

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

В. П. Шпачук, В. О. Пушня

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ
ДЛЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ, ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
І САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ**

З КУРСУ «ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»

*(для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів
напряму підготовки 6.070101 – «Транспортні технології
(за видами транспорту)»)*

Харків
ХНАМГ
2010

Методичні вказівки і завдання для практичних занять, виконання контрольних робіт і самостійної роботи з курсу «Технічна механіка» (для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів напряму підготовки 6.070101 – «Транспортні технології (за видами транспорту)» / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: В. П. Шпачук, В. О. Пушня. – Х.: ХНАМГ, 2010. – 59 с.

Укладачі: В. П. Шпачук,
В. О. Пушня

Рецензент: доц., к.т.н. Кузнєцов О. М.

Рекомендовано кафедрою теоретичної і прикладної механіки,
протокол № 16 від 30.06.2010 р.

ВСТУП

Ці вказівки для самостійної роботи при вивченні технічної механіки студентами усіх форм навчання спеціальностей «Транспортні системи», «Організація і регулювання дорожнього руху», «Організація перевезень і управління на транспорті» призначені підвищити ефективність самостійної роботи, як у поза аудиторний час, так і при спілкуванні з викладачем. Наведено варіанти задач, які можуть бути використані для самостійної роботи студентів, контрольних робіт і як розрахунково-графічне завдання (РГЗ). Подані також відповідні теоретичні відомості й розглянуто приклади розв'язання задач.

При самостійному виконанні завдання необхідно засвоїти основні визначення, положення і відповідні теореми, пов'язані з матеріалом, який вивчається, розібрати відповідний приклад і розв'язати кілька задач із запропонованих варіантів.

Матеріали цих вказівок можуть також використовуватись викладачами при проведенні самостійних і контрольних робіт в аудиторії, при прийманні РГЗ і на екзаменах.

РГЗ треба оформляти на стандартних аркушах паперу формату А4 (розмір 210 x 297 мм) з полями: зліва – 20 мм, справа, зверху і знизу – по 5 мм. На першому аркуші вказати прізвище студента, групу і номер варіанта, записати умову задачі і викреслити розрахункову схему. При розв'язанні задачі слід навести необхідні рівняння і визначити невідомі з короткими поясненнями.

При здачі завдання студент повинен пояснити порядок виконання задачі, знати і чітко формулювати необхідний теоретичний матеріал, вміти розв'язати подібну задачу.

У кінці семестру всі задачі РГЗ здати викладачеві.

Студент, виключаючи завдання 3, вибирає вихідні дані задачі за шифром, що складається з двох цифр, які указуються викладачем, наприклад, шифр 35, де 3 – перша цифра, а 5 – друга цифра шифру.

1. Вказівки до завдання 1 (статика)

В'язі та їх реакції

В'язями називаються тіла, які накладають обмеження на розміщення тіла й швидкості його точок у просторі.

Сила, з якою в'язь діє на тіло, називається **реакцією в'язі**, або просто **реакцією**.

Аксіома про звільнення від в'язей: Невільне матеріальне тіло можна розглядати як вільне, якщо відкинути в'язі і замінити їх дію реакціями.

Активні сили намагаються рухати тіло, а реактивні протидіють цьому переміщенню.

Числове значення реакцій завжди залежить від активних сил. Визначення реакцій має велике значення для розрахунку міцності конструкцій.

Розглянемо, як зображуються реакції основних типів в'язей.

Ідеальна гладка поверхня. Реакція гладкої поверхні напрямлена перпендикулярно до дотичної площини (n-n або m-m) в точці дотику тіл (рис. 1.1, 1.2).

Гнучка в'язь (нитка, канат, ланцюг). Реакція гнучкого тіла напрямлена вздовж дотичної в будь-якій точці нитки (рис. 1.3, 1.4).

Циліндричний гладенький шарнір. Шарнір – це рухоме з'єднання двох тіл, що допускає тільки обертання навколо спільної осі (рис. 1.5). Реакція R_A

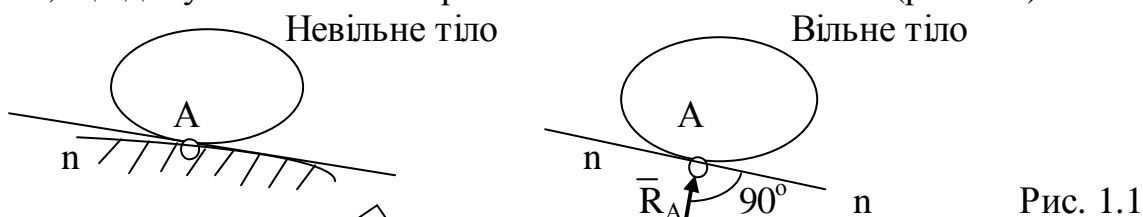


Рис. 1.1

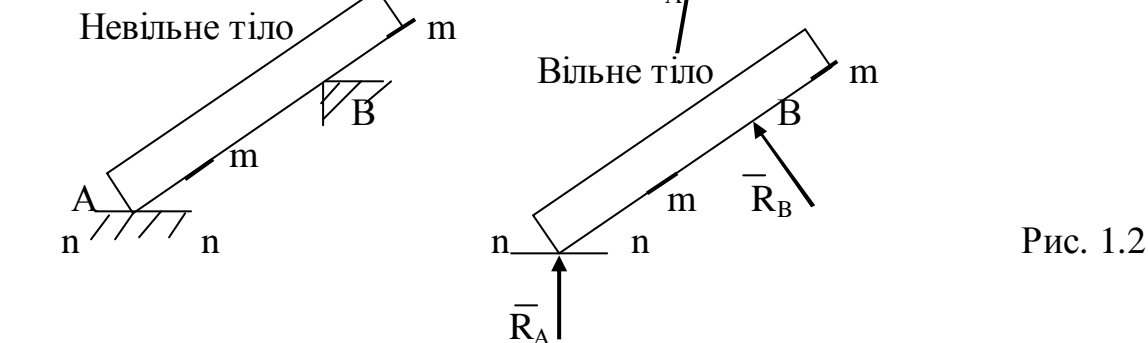


Рис. 1.2

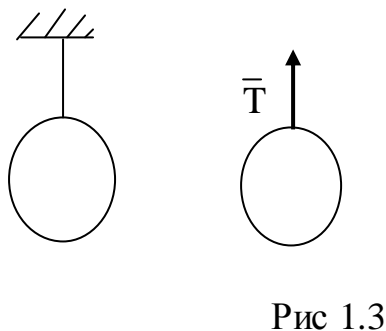


Рис. 1.3

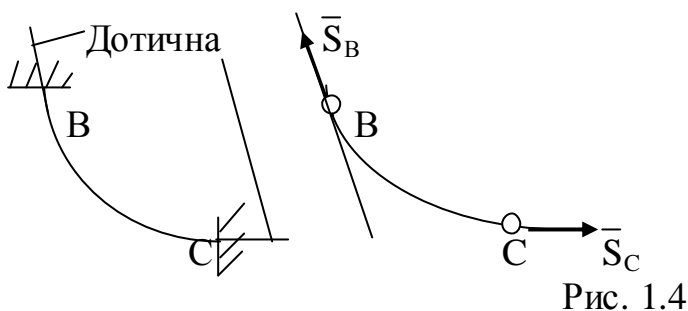


Рис. 1.4

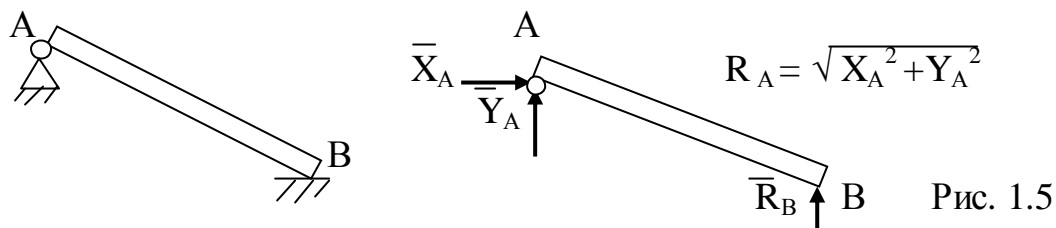


Рис. 1.5

циліндричного шарніра А може мати довільний напрям, перпендикулярний до осі шарніра. Реакцію шарніра зображують у вигляді двох взаємно перпендикулярних складових X_A, Y_A .

Рухомий циліндричний шарнір. Реакція R_A рухомого шарніра А нормальна опорній поверхні (рис. 1.6).

Ідеальний стержень – це невагомий стержень, закріплений шарнірами на кінцях (рис. 1.7), на який діють тільки реакції шарнірів. Реакція ідеального стержня напрямлена по прямій, що з'єднує шарніри (АВ або СД).

Защемлення (жорстке нерухоме кріплення). Балка АВ жорстко закріплена в стіні. Реакції защемлення зображуються з двох взаємно перпендикулярних складових X_A, Y_A і пари сил з моментом M_A (рис. 1.8).

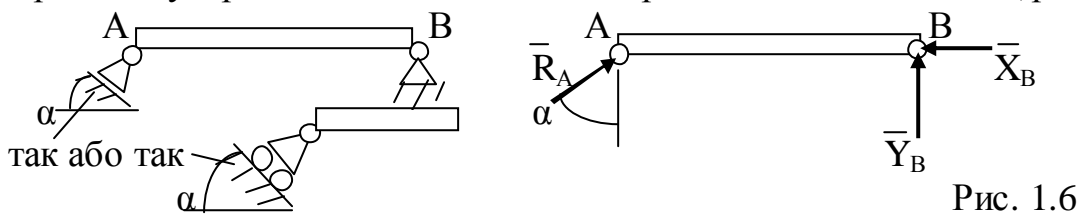


Рис. 1.6

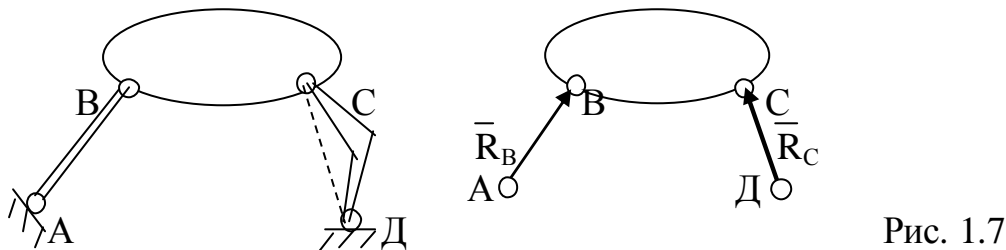


Рис. 1.7

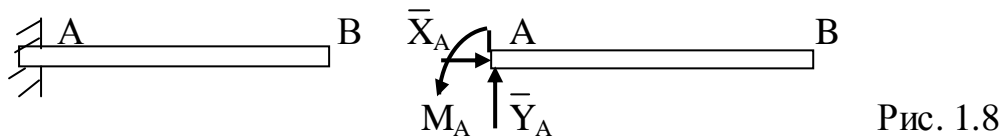


Рис. 1.8

Система збіжних сил, умови рівноваги системи збіжних сил

Система збіжних сил – це система сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці.

Аналітичні умови рівноваги системи збіжних сил на площині:

$$\Sigma F_{KX} = 0; \quad \Sigma F_{KY} = 0. \quad (1.1)$$

Отже, система збіжних сил врівноважується, коли суми проекцій сил на осі координат дорівнюють нулю.

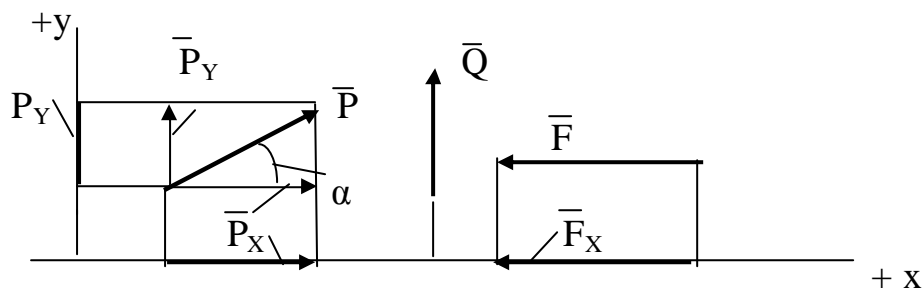
Проекція сили на вісь – дорівнює довжині відрізка між проекціями початку і кінця сили на цю вісь (рис 1.9). *Правило знаків:* якщо напрям проекції сили на вісь збігається з додатним напрямом осі (P_x, P_y), то проекція вважається додатною, і навпаки (F_x).

Момент сили

Моментом сили \vec{F} відносно точки O називається вектор $\vec{m}_O(\vec{F})$, який прикладений у цій точці O і напрямлений перпендикулярно до площини, що проходить через точку і лінію дії сили, у той бік, звідки обертання тіла відносно точки видно проти ходу стрілки годинника (рис. 1.10,а), модуль вектора дорівнює добутку модуля сили на її плече:

$$|\vec{m}_O(\vec{F})| = F h.$$

Плече (h або d) сили F – відстань від точки до лінії дії сили.



$$P_x = P \cos \alpha; \quad P_y = P \sin \alpha; \quad Q_x = 0; \quad Q_y = Q; \quad F_x = -F; \quad F_y = 0.$$

Рис. 1.9

Коли всі сили лежать в одній площині (плоска система сил), то момент сили відносно точки, що лежить у цій самій площині, можна розглядати як алгебраїчну величину, яка дорівнює проекції моменту на вісь, розташовану перпендикулярно цій площині (рис 1.10,б).

Моментом сили відносно точки на площині називається взятий з відповідним знаком добуток модуля сили на її плече:

$$m_O(\vec{F}) = +F h; \quad m_A(\vec{F}) = -F d; \quad m_B(\vec{F}) = 0, \quad (1.2)$$

де h або d – плече сили F – це довжина перпендикуляра, який опущено з точки на лінію дії сили (рис 1.10,б).

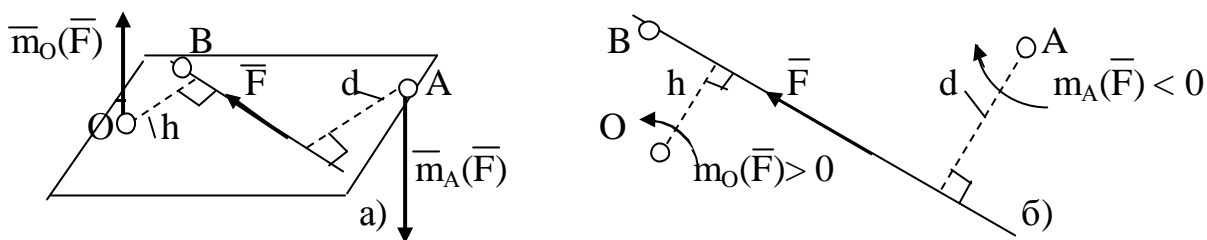


Рис 1.10

Момент сили вважають додатним, якщо сила намагається обернути плече проти ходу стрілки годинника, і навпаки. Одна й та сила відносно різних точок може створювати додатний або від'ємний момент (рис. 1.10,б).

Момент сили відносно точки, що лежить на лінії дії сили (точка B на рис.1.10,б), дорівнює нулю, оскільки тут плече сили дорівнює нулю.

Одиниця моменту сили – ньютон на метр $[Н \cdot м] = [кг \cdot м / сек^2]$.

Пара сил

Система двох паралельних сил, які рівні за модулем і протилежні за напрямом називається парою сил або просто парою (рис. 1.11).

Позначення пари сил: $\vec{m}(\vec{F}, \vec{F}_1)$.

Отже, сили пари $\vec{F} = -\vec{F}_1$.

Пара сил не має рівнодійної, тому що її рівнодійна $\vec{R} = \vec{F} + \vec{F}_1 = 0$, тобто пару сил можна зрівноважити тільки іншою парою сил.

Дія пари на тверде тіло зводиться до обертового ефекту. Для характеристики цього ефекту введено поняття моменту пари, який являє собою вектор, перпендикулярний до площини пари і напрямлений так, щоб із кінця цього вектора було видно, що сили пари намагаються обертати тіло проти ходу стрілки годинника (рис. 1.11).

Момент пари сил є вільним вектором.

Модуль моменту пари дорівнює добутку однієї із сил пари на її плече:

$$m = Fh = F_1h, \quad (1.4)$$

де h – плече пари – довжина перпендикуляра між лініями дії сил пари.

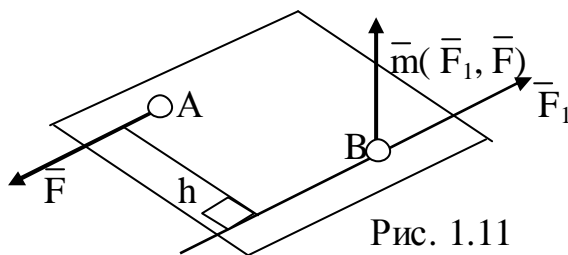


Рис. 1.11

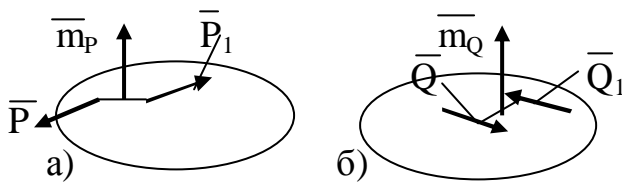


Рис. 1.12

Властивості пар (рис. 1.12).

1. Не змінюючи механічного стану твердого тіла, можна переміщувати пару сил як завгодно, зберігаючи незмінним вектор моменту пари.
2. Не змінюючи механічного стану твердого тіла, можна змінювати сили й плече пари, але так, щоб її момент залишався незмінним.

Дана пара $P = P_1 = 10$ Н, яка має плече $h = 0,5$ м (рис. 1.12,а).

Візьмемо сили другої пари $Q = Q_1 = 2$ Н, а плече цієї пари позначимо d .

Пари m_P і m_Q будуть еквівалентними, якщо вектори моментів цих пар однакові за величиною й паралельні:

$$m_P = Ph = m_Q = Qd. \quad (1.5)$$

З умови (1.5) знаходимо плече $d = Ph / Q = 2,5$ м.

3. Сума моментів сил пари відносно будь-якого центру не залежить від вибору центра і дорівнює моменту пари. Щоб задати пару сил, досить задати її момент.
4. Моменти пар, що лежать в одній площині, можна розглядати як скалярні величини.

Момент пари вважають додатним, якщо пара намагається обертати тіло проти ходу стрілки годинника ($m_2 > 0$), і навпаки ($m_1 < 0$) (рис. 1.13).

Пари сил на площині показують так, як зображено на рис. 1.13.

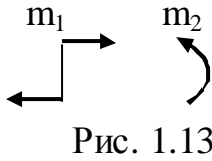


Рис. 1.13

Умови рівноваги системи сил

Довільна просторова система сил, прикладена до вільного твердого тіла, перебуватиме в рівновазі, якщо головний вектор і головний момент цієї системи сил одночасно дорівнюють нулю.

Головний вектор \bar{R} дорівнює геометричній сумі сил системи: $\bar{R} = \Sigma \bar{F}_K$; головний момент \bar{M}_O дорівнює геометричній сумі моментів сил системи відносно центра зведення: $\bar{M}_O = \Sigma \bar{m}_O(\bar{F}_K)$. При рівновазі системи сил маємо: $\bar{R} = \Sigma \bar{F}_K = 0$; $\bar{M}_O = \Sigma \bar{m}_O(\bar{F}_K) = 0$.

Форми рівнянь рівноваги довільної плоскої системи сил

Перша, або основна форма рівнянь рівноваги: Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно й достатньо, щоб суми проєкцій усіх сил на осі координат дорівнювали нулю і щоб алгебраїчна сума моментів цих сил відносно будь-якої точки площини також дорівнювала нулю.

Отже, рівняння рівноваги в цьому випадку мають вигляд

$$\Sigma F_{KX} = 0; \Sigma F_{KY} = 0; \Sigma m_O(\bar{F}_K) = 0. \quad (1.6)$$

Друга форма рівнянь рівноваги: Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно й достатньо, щоб суми моментів сил відносно будь-яких двох центрів A, B (рис. 1.14) і сума проєкцій сил на вісь координат, яка не перпендикулярна AB , дорівнювали нулю:

$$\Sigma \bar{m}_A(\bar{F}_K) = 0; \Sigma \bar{m}_B(\bar{F}_K) = 0; \Sigma F_{KX} = 0. \quad (1.7)$$

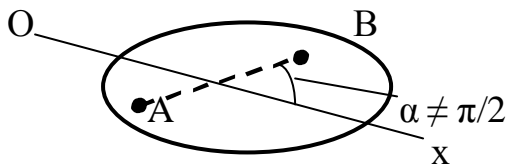


Рис. 1.14

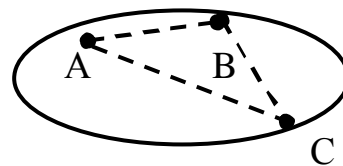


Рис. 1.15

Третя форма рівнянь рівноваги: Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно й достатньо, щоб суми моментів сил відносно будь-яких трьох точок (рис. 1.15), що не лежать на одній прямій, дорівнювали нулю:

$$\Sigma m_A(\bar{F}_K) = 0; \Sigma m_B(\bar{F}_K) = 0; \Sigma m_C(\bar{F}_K) = 0. \quad (1.8)$$

Задачі на рівновагу твердого тіла під дією системи сил слід розв'язувати в такій послідовності:

1. виділити тіло, рівновагу якого розглядатимемо;
2. зобразити всі сили, які діють на тіло;
3. додати відповідні реакції в'язей;
4. визначити прямокутну систему координат;
5. скласти відповідні рівняння рівноваги:
 для системи збіжних сил на площині – рівняння (1.1),
 для плоскої довільної системи сил – рівняння (1.6), (1.7) або (1.8); за
 центр моментів слід вибрати точку, в якій перетинаються лінії дії
 найбільшого числа невідомих реакцій в'язей;
6. розв'язати систему рівнянь і визначити невідомі; зробити аналіз
 розв'язання.

Примітка. У процесі розв'язування задач слід пам'ятати, що кількість рівнянь рівноваги, складених для розв'язання, не може бути більшою від кількості умов рівноваги. Під час розв'язування задач статички доцільно рівняння рівноваги складати так, щоб у кожному була тільки одна невідома величина.

2. Вказівки до завдання 2 (статика)

Внутрішні сили

Для розрахунків деталей машин і споруд на міцність треба знати внутрішні сили пружності, що виникають у результаті дії прикладених до деталей зовнішніх сил. Для визначення внутрішніх сил використовують метод перерізів.

Метод перерізів полягає в тому, що тіло умовно розрізають площиною на дві частини, будь-яку з них умовно відкидають і замість неї до перерізу залишеної частини прикладають внутрішні сили, які діяли до розрізання; залишену частину розглядають як самостійне тіло, що перебуває в рівновазі під дією зовнішніх і прикладених до перерізу внутрішніх сил.

За третім законом Ньютона (аксіома взаємодії тіл) внутрішні сили, які діють у перерізі залишеної й відкинутої частин тіла, однакові за модулем, але протилежні за напрямом.

Зробимо поперечний переріз $a-a$ бруса, як на рис. 2.1, і розглянемо рівновагу якоїсь його частини. У загальному випадку статичним еквівалентом внутрішніх сил, що діють у перерізі $a-a$, будуть головний вектор, прикладений до центра ваги перерізу, і головний момент. Внутрішні сили зрівноважують систему зовнішніх сил, прикладених до залишеної частини бруса. Для плоскої системи сил розкладемо головний вектор на складову N , напрямлену вздовж осі бруса, і складову Q перпендикулярну до цієї осі.

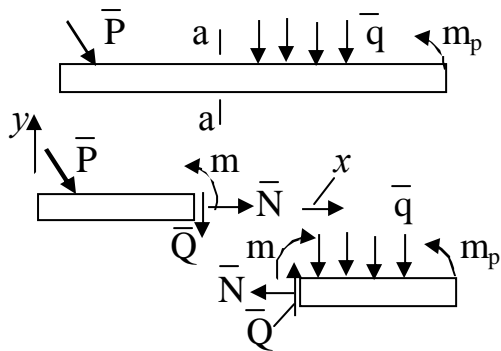


Рис. 2.1

Ці складові головного вектора разом із головним моментом m називатимемо внутрішніми силовими факторами (ВСФ), які діють у перерізі бруса.

Складова N зветься поздовжньою силою, складова Q – поперечною силою.

Пару сил m називають згинаючим моментом.

Запишемо рівняння рівноваги

залишеної частини, наприклад лівої,

$$N_X + \Sigma P_{KX} = 0; \quad Q_Y + \Sigma P_{KY} = 0; \quad m + \Sigma m_o(P_K) = 0, \quad (2.1)$$

де ΣP_{KX} ; ΣP_{KY} — алгебраїчні суми проекцій на осі x і y зовнішніх сил, прикладених до розглядуваної частини бруса, а $\Sigma m_o(\bar{P}_K)$ — алгебраїчна сума моментів цих сил відносно центра ваги O перерізу.

Рівняння (2.1) дають змогу визначити ВСФ:

$$N_X = -\Sigma P_{KX}; \quad Q_Y = -\Sigma P_{KY}; \quad m = -\Sigma m_o(\bar{P}_K), \quad (2.2)$$

Для плоскої системи сил прийняті додатні напрями ВСФ згідно з рис. 2.2.

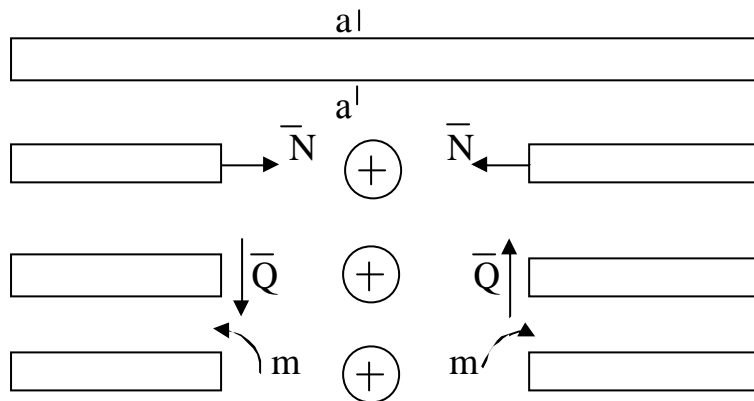


Рис. 2.2

Різні внутрішні силові фактори виникають за різних деформацій. Розглянемо окремі випадки.

1. У перерізі виникає *тільки поздовжня сила N* . У цьому випадку буває деформація *розтягу*, якщо сила N додатна (рис. 2.2) (вона напрямлена від перерізу), або деформація

стиску (якщо сила N напрямлена до перерізу).

2. У перерізі виникає *лише поперечна сила Q* . У цьому випадку буває деформація *зсуву*.

3. Якщо в перерізі виникає *лише згинаючий момент m* , то це буде деформація *чистого згину*.

4. Якщо в перерізі одночасно виникає *згинаючий момент m і поперечна сила Q* , то згин називають *поперечним*.

5. Якщо в перерізі *одночасно діє кілька внутрішніх силових факторів*, то в цих випадках буде поєднання основних деформацій.

Для наочного зображення розподілу вздовж осі балки поздовжніх, поперечних сил і згинаючих моментів з рівнянь (2.1) знаходять функції ВСФ і

будують графіки – так звані епюри, які дають змогу визначити можливий небезпечний переріз балки.

Побудова епюр внутрішніх силових факторів (ВСФ)

- Увесь стержень необхідно розділити на ділянки. Початок і кінець ділянки визначається зміною зовнішніх сил, що діють на стержень.
- На кожній ділянці показати переріз. Далі розглядають ліву чи праву частину стержня від перерізу.
- Для частини, яку виділено, задати координату перерізу, зобразити зовнішні сили й ВСФ, згідно з рис. 2.2. Визначити границі зміни координати перерізу.
- Записати рівняння рівноваги (2.1), з яких знати функції ВСФ (2.2). Згідно з цими функціями побудувати епюри ВСФ для кожної ділянки.

Якщо функцію поперечної сили і функцію згинаючих моментів продиференціювати, то знайдемо:

$$q = dQ/dx = d^2m/dx^2; \quad Q = dm/dx. \quad (2.3)$$

Тобто, *перша похідна від поперечної сили або друга похідна від згинаючого моменту за абсцисою перерізу балки дорівнює інтенсивності розподіленого навантаження;*

перша похідна від згинаючого моменту за абсцисою перерізу балки дорівнює поперечної сили.

Розглянемо випадок, коли інтенсивність розподіленого навантаження перпендикулярна осі балки і стала величина ($q = \text{const}$).

У цьому випадку з рівнянь (2.3) інтегруючи отримаємо:

$$Q = q x + C_1; \quad m = q x^2/2 + C_1 x + C_2, \quad (2.4)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування.

На підставі (2.3),(2.4) можна сформулювати такі *правила перевірки епюр.*

При перевірці рухаємось зліва – направо, розриви на епюрах будьмо називати стрибками. Ось «х» напрямлена направо, ось «у» вгору. Розподілене навантаження діє тільки вздовж осі «у».

1. У перерізі, де прикладена сила $F_x > 0$, на епюрі N стрибок на величину F_x униз і навпаки, якщо $F_x < 0$. Епюра пряма лінія паралельна осі.
2. У перерізі, де прикладена сила F_y

{	на епюрі Q стрибок на величину F_y в напрямку дії сили; на епюрі m злом, протилежній силі F_y .
---	---
3. Якщо на ділянці

{	$q = 0$ <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">{</td> <td style="padding-left: 10px;">– епюра Q пряма лінія паралельна осі;</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="padding-left: 10px;">– епюра m похила пряма лінія;</td> </tr> </table>	{	– епюра Q пряма лінія паралельна осі;	}	– епюра m похила пряма лінія;
{	– епюра Q пряма лінія паралельна осі;				
}	– епюра m похила пряма лінія;				
}	$q = \text{const}$ <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">{</td> <td style="padding-left: 10px;">– епюра Q похила пряма лінія;</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="padding-left: 10px;">– епюра m параболічна крива лінія, опуклість якої протилежна напрямку q.</td> </tr> </table>	{	– епюра Q похила пряма лінія;	}	– епюра m параболічна крива лінія, опуклість якої протилежна напрямку q .
{	– епюра Q похила пряма лінія;				
}	– епюра m параболічна крива лінія, опуклість якої протилежна напрямку q .				

4. У перерізі, де $\left\{ \begin{array}{l} \text{на епюрах } Q \text{ і } N \text{ змін нема;} \\ \text{прикладена пара сил,} \\ \text{момент якої } m_k, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{на епюрі } m \text{ стрибок на величину моменту} \\ \text{пари } m_k \text{ униз, якщо } m_k > 0 \text{ і, навпаки, якщо } m_k < 0. \end{array} \right.$
5. Якщо на ділянці, де $q = \text{const}$, епюра Q міняє знак, то на епюрі m у перерізі, де $Q=0$ буде екстремум.
- Послідовність дій при перевірці епюр наведено у прикладі до задачі 2.

Розрахунок на міцність у випадку розтягу (стиску)

При розтягу (стиску) напруження по перерізу розподіляються рівномірно (рис.2.3), тобто нормальне напруження у перерізі визначається за формулою

$$\sigma = |N| / A. \quad (2.5)$$

Розрахункова формула на міцність при розтягу (стиску) має такий вигляд

$$\sigma = |N| / A \leq [\sigma]. \quad (2.6)$$

Тут σ – нормальне напруження у перерізі; N – поздовжня сила в перерізі, котра вважається додатною, якщо вона розтягує стержень, і від'ємною, коли стискує його; A – площа перерізу стержня; $[\sigma]$ – допустиме нормальне напруження для розтягу (стиску).

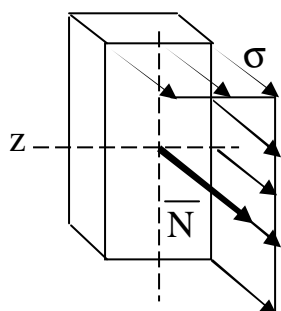


Рис. 2.3

Тобто, нормальне напруження у випадку розтягу (стиску), яке дорівнює відношенню поздовжньої сили до площі перерізу стержня, не повинне перевищувати допустиме напруження.

При визначенні поздовжніх зусиль у перерізах ступінчатого стержня необхідно користуватися методом перерізів (дивись вище).

Переміщення перерізів і деформація стержня визначаються за формулами:

якщо N, E, A змінні вздовж стержня

$$\Delta l = \int [N \cdot dx / (E \cdot A)], \quad (2.7)$$

якщо N, E, A стали на ділянці, тоді

$$\Delta l = N \cdot l / (E \cdot A), \quad (2.8)$$

де l – довжина ділянки, E – модуль поздовжньої пружності.

Розрахунок на міцність у випадку згину

Якщо в перерізі одночасно діють згинаючий момент m і поперечна сила Q , то згин називають поперечним. Поперечна й поздовжня сили при згині мало впливають на міцність деталі. При розрахунках звичайно враховують тільки згинаючий момент m (рис. 2.4).

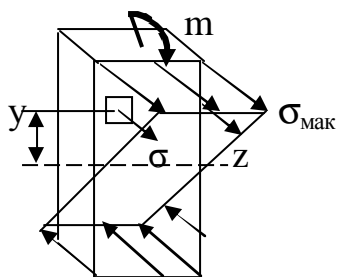


Рис. 2.4

Нормальні напруження в перерізі

$$\sigma = m \cdot y / J_z. \quad (2.9)$$

Розрахункова формула на міцність у випадку згину має такий вигляд:

$$\sigma_{\max} = m / W_z \leq [\sigma]. \quad (2.10)$$

Тобто, нормальне напруження у випадку згину, яка дорівнює відношенню згинаючого моменту до моменту опору перерізу, не повинне перевищувати допустиме напруження.

Тут σ – нормальне напруження у перерізі;

m – згинаючий момент у перерізі;

y – координата від нейтральної осі z точки у перерізу;

$W_z = J_z / y_{\max}$ – осьовий момент опору перерізу;

$J_z = \int h^2 dF$ – момент інерції перерізу відносно осі z (осьовий момент інерції);

h – відстань від осі частини площі dF перерізу;

y_{\max} – координата від нейтральної осі z найбільш віддаленої точки у перерізу;

σ_{\max} – найбільше нормальне напруження у перерізі;

$[\sigma]$ – допустиме нормальне напруження для випадку згину (беруть такою самою, як для розтягу і стиску).

Далі у табл. 2.3 наведені формули для обчислення моменту опору й площі перерізу при заданому співвідношенні розмірів прямокутника й кільця.

Невеликий вплив на напруження при згині маємо для повздовжньої й поперечної сил. Саме тому розміри перерізу знаходяться з умови міцності для згину й звичайно не враховують вплив других факторів за винятком деяких випадків.

Розрахунки наведені у прикладі до задачі 2.

3. Вказівки до завдання 3 (кінематика)

Кінематика точки

Рух точки відносно вибраної системи відліку вважається заданим, якщо відомий спосіб, за допомогою якого можна визначити положення точки в просторі у будь який момент часу. Використовуються три способу завдання руху.

1. Векторний спосіб застосовується, звичайно, в теоретичних дослідженнях, при цьому задається (рис. 3.1,а) вектор $\vec{r} = \vec{r}(t)$.
2. Координатний спосіб. У цьому випадку визначені координати точки в функції часу (рис. 3.1): $x = x(t)$; $y = y(t)$; $z = z(t)$.

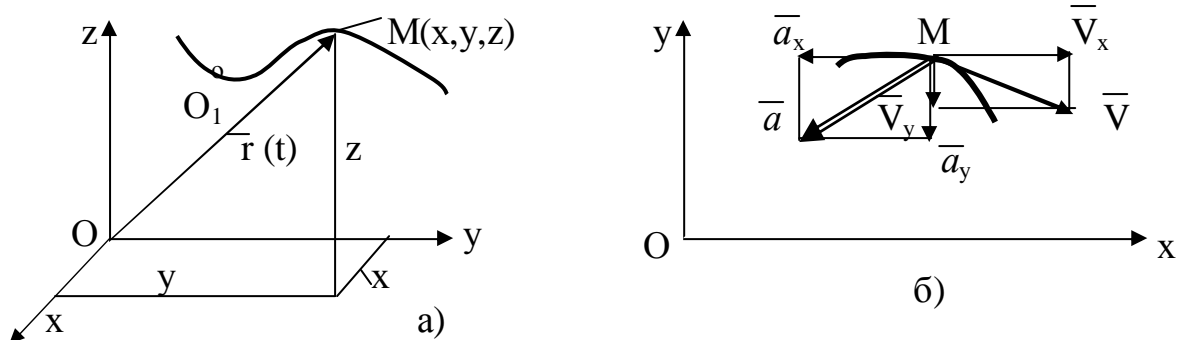


Рис. 3.1

Проекції вектора швидкості точки на осі координат (рис. 3.1,б) дорівнюють похідним за часом від відповідних координат точки:

$$V_x = dx/dt = \dot{x}, \quad V_y = dy/dt = \dot{y}, \quad V_z = dz/dt = \dot{z}. \quad (3.1)$$

Вектор швидкості точки V прикладений до точки й спрямований вздовж дотичної до траєкторії у напрямку руху, модуль швидкості:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (3.2)$$

Проекції вектора прискорення точки на осі координат (рис.3.1,б) дорівнюють похідним за часом від відповідних проекцій швидкості точки:

$$a_x = \dot{v}_x = d^2x/dt^2 = \ddot{x}, \quad a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}, \quad a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}, \quad (3.3)$$

Модуль прискорення точки

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (3.4)$$

3. **Натуральний спосіб.** Цей спосіб використовується, коли визначена траєкторія точки. Задається дуга $O_1M = O_1M(t)$ (рис. 3.1,а).

Кінематика твердого тіла.

Поступальний рух твердого тіла

При поступальному русі твердого тіла всі його точки описують однакові траєкторії, а вектори переміщень, швидкостей і вектори прискорень усіх точок тіла відповідно однакові в кожний момент часу.

Поступальний рух твердого тіла цілком характеризується рухом будь-якої однієї точки цього тіла.

Обертальний рух твердого тіла

Якщо ланка OA обертається навколо осі O , то швидкість будь-якої точки A тіла дорівнює добутку кутової швидкості ω_{OA} на відстань до осі (рис. 3.2):

$$V_A = OA \cdot \omega_{OA}. \quad (3.5)$$

Спрямована лінійна швидкість перпендикулярно відстані OA і напрямлена у бік обертання ланки.

Кутова швидкість дорівнює відношенню швидкості будь-якої точки A до відрізка OA (відстань від точки до осі)

$$\omega_{OA} = V_A / OA. \quad (3.6)$$

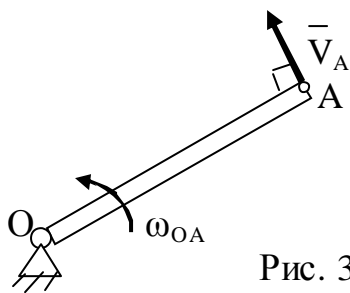


Рис. 3.2

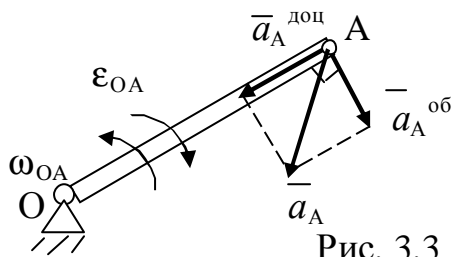


Рис. 3.3

При обертальному русі тіла прискорення точки визначається векторною сумою:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\text{доц}} + \vec{a}_A^{\text{об}}. \quad (3.7)$$

Доцентрове прискорення $a_A^{\text{доц}}$ дорівнює добутку квадрату кутової швидкості ω_{OA} на відстань до осі і завжди спрямоване вздовж радіуса до осі обертання.

Обертальне прискорення (рис. 3.3) $\vec{a}_A^{\text{об}}$ дорівнює добутку кутового прискорення ϵ_{OA} на відстань до осі; спрямоване воно за дотичною до траєкторії – убік руху, якщо тіло обертається прискорено, чи в зворотну сторону, якщо тіло обертається сповільнено, тобто згідно напрямку кутового прискорення ϵ_{OA} .

$$a_A^{\text{об}} = OA \epsilon; \quad a_A^{\text{доц}} = OA \omega^2. \quad (3.8)$$

Величина прискорення точки визначається формулою

$$a_A = \sqrt{(a_A^{\text{доц}})^2 + (a_A^{\text{об}})^2} + OA \cdot \sqrt{(\omega_{OA})^4 + (\epsilon_{OA})^2}. \quad (3.9)$$

Передачі обертання

Перетворення обертальних рухів широко розповсюджене в техніці й виконується за допомогою зубчастих, пасових, ланцюгових, фрикційних або других передач. Якщо осі передачі паралельні чи перетинаються, то обертання можна передати за допомогою зубчастих (рис. 3.4), пасових (рис. 3.5) або фрикційних передач. При цьому зчеплення може бути як зовнішнім, так і внутрішнім. При передачі обертання від одного тіла до іншого перше тіло називають ведучим або провідним, а друге – ведомим. Основою для кінематичного розрахунку цих передач (рис. 3.4, 3.5) є припущення, що в системі немає ковзання, зазорів між зубцями коліс, а паси, ланцюги, тощо – не деформуються. Тобто, швидкості на обідах коліс, що сполучаються, однакові:

$$v = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2, \text{ або } \omega_1 / \omega_2 = r_2 / r_1. \quad (3.10)$$

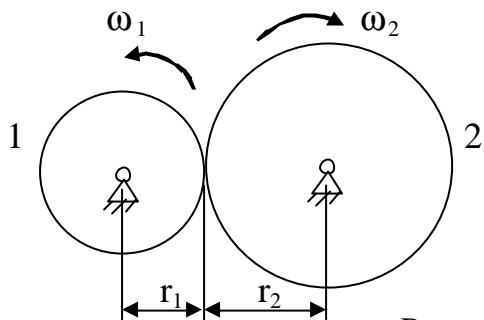


Рис. 3.4

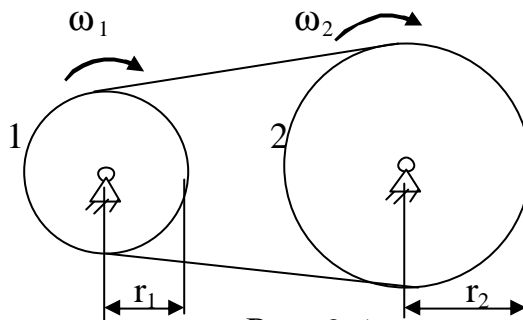


Рис. 3.5

Отже, кутові швидкості зубчастих, фрикційних, пасових та ланцюгових передач обернено пропорційні радіусам коліс.

Відношення кутової швидкості ведучого колеса до кутової швидкості веденого колеса називають передатним числом (позначається «u»).

Якщо врахувати, що число зубців пропорційно довжинам окружностей, а значить і радіусам або діаметрам коліс, то передатне число можна визначити через відповідне відношення радіусів r , діаметрів d або число зубців z :

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = r_2 / r_1 = d_2 / d_1 = z_2 / z_1. \quad (3.11)$$

Передатне число складного механізму (рис. 3.6):

$$u_{13} = \omega_1 / \omega_3 = u_{12} \cdot u_{23}, \quad (3.12)$$

де $u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = R_2 / r_1 = D_2 / d_1 = Z_2 / z_1$;

$u_{23} = \omega_2 / \omega_3 = R_3 / r_2 = D_3 / d_2 = Z_3 / z_2$ – передатні числа окремих передач.

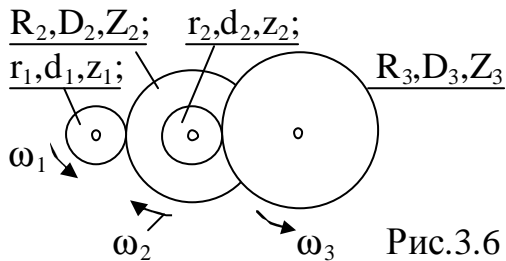


Рис.3.6

Плоскопаралельний (або плоский) рух твердого тіла

Плоскопаралельним рухом твердого тіла називається рух, при якому всі точки тіла рухаються в площинах, паралельних нерухомій площині.

При плоскому русі плоскої фігури швидкості її точок відповідають співвідношенню (рис. 3.7):

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \quad (3.13)$$

де

$$\vec{V}_{BA} = \omega \cdot \vec{BA} \quad (3.14)$$

швидкість точки В в обертальному русі разом з площею фігурою навколо полюса А; ця швидкість спрямована перпендикулярно відстані АВ у бік обертання фігури за напрямом ω (рис. 3.7).

Тобто, швидкість довільної точки плоскої фігури дорівнює геометричній сумі швидкості полюса (V_A) й швидкості цієї точки в обертальному русі разом з площею фігурою навколо полюса (V_{BA}).

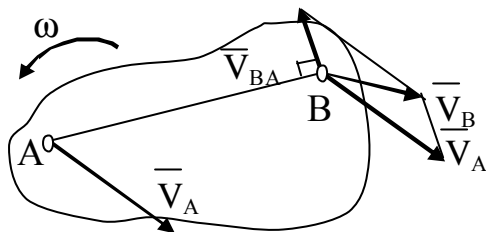


Рис. 3.7

Використовуються декілька способів вирішення векторного рівняння (3.9).

Розглянемо визначення швидкостей точок за допомогою миттєвого центра швидкостей (МЦШ).

МЦШ – це точка, пов'язана з площею фігурою, швидкість якої в даний момент часу дорівнює нулю.

Визначення й використання МЦШ

- I. Для знаходження МЦШ треба знати тільки напрямки швидкостей \vec{V}_A і \vec{V}_B яких-небудь двох точок фігури (або траєкторії цих точок).
- II. МЦШ (точка P) знаходиться в точці перетину перпендикулярів, відновлених із точок A і B до швидкостей будь-яких точок (або до дотичної до траєкторії цих точок) (рис. 3.8).

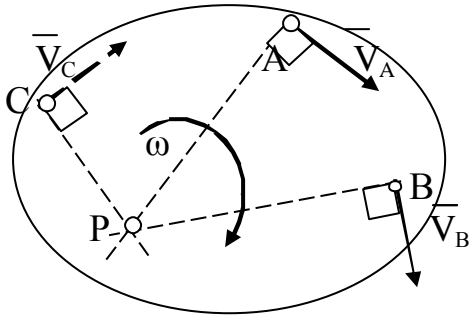


Рис. 3.8

Кутова швидкість фігури, як видно з формули (3.10), дорівнює в кожен момент часу відношенню швидкості будь-якої точки фігури до її відстані від МЦШ (рис.3.8):

$$\omega = V_A / AP = V_B / BP. \quad (3.15)$$

Для визначення швидкості будь-якої точки тіла спочатку згідно з п. I знаходимо МЦШ – точку P.

Визначаємо кутову швидкість

тіла (рис.3.8, формула (3.15)) і обчислюємо швидкості точок:

$$V_A = \omega \cdot AP; \quad V_B = \omega \cdot BP; \quad V_C = \omega \cdot CP. \quad (3.16)$$

Спрямовано вектори швидкостей точок перпендикулярно до прямої, яка з'єднує точку з МЦШ, у бік обертання тіла (за дуговою стрілкою ω).

Особливі випадки визначення МЦШ і швидкостей точок плоскої фігури

- a) Якщо плоскопаралельний рух здійснюється шляхом кочення без ковзання одного циліндричного тіла по поверхні іншого, причому друге тіло нерухоме, то точка торкання P має в даний момент часу швидкість, рівну нулю. Отже, точка P – МЦШ ($V_P = 0$) (рис. 3.9).

Прикладом служить кочення колеса по рейках або по шляху.

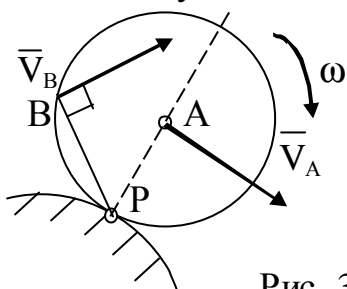


Рис. 3.9

- b) Якщо швидкості точок A і B паралельні, причому лінія AB не перпендикулярна до \vec{V}_A (рис. 3.10), то МЦШ лежить у нескінченності й швидкості всіх точок паралельні й рівні, тобто $\vec{V}_A = \vec{V}_B = \vec{V}_C$.

Отже, у розглянутому випадку швидкості всіх точок тіла в даний момент часу рівні один одному і по модулю і за напрямком. Такий стан руху тіла називають миттєво поступальним. Кутова швидкість тіла у цей момент часу дорівнює нулю ($\omega = 0$).

- c) Якщо швидкості точок A і B тіла паралельні один одному і при цьому лінія AB перпендикулярна V_A, V_B , то МЦШ визначається побудовою, яка зображена на рис. 3.11.

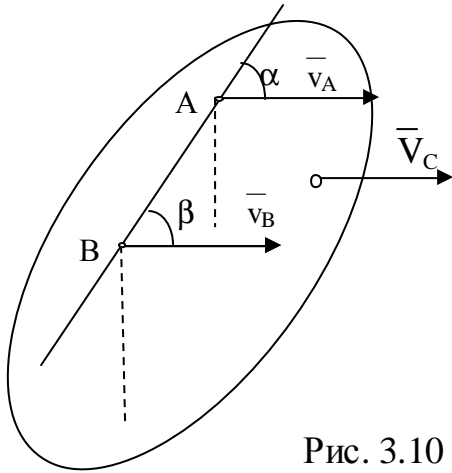


Рис. 3.10

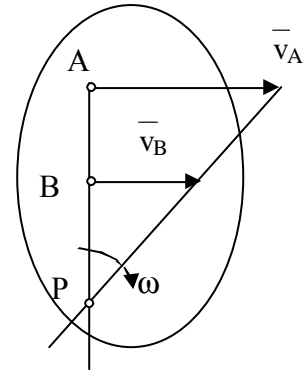


Рис. 3.11

Справедливість побудови впливає з пропорції

$$\omega = \frac{V_A}{PA} = \frac{V_B}{PB} \quad (3.17)$$

У цьому випадку, на відміну від попереднього (пункт б), для знаходження центра Р треба, крім напрямків, необхідно знати ще і модулі швидкостей V_A і V_B . Визначаємо з співвідношення (3.13) відстань AP (або $BP = AP - AB$), а потім кутову швидкість ω .

Визначення прискорень точок і кутових прискорень ланок

При плоскому русі тіла прискорення будь-якої точки визначається за допомогою векторного рівняння (рис. 3.12):

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^{\text{доц}} + \bar{a}_{BA}^{\text{об}} \quad (3.18)$$

Тобто прискорення будь-якої точки тіла дорівнює геометричній сумі прискорення полюса (за полюс приймається деяка точка A), обертового доцентрового прискорень руху точки (B) навколо полюса (A).

Якщо траєкторією полюса A є коло, то формулу (3.18) можна записати у такому вигляді:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^{\text{доц}} + \bar{a}_A^{\text{об}} + \bar{a}_{BA}^{\text{доц}} + \bar{a}_{BA}^{\text{об}} \quad (3.19)$$

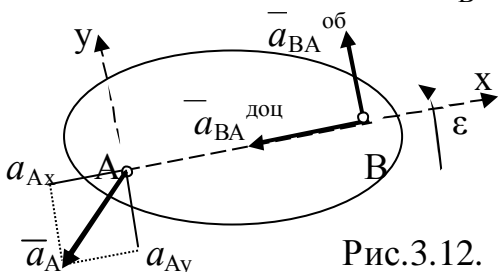


Рис.3.12.

Доцентрове прискорення точки напрямлене від будь-якої точки (B) до полюса (A).

Обертальне прискорення напрямлене перпендикулярно BA у бік кутового прискорення ϵ (рис. 3.12).

Доцентрове й обертальне прискорення точки навколо полюса визначаються

формулами:

$$a_{BA}^{\text{доц}} = \omega^2 \cdot AB \quad (3.20)$$

$$a_{BA}^{\text{об}} = \epsilon \cdot AB. \quad (3.21)$$

При розв'язанні задач зображують всі вектори рівнянь (3.18) або (3.19) і проєктують ці рівняння на осі координат xAy . Для рис. 3.12 ці проєкції векторного рівняння (3.18) мають вигляд:

$$a_{Bx} = -a_{Ax} - a_{BA}^{\text{доц}} \quad (3.22)$$

$$a_{By} = -a_{Ay} + a_{BA}^{\text{об}} \quad (3.23)$$

З одержаних двох алгебраїчних рівнянь визначають будь-які дві невідомі величини – наприклад прискорення $a_{BA}^{\text{об}}$, а потім з (3.21) кутове прискорення.

4. Вказівки до завдання 4 (динаміка)

Динаміка матеріальної точки

Ця тема вивчає рух точки під дією прикладених сил. При цьому звичайно використовуються диференціальні рівняння руху точки, які при русі точки на площині xOy мають вигляд

$$m \ddot{x} = \sum F_{Kx}, \quad m \ddot{y} = \sum F_{Ky}, \quad (4.1)$$

де m – маса точки; \ddot{x}, \ddot{y} – проєкції прискорення точки на осі x, y ; $\sum F_{Kx}, \sum F_{Ky}$ – суми проєкцій сил, прикладених до точки, на осі x, y .

При вирішенні першої задачі динаміки з диференціальних рівнянь руху точки (4.1) визначають сили, які діють на точку.

При вирішенні другої задачі динаміки визначається закон руху точки при умові, що сили, які діють на точку, відомі. Якщо проінтегрувати диференціальні рівняння руху точки, знайдемо закон її руху у загальному вигляді, тому, що в розв'язку з'являться стали інтегрування. Щоб знайти закон руху точки, який відповідає умовам задачі, записують початкові умови, а потім, підставляючи початкові умови в рішення диференціальних рівнянь та в перші похідні від них, знаходять стали інтегрування.

Початкові умови – це координати точки та проєкції швидкості точки у деякий момент часу.

Динаміка механічної системи і твердого тіла

Вирішення задач динаміки механічної системи виконується різноманітними методами. В техніці звичайно використовується принцип Даламбера (метод кінетостатики): *якщо до сил, які діють на точки системи, додати сили інерції, то така система сил буде відповідати рівнянням рівноваги.*

Для матеріальної точки й твердого тіла, котре рухається поступально, ці рівняння мають вигляд (рис.4.1)

$$\sum \bar{F}_K + \bar{\Phi}^{\text{ин}} = 0, \quad (4.2)$$

або в проєкціях

$$\sum F_{Kx} + \Phi_x^{\text{ин}} = 0; \quad \sum F_{Ky} + \Phi_y^{\text{ин}} = 0; \quad \sum F_{Kz} + \Phi_z^{\text{ин}} = 0, \quad (4.3)$$

де $\sum \bar{F}_K$ – активні сили й реакції в'язей,

$$\bar{\Phi}_C^{ин} = -m\bar{a}_C -$$

сила інерції точки (або тіла), котра за величиною дорівнює добутку маси m точки (тіла) на величину прискорення a_C центра мас тіла (точки), прикладена у центрі мас і напрямлена протилежно векторові прискорення a_C .

При плоскому русі твердого тіла, яке має площу симетрії і рухається паралельно цієї площині, сили інерції приводяться (рис. 4.2)

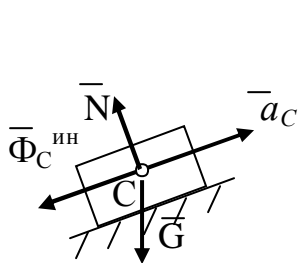


Рис.4.1

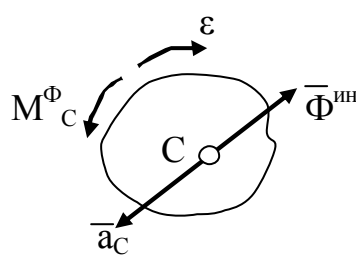


Рис. 4.2

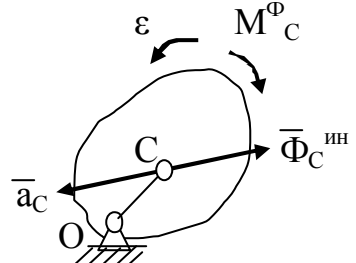


Рис. 4.3

до головного вектора сил інерції $\bar{\Phi}^{ин}$, який прикладений до центра мас, та головного моменту сил інерції M_C^Phi :

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Phi}^{ин} &= -m\bar{a}_C, \\ M_C^Phi &= -J_C \cdot \epsilon \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

При обертальному русі твердого тіла (рис.4.3), який є окремим випадком плоского руху, сили інерції знаходяться таким же чином – рівняння (4.4). Якщо центр мас C збігається з віссю обертання O , то прискорення $a_C = 0$ і $\Phi^{ин} = 0$. В цьому випадку сили інерції зображаються тільки головним моментом сил інерції $M_C^Phi = -J_C \cdot \epsilon$.

Тут M_C^Phi – головний момент сил інерції (або пара сил інерції), який напрямлен протилежно кутового прискорення ϵ (рис. 4.2, 4.3); J_C – момент інерції тіла відносно осі CZ , який характеризує розподіл мас точок тіла відносно осі (ось CZ розташована перпендикулярно нерухомій площині – це площа рис. 4.2, 4.3).

Моментом інерції тіла відносно осі (осьовим моментом інерції) називається сума добутків мас точок тіла на квадрати їх відстаней від осі

$$J_C = \int h^2 dm, \quad (4.5)$$

де h – відстань від осі частини тіла масою dm .

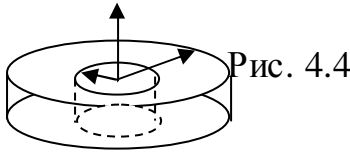
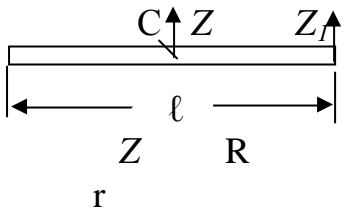


Рис. 4.4

Наведемо формули для обчислення моментів інерції деяких однорідних тіл масою m .

Однорідний стержень $J_{CZ} = ml^2 / 12$;

$J_{CZ1} = ml^2 / 3$.

Циліндр з отвором $J_{CZ} = 0,5m(R^2 + r^2)$;

Кругла тонка циліндрична оболонка ($R \approx r$)

$$J_{CZ} = mR^2;$$

Суцільний циліндр ($r = 0$) $J_{CZ} = 0,5mR^2$.

Потужність сили

Потужність N це величина, що характеризує швидкість, з якою виконується робота

$$N = F_{\tau} V = M_z \omega, \quad (4.6)$$

де F_{τ} – проекція сили на дотичну (на швидкість), V – швидкість точки прикладення сили, M_z – момент сили відносно осі обертання, ω – кутова швидкість тіла. За одиницю потужності прийнято Вт ($1\text{Вт} = 1\text{Н} \cdot \text{м/с} = 1\text{Дж/с}$).

Зубчасті редуктори

Редуктор це передача, яка виконана в окремому корпусі й яка служить для зменшення кутової швидкості й збільшення крутного моменту на веденому валу. Одноступінчастий редуктор (рис. 3.4) використовують при $u \leq 6,3$, двохступінчастий (рис. 3.6) при $u \leq 40$. Передачі характеризуються кутовими швидкостями $\omega_{вч}$ ($n_{вч}$) ведучого й $\omega_{вн}$ ($n_{вн}$) веденого валів; потужністю $N_{вч}$ та $N_{вн}$ на цих валах, механічним к.к.д. – η , крутними моментами $M_{вч}$ та $M_{вн}$.

Між цими параметрами існує такий зв'язок :

$$N_{вч} = N_{вн} / \eta, \quad N_i = M_i \omega_i, \quad \omega_{вч} = \omega_{вн} u, \quad \omega_i = \pi n_i / 30 \approx 0,1 n_i. \quad (4.7)$$

Завдання 1. Визначення реакцій опор балки

Визначити реакції внутрішніх і зовнішніх опор системи (табл. 1.1; 1.2). Сили діють на балку ABC або DL. Знайти розміри перерізу стержней 1, 2, 3 та їх деформації. Переріз 1 стержня – коло, 2 – квадрат, 3 – два рівнополичні кутика. Стержні виготовлені зі сталі: модуль повздовжньої пружності $E = 2 \cdot 10^5 \text{МПа}$, допустиме нормальне напруження $[\sigma] = 160 \text{МПа}$.

Приклад 1.1

Вирішити завдання 1 (рис.1.1П).

Сили $P_1 = 70 \text{кН}$ (переріз E) і $P_2 = 30 \text{кН}$ (переріз K). Сила P_1 прикладена під кутом $\beta = 30^\circ$. Рівномірно розподілене навантаження $q = 50 \text{Кн/м}$ (ділянка АВ) напрямлено (\downarrow) униз. Момент пари сил $M = 40 \text{кН} \cdot \text{м}$ (\curvearrowright) (переріз B).

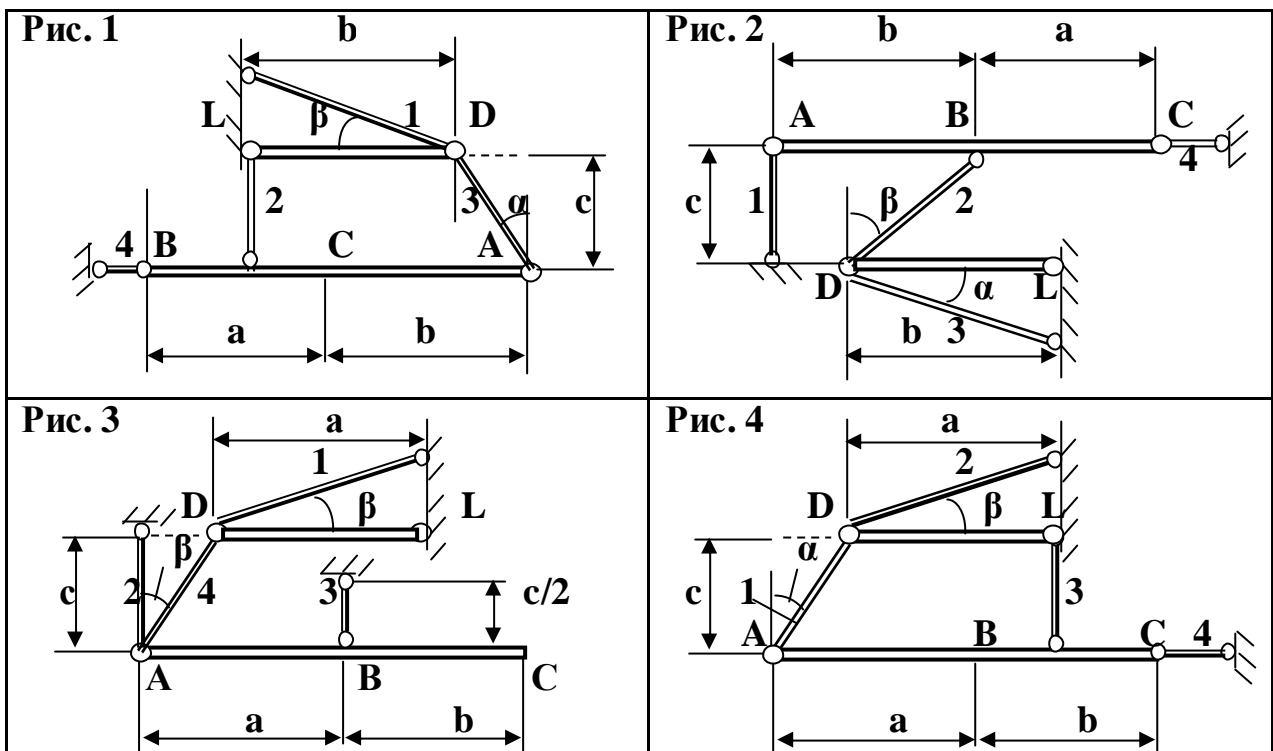
Розміри (м): $a = 1,5$; $b = 1,6$; $c = 1$.

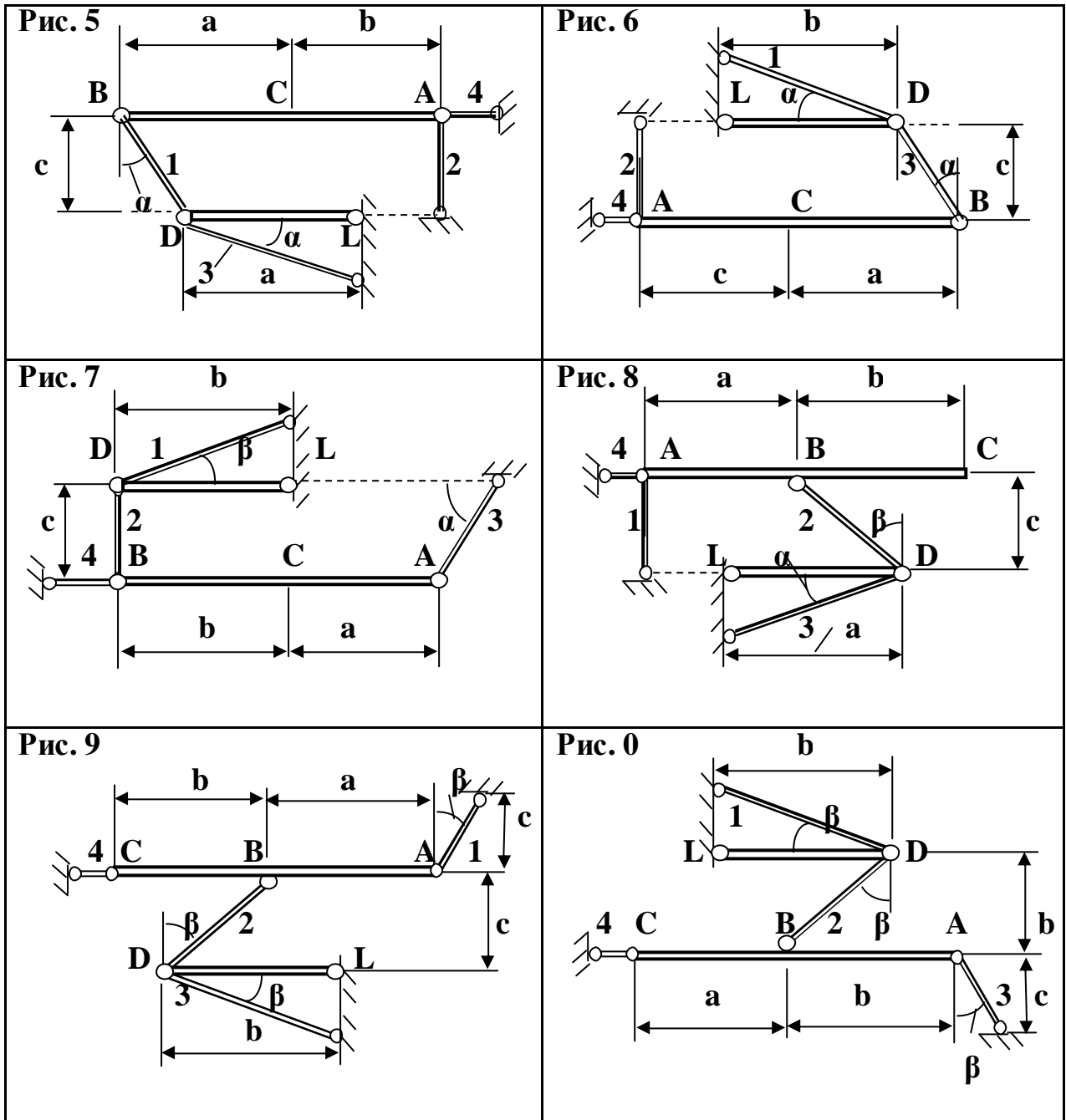
Таблиця 1.1

Перша цифра шифру	a, м	b, м	c, м	Кути, град.		\vec{P}		q, кН/м		Пара сил	
				α	β	P, кН	Пере-різ	q	Ділянка, Напря́м	M, кН·м	Пе-ре-різ
1	2,0	1,2	1,8	30	45	25	D	30	AC↓	45	A↷
2	1,8	1,0	2,5	45	60	30	B	40	BC↑	55	D↷
3	1,6	1,8	1,5	60	30	40	C	20	LD↑	65	B↷
4	2,4	1,6	2,0	45	30	45	D	45	AB↓	70	B↷
5	2,2	2,0	1,5	30	45	60	B	35	AC↓	60	A↷
6	3,0	2,2	1,0	45	60	35	C	20	LD↓	50	D↷
7	2,8	1,4	1,5	60	30	30	B	30	BC↓	40	C↷
8	2,6	1,5	1,8	30	45	45	C	40	AB↑	55	B↷
9	2,2	1,4	1,4	45	60	25	D	25	AC↓	60	A↷
0	2,4	1,8	2,0	60	30	50	B	35	LD↓	70	C↷

Таблиця 1.2

Рисунок – друга цифра шифру





Розв'язання

1. *Визначення реакцій опор (в'язей).* Зображаємо у масштабі схему конструкції (рис. 1.1П). Для визначення реакцій внутрішніх і зовнішніх опор (в'язей) системи розглянемо спочатку балку LD. Покажемо сили, що діють на балку (рис. 1.2П): задана сила P_1 , реакції нерухомого шарніра L (X_L, Y_L) й стержня 2 (N_2). Реакцію стержня будьмо показувати напрямленою від точки її прикладення. В такому разі, якщо невідома реакція буде винайдена зі знаком «+», це позначає, що сила напрямлена згідно схемі і стержень розтягнутий, у протилежному разі (знак «-») – дійсна сила напрямлена протилежно зображенню на схемі, а стержень стиснутий.

Записуємо рівняння рівноваги системи сил (рис 1.2П):

$$\Sigma F_{kx} = X_L + P_1 \cdot \sin \beta + N_2 \cdot \sin \beta = 0;$$

$$\Sigma F_{ky} = Y_L - P_1 \cdot \cos \beta + N_2 \cdot \cos \beta = 0;$$

$$\Sigma m_L(F_K) = -P_1 \cdot \cos \beta \cdot a + N_2 \cdot (a + c) \cdot \cos \beta = 0.$$

Суму моментів обчислюємо відносно точки, в котрій перетинаються лінії дії двох із трьох невідомих сил – X_L, N_2, Y_L . (це точки L або D).

Знаходимо реакції в'язей: $N_2 = P_1 \cos \beta \cdot a / [(a + c) \cdot \cos \beta] = 42$ кН,

$$X_L = -P_1 \cdot \sin \beta - N_2 \cdot \sin \beta = -1,024$$
 кН,

$$Y_L = P_1 \cdot \cos \beta + N_2 \cdot \cos \beta = 24,249$$
 кН.

Для перевірки обчислюємо рівняння моментів відносно точки D , яка не застосована в рівняннях рівноваги:

$$\Sigma m_D(F_K) = P_1 \cdot \cos \beta \cdot c - Y_L \cdot (a + c) = 70 \cdot 0,866 \cdot 1 - 24,249 \cdot (1 + 1,5) = 60,62178 - 60,6218 = -0,00002.$$

Відносна похибка розрахунку складає $\Delta = | -0,00002 | / | 60,62178 | = 0,0000003$ або $0,00003\% < 1\%$ (Найбільша допустима відносна похибка не більш 1%).

Розрахунки вірні.

Допускається не обчислювати відносну похибку, якщо абсолютне значення розрахунку при перевірці не більш $0,01$ (у прикладі $0,00002$).

Знаки при невідомих показують як напрямлені відповідні сили:

Якщо невідома сила винайдена зі знаком «+», це позначає, що сила напрямлена згідно схемі, у протилежному разі (знак «-») – протилежно зображенню на схемі.

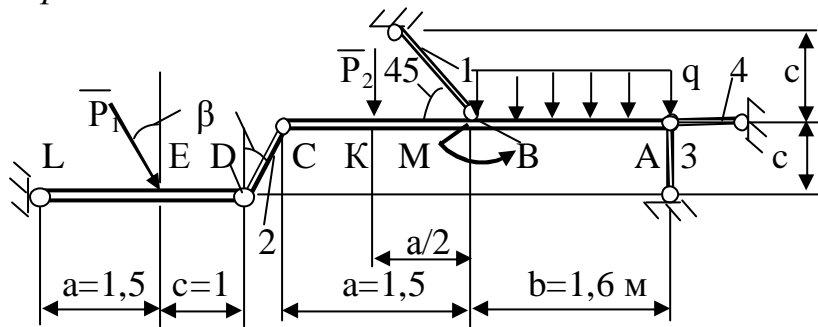


Рис. 1.1П

Розглянемо далі рівновагу балки CA (рис.1.3П).

Зображаємо сили, що діють на балку (рис.1.3П): рівномірно-розподілене навантаження q , для котрого зображуємо рівнодійну $G = q \cdot AB = 50 \cdot 1,6 =$

$= 80$ кН, яка розташована посередині ділянки AB , момент пари сил M , силу P_2 і реакції стержней $1(N_1), 2(N_2^1), 3(N_3), 4(N_4)$.

Сили N_2^1 і N_2 , як сили взаємодії двох частинок стержня 2 , напрямлені назустріч одна одній (рис. 1.2П і рис. 1.3П) і чисельно рівні:

$$N_2^1 = N_2 = 42$$
 кН.

Суму моментів обчислюємо відносно точки, в котрій перетинаються лінії дії двох із трьох невідомих сил – N_1, N_3, N_4 (це точки B або A)

Записуємо рівняння рівноваги системи сил (рис 1.3П):

$$\Sigma F_{kx} = -N_2^1 \sin 30^\circ - N_1 \cos 45^\circ + N_4 = 0;$$

$$\Sigma F_{ky} = -N_2^1 \cos 30^\circ - P_2 + N_1 \sin 45^\circ - G - N_3 = 0;$$

$$\Sigma m_B(F_K) = N_2^1 \cos 30^\circ \cdot a + P_2 \cdot (a/2) + M - G \cdot (b/2) - N_3 \cdot b = 0.$$

Знаходимо реакції в'язей.

З третього рівняння: $N_3 = 33,16$ кН.

З другого $N_1 = 253,9$ кН.

З першого $N_4 = 200,54$ кН.

Для перевірки обчислюємо рівняння моментів відносно точки С:
 $\Sigma m_C(F_K) = -P_2 \cdot a/2 + N_1 \sin 45^\circ \cdot a + M - G \cdot (a + b/2) - N_3 \cdot (a + b) \equiv 0$.

Рівняння виконуються тотожно. Розрахунки вірні.

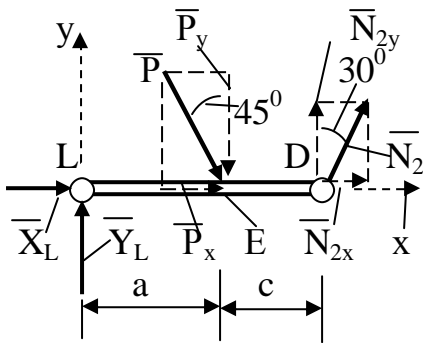


Рис. 1.2П

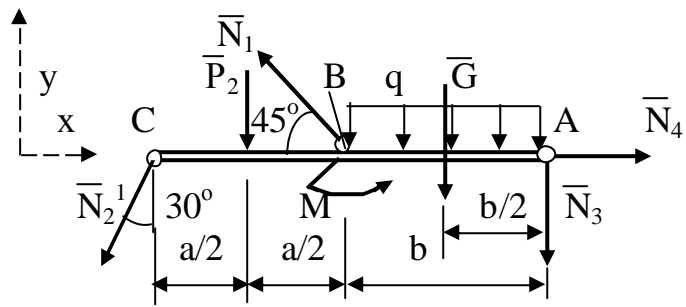


Рис. 1.3П

Усі стержні одержують деформацію розтягу, тому, що при розрахунках відповідні зусилля ($N_1 = 253,9$ кН, $N_2 = 42$ кН, $N_3 = 33,16$ кН, $N_4 = 200,54$ кН), мають знак «+».

2. Розрахунки стержней на міцність.

З умови міцності при розтягу (стиску) (2.6)

$$\sigma = |N| / A \leq [\sigma]$$

знаходимо площу перерізу кожного стержня: $A \geq |N| / [\sigma]$.

Тут σ – нормальне напруження, котре розподілено рівномірно по перерізу; N – найбільша поздовжня сила в перерізі, котра вважається додатною, якщо вона розтягує стержень, і від'ємною, коли стискує його; A – площа перерізу стержня; $[\sigma] = 160$ МПа – допустиме нормальне напруження для розтягу (стиску).

1-й стержень: площа перерізу $A_{1p} \geq |N_1| / [\sigma] = 253,9 \cdot 10^3 / 160 = 1586,88$ мм².

Переріз 1-го стержня – коло (рис. 1.4П).

Обчислюємо діаметр $d \geq \sqrt{A_{1p} \cdot 4 / \pi} = \sqrt{1586,88 \cdot 4 / \pi} = 44,95$ мм.

Приймаємо, округляючи у бік збільшення до значення кратного 2 або 5: фактичний діаметр $d_1 = 45$ мм;

Фактична площа перерізу $A_1 = 1590,4$ мм².

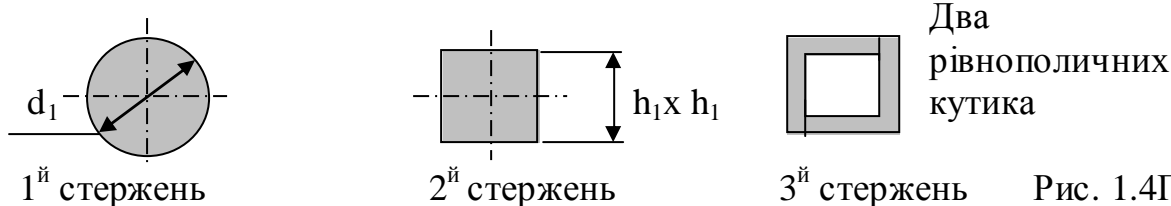
2-й стержень: площа перерізу

$$A_{2p} \geq |N_2| / [\sigma] = 42 \cdot 10^3 / 160 = 262,5$$
 мм².

Переріз стержня 2 – квадрат.

Сторона квадрата $h_1 \geq \sqrt{265} = 16,2$ мм.

Приймаємо, округляючи у бік збільшення до значення кратного 2 або 5:



1-й стержень
Фактична сторона квадрата $h_1 = 18\text{мм}$.
Фактична площа перерізу $A_2 = 324\text{мм}^2$.
3-й стержень: площа перерізу
 $A_{3p} \geq |N_3| / [\sigma] = 33,16 \cdot 10^3 / 160 = 207,3 \text{ мм}^2$.
Переріз 3-го стержня – два рівнополічних кутика.
Необхідна площа перерізу одного кутика
 $A_{3p}^1 = A_{3p} / 2 = 103,7 \text{ мм}^2 = 1,037 \text{ см}^2$.
Згідно з дод.1 округляємо у бік збільшення необхідну площу перерізу кутика A_{3p}^1 і приймаємо кутик $32 \times 32 \times 3$, який має площу перерізу $1,86 \text{ см}^2$.
Фактична площа перерізу стержня $A_3 = 1,86 \cdot 2 = 3,72 \text{ см}^2 = 372 \text{ мм}^2$.

3. Визначення деформацій стержней.

Деформація стержня визначається за формулою (2.8), тому що N , E , A сталі вздовж стержня:
 $\Delta \ell = N \cdot \ell / (E \cdot A)$,
де ℓ – довжина стержня, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ – модуль поздовжньої пружності матеріалу (сталь).

1-й стержень: поздовжня сила в перерізі $N_1 = 253,9 \text{ кН}$,
довжина стержня (див. рис.1.1П) $\ell_1 = c / \sin \alpha = 1,41 \text{ м}$,
площа перерізу $A_1 = 1590,4 \text{ мм}^2$,
модуль поздовжньої пружності матеріалу $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$,
деформація: $\Delta \ell_1 = N_1 \cdot \ell_1 / (E \cdot A_1) = 253,9 \cdot 10^3 \cdot 1,41 \cdot 10^3 / (2 \cdot 10^5 \cdot 1590,4) = 1,13 \text{ мм}$.

2-й стержень: поздовжня сила в перерізі $N_2 = 42 \text{ кН}$,
довжина стержня (див. рис. 1.1П) $\ell_2 = c / \cos 30^\circ = 1,15 \text{ м}$,
площа перерізу $A_2 = 324 \text{ мм}^2$.
деформація: $\Delta \ell_2 = N_2 \cdot \ell_2 / (E \cdot A_2) = 42 \cdot 10^3 \cdot 1,15 \cdot 10^3 / (2 \cdot 10^5 \cdot 324) = 0,75 \text{ мм}$.

3-й стержень: поздовжня сила в перерізі $N_3 = 33,16 \text{ кН}$,
довжина стержня (див. рис. 1.1П) $\ell_3 = c = 1,0 \text{ м}$,
площа перерізу $A_3 = 372 \text{ мм}^2$,
деформація $\Delta \ell_3 = N_3 \cdot \ell_3 / (E \cdot A_3) = 33,16 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3 / (2 \cdot 10^5 \cdot 372) = 0,45 \text{ мм}$.

Результати розрахунку: Реакції: $N_1 = 253,9 \text{ кН}$, $N_2 = 42 \text{ кН}$, $N_3 = 33,16 \text{ кН}$,
 $N_4 = 200,54 \text{ кН}$; $X_L = -1,02 \text{ кН}$, $Y_L = 24,25 \text{ кН}$.

Площа перерізу: $A_1 = 1590,4 \text{ мм}^2$, $A_2 = 324 \text{ мм}^2$, $A_3 = 372 \text{ мм}^2$;
Деформації: $\Delta \ell_1 = 1,13 \text{ мм}$, $\Delta \ell_2 = 0,75 \text{ мм}$, $\Delta \ell_3 = 0,45 \text{ мм}$.

Завдання 2. Визначення внутрішніх сил балки

Визначити реакції опор сталюї балки, побудувати епюри внутрішніх силових факторів. Визначити розміри перерізу у вигляді двотавра, прямокутника й кільця (табл. 2.1; 2.2; 2.3) при $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Приклад 2.1

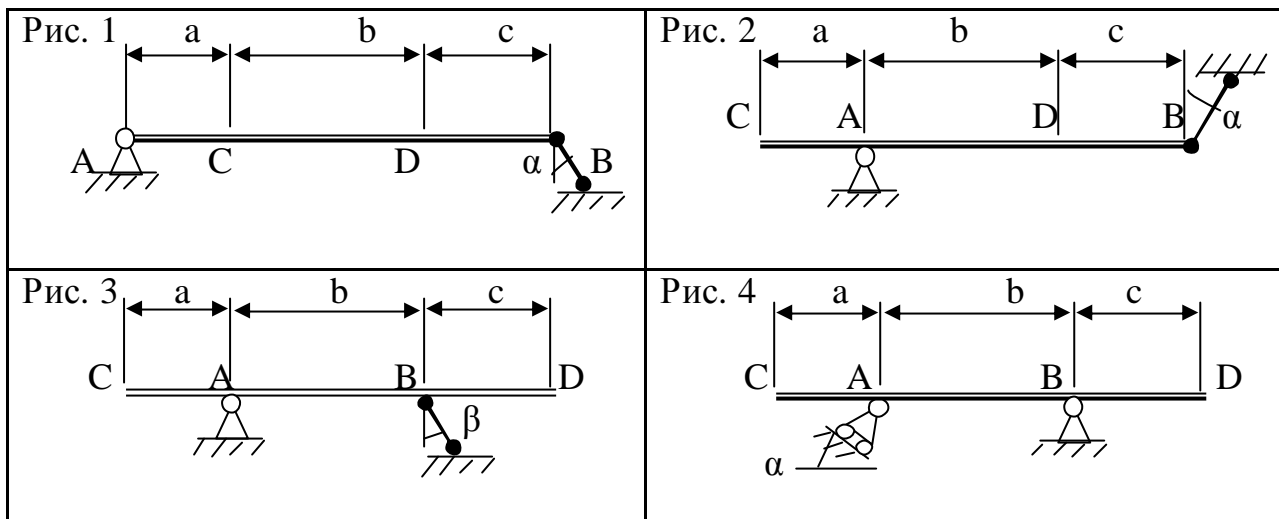
Визначити реакції опор сталюї балки (рис. 2.2П,а), якщо $P_1 = 60$ кН, переріз С; $P_2 = 20$ кН, переріз D; $q = 30$ кН/м, ділянка AD; $m_B = 20$ кНм, переріз В. Побудувати епюри внутрішніх силових факторів. Визначити розміри перерізу у вигляді двотавра, прямокутника й кільця (табл.2.3) при $[\sigma] = 160$ МПа.

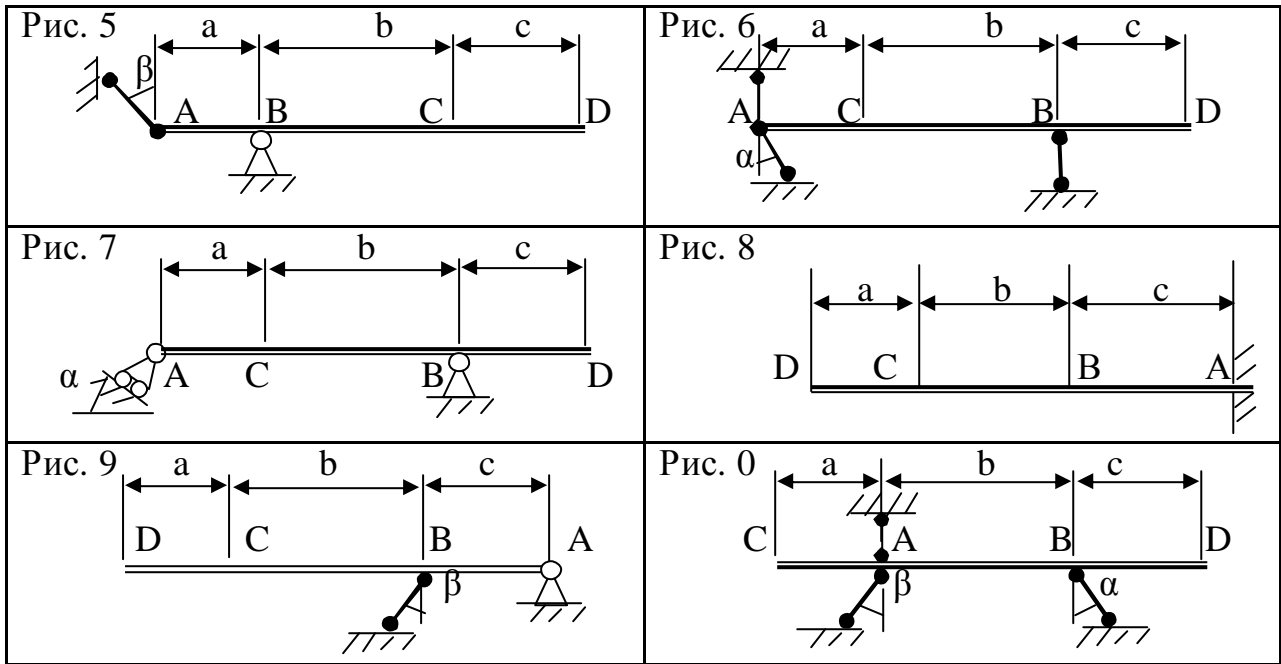
Таблиця 2.1

№ ра	Сили. Кути. Місце прикладення								Пара сил		Розміри, м		
							Розподілене навантаження		m, кН·м	Переріз	a	b	c
	P_1 , кН	α°	Переріз	P_2 , кН	β°	Переріз	q, кН/м	Ділянка					
1	20	30	D	50	45	C	35	AD	15↙	D	0,8	1,2	0,5
2	30	90	C	40	30	D	50	CB	20↘	B	0,6	0,8	0,7
3	40	60	D	30	90	C	45	BD	25↙	C	0,9	1,3	0,6
4	50	45	C	20	60	D	25	CD	30↘	D	0,7	1,1	0,5
5	20	45	D	40	30	C	40	AD	35↙	B	1,2	1,5	0,8
6	30	60	C	50	45	D	30	CB	40↘	C	0,8	1,1	0,5
7	40	90	D	30	60	C	25	BD	15↙	D	0,6	0,9	0,7
8	50	60	C	20	30	D	20	CD	30↘	B	0,9	1,1	0,8
9	30	45	D	60	60	C	40	AB	45↙	B	1,1	1,4	0,9
0	50	30	C	25	90	D	50	AD	30↘	C	0,7	1,3	0,5

Таблиця 2.2

Рисунок – друга цифра шифру





Таблиця 2.3

Двотавр (дод. 2).	
Прямокутник при $b = 0,65h$. Момент опору перерізу $W_z = 0,108h^3$. Площа перерізу $F_{пр} = 0,65h^2$.	
Кільце при $d_1 = 0,8d$. Момент опору перерізу $W_z = 0,058d^3$. Площа перерізу $F_k = 0,283d^2$.	

Розв'язання

1. Визначаємо реакції опор. Покажемо зовнішні сили, які діють на балку (рис. 2.1П,б). До активних (заданих) сил додаємо реакції опор X_A , Y_A , R_B . Похилі сили R_B , P_2 заміняємо складовими вздовж осей координат $R_{Bx} = R_B \sin 30^\circ$, $R_{By} = R_B \cos 30^\circ$, $P_{2x} = P_2 \cos 30^\circ = 17,32$ кН, $P_{2y} = P_2 \sin 30^\circ = 10$ кН.

Обчислимо й зобразимо рівнодійну розподіленого навантаження $G = q \cdot AD = 81$ кН.

Запишемо рівняння рівноваги:

$$\left. \begin{aligned} \sum F_{kx} &= -R_{Bx} + X_A + P_{2x} = 0, \\ \sum F_{ky} &= -R_{By} + Y_A - P_1 - G + P_{2y} = 0, \\ \sum m_B &= m_B + Y_A \cdot 0,8 - P_1 \cdot 2 - G \cdot 2,15 + P_{2y} \cdot 3,5 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.1П)$$

Знаходимо реакції опор: з третього рівняння $Y_A = 298,94$ кН;

з другого $R_B = 193,92$ кН; з першого $X_A = 79,64$ кН.

Для перевірки обчислимо рівняння моментів відносно точки D:

$$\begin{aligned}\Sigma m_D &= m_B + R_{By} \cdot 3,5 - Y_A \cdot 2,7 + P_1 \cdot 1,5 + G \cdot (1,5 + 1,2)/2 = \\ &= 807,105 - 807,138 = -0,033.\end{aligned}$$

Відносна похибка розрахунків

$$\Delta = |-0,033| / 807,105 = 0,00004 \text{ або } 0,004\% < 1\%.$$

Розрахунки виконані правильно.

2. Для побудови епюр застосовуємо метод перерізів.

Розбиваємо стержень на три ділянки – ВА, АС, СD. На кожній ділянці проводимо довільний переріз і розглядаємо рівновагу однієї з частин стержня.

Зображуємо зовнішні сили, що діють на цю частину, і внутрішні силові фактори (N – поздовжня сила, Q – поперечна сила, пара сил m – згинаючий момент) у перерізі так, якби вони були додатні (рис. 2.2П).

Ділянка ВА, переріз 1 (рис. 2.1П,б).

Розглядаємо ліву частину від перерізу (рис. 2.2П). Зображуємо діючі сили. Координата перерізу x_1 може змінюватись від нуля до 0,8 м, тобто $0 \leq x_1 < 0,8$ м.

$$\begin{aligned}\text{Записуємо рівняння рівноваги: } \Sigma F_{kx} &= -R_{Bx} + N_1 = 0, \\ \Sigma F_{ky} &= -R_{By} - Q_1 = 0, \\ \Sigma m_{(1)} &= m_1 + R_{By} \cdot x_1 + m_B = 0.\end{aligned}$$

Суму моментів раціонально обчислювати відносно точки (1) у перерізу.

З цих рівнянь знаходимо

$$\left. \begin{aligned}N_1 &= R_{Bx} = 96,96 \text{ кН}, \\ Q_1 &= -R_{By} = 167,93 \text{ кН}, \\ m_1 &= -R_{By} \cdot x_1 - m_B.\end{aligned} \right\} \quad (2.2П)$$

Залежності (2.2П) показують, що в межах ділянки поздовжня і поперечна сили не залежать від координати x_1 , а згинаючий момент – лінійна функція від x_1 .

Обчислюємо і будуємо епюри (рис. 2.1П,в):

при $x_1 = 0$ момент $m_1 = -20$ (точка В);

при $x_1 = 0,8$ м буде $m_1 = -187,93$ кНм (точка А).

Ділянка АС, переріз 2 (рис. 2.1П,б).

Розглядаємо ліву частину від перерізу (рис. 2.3П). Зображуємо діючі сили. Координата перерізу x_2 може змінюватись від 0,8 м до $(a + b) = 2,0$ м, тобто $0,8 \leq x_2 < 2,0$ м.

Рівнодійна розподіленого навантаження

$$G_2 = q \cdot (x_2 - 0,8). \quad (2.3П)$$

Записуємо рівняння рівноваги:

$$\Sigma F_{kx} = -R_{Bx} + X_A + N_2 = 0;$$

$$\Sigma F_{ky} = -R_{By} + Y_A - G_2 - Q_2 = 0;$$

$$\Sigma m_{(2)} = R_{By} \cdot x_2 + m_B - Y_A \cdot (x_2 - 0,8) + G_1(x_2 - 0,8)/2 + m_2 = 0.$$

З цих рівнянь знаходимо з урахуванням (2.3П)

$$\left. \begin{aligned}N_2 &= -R_{Bx} + X_A = 131 \text{ кН}, \\ Q_2 &= -R_{By} + Y_A - q \cdot (x_2 - 0,6), \\ m_2 &= -R_{By} \cdot x_2 - m_B + Y_A \cdot (x_2 - 0,8) - q \cdot (x_2 - 0,8)^2/2.\end{aligned} \right\} \quad (2.4П)$$

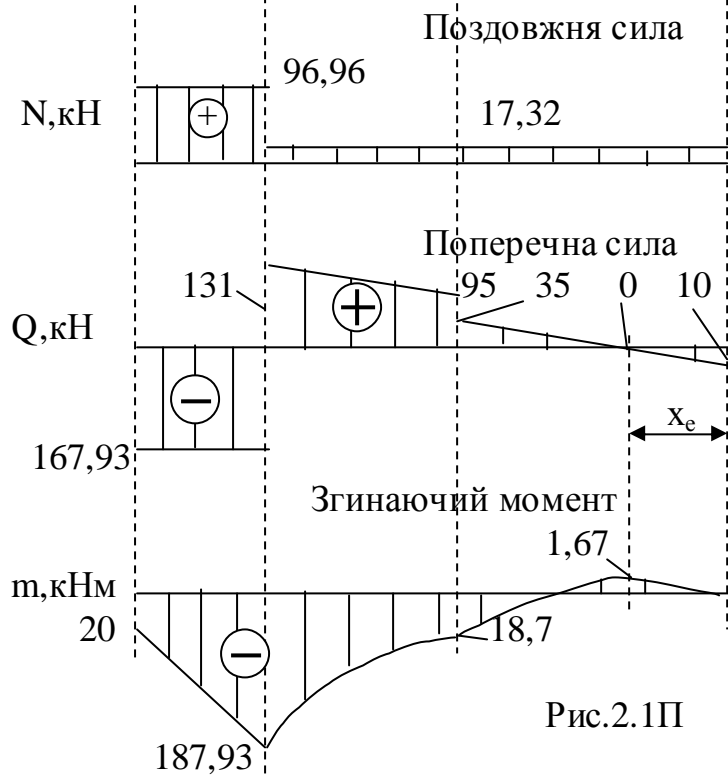
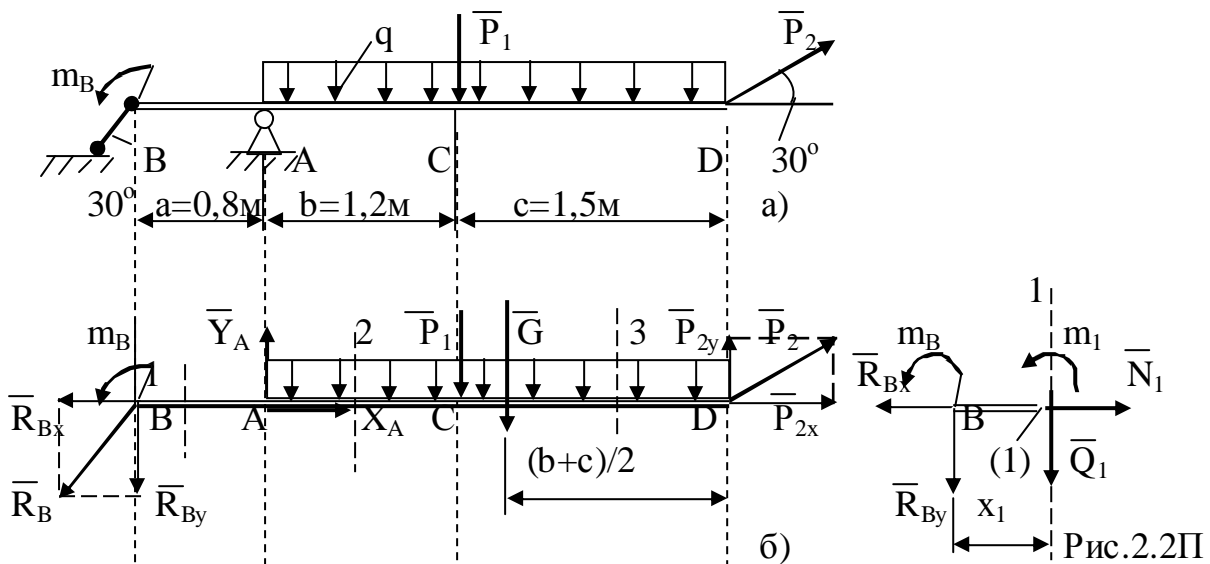


Рис.2.1П

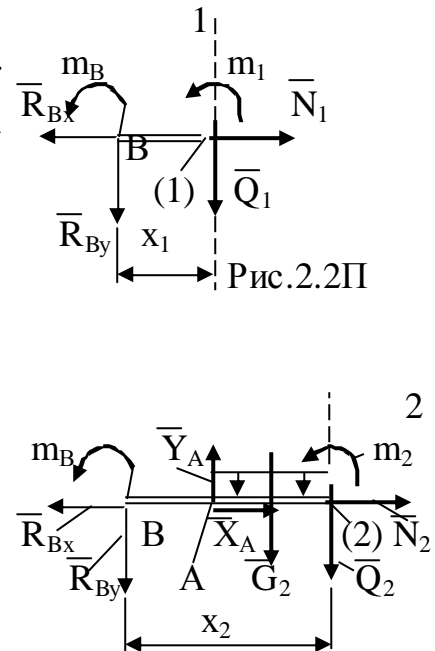


Рис.2.3П

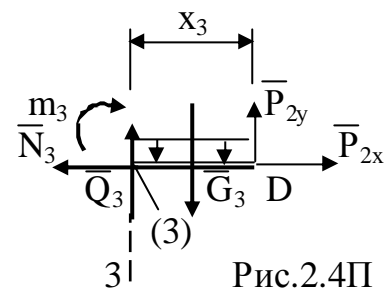


Рис.2.4П

Залежності (2.4П) показують, що в межах ділянки поздовжня сила не змінюється, поперечна сила – лінійна функція координати x_2 , а згинаючий момент – квадратична функція від x_2 .

Обчислюємо:

при $x_2 = 0,8$ м буде $Q_2 = 131$ кН, $m_2 = 187,93$ кНм (точка А);

при $x_2 = 2,0$ м матимемо $Q_2 = 95$ кН, $m_2 = -18,73$ кНм (точка С).

На ділянках з розподіленим навантаженням, якщо поперечна сила на ділянці не змінює знак, то згинаючий момент монотонна функція координати. В цьому випадку при побудові епюр з'єднуємо плавною кривою (без екстремуму) початок й кінець ділянки. Опуклість кривої напрямлена протилежно напрямку розподіленого навантаження q .

Будуємо епюри (рис. 2.1П,в).

Ділянка CD, переріз 3 (рис. 2.1П,б).

Розглядаємо праву частину балки від перерізу (рис. 2.4П). Зображуємо діючі сили. Координата перерізу x_3 може змінюватись від 0 до 1,5 м, тобто $0 \leq x_3 < 1,5$ м.

Рівнодійна розподіленого навантаження

$$G_3 = q \cdot x_3. \quad (2.5П)$$

Записуємо рівняння рівноваги з урахуванням (2.5П):

$$\Sigma F_{kx} = P_{2x} - N_3 = 0;$$

$$\Sigma F_{ky} = -q \cdot x_3 + P_{2y} + Q_3 = 0;$$

$$\Sigma m_2 = -m_3 - q \cdot x_3^2/2 + P_{2y} \cdot x_3 = 0.$$

З цих рівнянь знаходимо

$$\left. \begin{aligned} N_3 &= P_{2x} = 17,32 \text{ кН}, \\ Q_3 &= q \cdot x_3 - P_{2y}, \\ m_3 &= -q \cdot x_3^2/2 + P_{2y} \cdot x_3. \end{aligned} \right\} \quad (2.5П)$$

Залежності (2.5П) показують, що в межах ділянки поздовжня сила не змінюється, поперечна сила – лінійна функція координати x_3 , а згинаючий момент - квадратична функція від x_3 .

Обчислюємо:

при $x_3 = 0$ буде $Q_3 = -10$ кН, $m_3 = 0$ (точка D);

при $x_3 = 1,5$ м матимемо $Q_3 = 35$ кН, $m_3 = -18,73$ кНм (точка С).

На ділянках з розподіленим навантаженням у перерізі, де поперечна сила дорівнює нулю (тобто сила Q змінює знак), згинаючий момент приймає екстремальне значення.

Знаходимо координату x_E цього перерізу з рівняння

$$Q_3 = q \cdot x_E - P_{2y} = 0.$$

Звідси визначаємо $x_E = P_{2y}/q = 0,333$ м.

Підставляємо x_E в останнє рівняння (2.5П) і знаходимо $m_3|_{x_E} = 1,67$ кНм.

Будуємо епюри (рис. 2.1П,в).

Перевірка епюр (див. пояснення у п. «Вказівки до завдання 2»).

У перерізі, де прикладена сила $F_x > 0$, на епюрі N стрибок на величину F_x униз і навпаки, якщо $F_x < 0$. Епюра пряма лінія паралельна осі. Дійсно, у перерізах В,А,Д відповідно прикладені сили $R_{Bx} = -R_B \sin 30^\circ = -96,96$ кН; $X_A = 79,64$ кН; $P_{2x} = P_2 \cos 30^\circ = 17,32$ кН, й на епюрі N стрибки на ті ж значення.

У перерізі, де прикладена сила F_y (перерізі В,А,С,Д), на епюрі Q стрибки на величину сил $R_{By} = -R_B \cos 30^\circ = -167,93$ кН; $Y_A = 298,94$ кН; $P_{1y} = -60$ кН; $P_{2y} = 10$ кН в напрямку дії сил; на епюрі m злом, протилежній силі F_y .

На ділянці ВА, де $q = 0$, епюра Q пряма лінія паралельна осі; епюра m похила пряма лінія;

На ділянці АСД, де $q = \text{const}$ епюра Q похила пряма лінія; епюра m параболічна крива лінія, опуклість якої протилежна напрямку q .

У перерізі В, де прикладена пара сил $m_B = 20$ кНм, на епюрах Q і N змін нема; на епюрі т стрибок на величину моменту пари m_B униз, тому що $m_B > 0$.

На ділянці CD, де $q = \text{const}$, епюра Q мінєє знак, тому на епюрі т екстремум у перерізі, де $Q = 0$.

Знаходимо максимальні значення внутрішніх силових факторів:

поздовжня сила $N_{\text{max}} = -6,93$ кН – ділянка СА;

поперечна сила $Q_{\text{max}} = 10,64$ кН – ділянка АВ;

згинаючий момент $m_{\text{max}} = -6,6$ кНм – переріз D.

3. З умови міцності при поперечному згині (2.10) $\sigma_{\text{max}} = m_{\text{max}}/W_z \leq [\sigma]$ знаходимо необхідний момент опору перерізу W_z :

$$W_z \geq m_{\text{max}} / [\sigma] = 187,93 \cdot 10^6 / 160 = 1174563 \text{ мм}^3 = 1174,6 \text{ см}^3,$$

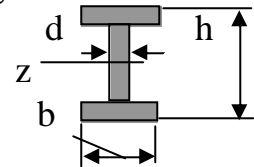
де $m_{\text{max}} = 187,93 \text{ кН} \cdot \text{м} = 187,93 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ – максимальне значення згинального моменту; $[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 160 \text{ Н/мм}^2$ – допустиме нормальне напруження для матеріалу балки (сталь).

У відповідності із табл. 2.3 знаходимо розміри перерізу.

а) Двотавр № 45 (дод.2), $W_z = 1220 \text{ см}^3$,

$h = 450 \text{ мм}$, $b = 195 \text{ мм}$, $d = 8,6 \text{ мм}$.

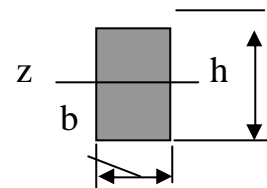
Площа перерізу $F_{\text{дв}} = 83 \text{ см}^2$.



б) Прямокутник: $W_z = 0,108h^3 \geq 1174563 \text{ мм}^3$,

$h \geq \sqrt[3]{1174563 / 0,108} = 222 \text{ мм}$, $b = 0,65h = 144 \text{ мм}$.

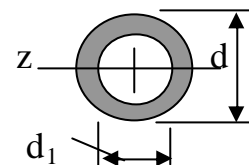
Площа перерізу $F_{\text{пр}} = 0,65h^2 = 32034,6 \text{ мм}^2 = 320,4 \text{ см}^2$.



в) Кільце: $W_z = 0,058 \cdot d^3 \geq 1174563 \text{ мм}^3$,

$d \geq \sqrt[3]{1174563 / 0,058} = 272,6 \text{ мм}$, $d_1 = 0,8d = 218,0 \text{ мм}$.

Площа перерізу $F_{\text{к}} = 0,283d^2 = 21030 \text{ мм}^2 = 210,3 \text{ см}^2$.



Порівняємо масу балки при різних формах перерізу, враховуючи, що маса, при інших рівних умовах, прямо пропорційна площі перерізу, тобто

$$M_{\text{дв}} : M_{\text{пр}} : M_{\text{к}} = F_{\text{дв}} : F_{\text{пр}} : F_{\text{к}},$$

$$\text{або} \quad 83 : 320,4 : 210,3 = 1 : 3,86 : 2,53.$$

З розрахунків видно, що з точки зору матеріалоемності найбільш вигідні форми перерізів, у яких матеріал максимально віддалений від нейтральної осі z. У нашому випадку – це двотавр.

Завдання 3. Кінематичний аналіз механізму

Рух вантажу 1 відповідає рівнянню

$$x = C_2 t^2 + C_1 t + C_0, \tag{3.1}$$

де t – час (с), C_2 , C_1 , C_0 – деякі сталі.

У момент початку руху ($t_0 = 0$) координата вантажу була x_0 , а його швидкість – v_0 . У момент часу t_2 координата вантажу дорівнювала x_2 (табл. 3.1; 3.2).

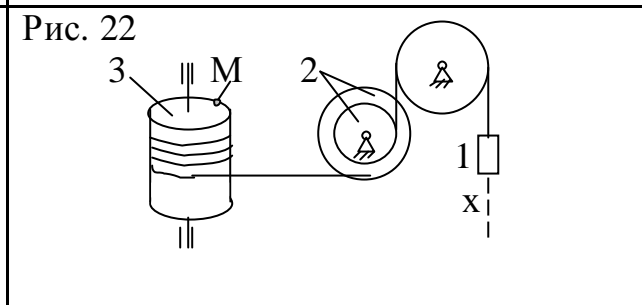
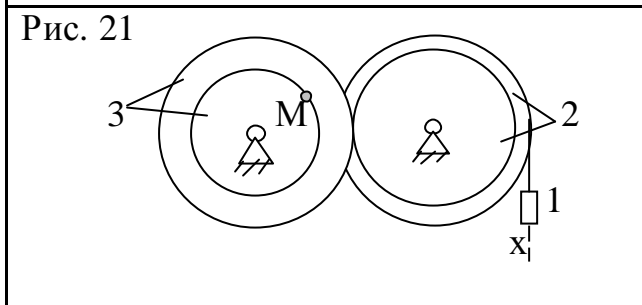
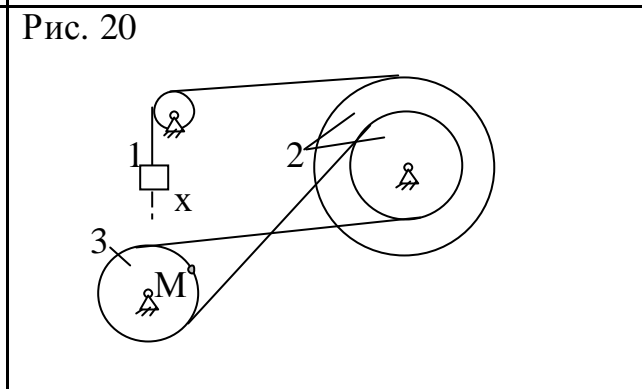
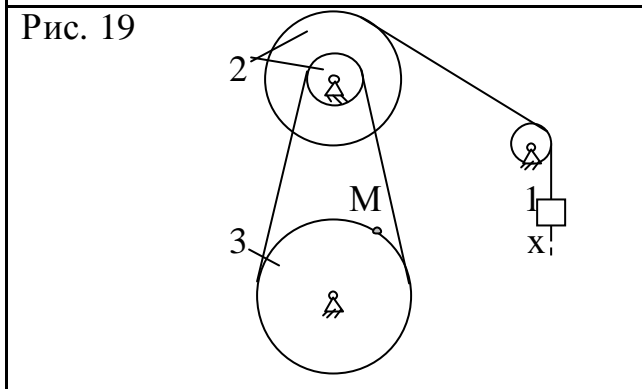
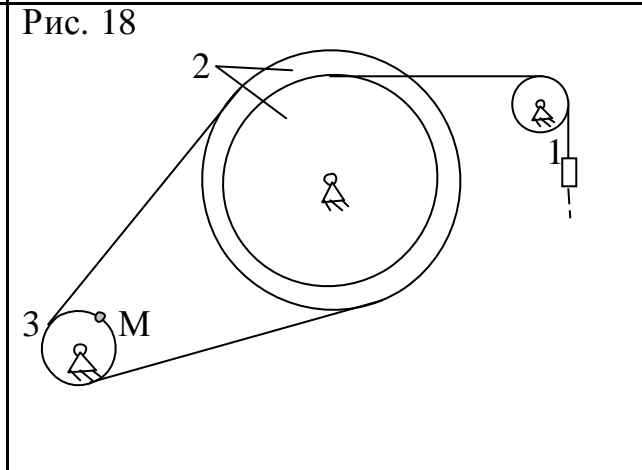
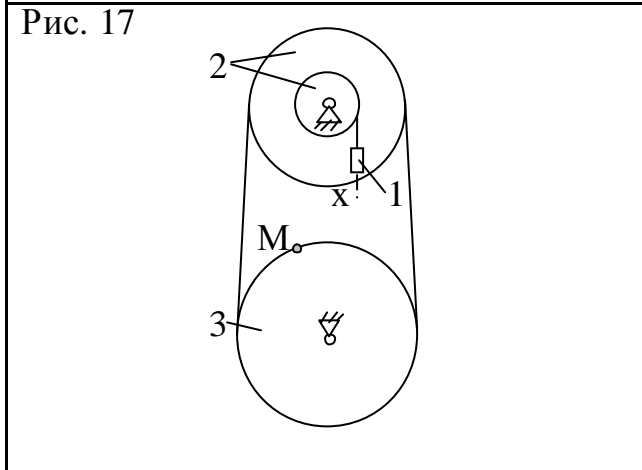
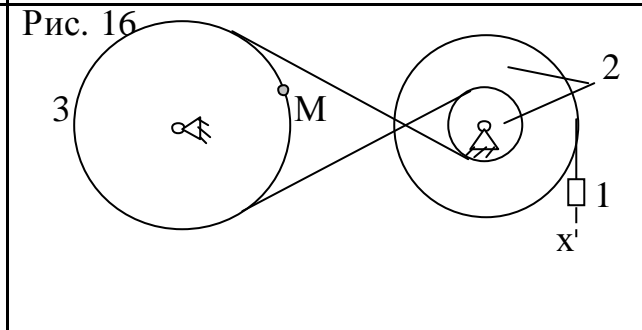
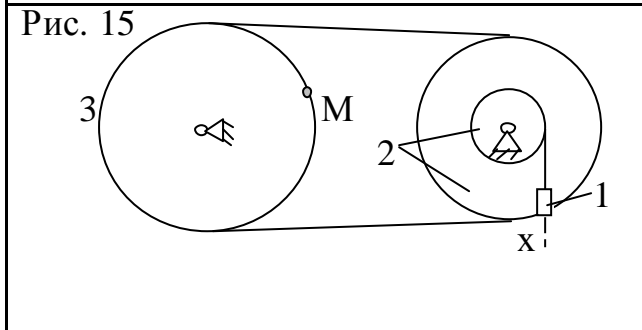
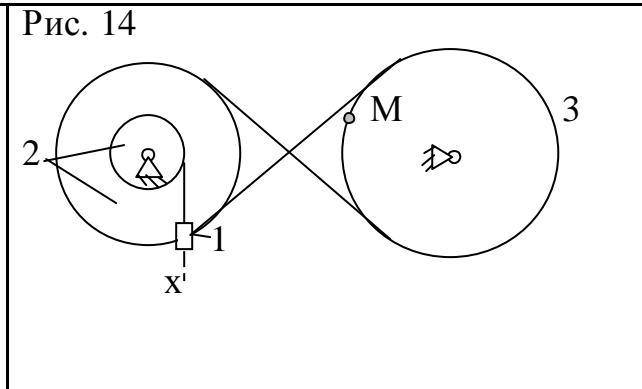
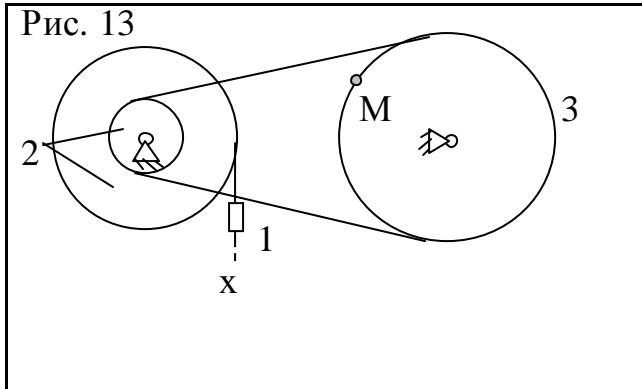
Визначити коефіцієнти C_0, C_1, C_2 , визначити також у довільний момент часу t кутову швидкість і прискорення коліс механізму й його передаточне відношення. Знайти швидкість й прискорення вантажу й точки M у момент часу t_1 .

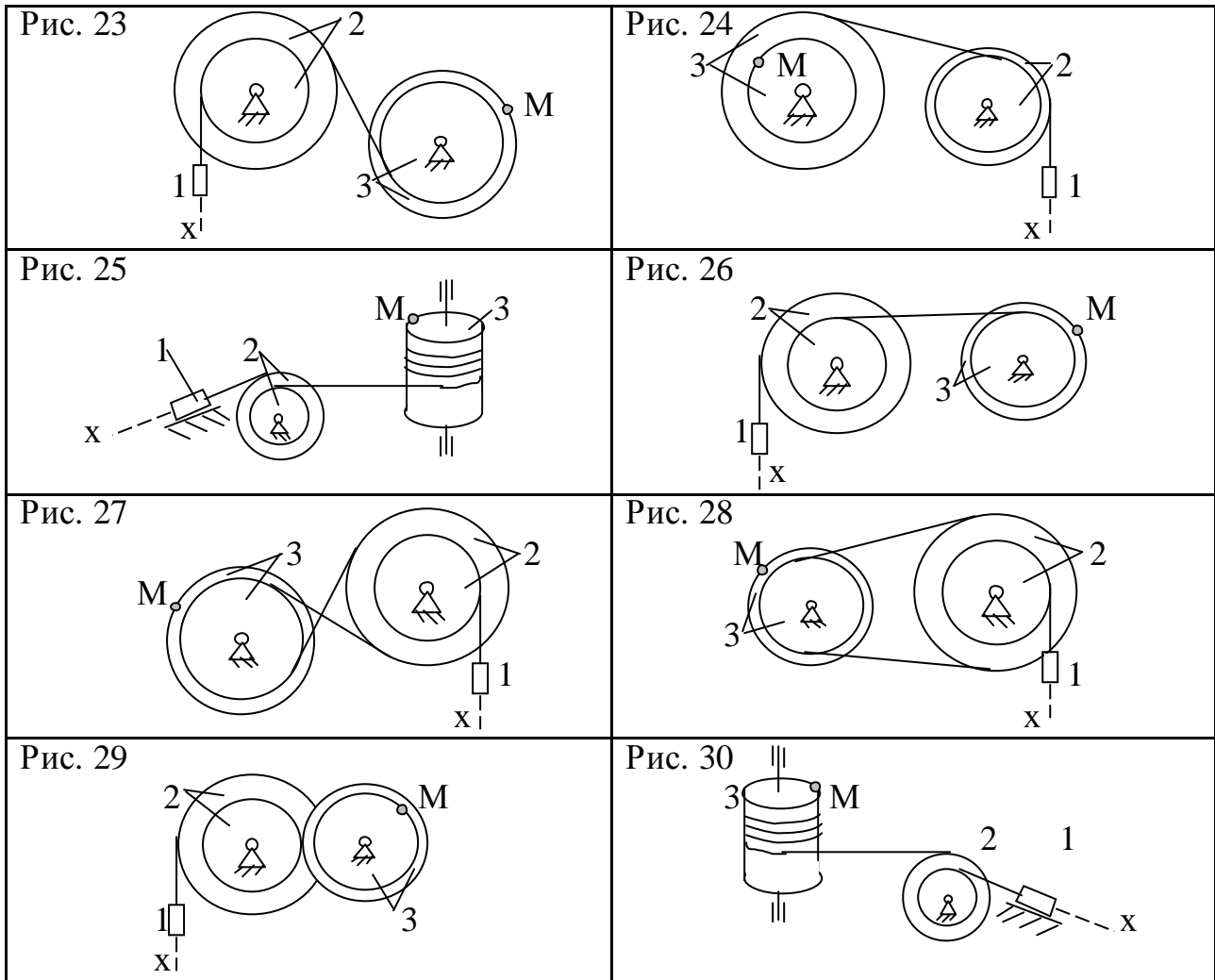
Таблиця 3.1

№ варі-анта	Радіуси, см				Координати й швидкість вантажу 1			Момент часу, с	
	R_2	r_2	R_3	r_3	x_0 , см	v_0 , см/с	x_2 , см	t_2	t_1
1	60	45	36	-	2	12	173	3	2
2	80	-	60	45	5	10	41	2	1
3	100	60	75	-	8	6	40	4	2
4	58	45	60	-	4	4	172	4	3
5	80	-	45	30	3	15	102	3	2
6	100	60	30	-	7	16	215	4	2
7	45	35	105	-	8	5	124	4	3
8	35	10	10	-	6	2	111	3	2
9	40	30	15	-	10	7	48	2	1
10	15	-	40	35	5	3	129	4	3
11	40	25	20	-	9	8	65	2	2
12	20	15	10	-	5	10	179	3	2
13	30	20	40	-	7	0	557	5	2
14	15	10	15	-	6	3	80	2	1
15	15	10	15	-	5	2	189	4	2
16	20	15	15	-	4	6	220	4	3
17	15	10	20	-	8	4	44	2	1
18	20	15	10	-	3	12	211	4	1
19	15	10	20	-	5	10	505	5	3
20	25	15	10	-	10	8	277	3	1
21	20	10	30	10	6	5	356	5	2
22	40	20	35	-	7	6	103	2	1
23	40	30	30	15	5	9	194	3	2
24	30	15	40	20	9	8	105	4	2
25	50	20	60	-	8	4	119	3	2
26	32	16	32	16	6	14	862	4	2
27	40	18	40	18	5	10	193	2	1
28	40	20	40	15	8	5	347	3	2
29	25	20	50	25	4	6	32	2	1
30	30	15	20	-	10	7	128	2	1

Таблица 3.2

<p>Рис. 1</p>	<p>Рис. 2</p>
<p>Рис. 3</p>	<p>Рис. 4</p>
<p>Рис. 5</p>	<p>Рис. 6</p>
<p>Рис. 7</p>	<p>Рис. 8</p>
<p>Рис. 9</p>	<p>Рис. 10</p>
<p>Рис. 11</p>	<p>Рис. 12</p>





Приклад 3.1

Вирішити завдання 3 (рис. 3.1.1П), якщо $R_2 = 50$ см, $r_2 = 25$ см, $R_3 = 65$ см, $r_3 = 40$ см, $x_0 = 14$ см, $v_0 = 5$ см/с, $x_2 = 168$ см, $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с.

Розв'язання.

Рівняння руху вантажу 1 має вигляд

$$x = C_2 t^2 + C_1 t + C_0. \quad (3.1П)$$

Коефіцієнти C_0 , C_1 , C_2 знаходяться з заданих умов:

$$\text{при } t_0 = 0, \quad x_0 = 14 \text{ см, } v_0 = 5 \text{ см/с,} \quad (3.2П)$$

$$\text{при } t_2 = 2 \text{ с } \quad x_2 = 168 \text{ см.} \quad (3.3П)$$

Знаходимо швидкість вантажу 1 (рис. 3.1.2П)

$$v = dx/dt = 2C_2 t + C_1. \quad (3.4П)$$

З (3.1П), (3.4П), маючи на увазі (3.2П), (3.3П) обчислюємо

$$C_0 = x_0 = 14 \text{ см,} \quad C_1 = v_0 = 5 \text{ см/с,} \quad C_2 = 36 \text{ см/с}^2.$$

Таким чином, рівняння руху вантажу 1 має вигляд (рис. 3.1.2П)

$$x = 36 t^2 + 5 t + 14.$$

Швидкість вантажу 1 $v = 72 t + 5.$

Прискорення вантажу 1 $a = dv/dt = 72 \text{ см/с}^2.$

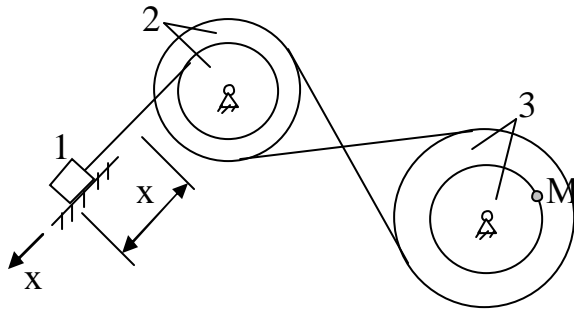


Рис. 3.1.1П

Визначаємо при $t_1 = 1$ с:

$$x = 55 \text{ см}, v = 77 \text{ см/с}.$$

Згідно зі схемою механізму

$$v = v_A = r_2 \omega_2;$$

$$v_B = R_2 \omega_2 = v_C = R_3 \omega_3. \quad (3.5П)$$

Звідси знаходимо

$$\omega_2 = v_A / r_2 = (72t + 5)/25,$$

$$\text{або } \omega_2 = 2,88t + 0,2,$$

$$\omega_3 = \omega_2 R_2/R_3 = 2,215t + 0,154.$$

При $t_1 = 1$ с $\omega_2 = 3,08$ рад/с, $\omega_3 = 2,369$ рад/с.

Кутове прискорення коліс

$$\varepsilon_2 = d\omega_2/dt = 2,88 \text{ рад/с}^2, \quad \varepsilon_3 = d\omega_3/dt = 2,215 \text{ рад/с}^2.$$

Передаточне відношення механізму з урахуванням (3.5П) визначається так:

$$u_{23} = \omega_2 / \omega_3 = R_3 / R_2 = 1,3. \quad (3.6П)$$

Знаходимо швидкість точки М, її обертальне, доцентрове та повне прискорення

$$v_M = r_3 \omega_3 = 94,8 \text{ см/с};$$

$$a_M^{об} = \varepsilon_3 \cdot r_3 = 88,6 \text{ см/с}^2; \quad a_M^{доц} = \omega_3^2 \cdot r_3 = 224 \text{ см/с}^2;$$

$$a_M = \sqrt{(a_M^{доц})^2 + (a_M^{об})^2} = 241 \text{ см/с}^2.$$

Результати розрахунків наведені у табл. 3.1.1П.

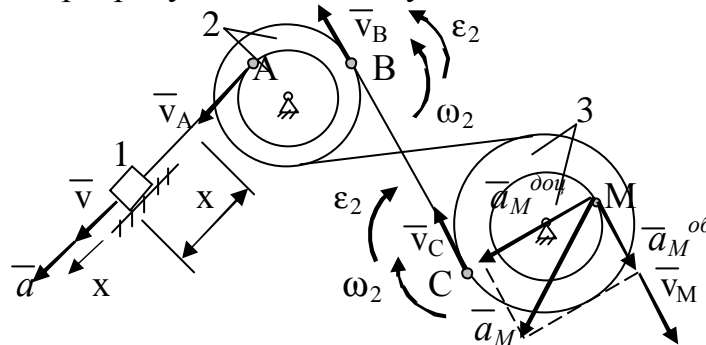


Рис. 3.1.2П

Таблиця 3.1.1П

Вантаж 1	$x = 36t^2 + 5t + 14,$ $v = 72t + 5,$ $a = 72 \text{ см/с}^2.$	При $t_1 = 1$ с $x = 55$ см, $v = 77$ см/с, $a = 72 \text{ см/с}^2.$
Колесо й барабан 2	$\omega_2 = 2,88t + 0,2,$ $\varepsilon_2 = 2,88 \text{ рад/с}^2.$	При $t_1 = 1$ с $\omega_2 = 3,08$ рад/с, $\varepsilon_2 = 2,88 \text{ рад/с}^2.$
Колесо 3	$\omega_3 = 2,215t + 0,154,$ $\varepsilon_3 = 2,215 \text{ рад/с}^2.$	При $t_1 = 1$ с $\omega_3 = 2,369$ рад/с, $\varepsilon_3 = 2,215 \text{ рад/с}^2.$
Точка М		При $t_1 = 1$ с $v_M = 94,8$ см/с, $a_M^{об} = 88,6 \text{ см/с}^2,$ $a_M^{доц} = 224 \text{ см/с}^2,$ $a_M = 241 \text{ см/с}^2.$

Приклад 3.2

Визначити швидкість і прискорення тросу 4 та кутову швидкість і кутове прискорення барабана 3 механізму, якщо вантаж 1 рухається зі швидкістю « v » й прискоренням « a » (рис. 3.2.1П), а радіус барабана r_3 .

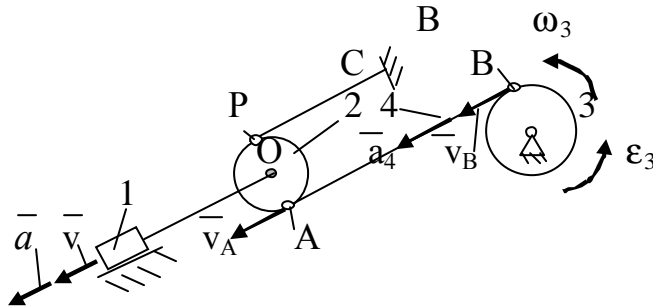


Рис. 3.2.1П

Розв'язання

Швидкість точки O рухомого блока 2 дорівнює швидкості вантажу 1, а швидкість точки P дорівнює нулю тому, що ділянка тросу PC нерухома. Блок 2 рухається плоскопаралельно й тому точка P – *МЦШ* (визначення швидкостей точок за допомогою

миттєвого центра швидкостей (*МЦШ*) дивись вище).

Знаходимо кутову швидкість рухомого блока 2 й швидкість точки A

$$\omega_2 = v / r_2, \quad v_A = \omega_2 \cdot AP = \omega_2 \cdot 2r_2 = 2v,$$

тут r_2 – радіус рухомого блока 2.

Трос 4 на ділянці AB рухається поступально й прямолінійно – тому швидкості усіх точок однакові, тобто $v_B = v_A = 2v$.

Знаходимо прискорення будь-якої точки тросу 4 $a_4 = dv_A/dt = 2a$.

Знаходимо кутову швидкість й кутове прискорення барабана

$$\omega_3 = v_B / r_3 = 2v / r_3, \quad \epsilon_3 = a_B^{об} / r_3 = a_4 / r_3 = 2a / r_3.$$

Результати розрахунків наведені у табл. 3.2.1П.

Таблиця 3.2.1П

Вантаж 1	$v_1 = v, \quad a_1 = a.$
Трос 4	$v_4 = 2v, \quad a_4 = 2a.$
Барабан 3	$\omega_3 = 2v / r_3, \quad \epsilon_3 = 2a / r_3$

Завдання 4. Дослідження і розрахунок механізму

Для механізму підібрати електродвигун 4, котрий рухає за допомогою барабана 3 й редуктора 5 вантаж 1 (ліфт, вантаж, вантажівка), який підіймається або опускається по направляючим 6 з прискоренням “ a_1 ” й швидкістю “ v_1 ”. Тертя в блоках, їх масу, масу барабана й масу зубчастих коліс не враховувати. Визначити кінцеве значення передатного числа u_{43} редуктора 5 й намалювати його схему. Знайти час розгону механізму $t_{роз}$, якщо момент двигуна $m_4 = const$, й визначити натяг й підібрати трос, який намотується на барабан 3. Коефіцієнт запасу міцності тросу не менш $[n]$. Порівняти натяг тросу $T_{дин}$ з натягом $T_{ст}$ при сталому русі вантажу.

Коефіцієнт тертя й опору: при ковзанні вантажу $f_{тр} = 0,25$;

при коченні вантажівки $f_{оп} = 0,08$ від нормальної реакції;
 при русі ліфта по направляючим $f_{оп} = 0,05$ від ваги ліфта.

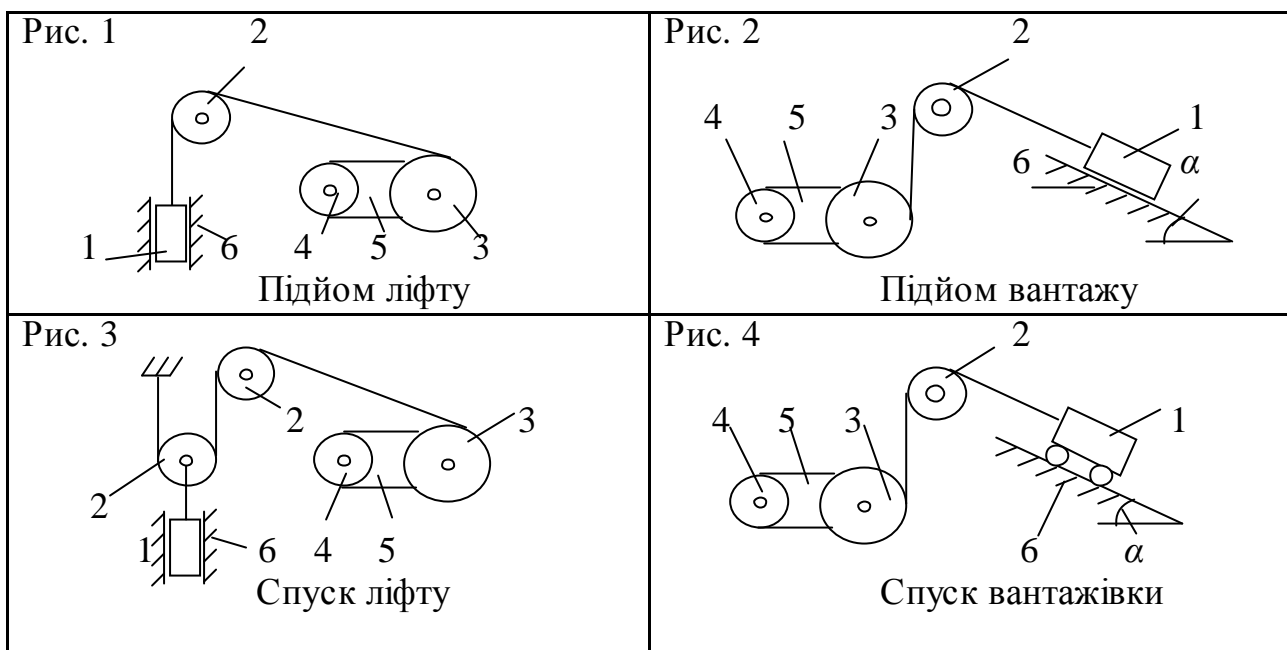
Позначення: m – маса вантажу 1, α – кут нахилу площини, r_3 – радіус барабана 3, u_{43}^1 – попереднє передатне число редуктора 5, η – коефіцієнт корисної дії (ккд) редуктора 5, v – швидкість вантажу 1.

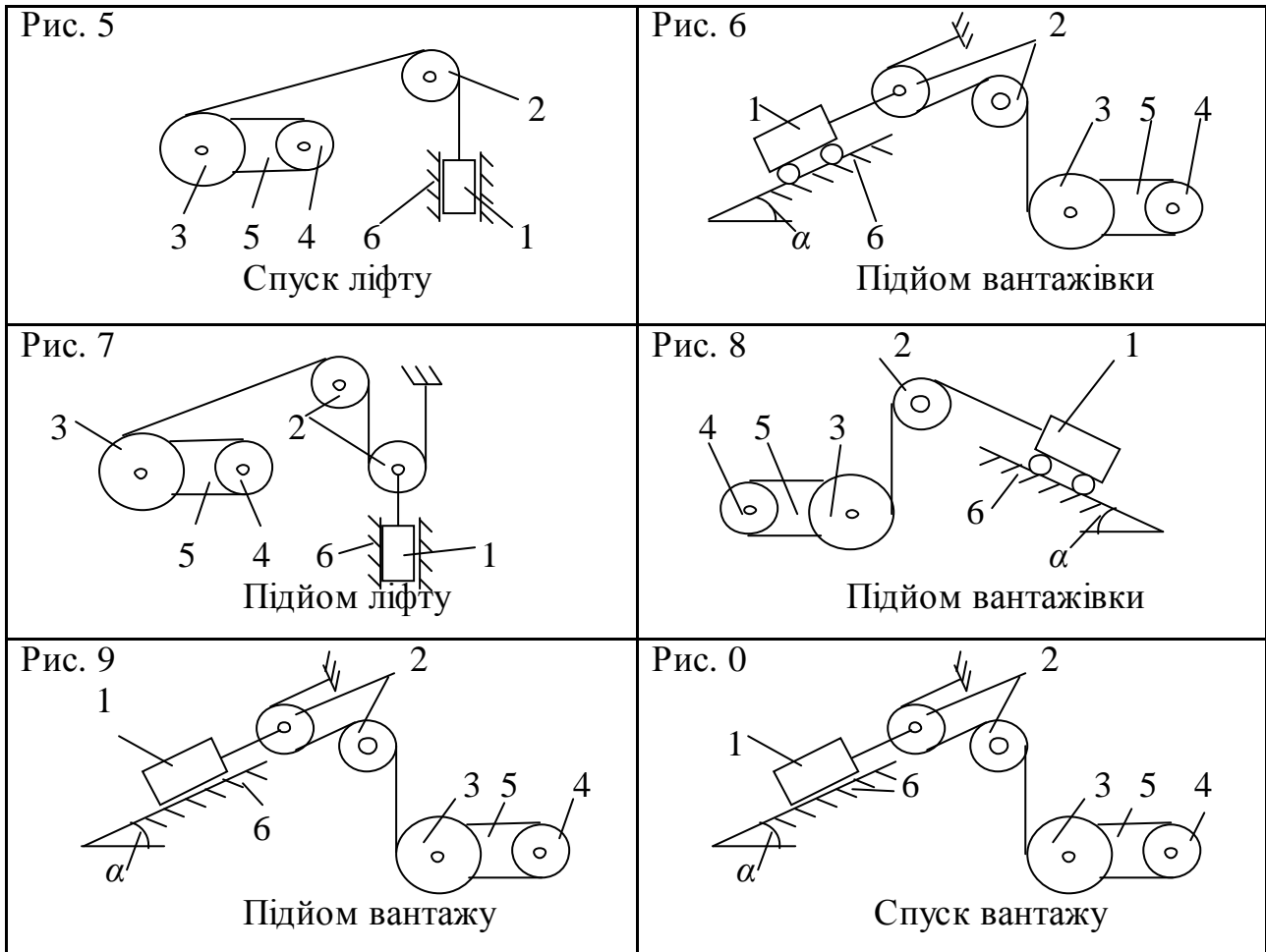
Таблиця 4.1

Перша цифра шифру	m , кг	α , град.	r_3 , м	u_{43}^1	η %	v_1 , м/с	$[n]$
1	600	45	0,25	15	75	1,1	8,0
2	900	30	0,3	18	70	1,2	7,0
3	1100	60	0,35	20	85	1,1	6,5
4	1500	30	0,4	16	90	1,0	7,0
5	1800	45	0,3	22	75	0,9	6,5
6	2000	60	0,25	24	85	1,2	6,0
7	2200	30	0,4	26	90	1,0	6,5
8	700	60	0,3	18	88	1,4	8,0
9	1000	45	0,2	16	75	1,3	6,5
0	1200	60	0,25	20	80	1,4	7,0

Таблиця 4.2

Рисунок – друга цифра шифру





Приклад 4.1

Для механізму (рис. 4.1П) підібрати електродвигун 4, котрий рухає за допомогою барабана 3 й редуктора 5 вантажівку 1, яка підіймається по направляючим 6 з прискоренням « a_1 » й швидкістю « v_1 ». Тертя в блоках, їх масу, масу барабана й масу зубчастих коліс не враховувати. Визначити кінцеве значення передатного числа u_{43} редуктора 5 й накреслити його схему. Знайти час розгону механізму $t_{роз}$, якщо момент двигуна $m_4 = const$, й визначити натяг й підібрати трос, який намотується на барабан 3. Коефіцієнт запасу міцності тросу не менш $[n] = 8$. Порівняти натяг тросу $T_{дин}$ з натягом $T_{ст}$ при сталому русі вантажівки.

Коефіцієнт опору при коченні вантажівки $f_{оп} = 0,08$ від нормальної реакції.

Задано: $m = 1960$ кг – маса вантажівки 1, $\alpha = 20^\circ$ – кут нахилу направляючих, $r_3 = 0,3$ м – радіус барабана 3, $u_{43}^1 = 20$ – попереднє передатне число редуктора 5, $\eta = 75\%$ – коефіцієнт корисної дії (ккд) редуктора 5, $v_1 = 0,9$ м/с – швидкість вантажівки 1.

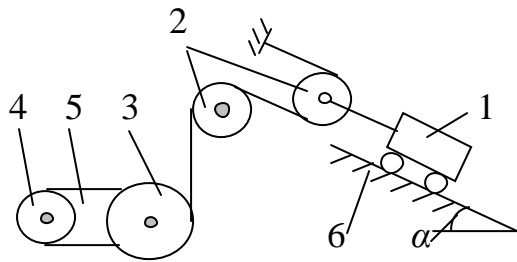


Рис. 4.1П

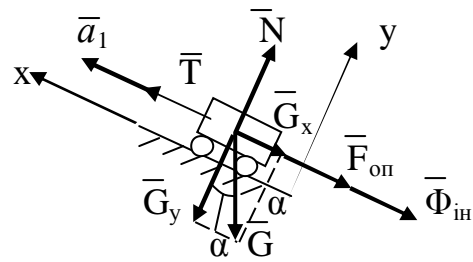


Рис. 4.2П

Рішення

Вибір електродвигуна й редуктора.

Для вибору електродвигуна зображаємо сили, які діють на вантажівку при її русі вгору с прискоренням « a_1 » (рис.4.2П): T – натяг тросу, $G = mg$ – сила тяжіння, N – нормальна реакція напрямляючих, $F_{оп} = f_{оп}N$ – сила опору руху, $\Phi_{ін} = ma_1$ – сила інерції вантажівки, яка напрямлена протилежно прискоренню.

Записуємо рівняння кінетостатики (принцип Даламбера)

$$\Sigma F_{kx} = T - G \sin\alpha - F_{оп} - \Phi_{ін} = 0; \quad (4.1П)$$

$$\Sigma F_{ky} = N - G \cos\alpha = 0. \quad (4.2П)$$

Враховуючи (4.2П) знаходимо силу опору $F_{оп} = f_{оп} mg \cdot \cos\alpha$, далі з (4.1П) $T = mg (\sin\alpha + f_{оп} \cos\alpha) + ma_1$.

Останню формулу запишемо так

$$T = T_{ст} + ma_1, \quad (4.3П)$$

де $T_{ст} = mg (\sin\alpha + f_{оп} \cos\alpha) - \quad (4.4П)$

натяг тросу при сталому русі без прискорення.

Обчислюємо (при $g = 9,8\text{м/с}^2$): $T_{ст} = 8013,5 \text{ Н}$.

Необхідна потужність при сталому русі вантажівки

$$N_3^1 = T_{ст} v_1 = 7200 \text{ Вт} = 7,2 \text{ кВт},$$

необхідна потужність при сталому русі на валу двигуна 4

$$N_4^1 = N_3^1 / \eta = 9,6 \text{ кВт}. \quad (4.5П)$$

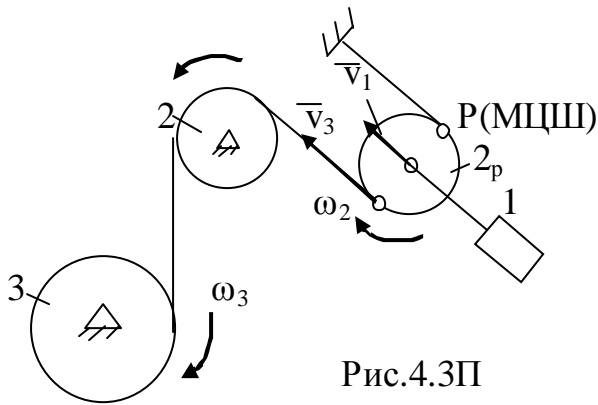
Знаходимо необхідну кутову швидкість двигуна (рис.4.3П)

$$\omega_4^1 = \omega_3 \cdot u_{43}^1 = 6 \cdot 20 = 120 \text{ рад/с}. \quad (4.6П)$$

Необхідна частота обертання двигуна

$$n_4^1 = 30 \cdot \omega_4^1 / \approx 10 \cdot \omega_4^1 = 1200 \text{ об/хв}.$$

Тут $\omega_3 = v_3 / r_3 = 2v_1 / r_3 = 1,8 / 0,3 = 6,0 \text{ рад/с}$ – кутова швидкість барабана 3; $v_3 = \omega_2 2r_2 = 2v_1 = 1,8 \text{ м/с}$ – швидкість тросу, який намотується на барабан 3; $\omega_2 = v_1 / r_2$ – кутова швидкість обертання навколо МЦШ (точка Р) рухомого блоку 2_р, радіус якого позначено r_2 (дивись використання МЦШ – приклад 3.2).



Згідно з додатком 3 приймаємо електродвигун АО2–52–4, потужність якого $N_4 = 10$ кВт, частота обертання $n_4 = 1460$ об/хв., момент інерції ротора $J_4 = 0,7$ кг·м² (номінальна потужність двигуна повинна бути більшою за потужність, яка необхідна – $N_4^1 = 9,6$ кВт, частота повинна бути близька до необхідної частоти обертан-

ня двигуна – $n_4^1 = 1200$ об/хв.).

Знаходимо остаточне значення передатного числа редуктора

$$u_{43} = \omega_4 / \omega_3 = 146 / 6 = 24,3,$$

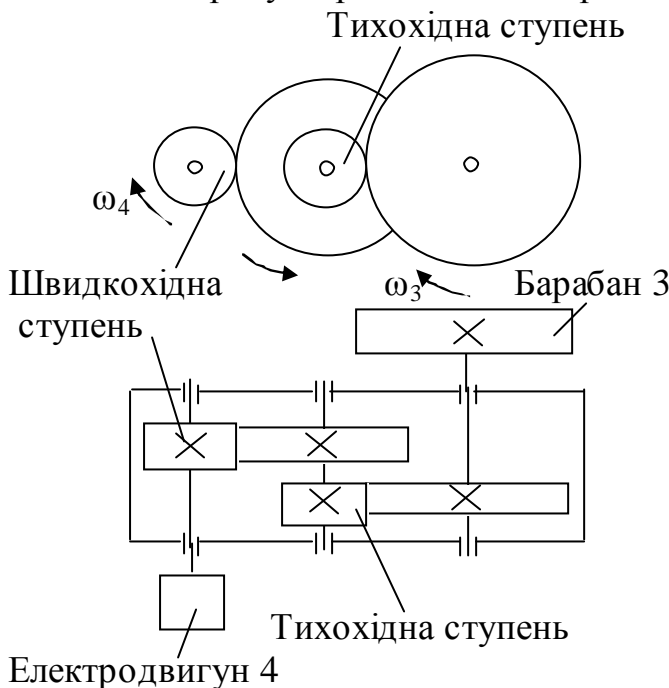
де $\omega_4 = n_4 \cdot \pi / 30 \approx 0,1 \cdot n_4 = 146$ рад/с – кутова швидкість двигуна.

Приймаємо для механізму двохступеневий редуктор (див. підрозділ «Зубчасті редуктори»).

Передатне число тихохідної ступені $u_T = 0,9 \sqrt{u_{43}} = 4,4$,

швидкохідної ступені $u_{ш} = u_{43} / u_T = 5,52$.

Схема редуктора наведена на рис. 4.4П.



Пуск механізму

Для визначення кутового прискорення ϵ_4 двигуна згідно з принципом кінестатики розглянемо сили, які діють на ротор двигуна (рис. 4.5П):

$m_4 = N_4 / \omega_4 = 10 \cdot 10^3 / 146 = 68,5$ Н·м – крутний момент двигуна, котрий напрямлений згідно кутової швидкості ω_4 (рис. 4.4П);

$m_{43} = m_3 / u_{43} = T \cdot r_3 / (2 \cdot u_{43})$ – крутний момент, який передається з барабану через редуктор на двигун, – напрямлений протилежно кутової швидкості ω_4 ; тут $m_3 = T_3 \cdot r_3 = T \cdot r_3 / 2$ – крутний момент на барабані від натягу тросу, який утримує вантажівку

– як бачимо з рис. 4.6П, $T = 2T_2$, тобто $T_2 = T / 2$ і, крім того

$$T_3 = T_2 = T / 2; \quad (4.7П)$$

$m_{ін} = J_4 \cdot \epsilon_4$ – момент сил інерції ротора двигуна – напрямлений протилежно кутовому прискоренню ϵ_4 (рис. 4.5П), котре співпадає з напрямом кутової швидкості ω_4 ; J_4 – момент інерції ротора.

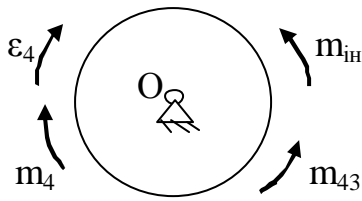


Рис.4.5П

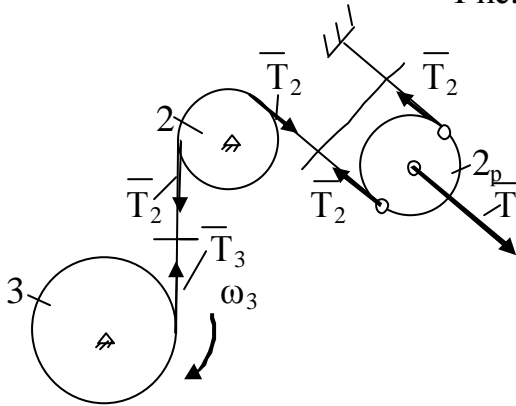


Рис.4.6П

Запишемо рівняння кінето-статика (принцип Даламбера) (рис.4.5П):

$\Sigma m_O = -m_4 + m_{43} + m_{ін} = 0$,
або враховуючи формулу (4.3П) і значення моментів m_{43} , $m_{ін}$ отримуємо

$$\Sigma m_O = -m_4 + T_{ст} r_3/2 u_{43} + ma_1 r_3/2 u_{43} + J_4 \epsilon_4 = 0. \quad (4.8П)$$

Знаходимо похідну за часом від співвідношення (4.6П)

$d\omega_4/dt = (dv_1/dt) 2u_{43}/r_3$
і враховуючи, що $d\omega_4/dt = \epsilon_4$, а $dv_1/dt = a_1$, отримуємо

$$a_1 = \epsilon_4 r_3 / (2u_{43}). \quad (4.9П)$$

Вирішуємо спільно (4.8П), (4.9П) і обчислюємо кутове

прискорення двигуна

$$\epsilon_4 = (m_4 - T_{ст} r_3/2 u_{43}) / (J_4 + m r_3^2/4 u_{43}^2) = (68,5 - 8013,5 \cdot 0,3 / (2 \cdot 24,3)) / (0,7 + 1960 \cdot 0,3^2 / (4 \cdot 24,3^2)) = 24,6 \text{ рад/с}^2.$$

Тут $J_4 = 0,7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ – момент інерції ротора двигуна (дод. 3).

З (4.9П) знаходимо прискорення вантажівки $a_1 = \epsilon_4 r_3 / (2u_{43}) = 0,15 \text{ м/с}^2$.

Визначаємо час розгону механізму із стану спокою при $\epsilon_4 = \text{const}$.

Закон зміни кутової швидкості ротору $\omega_4(t) = \epsilon_4 \cdot t$.

Звідси маємо при $\omega_4(t_{роз}) = \omega_4$ час розгону

$$t_{роз} = \omega_4 / \epsilon_4 = 146 / 24,6 = 5,9 \text{ с}.$$

Розрахунок тросу

Знайдемо найбільшій натяг тросу, який намотується на барабан 3.

В стані спокою, або сталого руху, з (4,7П) маємо

$$T_{зст} = T_{ст} / 2 = 8013,5 / 2 = 4007 \text{ Н}.$$

При русі вгору вантажівки з прискоренням « a_1 », ураховуючи (4.3П) й (4.7П) знаходимо

$$T_{здін} = T_{дін} / 2 = (T_{ст} + ma_1) / 2 = 4154 \text{ Н}.$$

Коефіцієнт динамічності $k_{дін} = T_{здін} / T_{зст} = 1,04$.

Для розрахунку тросу з $T_{зст}$ і $T_{здін}$ приймаємо найбільше значення натягу тросу – це $T_{здін}$.

Записуємо умову міцності тросу

$$T_{здін} \leq R_p / [n]. \quad (4.10П)$$

Звідси обчислюємо необхідне руйнуюче зусилля для тросу

$$R_p^1 \geq T_{здін} \cdot [n] = 4154 \cdot 8 = 33232 \text{ Н}.$$

Приймаємо (дод. 4) згідно з R_p^1 канат 7,1-Г-1-С-Н-1372 ГОСТ 3063-80:

Діаметр каната 7,1мм, площа перерізу $A_T = 29,48 \text{ мм}^2$, межа міцності матеріалу $\sigma_B = 1372 \text{ МПа}$, руйнуюче зусилля $R_p = 36350 \text{ Н} \geq R_p^1 = 33232 \text{ Н}$.

Дійсний запас міцності $n = R_p / T_{3\text{дін}} = 36350 / 4154 = 8,75 > [n]=8$.

Перевіряємо виконання умови міцності по напруженням

$$\sigma = |N| / A \leq \sigma_B / [n]$$

$$\sigma = |T_{3\text{дін}}| / A_T = 4154 / 29,48 = 142 \text{ МПа} < \sigma_B / [n] = 1372 / 8 = 171,5 \text{ МПа}$$

Умови міцності виконуються.

Результати розрахунків

Маса вантажівки $m = 1960 \text{ кг}$,

Швидкість руху при підйомі $v_1 = 0,9 \text{ м/с}$.

Прискорення при підйомі $a_1 = 0,15 \text{ м/с}^2$.

Коефіцієнт динамічності $k_{\text{дін}} = T_{3\text{дін}} / T_{3\text{ст}} = 1,04$.

Час розгону $t_{\text{роз}} = 5,93 \text{ с}$.

Для приводу вантажівки прийнят електродвигун АО2–52–4,

Потужність $N_4 = 10 \text{ кВт}$,

Частота обертання $n_4 = 1460 \text{ об/хв.}$,

Момент інерції ротора $J_4 = 0,7 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

Передатне число двохступеневого редуктора $u_{43} = 24,3$,

Тихохідна ступень $u_r = 4,4$,

Швидкохідна ступень $u_{\text{ш}} = 5,52$.

Схема редуктора наведена на рис.4.4П.

Канат 7,1 – Г-1-С-Н-1372 ГОСТ 3063-80.

Діаметр каната 7,1 мм.

Запас міцності $n = 8,75 > [n] = 8$.

Натяг тросу: статичний 4007 Н,

у динаміці 4154 Н.

САМОСТІЙНА НАВЧАЛЬНА РОБОТА СТУДЕНТА

Студент в результаті вивчення курсу технічної механіки повинен мати уявлення про фундаментальну єдність природничих наук, динамічні і статичні закономірності у природі; **повинен знати** умови рівноваги та умови еквівалентності різних систем сил, визначати реакції в'язей, координати центра ваги тіла, методи визначення траєкторій, швидкостей та прискорень тіла та його точок при різних видах його руху, основні закони динаміки точки і механічної системи, принцип кінетостатики, силовий аналіз механізму, його ланок, методи розрахунку приводу машинного агрегату, вибір передаточних механізмів, розрахунки на міцність та надійність деталей машин, що використовуються в транспортних системах.

Самостійна робота студентів складається:

- з вивчення теоретичного матеріалу, який розглянуто на лекціях;

- теоретичного матеріалу, заданого викладачем на самостійне опрацювання;
- виконання домашніх завдань у вигляді типових задач;
- виконання розрахунково-графічних робіт.

Розрахунково-графічне завдання (денна форма):

Включає завдання, які входять у ЗМ 1.1:

Визначення реакцій опор балки.

Визначення внутрішніх сил балки.

Завдання, які входять у ЗМ 1.2:

Кінематичний аналіз механізму.

Дослідження і розрахунок механізму.

Засоби контролю та структура залікового кредиту (денна форма)

Види та засоби контролю (тестування, контрольні роботи, РГЗ, інд. завдання тощо)		Розподіл балів *, %
МОДУЛЬ 1. Поточний контроль зі змістових модулів		
ЗМ 1.1	усього:	30%
	у тому числі: виконання РГЗ	10%
	середній бал за поточними оцінками ЗМ 1.1	10%
	тестове завдання відкритої форми (задача)	10%
ЗМ 1.2	усього:	30%
	у тому числі: виконання РГЗ	10%
	середній бал за поточними оцінками ЗМ 1.2	10%
	тестове завдання відкритої форми (задача)	10%
Підсумковий контроль з МОДУЛЮ 1		40%
Всього за модулем 1		100%

* - в останній колонці вказано максимально можливу кількість балів за кожний елемент контролю

Критерії оцінювання

1. Виконання РГЗ. Студент отримує максимальну за даний елемент контролю оцінку (5% за задачу), якщо завдання виконане у відведений строк (2 тижні з моменту видачі завдання), з використанням комп'ютерної техніки, акуратно оформлене, містить елементи перевірки і аналіз отриманих результатів. У випадку виконання РГЗ без використання комп'ютерної техніки або затримки виконання на 1 тиждень (з використанням комп'ютерної техніки) студент може отримати 90% від максимальної оцінки (4,5%). У випадку виконання РГЗ без використання комп'ютерної техніки і затримки виконання на 1 тиждень студент може отримати 80 % від максимальної оцінки (4%). У випадку виконання РГЗ з затримкою більш ніж 1 тиждень – 60 % від максимальної оцінки (3%).

2. Середній бал за поточними оцінками. Протягом змістового модуля студент може отримати оцінки по 5-ти бальній шкалі за відповіді на

практичних заняттях при розбиранні домашніх задач, за виконання індивідуальних домашніх задач підвищеної складності, за вивчення окремих теоретичних питань, поставлених викладачем, за розв'язання задач при виконанні самостійної роботи. Підсумкова оцінка формується як середнє арифметичне з отриманих оцінок і переводиться в бали: оцінка 5 відповідає > 9 до 10% (оцінка за шкалою ECTS «A»), оцінка 4+ >8 до 9(за шкалою ECTS «B»), оцінка 4: >7 до 8(за шкалою ECTS «C»), оцінка 3+: >6 до 7(за шкалою ECTS «D»), оцінка 3: >5 до 6%(за шкалою ECTS «E»), незадовільно < 5% (за шкалою ECTS відповідно «FX» або «F»).

3. Тестове завдання відкритої форми у вигляді задачі. Виконується на останньому практичному занятті змістового модуля. Підраховуються всі дії студента по зображенню розрахункової схеми, відображенню векторів, запису і розв'язанні диференціальних (у динаміці точки) і алгебраїчних рівнянь. При правильному виконанні усіх дій студент отримує максимальну за даний елемент оцінку. Помилкові дії не зараховуються, а грубі помилки віднімаються, і в остаточному результаті студент отримує оцінку пропорційно своїм правильним діям до максимально можливих правильних дій у даній задачі. При виконанні даного тесту у більш пізній строк студент отримує знижену оцінку: при виконанні тесту протягом 1 тижня після останнього практичного заняття змістового модуля студент отримує 90% від максимальної за тест оцінки, протягом 2 тижнів – 80% від максимальної за тест оцінки, більше за 2 тижні - 70% від максимальної за тест оцінки.

4. Підсумковий контроль з модулю 1. Виконується в екзаменаційну сесію у вигляді тестів відповідей з теоретичного матеріалу й задач. За правильні відповіді по всім тестовим завданням студент отримує максимальну за даний елемент оцінку 40%. В іншому випадку оцінка за даний елемент формується пропорційно правильним відповідям до їх максимальній кількості. При перездаванні підсумкового контролю 1-й раз максимальна за даний елемент оцінка буде складати 36%, 2-й – 32%.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

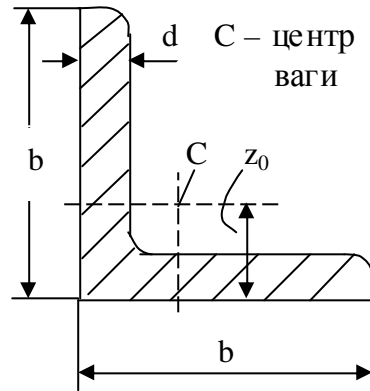
<i>1. Рекомендована основна навчальна література</i>	
1. Теоретична механіка. Статика. Конспект лекцій (для студентів денної і заочної форм навчання бакалаврів) / за заг. ред. В.П. Шпачука. – ХНАМГ, 2005.	ЗМ 1.1
2. Теоретична механіка. Кінематика. Конспект лекцій (для студентів денної і заочної форм навчання бакалаврів) / за заг. ред. В.П. Шпачука. – ХНАМГ, 2006.	ЗМ 1.1
3. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики / Н.В. Бутенин, Я.Л.Ленц, Д.В.Меркин. – ТТ.1,2. – М.: Наука, 1979.	ЗМ1.1, ЗМ 1.2
4. Павловський М.А. Теоретична механіка: підручник / М.А. Павловський. – К.: Техніка, 2002.	ЗМ1.1, ЗМ 1.2
5. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики / С.М. Тарг. – М., Наука, 1986.	ЗМ1.1, ЗМ 1.2
6. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике / И.В. Мещерский. – М.: Наука, 2001.	ЗМ1.1, ЗМ 1.2
7. Теоретична механіка: навч.-метод. посіб. для студентів технічних спеціальностей). – ХНАМГ, 2007.	ЗМ1.1, ЗМ 1.2
<i>2. Додаткові джерела</i>	
1. Эрдеди А.А. Техническая механика. Детали машин / А.А. Эрдели и др. – М.: Высшая школа, 1991.	ЗМ 1.2
2. Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. – ТТ. 1, 2. – М., Наука, 1977.	ЗМ1.1, ЗМ 1.2
3. Чернилевский Д.В. Техническая механика / Д.В. Чернилевский, Е.В. Лавров и др. – М.: Наука, 1982.	ЗМ1.1, ЗМ 1.2
<i>3. Методичне забезпечення</i>	
1. Методичні вказівки і завдання для виконання розрахунково-графічних робіт з розділу «Статика» курсу теоретичної механіки. – ХНАМГ, 2004.	ЗМ1.1
2. Методичні вказівки для самостійної роботи з розділу «Кінематика» курсу теоретичної механіки. – ХНАМГ, 2006.	ЗМ1.1
3. Методичні вказівки для самостійної роботи з розділу «Динаміка» курсу теоретичної механіки. – ХДАМГ, 2002.	ЗМ 1.2
4. Методичні вказівки до організації самостійної роботи з курсу «Теоретична механіка». – ХНАМГ, 2007.	ЗМ1.1, ЗМ 1.2
5. Комп'ютерні програми пакету Open Office (для виконання РГЗ).	ЗМ1.1, ЗМ 1.2
6. Методичні вказівки і завдання до самостійної роботи з курсу «Технічна механіка» (для студентів 2 курсу всіх форм навчання бакалаврів за напрямом 6.100 400 – «Транспортні технології»). - ХНАМГ, 2007.	ЗМ1.1, ЗМ 1.2

ДОДАТКИ

Додаток 1

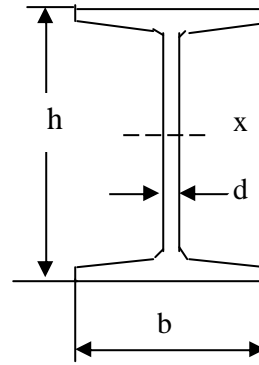
Сталь прокатна кутова рівнополічна – ДСТУ 2251-93

№ профіля	Розміри, мм		Площа перерізу, см ²	Маса, кг/м	z ₀ , см
	b	d			
1	2	3	4	5	6
3,2	32	3	1,86	1,46	0,89
3,6	36	3	2,1	1,65	0,99
4	40	3	2,35	1,85	1,09
4,5	45	3	2,65	2,08	1,21
5	50	3	2,96	2,32	1,33
		4	3,89	3,05	1,38
5,6	56	3,5	3,86	3,03	1,5
		4	4,38	3,44	1,52
6,3	63	4	4,96	3,9	1,69
		6	7,28	5,72	1,78
7	70	4,5	6,2	4,87	1,88
		6	8,15	6,39	1,94
7,5	75	5	7,39	5,80	2,02
		7	10,1	7,96	2,10
		9	12,8	10,1	2,18
8	80	6	9,38	7,36	2,19
		7	10,8	8,51	2,23
9	90	7	12,3	9,64	2,47
		8	13,9	10,9	2,51
10	100	8	15,6	12,2	2,75
		10	19,2	15,1	2,83
		12	22,8	17,9	2,91
11	110	8	17,2	13,5	3,00
		8	19,7	15,5	3,36
12,5	125	10	24,3	19,1	3,45
		12	28,9	22,7	3,53
		10	27,3	21,5	3,82
14	140	12	32,5	25,5	3,90
		10	31,4	24,7	4,30
16	160	12	37,4	29,4	4,39
		14	43,3	34,0	4,47
		16	49,1	38,5	4,55
		12	47,1	37,0	5,37
20	200	14	54,6	42,8	5,46
		16	62,0	48,7	5,54



Двутаври сталъні ГОСТ 8239-89

№ двотавра	h, мм	b, мм	d, мм	Площа перерізу см ²	Маса кг/м	I _x см ⁴	W _x см ³
10	100	55	4,5	12	9,46	198	39,7
12	120	64	4,8	14,7	11,5	350	58,4
14	140	73	4,9	17,4	13,5	572	81,7
16	160	81	5,0	20,2	15,9	873	109
18	180	90	5,1	23,4	18,4	1290	143
20	200	100	5,2	26,8	21,0	1840	184
22	220	110	5,4	30,6	24,0	2550	232
24	240	115	5,6	34,8	27,3	3460	289
27	270	125	6,0	40,2	31,5	5010	371
30	300	135	6,5	46,5	36,5	7080	472
33	330	140	7,0	53,8	42,2	9840	597
36	360	145	7,5	61,9	48,6	13380	743
40	400	155	8,0	71,4	56,1	18930	947
45	450	160	8,6	83	62,5	27540	1220
50	500	170	9,3	96,9	76,1	39120	1560
55	550	180	10	113	88,6	54810	1990
60	600	190	10,8	131	103	75010	2500



Електродвигуни асинхронні

Тип двигуна	N, кВт.	n, об/хв.	J, кгм ²	Тип двигуна	N, кВт.	n, об/хв.	J, кгм ²
1	2	3	4	1	2	3	4
АОЛ2-11-1	0,8	2830	0,06	АО2-61-4	13	1460	0,82
АОЛ2-12-2	1,1	2830	0,07	АО2-62-4	17	1450	1,2
АОЛ2-11-4	1,6	1350	0,08	АО2-61-6	10	970	0,8
АОЛ2-12-4	0,8	1350	0,07	АО2-62-6	13	960	0,91
АОЛ2-11-6	0,4	910	0,08	АО2-61-8	7,5	725	0,48
АОЛ2-12-6	0,6	910	0,08	АО2-62-8	10	725	0,9
АОЛ2-21-2	1,5	2860	0,07	А2-71-2	30	2900	1,8
АОЛ2-22-2	2,2	2860	0,9	А2-72-2	40	2900	3,1
АОЛ2-21-4	1,1	1400	0,08	А2-71-4	22	1460	1,8
АОЛ2-22-4	1,5	1420	0,09	А2-72-4	30	1460	2,0
АОЛ2-21-6	0,8	930	0,08	А2-71-6	17	970	1,4
АОЛ2-22-6	1,1	930	0,09	А2-72-6	22	970	2,7
АОЛ2-31-2	3,0	2880	0,15	А2-71-8	13	730	1,0
АОЛ2-32-2	4,0	2880	0,2	А2-72-8	17	730	1,58
АОЛ2-31-4	2,2	1430	0,11	АО2-71-2	22	2900	1,5
АОЛ2-32-4	3,0	1430	0,17	АО2-81-2	40	2940	3,1
АОЛ2-31-6	1,5	950	0,1	АО2-82-2	55	2940	3,5
АОЛ2-32-6	2,2	950	0,12	АО2-81-4	40	1460	4,2
АО2-41-2	5,5	2910	0,22	АО2-82-4	55	1460	3,9
АО2-42-2	7,5	2910	0,24	АО2-91-6	30	980	2,4
АО2-41-4	4,0	1450	0,22	АО2-82-6	40	980	5,3
АО2-42-4	5,5	1450	0,27	АО2-81-8	22	735	2,8
АО2-41-6	3,0	960	0,18	АО2-82-8	30	735	3,0
АО2-42-6	4,0	960	0,26	АО2-81-10	17	585	1,67
АО2-41-8	2,3	720	0,14	АО2-82-10	22	585	3,0
АО2-42-8	3,0	720	0,19	АО2-92-2	75	2960	5,0
АО2-51-2	10	2920	0,6	АО2-92-2	100	2960	6,0
АО2-52-2	13	2920	0,7	АО2-91-4	75	1470	6,2
АО2-51-4	7,5	1460	0,27	АО2-92-4	100	1470	8,0
АО2-52-4	10	1460	0,7	АО2-91-6	55	980	5,0
АО2-51-6	5,5	970	0,29	АО2-92-6	75	980	7,8
АО2-52-6	7,5	970	0,4	АО2-91-8	50	740	5,2
АО2-51-8	4,0	730	0,28	АО2-92-8	55	740	5,4
АО2-52-8	5,5	730	0,3	АО2-91-10	30	585	2,8
АО2-62-2	17	2890	0,95	АО2-92-10	40	585	6,1

Примітка. Позначення: N – потужність, n – частота обертання, J – момент інерції ротора.
У позначенні типа двигуна: число після першого тире – це типорозмір двигуна,
цифра після другого тире – число полюсів.

Троси

Як вантажний трос застосовуються канати за ГОСТ 3063-80.

Позначення: Канат 6,1-Г-1-С-Н-1470 ГОСТ 3063-80.

Тут 6,1 – діаметр каната (d), Г- канат вантажний, 1 – першої марки, С – дріт оцинкований для середніх агресивних умов роботи, Н – канат, що не розкручується, 1470 – межа міцності матеріалу каната σ_B (сталь).

Діаметр каната d, мм	Площа перерізу F, мм ²	Вага, Н/м	Межа міцності матеріалу σ_B , МПа					
			1176	1274	1372	1470	1568	1666
			Розривне зусилля каната R_p , не менш					
3,6	7,37	0,63	–	–	9080	9740	10300	11000
4,0	9,62	0,83	–	–	11850	12650	13500	14400
4,6	12,16	1,22	–	–	14950	16050	17150	18150
5,0	15,9	1,3	–	–	18550	19850	21200	22550
5,6	18,24	1,57	–	–	22450	24100	25650	27300
6,1	21,68	1,82	–	–	26650	28650	30500	32450
6,6	25,43	2,14	–	–	31350	33550	35800	38050
7,1	29,48	2,48	–	–	36350	38950	41550	44100
7,6	33,82	2,85	–	–	41650	44650	47650	50500
8,1	38,46	3,23	–	–	44400	50800	54200	57600
8,6	43,4	3,65	–	–	53550	57350	61200	65000
9,1	48,64	4,09	–	–	59950	64300	68600	72850
10,0	60,35	5,09	–	69200	74450	79800	–	–
11,0	72,95	6,15	77150	83550	89950	91100	–	–
12,0	86,74	7,3	91700	98950	106000	114500	–	–
13,0	101,72	10,2		116000	124500	134000	–	–

5. Методичні рекомендації щодо використання ПЕОМ при виконанні РГЗ
«Визначення реакцій опор конструкції»

Для перевірки достовірності результатів розв'язання системи алгебраїчних рівнянь рівноваги складеної конструкції при визначенні реакцій в'язей використовується ПЕОМ. Розрахунки виконуються у програмі MS Excel пакету MS Office, або OpenOffice.org Calc пакету OpenOffice.org.2.0.4.

1. Методологія розрахунків.

Для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь рівноваги використовується метод, згідно з яким рівняння рівноваги записуються у матричній формі:

$$[A] * [X] = [B], \quad (5.1Д)$$

де $[A]$ – квадратна матриця коефіцієнтів при невідомих реакціях опор, $[X]$ – матриця-стовпець невідомих реакцій опор, $[B]$ – матриця-стовпець правих частин алгебраїчної системи рівнянь, у яку входять задані силові фактори.

Наприклад, система рівнянь рівноваги

$$\begin{aligned} X_A + X_C &= 0, \\ Y_A + Y_C - P &= 0, \\ -4X_C + 6Y_C - M &= 0, \\ X_B - X_C + G &= 0, \\ Y_B - Y_C - Q &= 0, \\ 4X_C + 6Y_C - 4G + 3Q &= 0, \end{aligned}$$

де $P=5, M=10, G=15, Q=12$ - задані силові фактори, записується у формі:

$$\begin{aligned} X_A + X_C &= 0, \\ Y_A + Y_C &= P = 5, \\ -4X_C + 6Y_C &= M = 10, \\ X_B - X_C &= -G = -15, \\ Y_B - Y_C &= Q = 12, \\ 4X_C + 6Y_C &= 4G - 3Q = 4 \cdot 15 - 3 \cdot 12 = 60 - 36 = 24. \end{aligned}$$

Матрична форма запису такої системи рівнянь набуде вигляду:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \\ X_C \\ Y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 10 \\ -15 \\ 12 \\ 24 \end{bmatrix}$$

Якщо обидві частини рівняння (5.1Д) помножити зліва на обернену матрицю $[A]^{-1}$, отримаємо розв'язок:

$$[X] = [A]^{-1} * [B]. \quad (5.2Д)$$

Таким чином, для отримання розв'язка (2) системи алгебраїчних рівнянь необхідно:

- 1) сформуванати матрицю коефіцієнтів при невідомих реакціях опор $[A]$ і матрицю-стовпець правих частин $[B]$;
- 2) обчислити обернену матрицю $[A]^{-1}$;
- 3) отримати матрицю-стовпець шуканих реакцій опор $[X]$ як результат добутку оберненої матриці $[A]^{-1}$ на матрицю-стовпець правих частин $[B]$.

2. Запуск програми *OpenOffice.org Calc*.

Для запуску програми можна використати один з двох способів:

- 1) якщо на робочому столі, або на панелі задач ОС Windows є ярлик запуску програми *OpenOffice.org Calc*, двічі клацнути лівою кнопкою миші (2ЛК) по цьому ярлику;
- 2) клацнути лівою кнопкою миші (1ЛК) по кнопці «Пуск» на панелі задач, у головному меню підвести курсор миші до стрічки «Программы», в меню другого рівня – до стрічки «OpenOffice.org.2.0.4», в меню третього рівня клацнути 1ЛК - по стрічці «*OpenOffice.org Calc*».

За декілька секунд на екрані з'явиться робоче вікно програми *OpenOffice.org Calc*.

3. Збереження робочого файлу.

Відкритий файл програми *OpenOffice.org Calc* зручно до початку роботи зберегти у папку з прізвищем викладача під назвою, яке є прізвищем студента. Для цього скористатися пунктом головного меню програми «Файл» і стрічкою «Сохранить как». У вікні «Сохранение документа» зробити 2ЛК на папці з прізвищем викладача, а у полі «Имя файла» ввести своє прізвище, після чого клацнути 1ЛК по кнопці «Сохранить».

4. Підготовка початкових даних:

- у комірки A1 і H1 ввести назви для матриць, що будуть формуватись: «матриця коефіцієнтів при реакціях опор» і «матриця правих частин» відповідно;
- у комірки A2-F2 ввести позначки шуканих реакцій опор;
- у комірки A3-F8 ввести значення матриці коефіцієнтів при невідомих реакціях опор [A];
- у комірки H3-H8 ввести значення матриці-стовпця правих частин [B];

5. Обчислення оберненої матриці $[A]^{-1}$:

- у комірку A9 ввести назву: «обернена матриця»;
- встановити курсор на комірку A10, з якої буде починатись обернена матриця;
- клацнути 1ЛК на іконці « f_x » у стрічці формул, по якій викликається Майстер функцій;
- у вікні Майстра функцій вибрати у полі «Категорія» значення «Массив», у полі «Функции» відмітити функцію «INVERSE», яка обчислює обернену матрицю, і клацнути по кнопці «Далее»;
- у центральній частині вікна Майстра функцій з'явиться поле, у яке треба ввести діапазон комірок початкової матриці [A]. Для цього можна клацнути на кнопку зі стрілкою, яка знаходиться праворуч даного поля (вона мінімізує розміри вікна Майстра функцій), помітити мишею або

клавішами зі стрілками при натиснутій клавіші "Shift" комірки A2-F7 матриці коефіцієнтів, знов клацнути на кнопку зі стрілкою, яка знаходиться праворуч поля (вона максимізує розміри вікна Майстра функцій);

- клацнути по кнопці «ОК» Майстра функцій. У комірках A10-F15 з'являться коефіцієнти оберненої матриці $[A]^{-1}$.

6. Обчислення значень матриці-стовпця шуканих реакцій опор [X].

- у комірку H9 ввести назву: «матриця розв'язків»;
- встановити курсор на комірку H10, з якої буде починатись матриця-стовпець шуканих реакцій опор;
- клацнути ЛК на іконці « f_x » у стрічці формул, по якій викликається Майстер функцій;
- у вікні Майстра функцій вибрати у полі «Категория» значення «Массив», у полі «Функции» відмітити функцію «MMULT», яка обчислює добуток двох матриць, і клацнути по кнопці «Далее»;
- у центральній частині вікна Майстра функцій з'являться два полі, у перше з яких треба ввести діапазон комірок оберненої матриці $[A]^{-1}$: A10- F15, а у друге – діапазон комірок матриці-стовпця правих частин [B]: H3-H8. Для цього потрібно послідовно у кожному з двох полів: клацнути на кнопку зі стрілкою, яка знаходиться праворуч даного поля (вона мінімізує розміри вікна Майстра функцій), помітити мишею або клавішами зі стрілками при натиснутій клавіші «Shift» потрібні комірки, знов клацнути на кнопку зі стрілкою, яка знаходиться праворуч поля (вона максимізує розміри вікна Майстра функцій);
- клацнути по кнопці «ОК» Майстра функцій. У комірках H10-H15 з'являться результати розрахунків шуканих реакцій опор;
- у комірки G10-G15 ввести позначки шуканих реакцій опор зі знаками рівності, які вирівняти по правому краю комірок;
- послідовно виділити усі матриці і проставити в них границі комірок.

7. Збереження файлу з розрахунками на жорсткому диску і дискеті.

Для збереження файлу на жорсткому диску можна скористатися пунктом головного меню програми «Файл» і стрічкою «Сохранить» (або відповідною іконкою на панелі інструментів).

Для збереження файлу на дискеті потрібно скористатися пунктом головного меню програми «Файл» і стрічкою «Сохранить как». У вікні «Сохранение документа» у полі «Папка» вибрати стрічку «Диск 3,5 (A:)», у полі «Тип файла» вибрати стрічку «Microsoft Office 97/2000/XP», після чого клацнути ІЛК по кнопці «Сохранить».

8. Оформлення результатів розрахунків.

Сторінку з результатами розрахунків потрібно надрукувати на будь-якому принтері і додати до РГЗ.

Приклади оформлення робочого листа файлу і сторінка розрахунків наведені на рис. 1 і рис. 2 відповідно.

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Матрица коэффициентов при реакциях опор:						Матрица правых частей:								
2	X_A	Y_A	X_B	Y_B	X_C	Y_C									
3	1	0	0	0	1	0		0							
4	0	1	0	0	0	1		5							
5	0	0	0	0	-4	6		10							
6	0	0	1	0	-1	0		-15							
7	0	0	0	1	0	-1		12							
8	0	0	0	0	4	6		24							
9	Обернена матрица:						Матрица розв'язків:								
10	1	0	0,125	0	0	-0,125	$X_A =$	-1,75							
11	0	1	-0,083333	0	0	-0,083333	$Y_A =$	2,17							
12	0	0	-0,125	1	0	0,125	$X_B =$	-13,25							
13	0	0	0,0833333	0	1	0,0833333	$Y_B =$	14,83							
14	0	0	-0,125	0	0	0,125	$X_C =$	1,75							
15	0	0	0,0833333	0	0	0,0833333	$Y_C =$	2,83							

Рис. 1

Результати розрахунку реакцій опор конструкції на ПЕОМ

Матриця коефіцієнтів при реакціях опор:

	X_A	Y_A	X_B	Y_B	X_C	Y_C
1	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	-4	6
0	0	0	1	0	-1	0
0	0	0	0	1	0	-1
0	0	0	0	0	4	6

Обернена матриця:

1	0	0,125	0	0	-0,125
0	1	-0,083333	0	0	-0,083333
0	0	-0,125	1	0	0,125
0	0	0,083333	0	1	0,083333
0	0	-0,125	0	0	0,125
0	0	0,083333	0	0	0,083333

Матриця правих частин:

0
5
10
-15
12
24

Матриця розв'язків:

$X_A =$	-1,75
$Y_A =$	2,17
$X_B =$	-13,25
$Y_B =$	14,83
$X_C =$	1,75
$Y_C =$	2,83

Рис. 2

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Вказівки до завдання 1 (статика)	3
2. Вказівки до завдання 2 (статика)	9
3. Вказівки до завдання 3 (кінематика)	13
4. Вказівки до завдання 4 (динаміка)	19
Завдання 1. Визначення реакцій опор балки	21
Завдання 2. Визначення внутрішніх сил балки	26
Завдання 3. Кінематичний аналіз механізму	32
Завдання 4. Дослідження і розрахунок механізму	38
Самостійна навчальна робота студента	44
Список літератури	47
Додатки	48

Навчальне видання

ШПАЧУК Володимир Петрович,
ПУШНЯ Валентин Олександрович

Методичні вказівки і завдання для практичних занять, виконання контрольних робіт і самостійної роботи з курсу «Технічна механіка» (для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів напряму підготовки 6.070101 – «Транспортні технології (за видами транспорту)»)

Відповідальний за випуск *А. О. Гарбуз*
Редактор *М. З. Аляб'єв*
Комп'ютерне верстання *О. В. Мамаєва*

План 2010, поз. 213М

Підп. до друку 01.07.2010
Друк на ризографі.
Зам. №

Формат 60x80 1/16
Ум. друк. арк. 3,47
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 731 від 19.12.2001