, n+1}\right\}$, а само значення k-го визначника обчислюється за формулою

$$\det \boldsymbol{H}_k = (c+1)^{k-1}[1-(k-1)c](-1)^k. \tag{16}$$

Знак виразу (15) не залежить від першого (додатного) співмножника $(c+1)^n$. Для непарних головних визначників третій співмножник $(-1)^{n+1}$ завжди має знак «мінус», для парних – «плюс». Таким чином, для доказу від'ємної визначеності матриці $\boldsymbol{H}$ досить довести позитивність другого співмножника $[1-(k-1)c]$, або, що те ж саме, тобто довести нерівність

$$(1-nc) > 0. \tag{17}$$

Доведемо нерівність (17). З урахуванням (5) нерівність (17) приймає вигляд:

$$\frac{2n(1-p)^2}{(n+1)^2 - (1-p)^2} < 1. \tag{18}$$

Оскільки знаменник лівої частини нерівності є позитивною величиною, то для доказу справедливості нерівності (18) слід показати, що чисельник менше знаменника:

$$2n(1-p)^2 < (n+1)^2 - (1-p)^2. \tag{19}$$

Перетворимо останню нерівність таким чином:

$$2n(1-p)^2+(1-p)^2<(n+1)^2.$$

$$(1-p)^2(2n+1)<(n+1)^2$$

$$\frac{(2n+1)}{(n+1)^2}<\frac{1}{(1-p)^2};$$

$$1-\frac{n^2}{(n+1)^2}<\frac{1}{(1-p)^2}. \qquad (20)$$

Права частина нерівності (20) при будь-якому натуральному n завжди менше одиниці, а права при будь-яких припустимих значеннях p $(0 \le p \le 1)$ завжди *не* менше одиниці. Нерівність (17) доведена, а тому доведена і від'ємна визначеність матриці (14).

Рішення задачі (2)-(3) $x_1^* = x_2^* = \cdots x_{n+1}^* = \dfrac{1}{n+1}$ свідчить про справедливість твердження, що найбільший приріст функціональної надійності системи досягається при симетричній установці перемичок, тобто у випадку, коли n перемичок розділяють кожний з двох паралельних трубопроводів на ($n+1$) рівну частину. Однак при надмірному збільшенні числа перемичок n при незмінних значеннях p_a і p додавання нових перемичок може призвести до зворотного ефекту.

1.Ильин Ю.А. Надёжность водопроводных сооружений и оборудования. – М.: Стройиздат, 1985. – 240 с.

2.Самойленко М.І., Гавриленко І.О. Функціональна надійність трубопровідних транспортних систем. – Харків: ХНАМГ, 2009. – 184 с.

Отримано 14.04.2010

УДК 681

Б.И.ПОГРЕБНЯК, канд. техн. наук
Харьковская национальная академия городского хозяйства

ИНТЕГРАЦИЯ MICROSOFT OFFICE И INTERNET EXPLORER ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДИСТАНЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ БОЛЬШИМИ ИНЖЕНЕРНЫМИ СЕТЯМИ

На языке программирования VBA рассматриваются особенности программного управления браузером Internet Explorer из приложений Microsoft Office с целью получения информации из Web-страниц для повышения эффективности дистанционного управления большими инженерными сетями.

На мові програмування VBA розглядаються особливості програмного управління браузером Internet Explorer з додатків Microsoft Office з метою отримання інформації з