

УДК 697.14

А.Ф.СТРОЙ, д-р техн. наук, Л.В.ГИРМАН

Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка

ПОРІВНЯННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТЕПЛОТЕХНІЧНОГО РОЗРАХУНКУ ЗАМКНУТИХ ПОВІТРЯНИХ ПРОШАРКІВ ПРИ ВИКОРИСТАННІ РІЗНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Виконано критичний аналіз наведених в літературі математичних моделей, які використовуються для розрахунку процесу теплопередачі через замкнутий повітряний прошарок. Наведено порівняння результатів розрахунку і розроблено рекомендації, в якому випадку слід використовувати ту чи іншу модель.

Выполнен критический анализ приведенных в литературе математических моделей, которые используются для расчета процесса теплопередачи через замкнутую воздушную прослойку. Приведено сравнение результатов расчета и разработаны рекомендации, в каком случае следует использовать ту или иную модель.

The critical analysis of the mathematical models resulted in the literature which are used for calculation of process of a heat transfer through the closed air layer is made. Comparison of results of calculation is resulted and recommendations are developed, in what case it is necessary to use this or that model.

Ключові слова: замкнутий повітряний прошарок, тепловтрати, теплонадходження, коефіцієнт теплопередачі, маса повітря, робота по переміщенню повітря.

Замкнуті повітряні прошарки досить часто використовують в огорожувальних конструкціях будинків, з метою зменшення тепловтрат в опалювальний період або зниження теплонадходжень в приміщення в літній період. У той же час слід зазначити, що процеси теплопередачі, які відбуваються в огорожувальних конструкціях із замкнутими повітряними прошарками, вивчено не досить досконало. Вивчення цих процесів за допомогою експериментальних досліджень потребує значних витрат. Для проведення теоретичних досліджень необхідні значно менші кошти, тому дослідники все більше уваги приділяють математичному моделюванню цих процесів.

Метою даної статті є аналіз наведених у літературі математичних моделей і порівняння результатів розрахунків, виконаних за допомогою різних моделей. Необхідно також розробити рекомендації, в яких випадках слід використовувати ту чи іншу математичну модель.

У роботах [1, 2] наведено математичну модель, яка характеризує стаціонарний процес теплопередачі через огорожувальну конструкцію із замкнутим повітряним прошарком. Якщо розглядати тепловий баланс повітря в повітряному прошарку, то згідно з першим законом термодинаміки кількість теплоти, яка надходить до повітря в повітряному прошарку за рахунок конвективного теплообміну біля поверхні 2 (рис.1) дорівнює сумі кількості теплоти, яка відводиться від повітря

біля поверхні 1 і кількості теплоти, що витрачається на роботу по переміщенню повітря в замкнутому прошарку. На основі цього теплового балансу записано рівняння (15) в роботі [1]. Проаналізуємо математичну модель, яка приведена в роботах [1, 2]. Ця модель складається в цілому з чотирьох балансних рівнянь, в які входять чотири невідомих величини. Це температура поверхні 1 та поверхні 2, t_1 і t_2 (рис.1), середня температура повітря в прошарку t_{cp} і швидкість переміщення повітря v .

Відносно цієї математичної моделі можна зробити критичне зауваження. Зокрема рівняння (15) у роботі [1], що характеризує рівність конвективних теплових потоків з урахуванням роботи, яка витрачається на переміщення повітря в замкнутому прошарку, записано дещо некоректно. Ця некоректність викликана тим, що кількість теплоти, яка витрачається на виконання роботи, тобто на переміщення повітря в замкнутому повітряному прошарку віднесена до одиниці об'єму повітря. В той же час питомий об'єм повітря залежить від температури і змінюється в процесі циркуляції повітря в повітряному прошарку. Більш доцільніше – кількість теплоти, яка витрачається на виконання роботи (переміщення повітря) віднести до одиниці маси повітря.

На наш погляд, ця некоректність призвела до того, що результати розрахунків не відтворюють в дійсності фізичний процес.

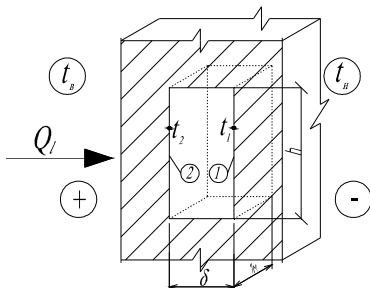


Рис.1 – Схема огорожувальної конструкції:
 Q_l – тепловий потік віднесений до 1п.м довжини огорожувальної конструкції;
 t_a – температура внутрішнього повітря;
 t_n – температура зовнішнього повітря;
 t_1, t_2 – температура поверхні 1 та 2 повітряного прошарку; h – висота прошарку; δ – товщина повітряного прошарку.

Згідно з результатом розрахунків математичної моделі, наведеної в роботі [2], при зменшенні різниці температур на поверхнях прошарку швидкість повітря збільшується. При температурі зовнішнього повітря $t_n = -23^{\circ}\text{C}$ швидкість повітря становить $v = 0,18$ м/с, а при температурі $t_n = -10^{\circ}\text{C}$ дорівнює $v = 0,549$ м/с. У той же час, аналізуючи фізичний процес приходимо до висновку, що при зменшенні перепаду

температур на відповідних поверхнях прошарку різниця густини повітря біля поверхні 1 і 2 (рис.1) зменшується. Внаслідок цього зменшується гравітаційний тиск і повинна зменшуватись швидкість. Це протиріччя ліквідовано на основі пізніше проведених теоретичних досліджень.

На основі цих досліджень пропонується дещо змінити рівняння, яке характеризує конвективний теплообмін у прошарку з урахуванням виконаної роботи. Скориставшись математичною моделлю [1, 2], рівняння, які характеризують тепловий баланс першої і другої поверхонь прошарку, залишимо без зміни, третє рівняння, що характеризує рівність теплових потоків, також незмінне, а от четверте дещо змінимо.

З цією метою розглянемо переміщення повітря в повітряному прошарку і нагрівання його біля поверхні 2 (рис.2). Із умови безперервності повітряного потоку в прошарку можна вважати, що половина об'єму повітря, яке є в повітряному прошарку, підігрівається біля поверхні 2, інша половина в цей час охолоджується біля поверхні 1. Виділимо елементарний об'єм повітря, яке підігрівається, висотою Δh , товщиною $\delta/2$ і довжиною 1 м.

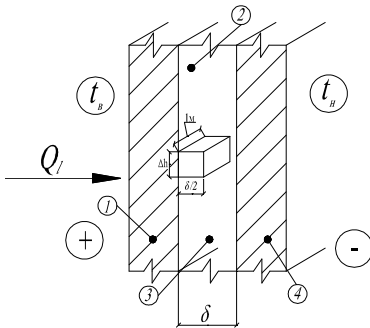


Рис. 2 – Схема повітряного прошарку:
1 – цегляна кладка; 2 – поверхня, біля якої нагрівається повітря; 3 – повітряний прошарок; 4 – цегляна кладка.

Кількість теплоти, яка надходить від поверхні 2 до елементарного об'єму (рис.2), віднесена до маси цього повітря, дорівнює:

$$\frac{\alpha_{k2}(t_2 - t_{cp})\Delta h \cdot 1 \cdot \tau}{m}, \quad (1)$$

де m – маса повітря в елементарному об'ємі, кг; τ – час знаходження елементарного об'єму біля поверхні 2, $\tau = h/v$, с; h – висота повітряного прошарку, м; v – швидкість переміщення повітря біля поверхні 2, м/с; t_2 – температура поверхні 2; t_{cp} – середня температура по-

вітря біля поверхні 2; α_{k2} – коефіцієнт конвективного теплообміну біля поверхні 2, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$.

Маса елементарного об'єму повітря $m = \Delta h \cdot 1 \cdot \frac{\delta}{2} \cdot \rho_{cp}$, де ρ_{cp} – середня густина повітря в повітряному прошарку, при температурі t_{cp} , кг/м^3 ; h – висота прошарку, м; δ – товщина повітряного прошарку, м (рис.1).

Підставимо значення маси і значення часу в вираз (1), одержимо:

$$\frac{\alpha_{k2}(t_2 - t_{cp})\Delta h \cdot 1}{\Delta h \cdot 1 \cdot \frac{\delta}{2} \cdot \rho_{cp}} \cdot \frac{h}{v} = \frac{\alpha_{k2}(t_2 - t_{cp})2h}{\delta \cdot \rho_{cp} \cdot v}. \quad (2)$$

Аналогічно визначаємо кількість тепла, яку віддає кожен елементарний об'єм повітря при охолодженні біля поверхні 1:

$$\frac{\alpha_{k1}(t_{cp} - t_1)2h}{\delta \cdot \rho_{cp} \cdot v}.$$

Роботу, яку виконує кожен кілограм повітря, при ізохорному процесі можна визначити за допомогою виразу $l = V_{cp} \cdot \Delta P = \frac{1}{\rho_{cp}} \Delta P$, де

V_{cp} – питомий об'єм повітря при температурі t_{cp} ; ΔP – втрати тиску при переміщенні повітря.

Втрати тиску при переміщенні повітря в повітряному прошарку можна визначити за формулою

$$\Delta P = \left(\lambda \frac{2h}{d_{екв}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} \rho_{cp}, \quad (3)$$

де λ – коефіцієнт тертя; $d_{екв}$ – еквівалентний діаметр,

$$d_{екв} = \frac{4 \frac{\delta}{2} \cdot 1}{2 \left(\frac{\delta}{2} + 1 \right)}, \text{ мм; } \sum \xi - \text{сума коефіцієнтів місцевих опорів; } v -$$

швидкість переміщення повітря, м/с.

Підставивши втрати тиску у вираз для визначення роботи, отримаємо:

$$l = \frac{\Delta P}{\rho_{cp}} = \frac{\left(\lambda \frac{2h}{d_{екв}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} \rho_{cp}}{\rho_{cp}} = \left(\lambda \frac{2h}{d_{екв}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2}. \quad (4)$$

Проаналізуємо розмірність правої і лівої частини рівняння:

$$\frac{H}{m^2} \times \frac{m^3}{кг} = \frac{H \times m}{кг} = \frac{Дж}{кг} \quad \text{і} \quad \frac{m^2}{c^2} \times \frac{кг}{кг} = \frac{кг \times m}{c^2} \times \frac{m}{кг} = \frac{H \times m}{кг} = \frac{Дж}{кг}.$$

Запишемо рівняння, яке характеризує тепловий баланс повітря в прошарку з урахуванням виконаної роботи:

$$\frac{\alpha_{k2}(t_2 - t_{cp})2h}{\delta \cdot \rho_{cp} \cdot v} = \left(\lambda \frac{2h}{d_{екв}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} + \frac{\alpha_{k1}(t_{cp} - t_1)2h}{\delta \cdot \rho_{cp} \cdot v}. \quad (5)$$

Якщо доповнити рівняння (5) іншими рівняннями, які залишилися незмінними і наведено в роботах [1, 2], то одержимо систему балансних рівнянь, тобто математичну модель, яка характеризує процес перенесення тепла через замкнутий повітряний прошарок в огорожувальній конструкції. Таким чином, дещо уточнена математична модель порівняно з роботами [1, 2] має вигляд:

$$k_6(t_6 - t_2) = \alpha_{k2}(t_2 - t_{cp}) + c_o \varepsilon_{np} \left[\left(\frac{273 + t_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + t_1}{100} \right)^4 \right], \quad (6)$$

$$k_n(t_1 - t_n) = \alpha_{k1}(t_{cp} - t_1) + c_o \varepsilon_{np} \left[\left(\frac{273 + t_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + t_1}{100} \right)^4 \right], \quad (7)$$

$$k_6(t_6 - t_2) = k_n(t_1 - t_n), \quad (8)$$

$$\frac{\alpha_{k2}(t_2 - t_{cp})2h}{\delta \cdot \rho_{cp} \cdot v} = \left(\lambda \frac{2h}{d_{екв}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} + \frac{\alpha_{k1}(t_{cp} - t_1)2h}{\delta \cdot \rho_{cp} \cdot v}, \quad (9)$$

де k_6 – неповний коефіцієнт теплопередачі, тобто коефіцієнт теплопередачі від повітря в приміщенні до поверхні 2; k_n – коефіцієнт теплопередачі від поверхні 1 до зовнішнього повітря.

Розглянемо конкретний приклад розрахунку процесу теплопередачі через повітряний прошарок. Виконаємо розрахунок для огорожувальної конструкції, що розглядалась в роботах [1, 2]. Ця конструкція складається з цегляної кладки з повітряним прошарком, товщина цегляної кладки з боку зовнішнього повітря – 120 мм (рис. 3), а з боку приміщення – 250 мм.

Коефіцієнт теплопровідності цегляної кладки становить

$\lambda = 0,77 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$. Товщина прошарку $\delta_{\text{вп}} = 3 \text{ см} = 0,03 \text{ м}$. Коефіцієнт теплопередачі від повітря в приміщенні до поверхні 2 становить $k_6 = 2,275 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$, коефіцієнт k_n від поверхні 1 до зовнішнього повітря – $k_n = 5,017 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$.

Температура зовнішнього повітря дорівнює $t_n = -23 \text{ } ^\circ\text{C}$, температура в приміщенні $t_в = 18 \text{ } ^\circ\text{C}$.

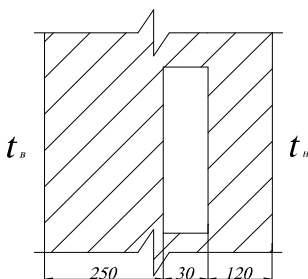


Рис.3 – Схема повітряного прошарку

Математична модель, тобто система рівнянь (6)-(9) була вирішена за допомогою програми Mathcad і було визначено невідомі параметри t_1 , t_2 , t_{cp} і v при різних температурах зовнішнього повітря. Результати розрахунків наведено в таблиці.

Виконаний розрахунок процесу теплообміну дає можливість проаналізувати нову математичну модель, яка дещо відрізняється від наведеної в роботах [1, 2], а також проаналізувати, як змінюється швидкість повітря в повітряному прошарку залежно від температури зовнішнього повітря і співвідношення променевого та конвективного теплових потоків. Результати аналізу свідчать, що математична модель дозволяє отримати більш достовірніші результати. При підвищенні температури зовнішнього повітря швидкість в прошарку зменшується.

При плюсових температурах зовнішнього повітря швидкість у повітряному прошарку наближається до нуля. Порівняємо кількість теплоти, яку віддає кожен кілограм повітря, що знаходиться в повітряному прошарку при його охолодженні біля поверхні 1, з кількістю теплоти, яка витрачається для виконання роботи, тобто на переміщення повітря.

Результати розрахунку процесу теплопередачі через замкнутий повітряний прошарок

№ п/п	Параметри повітряного прошарку	Температура зовнішнього повітря, $t_n, ^\circ\text{C}$				
		-23	-20	-15	-10	-5
1	Температура поверхні 2, $t_2, ^\circ\text{C}$	-3,252	-1,752	0,769	3,316	5,888
2	Температура поверхні 1, $t_1, ^\circ\text{C}$	-13,363	-11,043	-7,186	-3,341	0,492
3	Середня температура повітря у повітряному прошарку, $t_{cp}, ^\circ\text{C}$	-8,308	-6,398	-3,209	-0,013	3,12
4	Різниця температур, $t_2 - t_1, ^\circ\text{C}$	10,111	9,291	7,955	6,657	5,396
5	Швидкість повітря в прошарку, $v, \text{ м/с}$	0,169	0,147	0,141	0,12	0,08
6	Робота, $l, \text{ Дж/кг}$	0,183	0,156	0,149	0,124	0,079
7	Проміжок часу, $\tau = \frac{h}{v}, \text{ с}$	5,917	6,803	7,092	8,333	12,5
8	Повний тепловий потік, віднесений до 1м довжини повітряного прошарку, $Q_l, \text{ Вт/м}$	48,348	44,936	39,201	33,406	27,555
9	Конвективний тепловий потік, $Q_l^k, \text{ Вт/м}$	11,281	10,078	8,194	6,462	4,883
10	Променевий тепловий потік, $Q_l^{np}, \text{ Вт/м}$	37,665	35,362	31,374	27,197	22,829

Кількість теплоти, що віддає 1 кг повітря:

$$\frac{\alpha_{k1}(t_{cp} - t_1)2h}{\delta \cdot \rho_{cp} \cdot v} = a,$$

де $\alpha_{k1} = A\sqrt{(t_{cp} - t_1)} = 1,3\sqrt{-8,308 - (-13,363)} = 2,92 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ – коефіцієнт конвективного теплообміну біля поверхні 1 повітряного прошарку;

$\rho_{cp} = \frac{353}{273 + t_{cp}} = \frac{353}{273 + (-8,308)} = 1,33 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ – середня густина повітря в прошарку;

$$a = \frac{2,92(-8,308 - (-13,363))2 \cdot 1}{0,03 \cdot 1,33 \cdot 0,169} = 4377,9 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}.$$

Кількість теплоти, що витрачається на переміщення повітря:

$$\left(\lambda \frac{2h}{d_{екв}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} = e,$$

де $\lambda = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{400,19} = 0,159$ – коефіцієнт тертя; $\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0,169 \cdot 0,0296}{12,5 \cdot 10^{-6}} = 400$ – число Рейнольдса (ламінальний режим); $\nu = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ – кінематична в'язкість повітря (залежить від середньої температури повітря в прошарку); $\sum \xi = 2$ – сума коефіцієнтів місцевих опорів (маємо два повороти);

$$\epsilon = \left(0,159 \frac{2 \cdot 1}{0,0296} + 2 \right) \frac{0,169^2}{2} = 0,183.$$

Співвідношення цих величин: $4377,9 \gg 0,183$.

Результати порівнянь дають можливість ввести спрощуючу передумову, що роботою, яка витрачається на переміщення повітря в прошарку, можна знехтувати. Тоді математична модель матиме вигляд:

$$k_{\epsilon}(t_{\epsilon} - t_2) = \alpha_{k2}(t_2 - t_{cp}) + c_o \epsilon_{np} \left[\left(\frac{273 + t_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + t_1}{100} \right)^4 \right], \quad (10)$$

$$k_n(t_1 - t_n) = \alpha_{k1}(t_{cp} - t_1) + c_o \epsilon_{np} \left[\left(\frac{273 + t_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + t_1}{100} \right)^4 \right], \quad (11)$$

$$k_{\epsilon}(t_{\epsilon} - t_2) = k_n(t_1 - t_n). \quad (12)$$

Ця математична модель значно простіша і складається з трьох рівнянь, які мають три невідомі параметри. Невідомими є середня температура повітря в прошарку t_{cp} , а також температури першої t_1 і другої t_2 поверхонь прошарку. Рівняння (10) і (11) відповідно характеризують тепловий баланс поверхні 2 і 1, а рівняння (12) – рівність теплових потоків.

Якщо порівнювати результати розрахунків, виконаних за допомогою рівнянь (10)-(12), з результатами розрахунків на основі попередньої математичної моделі (рівняння (6)-(9)), то можна прийти до висновку, що ці результати практично співпадають. Наприклад, при температурі зовнішнього повітря $t_n = -23^{\circ}\text{C}$ невідомі величини, визначені за допомогою математичної моделі (рівняння (10)-(12)), дорівнюють: $t_1 = -3,252^{\circ}\text{C}$, $t_2 = -13,363^{\circ}\text{C}$ і $t_{cp} = -8,308^{\circ}\text{C}$. Такі ж результати одержано за допомогою більш складної математичної моделі (таблиця). Одночасно слід зазначити, що в роботі [2] на основі раніше

складеної математичної моделі при температурі зовнішнього повітря $t_n = -23^\circ\text{C}$ одержано такі результати:

$$t_1 = -3,254^\circ\text{C}, t_2 = -13,364^\circ\text{C} \text{ і } t_{cp} = -8,31^\circ\text{C}.$$

Результати розрахунків майже ті ж самі. Але спрощена математична модель (рівняння (10)-(12)) не дає можливості визначити швидкість повітря в повітряному прошарку і проаналізувати більш глибоке конвективний теплообмін у повітряному прошарку.

Проаналізуємо додатково дані наведеної вище таблиці. При низьких температурах зовнішнього повітря співвідношення променевого теплового потоку до конвективного складає $\frac{37,665}{11,281} = 3$, при більш

високій $\frac{22,829}{4,883} = 4,7$. Таким чином, при вищих температурах зовнішнього повітря більш суттєву роль у перенесенні тепла відіграє промєневий теплообмін у порівнянні з конвективним.

Порівняння результатів розрахунку процесу теплопередачі крізь огорожувальну конструкцію із замкнутим повітряним прошарком, одержаних за допомогою різних математичних моделей, дає можливість зробити висновок, що залежно від призначення розрахунку можна використовувати ті чи інші за складністю математичні моделі. При інженерних розрахунках, коли потрібно визначити лише температуру повітря в прошарку і температури на поверхнях, можна використовувати більш спрощену математичну модель. Для досліджень та аналізу процесу теплопередачі, зокрема конвективного і променевого теплообміну, слід використовувати більш складну математичну модель, яка дає можливість проаналізувати вплив швидкості повітря на конвективний теплообмін та інші фактори.

1.Строй А.Ф. Математична модель та алгоритм розрахунку теплопередачі через огорожувальну конструкцію із замкнутим повітряним прошарком // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып.86. – К.: Техніка, 2009. – С.188-196.

2.Гирман Л.В. Покращення теплозахисних властивостей огорожувальних конструкцій із замкнутими повітряними прошарками // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып.88. – К.: Техніка, 2009. – С.166-175.

Отримано 26.04.2010

УДК 681.32 : 519.713

М.І.САМОЙЛЕНКО, д-р техн. наук, В.П.ПРОТОПОПОВА

Харківська національна академія міського господарства

ОПТИМАЛЬНЕ РОЗТАШУВАННЯ ПЕРЕМИЧОК У МІСЬКИХ ТРУБОПРОВІДНИХ МЕРЕЖАХ ЗА КРИТЕРІЄМ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ НАДІЙНОСТІ

Математично доведено, що симетричне розташування перемичок в магістральних трубопроводних системах забезпечує їх найвищу функціональну надійність.

Математически доказано, что симметричное расположение перемычек в магистральных трубопроводных системах обеспечивает наивысшую функциональную надёжность.

Proof is adduced, that the symmetric location of bridges in the main pipeline systems provides the greatest functional reliability.

Ключові слова: міські трубопровідні мережі, функціональна надійність.

Міські трубопровідні мережі (водопровідні, газові, теплові) мають у своєму складі магістральні ділянки, що сягають декілька кілометрів. Такі ділянки повинні мати підвищену надійність, оскільки їх вихід із ладу призводить до масштабних матеріальних та екологічних втрат. Одним із засобів підвищення функціональної надійності магістральних ділянок є їх резервування, тобто спорудження додаткового трубопроводу, що є паралельним до існуючого. Подальше підвищення функціональної надійності доцільно досягати за рахунок установки перемичок між паралельними трубопроводами [1].

В [2] строго доведено, що максимальне підвищення функціональної надійності при всіх інших рівних умовах досягається при симетричній установці перемички. В цій же роботі [2] зроблено спробу довести необхідність симетричної установки перемичок у загальному випадку, коли кількість перемичок перевершує одиницю.

Функціональна надійність двох паралельних трубопроводів, що з'єднуються між собою n перемичками, визначається за виразом [2]

$$P_{2+nm}^f = p_a^{n+2} \left[1 - \left(1 - p_a \left[1 - (1 - p) x_i \right] \right)^2 \right] \times \prod_{i=2}^{n+1} \left[1 - \left(1 - p_a^2 \left[1 - (1 - p) x_i \right] \right)^2 \right]. \quad (1)$$

Тут p_a – технічна надійність кожної засувки, що входить до складу перемичок або з'єднує магістральну ділянку з джерелом цільового продукту чи споживачем; $x_i = l_i / L$, де l_i – довжина i -ї частини кож-