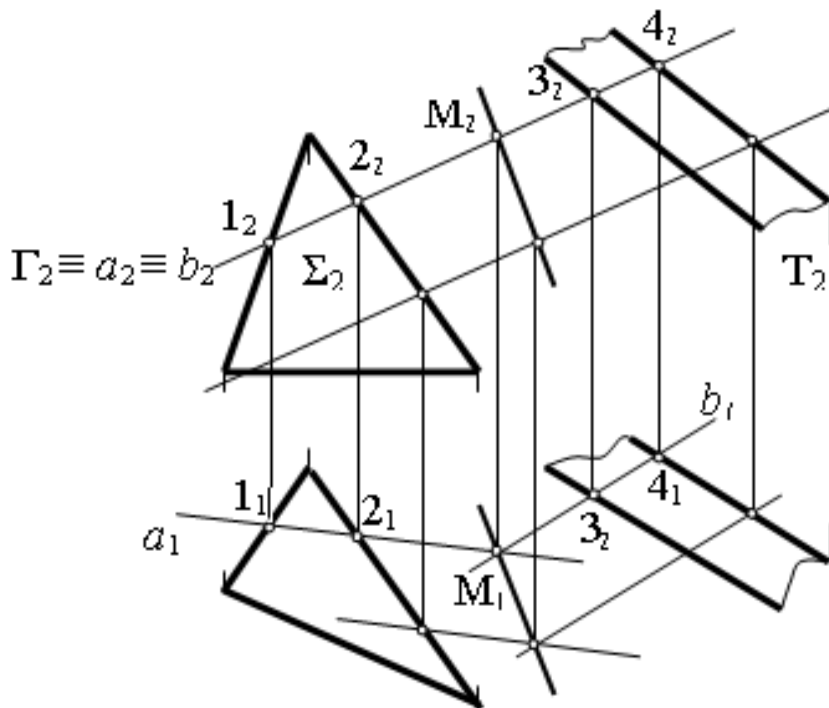


Міністерство освіти і науки України
Харківська національна академія міського господарства

В. І. Лусь

«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ТА МАШИННА ГРАФІКА»

(робочий зошит з нарисної геометрії для виконання завдань на практичних заняттях, розрахунково-графічних завдань та самостійної роботи для студентів 1 курсу денної форми навчання освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр, напряму підготовки 6.060103 – «Гідротехніка (водні ресурси)»)



Харків
ХНАМГ
2010

Нарисна геометрія, інженерна та машинна графіка. Робочий зошит з нарисної геометрії для виконання завдань на практичних заняттях, розрахунково-графічних завдань та самостійної роботи (для студентів 1 курсу денної форми навчання освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр, напрямку підготовки 6.060103 – «Гідротехніка (водні ресурси)»). / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: В.І. Лусь. –Х.: ХНАМГ, 2010. –78 с.

Укладач: В.І. Лусь.

Рекомендовано кафедрою інженерної та комп'ютерної графіки, протокол № 9 від 3.06.2010 р.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. ТОЧКА	7
2. ПРЯМА.....	15
3. ПЛОЩИНА	21
4. ОСНОВНІ ПОЗИЦІЙНІ ЗАДАЧІ.....	28
5. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ І ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН ...	33
6. СПОСІБ ЗАМІНИ ПЛОЩИНИ ПРОЕКЦІЙ	40
7. ПОВЕРХНІ	45
8. ПЕРЕТИН ПОВЕРХНІ ПЛОЩИНОЮ	50
9. ПЕРЕТИН ПРЯМОЇ ЛІНІЇ З ПОВЕРХНЕЮ	55
10. ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ.....	60
11. ПАРАЛЕЛЬНІ АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ	66
12. РОЗГОРТКИ ПОВЕРХОНЬ.....	72
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	76

ВСТУП

Форми навчання

Навчальний процес з нарисної геометрії включає лекції, підготовку до практичних занять, практичні заняття, програмований контроль знань за темами курсу, виконання графічних робіт (епюрів), консультації, іспит.

Лекції. На лекціях студенти знайомляться з теоретичними основами курсу, методами вирішення типових завдань нарисної геометрії, з новою для них термінологією і ведуть конспект.

Самостійна робота. Після лекцій теоретичний матеріал закріплюється і поглиблюється за допомогою конспекту і підручника. Необхідною умовою підготовки до практичного заняття є виконання приведених нижче вправ.

Практичні заняття. На початку практичних занять проводиться програмовий контроль знань, далі студент пред'являє викладачу виконані у робочому зошиті вправи, уточнює, доповнює їх і виконує під керівництвом викладача комплекс графічних завдань.

Графічні роботи (епюри) виконують студенти за індивідуальними варіантами в процесі вивчення матеріалу і відповідно до графіка і робочої програми. Зміст графічних робіт, приклади їх оформлення приведені на стендах або в методичних вказівках.

Консультації проводяться викладачем щонеділі за кафедральним розкладом. На них перевіряються і приймаються домашні роботи студентів проводиться повторний програмовий контроль знань, даються пояснення по різних питаннях курсу.

Перед іспитами лектор дає консультації для всіх груп потоку.

Іспит приймає лектор в кінці I семестру I курсу. На іспит студент надає:

- а) робочий зошит, підписаний керівником практичних занять;
- б) графічні роботи (епюри), виконані за індивідуальним завданням і підписані викладачем.

Перелік самостійних графічних завдань (РГЗ), які виконують студенти в 1 семестрі

№ п/п	Назва роботи	Формат	Кількість аркушів
1	Епюр 1. Точка і пряма	A3	1
2	Епюр 2. Метричні і позиційні задачі	A3	1
3	Епюр 3. Спосіб заміни площин проєкцій	A3	1
4	Епюр 4. Способи плоско-паралельного переміщення та обертання навколо лінії рівня	A3	1
5	Епюр 5. Лінія на поверхні	A3	1
6	Епюр 6. Перетин поверхонь	A3	1
7	Епюр 7. Аксонометрія	A3	1

Позначення, прийняті в роботі

1. Точки-оригінали позначаються прописними літерами латинського алфавіту: *A, B, C...*, а також цифрами: *1, 2, 3...*

2. Лінії-оригінали позначаються рядковими літерами латинського алфавіту: *a, b, c, d, e...*

3. Площина-оригінал позначається прописними літерами грецького алфавіту: Σ, Δ, Ω .

4. Площини проєкцій позначаються прописними літерами грецького алфавіту *Π* з підрядковими індексами: Π_1 – горизонтальна, Π_2 – фронтальна, Π_3 – профільна.

Нові площини проєкцій при заміні площини проєкцій позначаються Π_4, Π_5 .

5. Проєкції точок, ліній, і площин позначаються тими ж літерами, що і оригінали, тільки з індексами, відповідними індексам площин проєкцій: $A_1, A_2, A_3...$; a_1, a_2, a_3 .

6. Основні операції позначаються знаками:

\parallel – паралельність прямих і площин;

$=$ – результат геометричної побудови;

\cap – перетин двох геометричних фігур;

\perp – перпендикулярність прямих і площин;

\equiv – збіг геометричних фігур;

– схрещування прямих;

\ni або \in – взаємна приналежність (інцидентність) двох геометричних образів.

$M \in \Sigma$ означає, що точка M належить площині Σ ; $a \ni M$ означає, що точка M належить прямій a .

Вказівки з оформлення креслень

1. Всі побудови повинні виконуватися при допомозі креслярських інструментів і приладдя.

2. Всі елементи (точки, прямі, площини і т. п.) при вирішенні завдань повинні супроводжуватися літерними або цифровими позначеннями.

3. Літери і цифри слід наносити так, щоб вони не перетиналися з якими-небудь лініями.

4. Всі проміжні побудови і позначення виконувати гостро заточеними кольоровими олівцями (пастою).

5. Отримані результати рішення обводити червоним кольором.

6. Лінії проекційного зв'язку проводити тонкими лініями з нанесенням на них стрілок, що пояснюють хід рішення задачі.

1. ТОЧКА

Основний метод складання технічних креслень – *метод Монжа*. Це паралельні прямокутні проекції на дві взаємно перпендикулярні нерухомі площини проекцій.

Проекцією точки називається точка перетину проєктуючого променя (прямої) з площиною проекцій (рис. 1 а).

Комплексним кресленням (епюром Монжа) називається креслення, на якому побудовано декілька зв'язаних між собою прямокутних (ортогональних) проекцій об'єкта на взаємно перпендикулярні площини (рис. 1 б, в). Фронтальна і горизонтальна проекції точки завжди розташовуються на одній вертикальній лінії проекційного зв'язку ($A_2 A_1 \perp O_x$).

Фронтальна і профільна проекції точки завжди знаходяться на одній горизонтальній лінії зв'язку ($A_2 A_3 \perp O_z$).

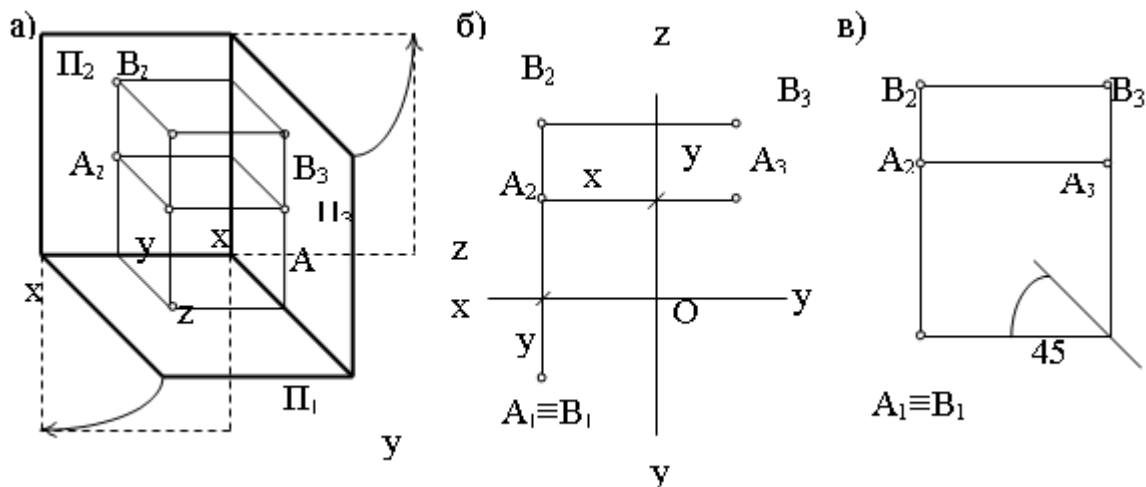


Рис. 1

Визначник точки простору – дві її проекції, а також три прямокутні координати. Приймається при цьому, що площина проекцій суміщена з площиною координат.

Умовний запис визначника точки A (A_1, A_2) або $A (X, Y, Z)$. Кожну проекцію точки визначають дві її координати: $A_1 (X; Y)$; $A_2 (X; Z)$; $A_3 (Y; Z)$.

Широта точки – відстань точки від профільної площини проекцій –

визначається координатою X ($AA_3 = A_1A_y = A_2A_z = X$).

Глибина точки – відстань точки від фронтальної площини проєкцій – визначається координатою Y ($AA_2 = A_1A_x = A_3A_z = Y$).

Висота точки – її відстань від горизонтальної площини проєкцій – визначається координатою Z ($AA_1 = A_2A_x = A_3A_y = Z$).

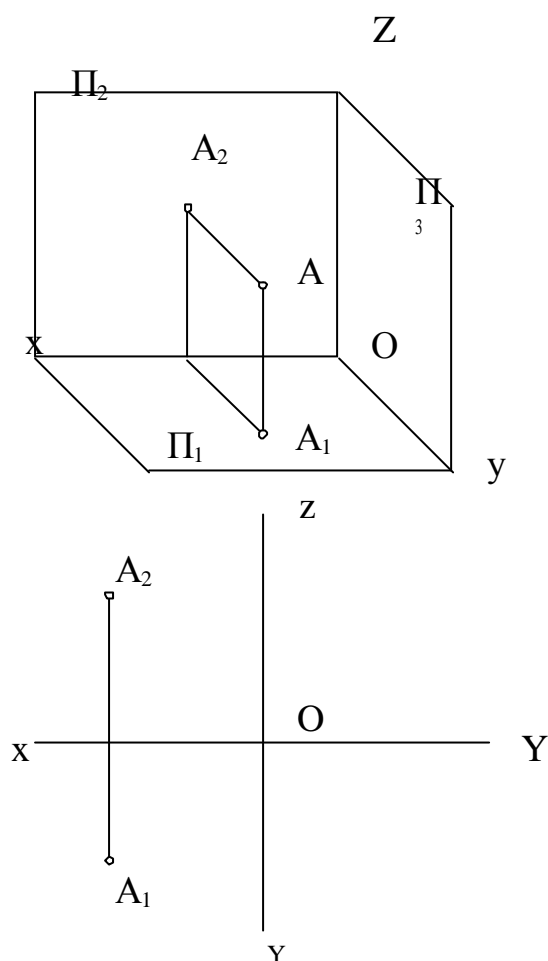
Безосьові комплексні креслення точок не визначають їх положення в просторі, але дозволяють визначити відносне положення (рис. 1 в).

По заданих двох проєкціях точки завжди можна побудувати третю.

Конкуруючими називаються точки, які лежать на одному проєктуючому промені (рис. 1).

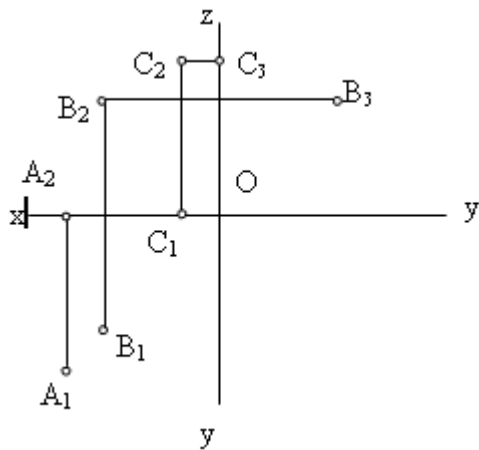
ВПРАВИ:

1. На наочному і комплексному кресленнях побудувати профільну проєкцію A_3 точки A . *Написати* назви елементів креслень в таблиці.

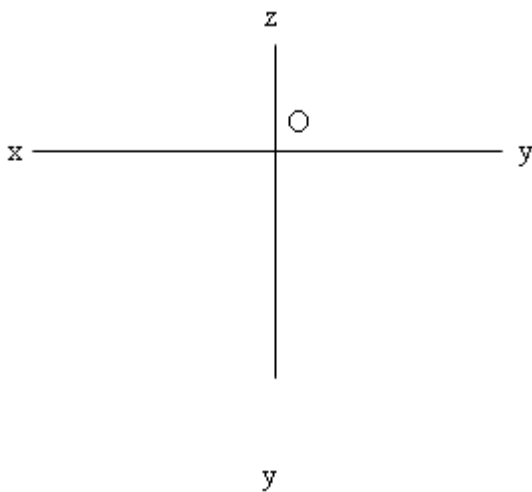


Позначення	Назва елементів креслень
Π_1	
Π_2	
Π_3	
x, y, z	
A_1	
A_2	
AA_1	
A_1A_2	

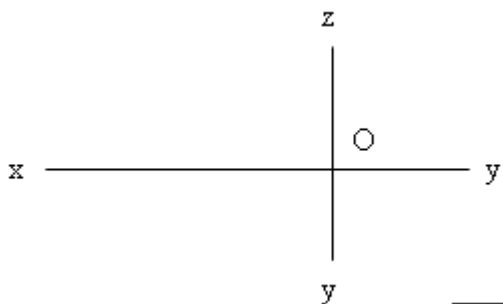
2. Яка із заданих на кресленні точок належить площині **III**? Записати її координати.



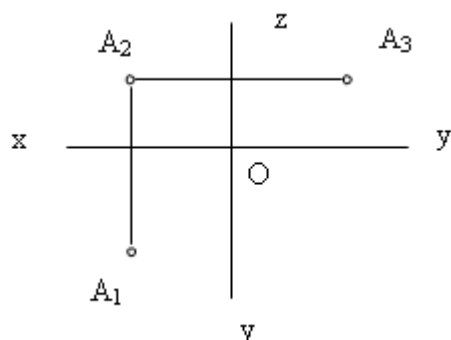
3. Якій з площин проекцій належить точка **A**, координати якої 20; 30; 0? Побудувати проекції точки.



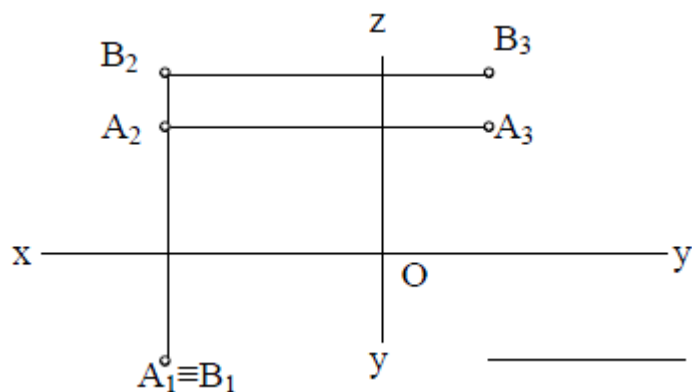
4. Від якої з площин проекцій точка **A** (30, 10, 15) знаходиться далі? Побудувати проекції точки.



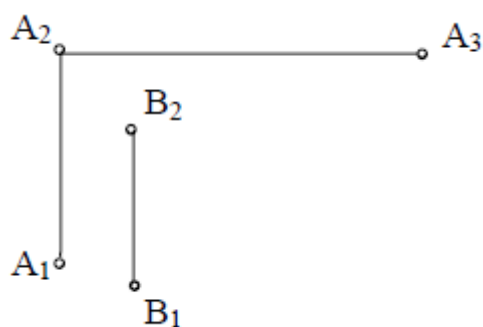
5. До якої з площин проєкцій точка A знаходиться ближче?



6. Як розташована точка B по відношенню до точки A ? Визначити видимість точок.



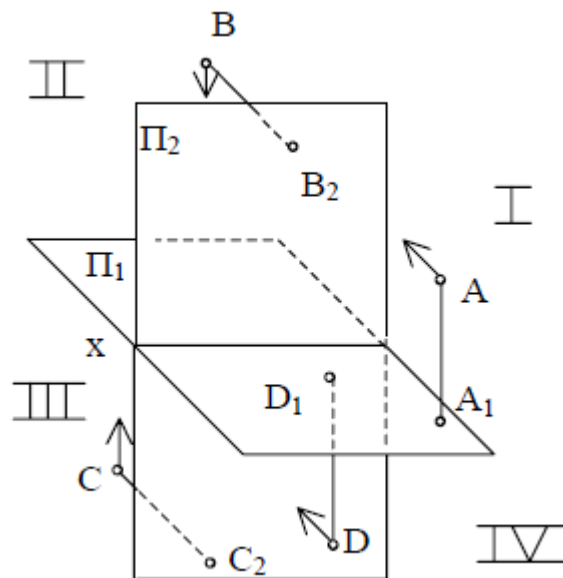
7. На трьохкартинному комплексному кресленні побудувати профільну проєкцію точки B .



8. По проекції A_2 побудувати проекції A_1 і A_3 так, щоб $Z = 2y$.

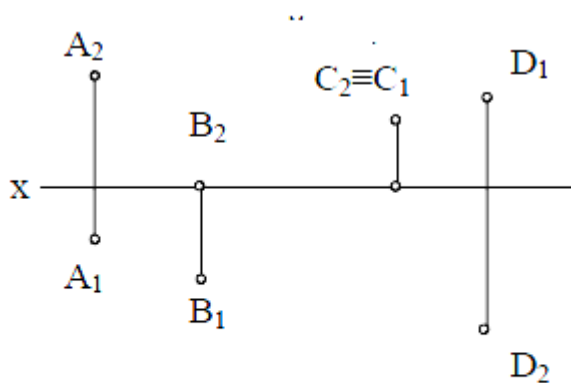


9. На наочному кресленні побудувати бракуючі проекції точок A , B , C і D .



10. Дано точки A , B , C і D . Визначити:

- яка з точок знаходиться в третій чверті;
- яка з точок найбільш віддалена від площини проєкцій Π_1 .

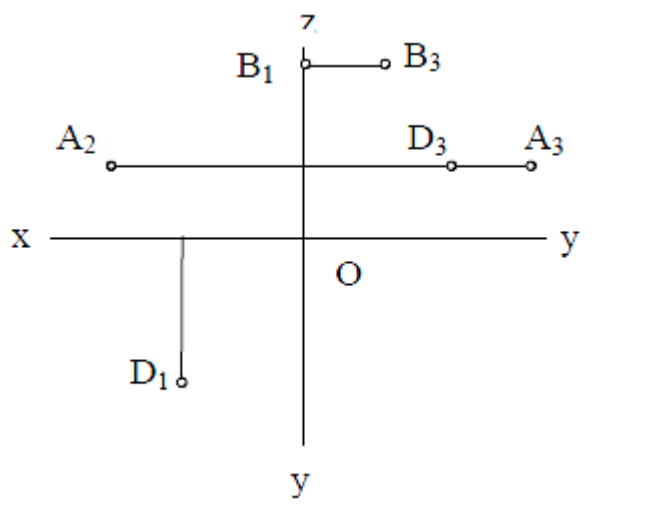


а) _____ б) _____

Завдання:

1. Побудувати проекції точки A , віддаленої від площини Π_1 на відстань 20 мм, від площини Π_2 на відстань 15 мм і лежачою в площині Π_3 . Записати координати цієї точки.

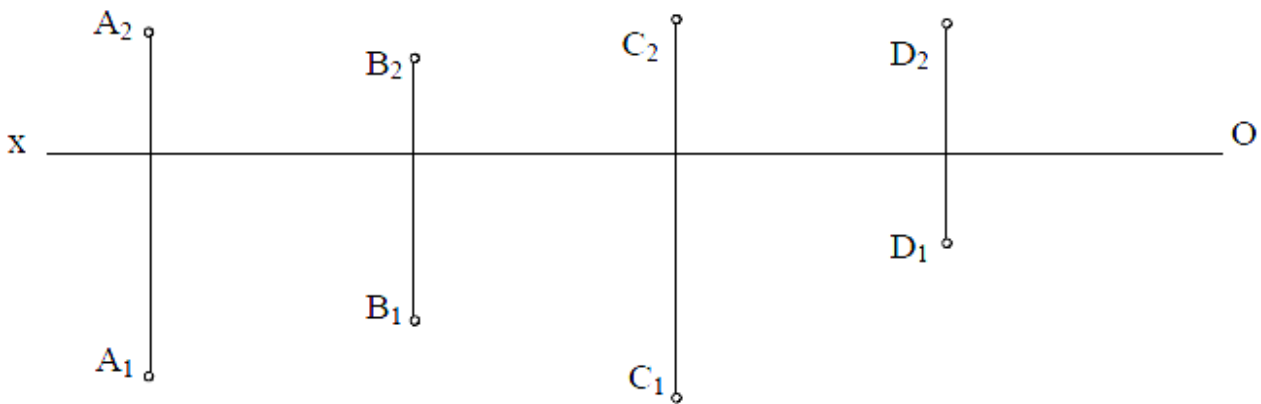
2. На трьохкартинному комплексному кресленні побудувати відсутні проекції точок A, B, C, D . Як розташована точка D по відношенню до точки A ?



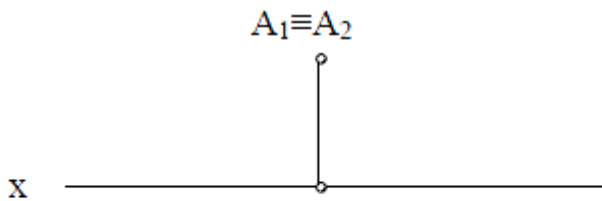
3. Задані точки A, B, C, D . Побудувати:

- 1) точку E , розташовану під точкою A на 5 мм;
- 2) точку N , розташовану над точкою B на 10 мм;

- 3) точку M , розташовану за точкою C на 15 мм;
- 4) точку K , розташовану перед точкою D на 10 мм.

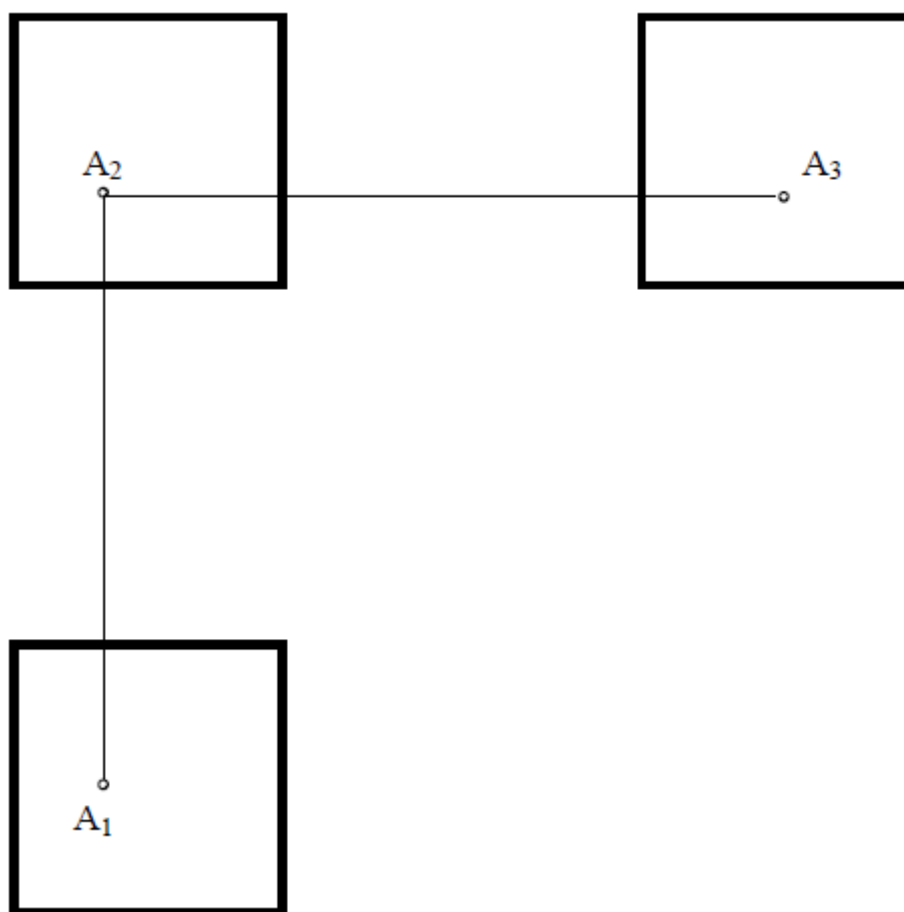


4. Зобразити точку, симетричну точці A відносно площини Π_I . У якій чверті знаходиться точка B ?



5. Даний куб з точкою A усередині. На комплексному кресленні побудувати:

- 1) точку B , симетричну точці A відносно верхньої грані куба;
- 2) точку C , симетричну точці A відносно передньої грані;
- 3) точку D , симетричну точці A відносно правого верхнього ребра;
- 4) точку E , симетричну точці A відносно переднього нижнього ребра;
- 5) точку F , симетричну точці A відносно нижньої передньої правої вершини.



Запитання для самоперевірки:

1. Що означає спроектувати точку дві або три взаємно перпендикулярні площини проекцій?
2. Як називаються і позначаються площини проекцій? Ортогональні проекції точок на площини проекцій Π_1 і Π_2 .
3. Що таке вісь проекцій і лінія проекційного зв'язку?
4. Як утворюються чверті простору і які чверті Ви знаєте?
5. Як утворюється епюр Монжа?
6. Скільки проекцій точки визначають її положення в просторі?
7. Якими координатами визначається фронтальна A_2 проекція точки A ?
Горизонтальна A_1 проекція точки A ?
8. Точки в різних чвертях простору. Характерне розташування проекцій точок, розташованих в різних чвертях простору відносно осі Ox .

2. ПРЯМА

Проекції прямої визначаються проекціями двох її точок (рис. 2 а).

Проекціями прямої, в загальному випадку, є прямі лінії.

Сліди прямої – це точки перетину прямої з площиною проекцій. Одна з координат сліду прямої дорівнює нулю (рис. 2 б).

Прямі окремого положення паралельні одній (прямі рівня) або двом (проектуючі) площинам проекцій. Дві проекції прямої рівня паралельні різним осям проекцій (рис. 2 в), дві проекції проектуючої прямої паралельні одній осі, а третя проекція перетворюється в точку (рис. 2 г).

Натуральна величина відрізка прямої загального положення визначається величиною гіпотенузи прямокутного трикутника, побудованого на одній з проекцій, як на катеті. Другий катет трикутника дорівнює різниці відстаней кінців відрізка від тієї площини проекцій, на якій узятий перший катет. Кут між гіпотенузою і катетом-проекцією дорівнює **куту нахилу прямої до площини проекцій**, на якій трикутник побудований (рис. 2 д).

Точка належить прямій, якщо її проекції лежать на однойменних проекціях прямої і на одній лінії проекційного зв'язку (рис. 2 а, б, д).

Для оцінки взаємного положення прямих рівня слід побудувати їх проекції на площині, до якої вони паралельні (рис. 2 е).

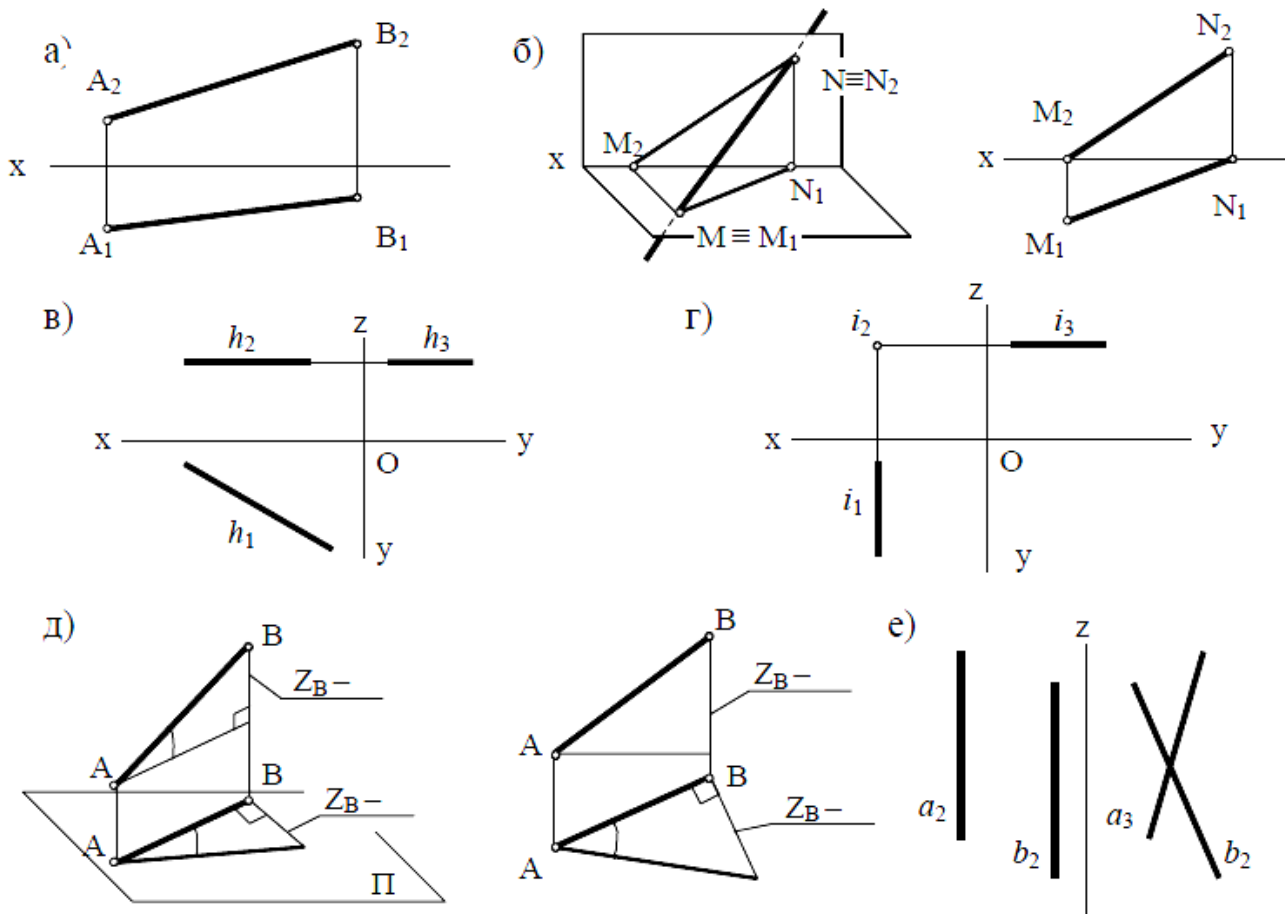
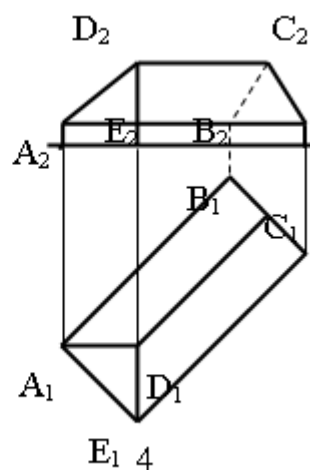


Рис. 2

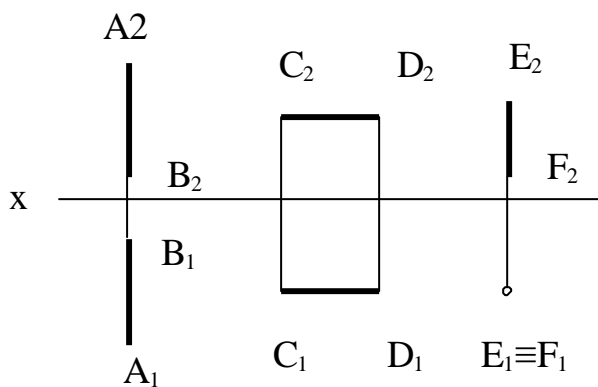
ВПРАВИ:

1. Яке положення відносно площин проєкцій займають ребра даху?

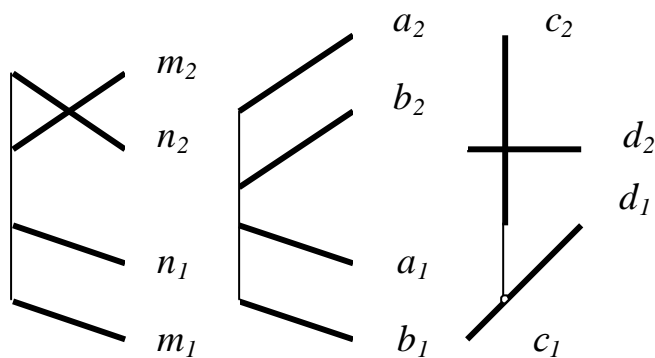
AD _____
 BC _____
 CD _____
 DE _____



2. Як розташовані прямі (перпендикулярно чи паралельно) відносно площин проекцій?



3. Визначити відносне положення двох прямих.

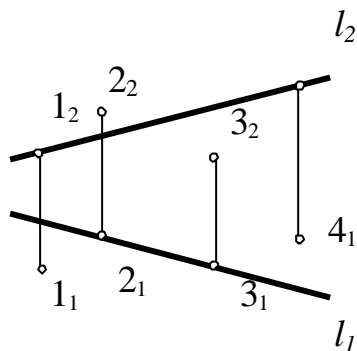


4. Вказати точки, які розташовані:

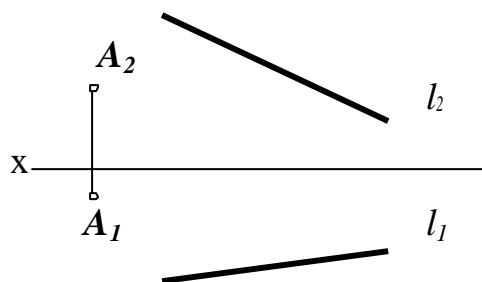
а) під прямою _____

б) перед прямою _____

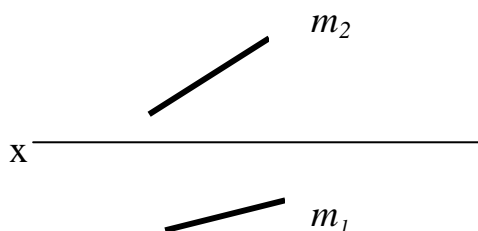
в) над прямою _____



5. Через точку A провести горизонтальну лінію рівня h , яка перетинає пряму l . Визначити кути нахилу прямих до Π_1 .

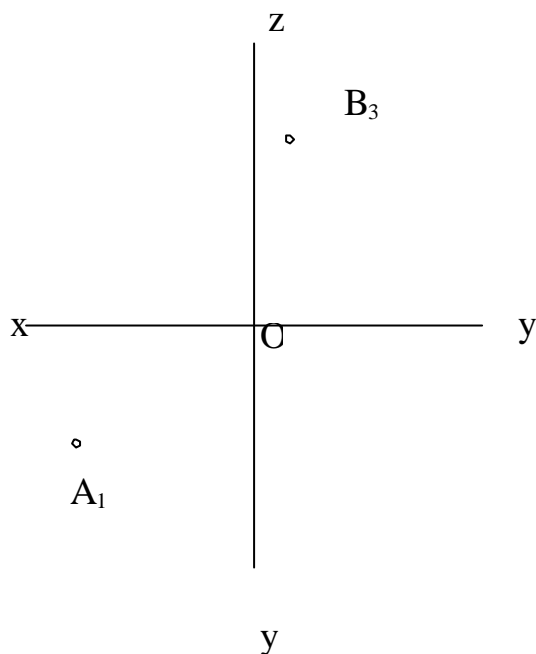


6. На прямій m знайти точку, висота якої дорівнює нулю. Як називається ця точка?

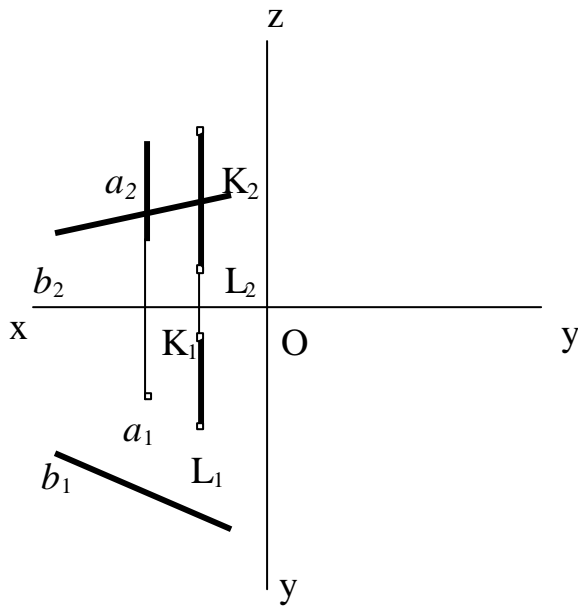


Завдання:

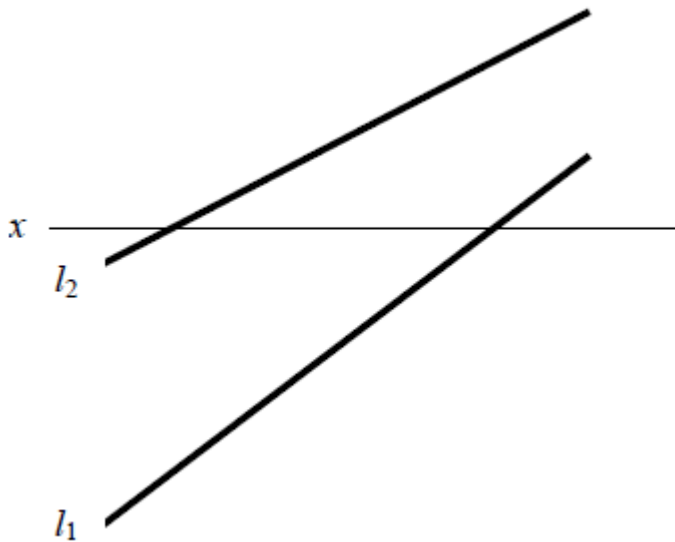
1. За заданими проекціями слідів прямої m (A_1 , B_3) побудувати три її проекції.



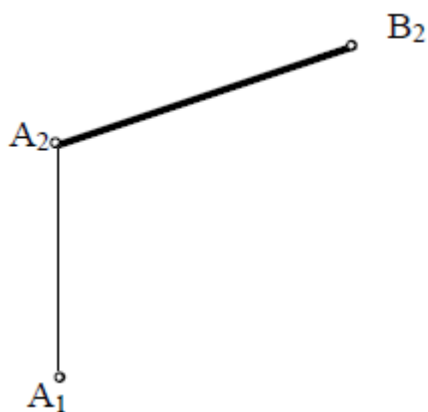
2. Побудувати проекції прямої m , паралельної до прямої KL і яка перетинє прямі a і b .



3. Побудувати сліди заданої прямої l та визначити натуральну величину відстані між ними.



4. Дана фронтальна проекція A_2B_2 відрізка прямої загального положення, довжина якого дорівнює 40 мм, і проекція A_1 його кінця. Побудувати горизонтальну проекцію A_1B_1 цього відрізка.



Запитання для самоперевірки:

1. Якими елементами визначається пряма в просторі і на епюрі?
2. Яка пряма називається прямою загального положення?
3. Які окремі положення прямих Ви знаєте?
4. Якими методами на епюрі визначається натуральна величина і кути нахилу відрізка прямої загального положення до площини проєкцій?
5. Що називається слідом прямої лінії?
6. Що служить на епюрі ознакою двох прямих: паралельних, які перетинаються, мимобіжних?
7. Назвіть можливі випадки взаємного розташування двох прямих у просторі.
8. Дати визначення паралельним прямим, пересічним прямим.
9. Яким вимогам на епюрі повинні задовольняти проєкції:
 - а) двох паралельних прямих?
 - б) двох прямих, що перетинаються?
 - в) двох мимобіжних прямих?
10. Які точки називаються конкуруючими?
11. Визначення видимості на епюрі за допомогою конкуруючих точок.
12. Сформулювати теорему про проєктування прямого кута.

3. ПЛОЩИНА

Визначник площини – сукупність елементів площини із вказівкою їх взаємного розташування, що виділяє однозначно дану площину зі всієї множини. Основний визначник площини – три точки, які не лежать на одній прямій: (A, B, C) .

Перезадати площину – означає перейти від одного способу завдання до іншого (рис. 3).

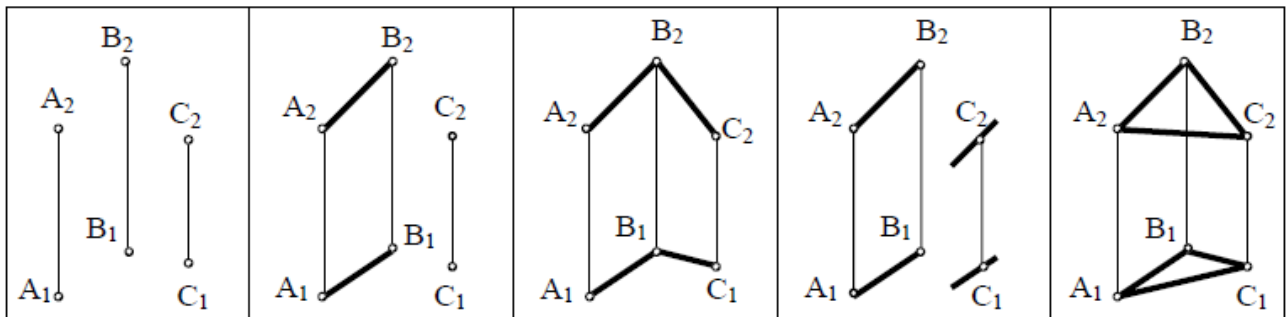


Рис. 3

Сліди площини – це лінії перетину площини з площиною проекцій. Завдання площини слідами є окремим випадком завдання її двома пересічними прямими (рис. 4).

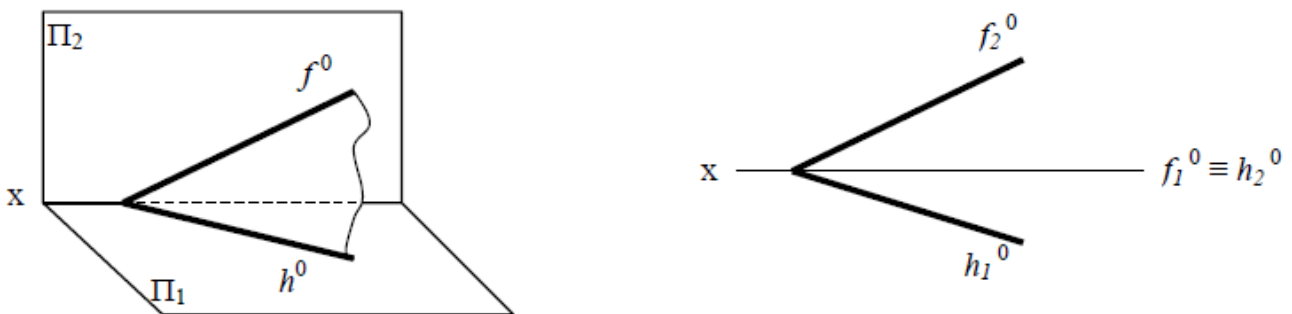


Рис. 4

Площини окремого положення перпендикулярні до однієї (*проектуюча площина*) або до двох (*площина рівня*) площин проекцій. Проекції площини на площини проекцій, до яких вони перпендикулярні, вироджуються в прямі лінії. Ці прямі лінії збирають на собі однойменні проекції всіх елементів, розташованих в площині.

Пряма належить площині, якщо вона проходить через дві точки, які належать цій площині, або проходить через одну точку і паралельна будь-якій прямій цієї площини.

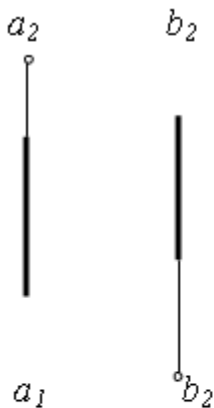
Точка належить площині, якщо вона належить прямій, яка лежить в цій площині.

Лінії рівня площини починають будувати з тієї проекції, яка паралельна осі проекцій.

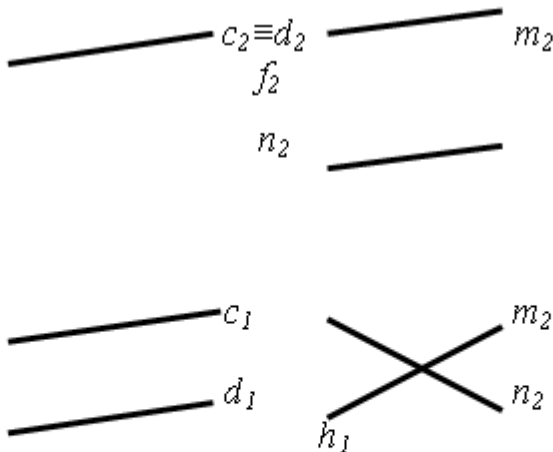
ВПРАВИ:

1. На яких кресленнях задані прямі лінії визначають площину?

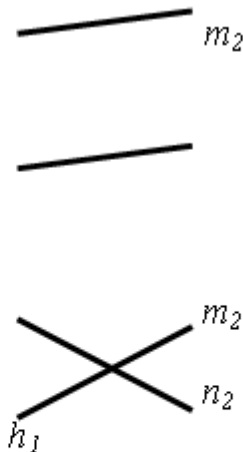
а)



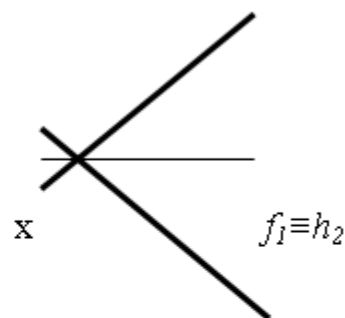
б)



в)

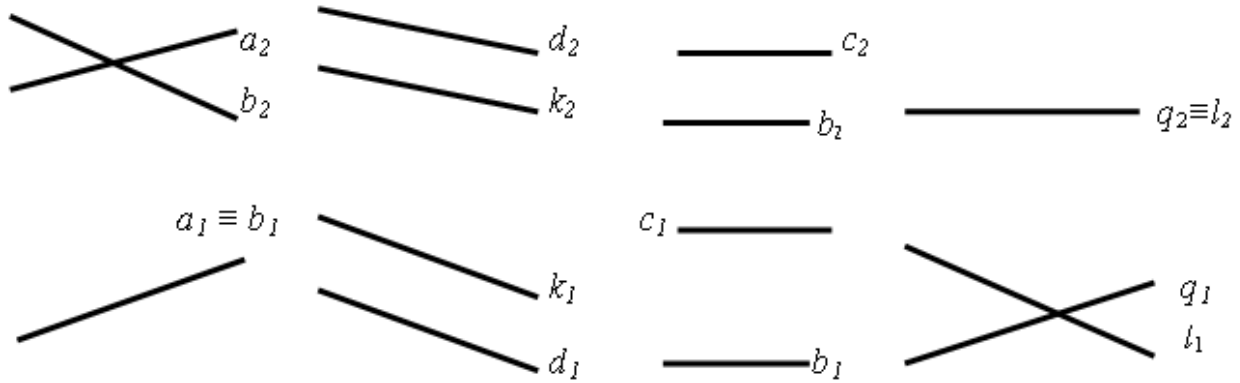


г)

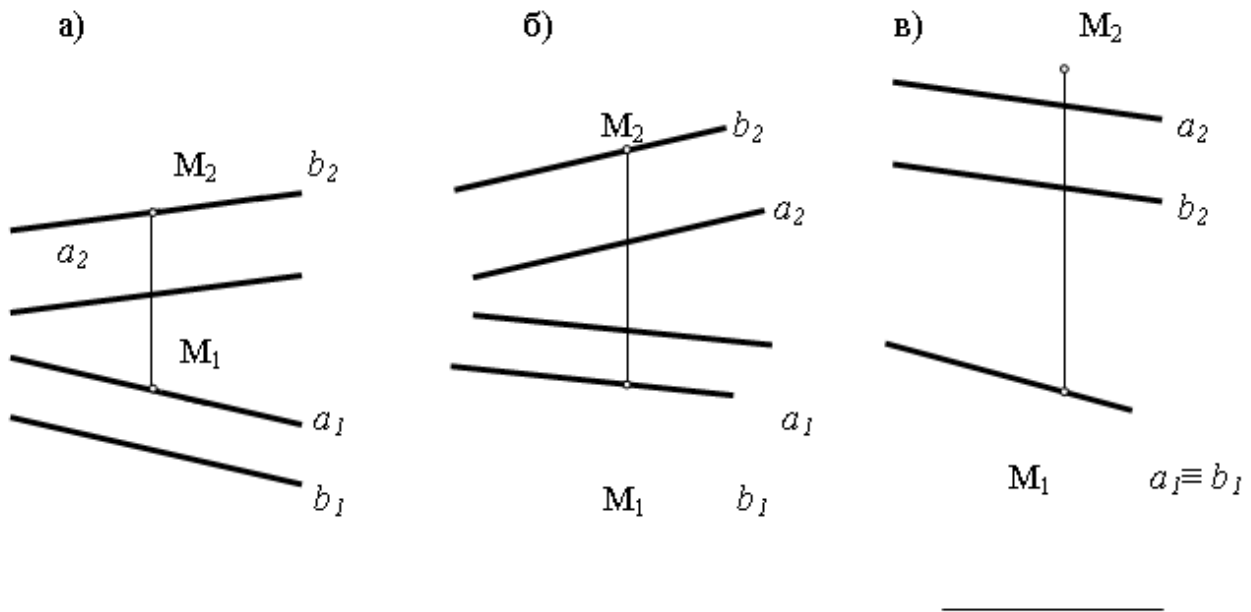


2. Як розташовані по відношенню до площин проєкцій задані площини?

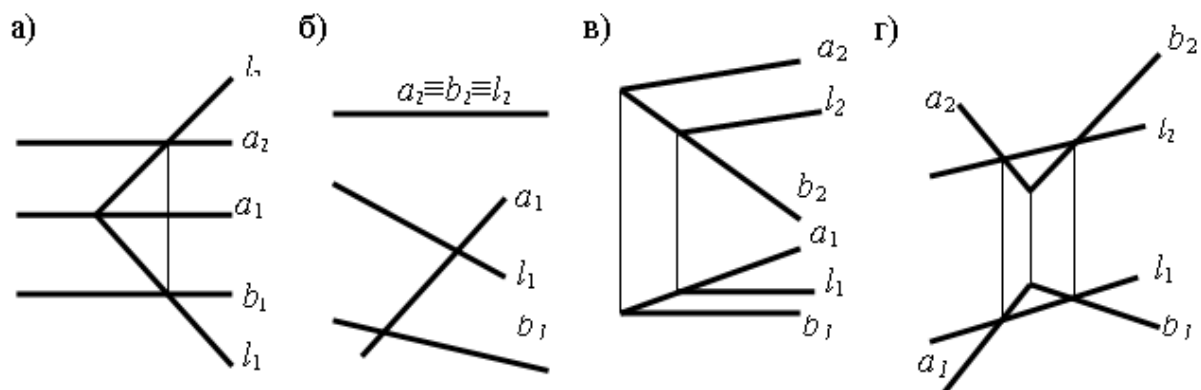
$\Sigma(a \cap b)$ _____ $\Gamma(d \cap k)$ _____ $T(c \cap b)$ _____ $\Delta(q \cap l)$ _____



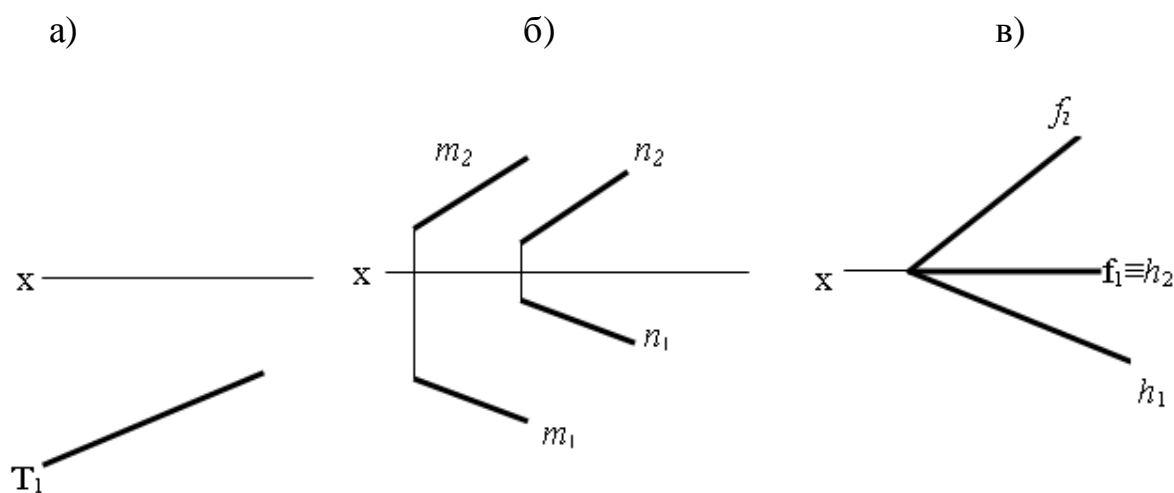
3. Визначити, чи належить точка M площині $\Gamma(a \parallel b)$.



4. На яких кресленнях пряма l належить площині T , заданої прямими a і b ?



5. Провести в кожній із заданих площин горизонталь на відстані 10 мм від Π_1 та пряму, паралельну фронтальній площині проєкцій, на відстані 15 мм від Π_2 .

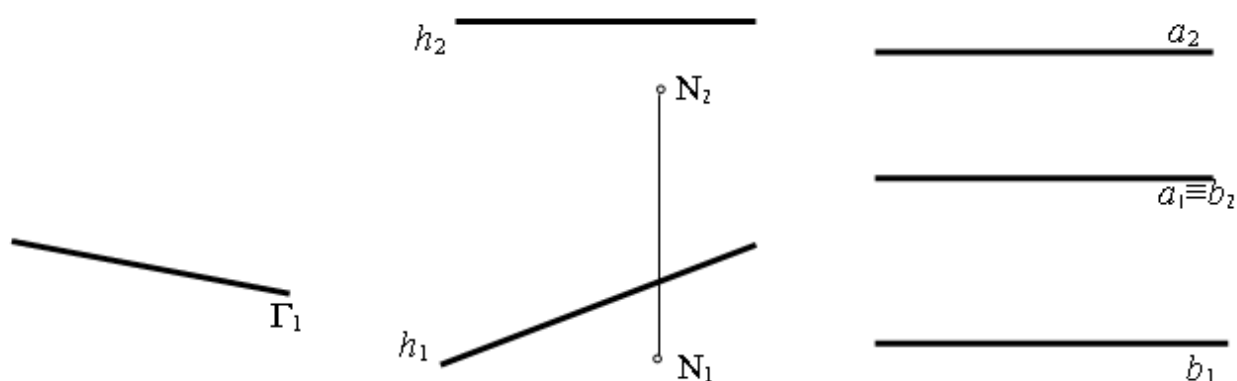


6. Побудувати проєкції довільного трикутника ABC , який належить заданим площинам.

$\Gamma (\Gamma_1)$

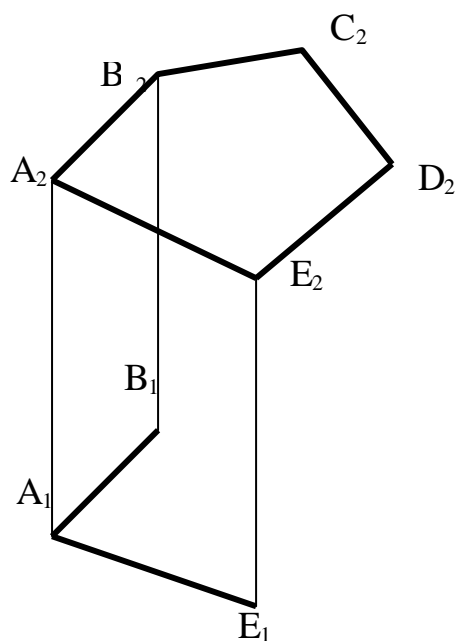
$T (N; h)$

$\Delta (a \parallel b)$

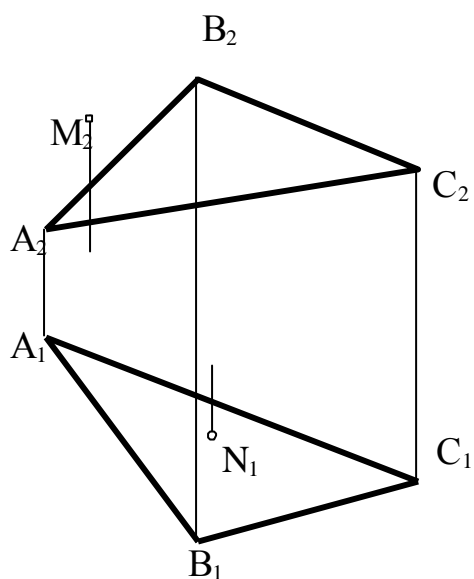


Завдання:

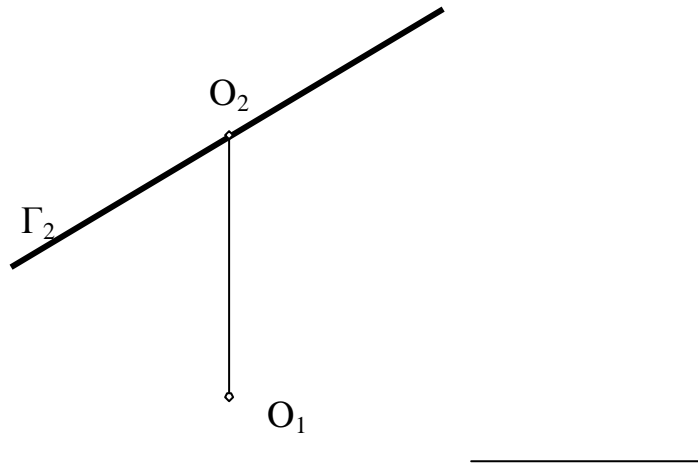
1. Добудувати горизонтальну проекцію плоского п'ятикутника $ABCDE$.



2. Знайти недостаючі проекції точок M і N , які належать площині T (ΔABC). Через точку M провести в площині горизонталь h , а через точку N - фронталь f .

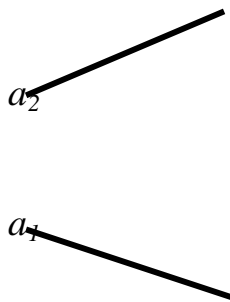


3. В площині Γ (Γ_2) побудувати коло діаметром 30 мм центром в точці O .
Визначити і записати величину великої і малої осей еліпса.



4. Через пряму a провести площини окремого положення, записати їх назву.

а)



б)



Запитання для самоперевірки:

1. Яким способом на епюрі визначають натуральну величину відрізка прямої загального положення і кути нахилу його до площини проекцій?
2. Способи завдання площини у просторі і на епюрі.
3. Що називається слідом площини?
4. Які положення може займати площина щодо площин проекцій?
5. Дати визначення площини загального положення, проектуючої і рівня.
6. Характерна ознака розташування проекцій або слідів площини загального положення, проектуючої і рівня.
7. Які умови приналежності прямої лінії і точки до даної площини? Властивості вироджених проекцій площини.
8. Які лінії в площині називаються головними? Дайте визначення кожній з них.
9. Характерна ознака розташування проекцій горизонталі, фронталі і лінії найбільшого скату на епюрі.
10. Як побудувати пряму загального положення і точку в площині загального положення і в проектуючій?
11. Як провести на епюрі через задану пряму проектуючу площину і площину загального положення?
12. Як провести на епюрі через дану точку проектуючу площину і площину загального положення?
13. Дати визначення площини загального положення, проектуючої і рівня.
14. Характерна ознака розташування проекцій або слідів площини загального положення, проектуючої і рівня.
15. Які умови приналежності прямої лінії і точки до даної площини? Властивості вироджених проекцій площини.

4. ОСНОВНІ ПОЗИЦІЙНІ ЗАДАЧІ

Точка перетину прямої з площиною визначається як точка, що належить одночасно і прямій і площині. *Якщо площина займає окреме положення*, то одна з проекцій шуканої точки знаходиться як точка перетину виродженої у пряму проекції площини з однойменною проекцією прямої. Решта проекцій знаходиться за допомогою ліній зв'язку. *Якщо пряма і площина займають загальне положення* (рис. 5), то для побудови точки перетину необхідно:

1. Провести через дану пряму a допоміжну січну площину Γ окремого положення;
2. Побудувати лінію b перетину допоміжної площини Γ із заданою площиною;
3. Побудувати точку перетину прямих a і b .

Лінія перетину двох площин є прямою, такою, що одночасно належить обом площинам, які перетинаються. *Якщо одна з двох площин, які перетинаються, займає окреме положення*, то одна проекція шуканої лінії перетину збігається з проекцією площини, що виродилась у пряму лінію. Інша проекція будується виходячи з умови належності прямої лінії площині. Якщо обидві площини займають загальне положення, то для побудови двох точок, що визначають шукану пряму, застосовується метод допоміжної січної площини. Будь-яка точка M шуканої лінії перетину розглядається як результат перетину двох прямих a і b , які, у свою чергу, є результатом перетину допоміжної площини окремого положення Γ із заданими площинами Σ і T (рис. 6).

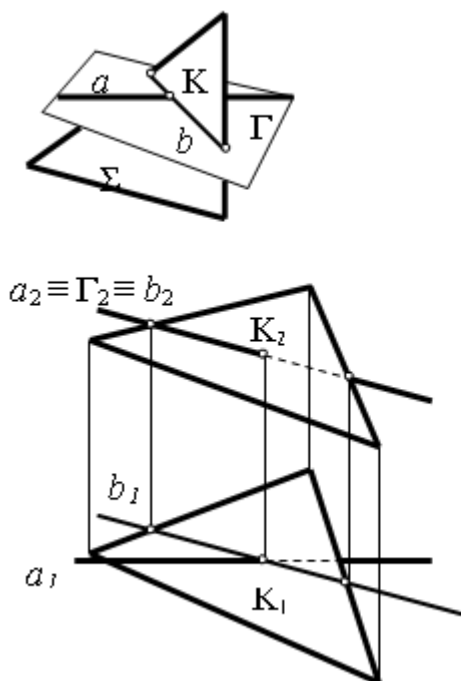


Рис. 5

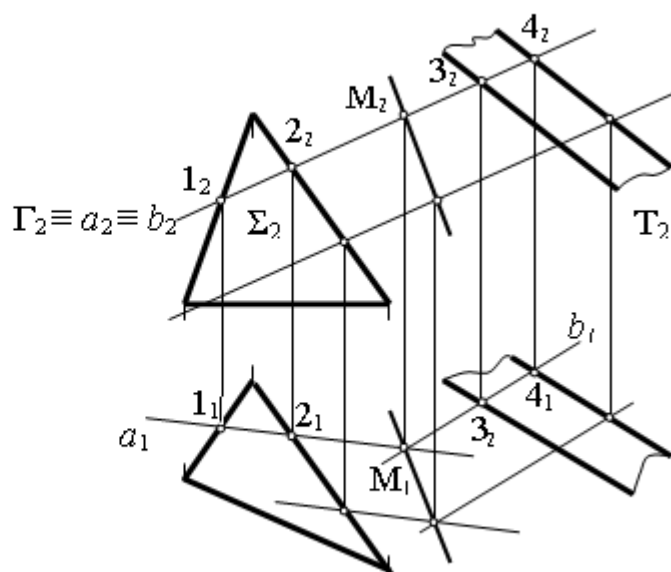
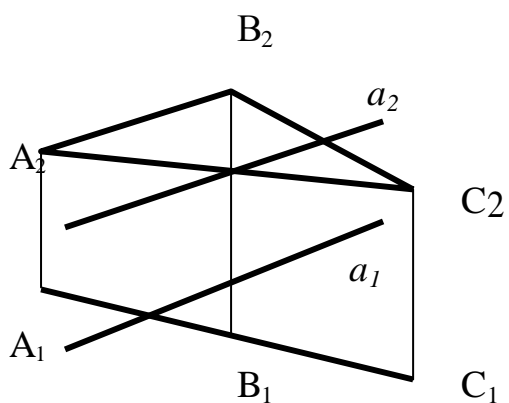


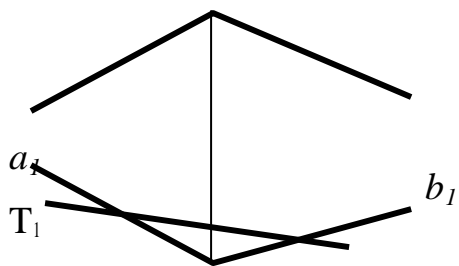
Рис. 6

ВПРАВИ:

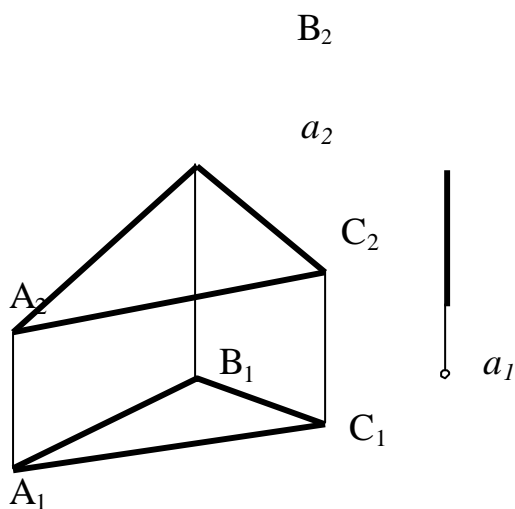
1. Побудувати точку перетину прямої загального положення a з горизонтально проєктуючою площиною $T(ABC)$.



2. Побудувати лінію перетину площини загального положення $\Gamma(a \cap b)$ з горизонтально проєктуючою площиною $T(T_1)$.



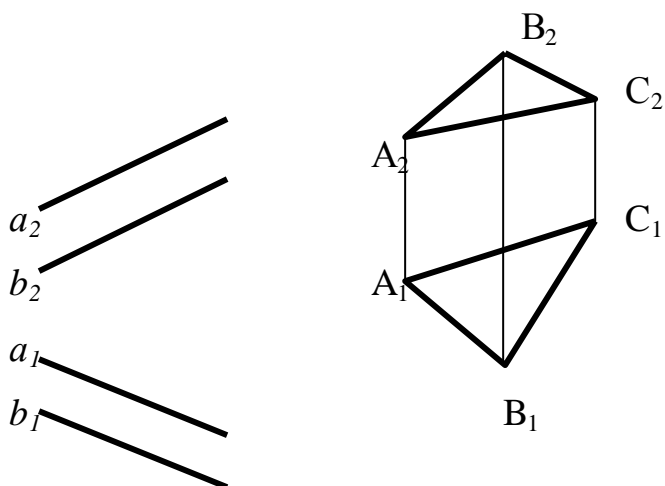
3. Побудувати точку перетину горизонтально проєктуючої прямої a з площиною загального положення (ΔABC).



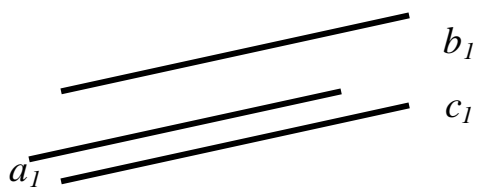
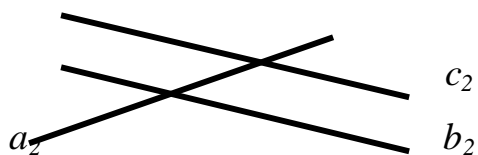
4. Визначити лінію перетину фронтальної площини рівня $\Gamma(\Gamma_1)$ з фронтально проєктуючою площиною $T(T_2)$.



5. Побудувати лінію перетину двох площин загального положення $\Gamma(\Delta ABC)$ і $T(a \cap b)$.

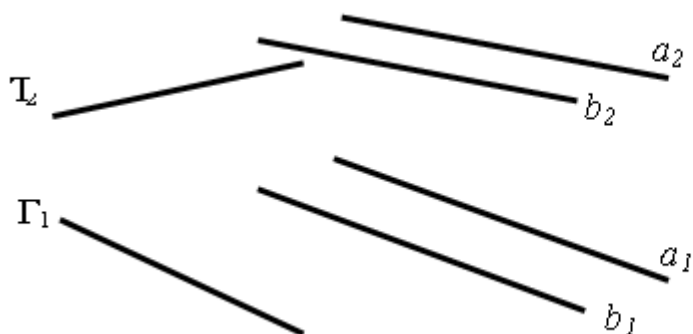


6. Побудувати точку перетину прямої загального положення a з площиною загального положення Σ ($c \parallel b$). Визначити видимість прямої.



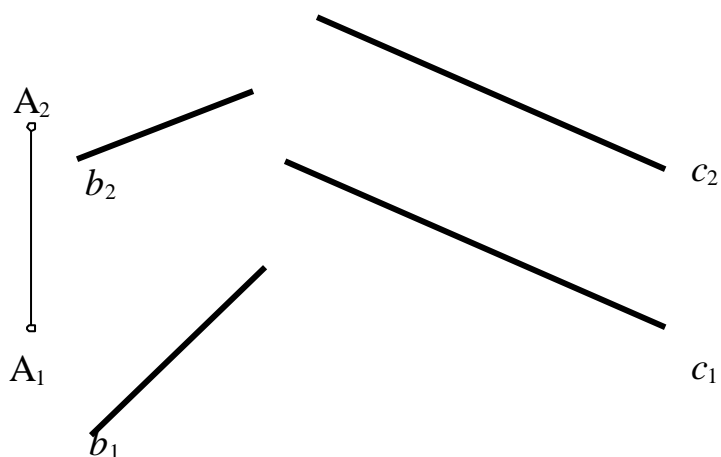
Завдання:

1. Побудувати точку перетину трьох площин: Γ (Γ_1), T (T_2), Σ ($a \parallel b$).

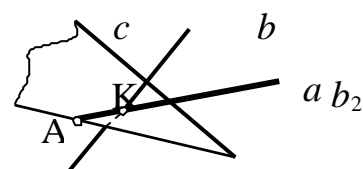


План розв'язку:

2. Через точку A провести пряму a , яка перетинає обидві мимобіжні прямі b і c .

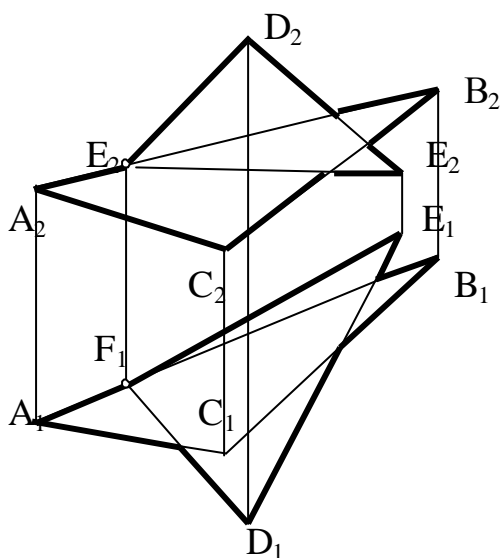


План розв'язку:



3. Побудувати лінію перетину площини Σ (ΔABC) з площиною Γ (ΔDEF). Визначити їх взаємну видимість.

План розв'язку:



5. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ І ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН

Пряма паралельна площині, якщо вона паралельна одній з прямих, яка належить цій площині.

Площини взаємно паралельні, якщо дві прямі, які перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим, які перетинаються, іншої площини. Лінії рівня паралельних площин взаємно паралельні.

Площини окремого положення паралельні, якщо паралельні їх проекції, вироджені в прямі лінії.

Прямий лінійний кут проектується на площину проекцій без спотворення, якщо одна з його сторін паралельна, а інша не перпендикулярна площині проекцій (рис. 7).

Лініями найбільшого нахилу площини до площин проекцій Π_1, Π_2, Π_3 називаються прямі, які лежать в них і перпендикулярні відповідно горизонталям, фронталям або профільним прямим площини.

Пряма перпендикулярна до площини, якщо вона перпендикулярна до двох прямих, які перетинаються в цій площині. Пряма перпендикулярна площині, перпендикулярна до всіх прямих, які лежать у цій площині, у тому числі і до ліній рівня.

На комплексному кресленні її горизонтальна проекція перпендикулярна до горизонтальної проекції горизонталі, а фронтальна проекція перпендикулярна до фронтальної проекції фронталі цієї площини (рис. 8).

Дві прямі взаємно перпендикулярні, якщо одна з них лежить в площині, перпендикулярній до іншої прямої.

Дві площини взаємно перпендикулярні, якщо одна з них проходить через перпендикуляр до іншої площини або паралельна цьому перпендикуляру.

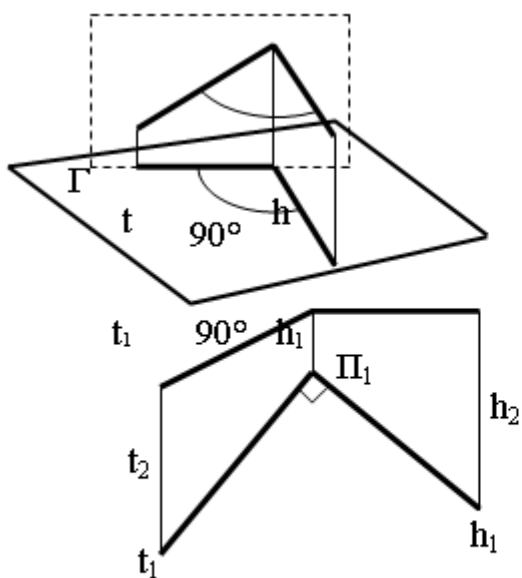


Рис. 7

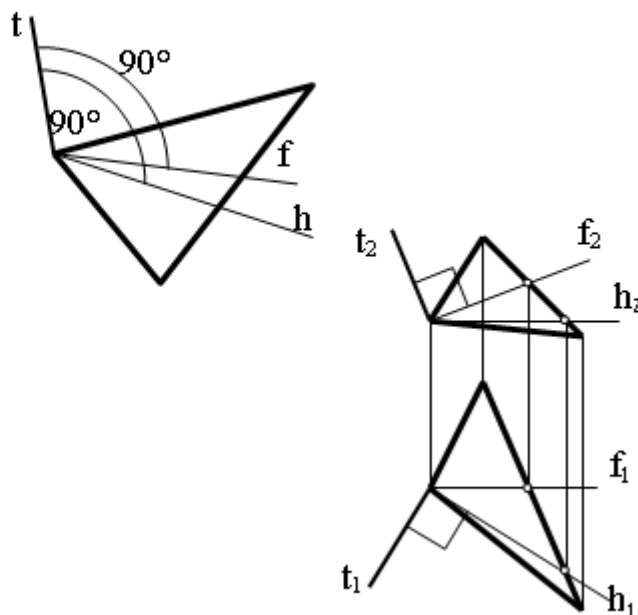
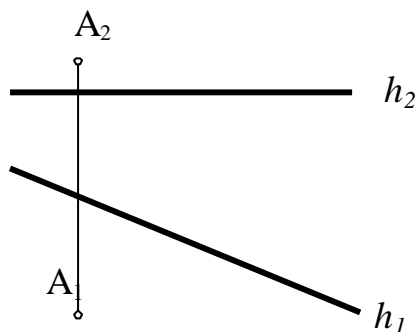


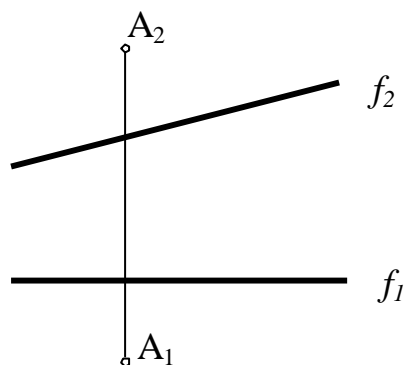
Рис. 8

ВПРАВИ:

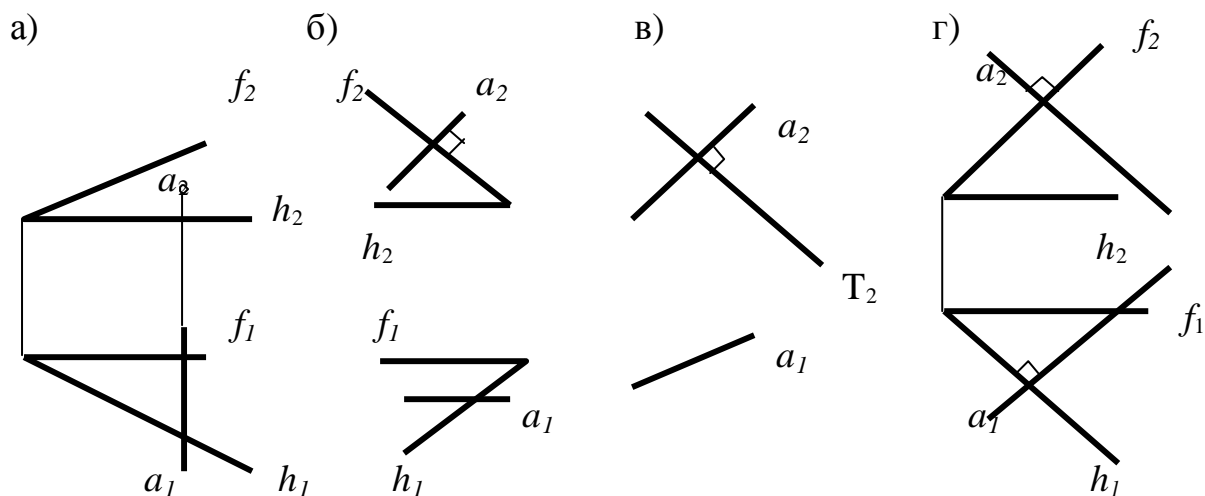
1. Через точку A провести пряму a , яка мимобіжна з прямою h під кутом 90° і проходить над нею.



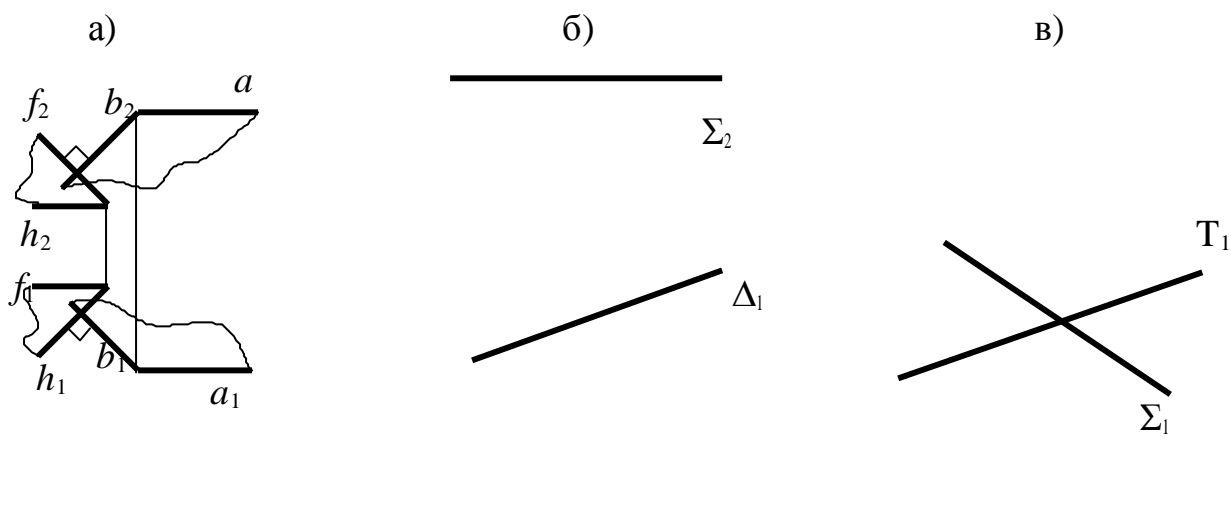
2. В площині $\Gamma(f, A)$ провести лінію найбільшого нахилу до фронтальної площини проєкцій.



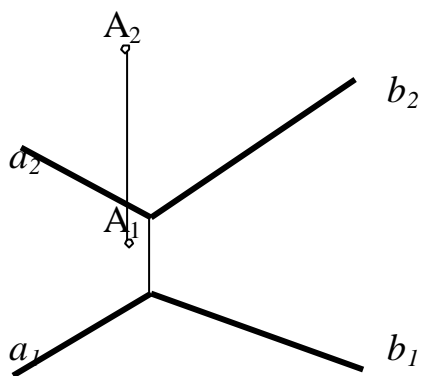
3. На яких кресленнях зображена пряма a , перпендикулярна до площини Σ ($h \cap f$)?



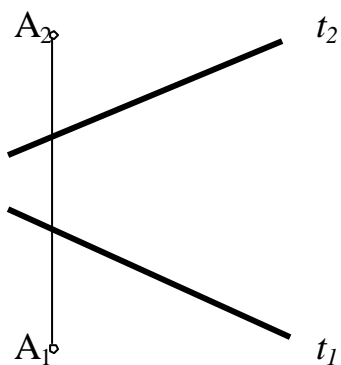
4. На яких кресленнях площини взаємно перпендикулярні?



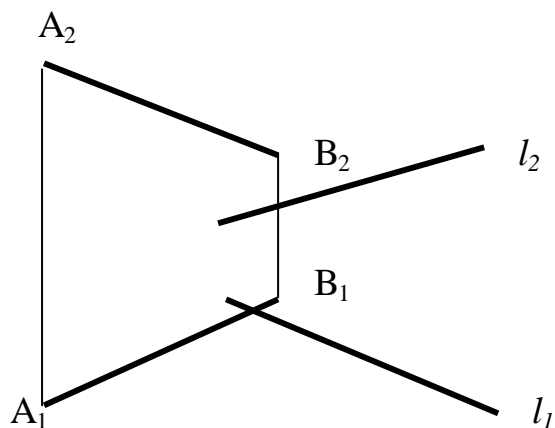
5. Через точку A провести пряму t , перпендикулярну до площини T ($a \cap b$).



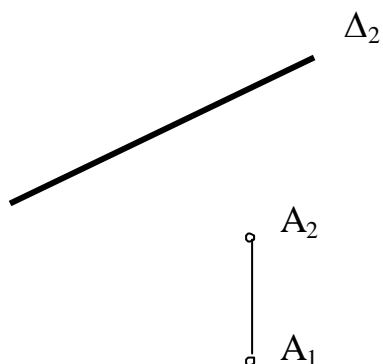
6. Через точку A провести площину T , перпендикулярну до прямої t .



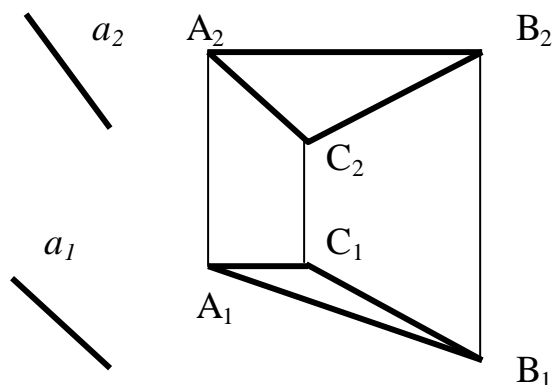
7. Через прямую AB провести площину Γ , паралельну до прямої l .



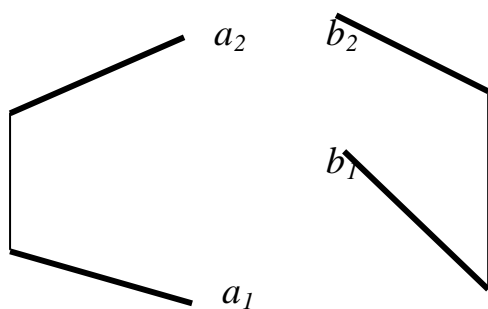
8. Знайти проєкції та натуральну величину перпендикуляра, опущеного з точки A на заданну площину.



9. Через вершину A трикутника ABC провести площину Σ , перпендикулярну до площини цього трикутника і паралельну до прямої a .



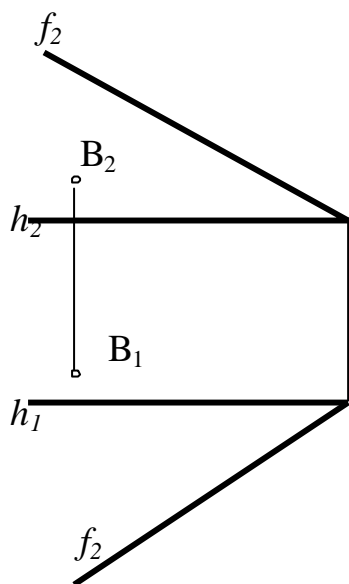
10. Через мимобіжні прямі a і b провести взаємно паралельні площини.



Завдання:

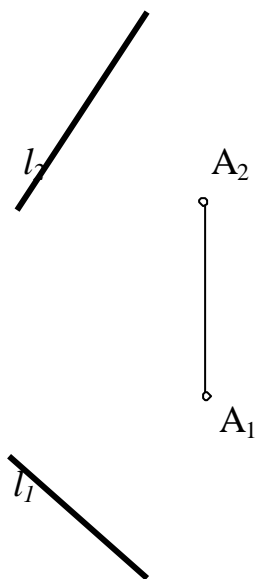
1. Побудувати точку B , симетричну точці A відносно до площини $\Sigma (h \cap f)$.

План розв'язку:

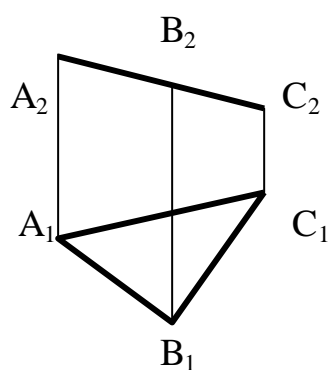
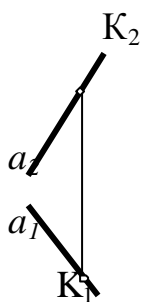


2. Знайти точку B , симетричну точці A відносно до прямої l .

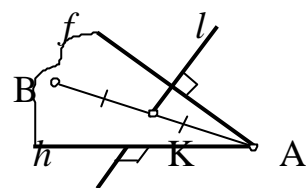
План розв'язку:



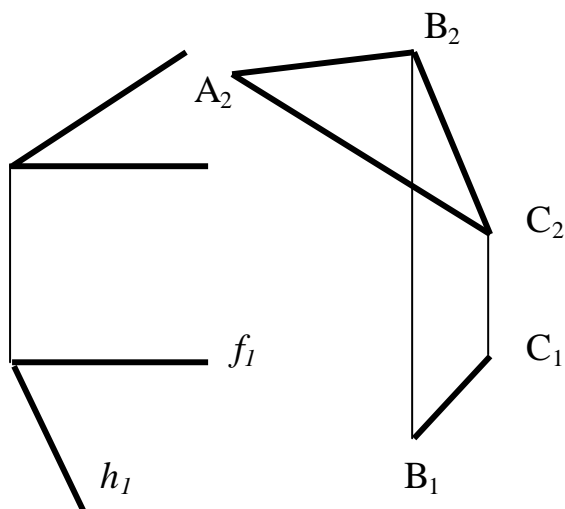
3. В точці K прямої a побудувати перпендикуляр до цієї прямої, паралельний площини Ω (ΔABC).



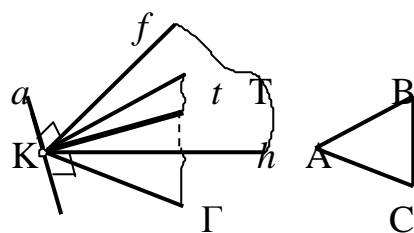
План розв'язку:



4. Побудувати $A_1B_1C_1$ трикутника ABC , перпендикулярного до площини $\Sigma (h \cap f)$.



План розв'язку:



Запитання для самоперевірки

1. По яких ознаках проводиться ділення позиційних завдань на види?
2. Які види позиційних завдань Ви знаєте?
3. Алгоритм вирішення кожного виду завдань на епюрі.

6. СПОСІБ ЗАМІНИ ПЛОЩИНИ ПРОЕКЦІЙ

Заміною площини проекцій можна задати заданим геометричним фігурам окреме положення і цим спростити вирішення багатьох питань.

При переході від однієї системи площин проекцій до іншої необхідно виконати наступне правило: відстань від нової осі до нової проекції точки повинна дорівнювати відстані від перетворюваної (замінюваною) проекції точки до попередньої осі (рис. 9).

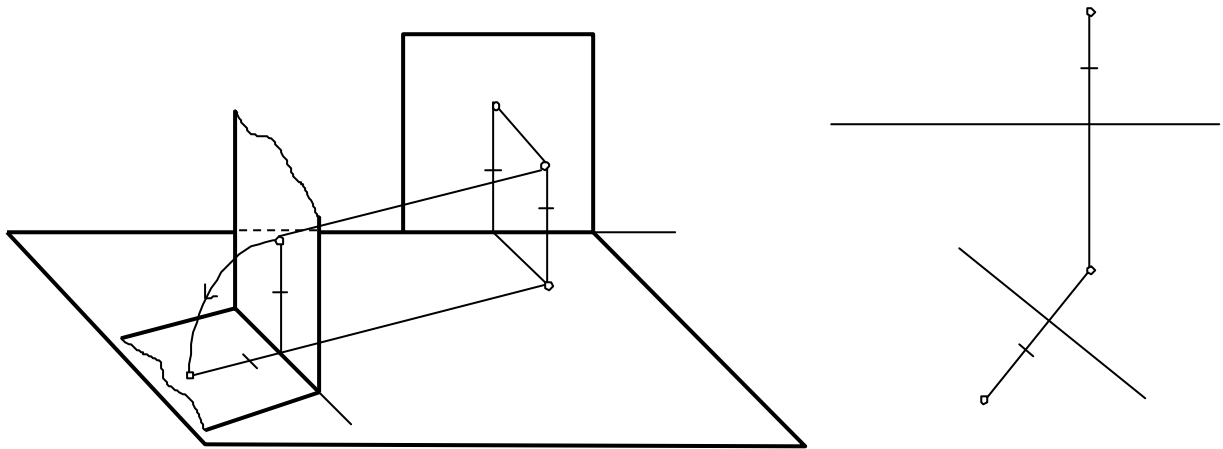


Рис. 9

Заміною однієї площини проекцій можна:

1. **Пряму загального положення перетворити в лінію рівня** (*основне завдання № 1*), якщо нову площину проекцій вибрати паралельно до прямої. На комплексному кресленні вісь нової системи площин проекцій буде паралельна до відповідної проекції прямої.

2. **Лінію рівня перетворити у проєктуючу пряму**, якщо нову площину проекцій розташувати перпендикулярно до неї. На комплексному кресленні нова вісь пройде під прямим кутом до тієї проекції прямої, яка є її натуральною величиною.

3. **Площину загального положення перетворити у проєктуючу** (*основне завдання № 3*), якщо нову площину проекцій провести перпендикулярно до лінії рівня площини, (див. пункт 2).

4. **Проектуючу площину перетворити в площину рівня**, якщо нову

площину проєкцій провести паралельно до заданої. На комплексному кресленні вісь нової системи площини проєкцій буде паралельна до проєкції площини, виродженої в пряму лінію.

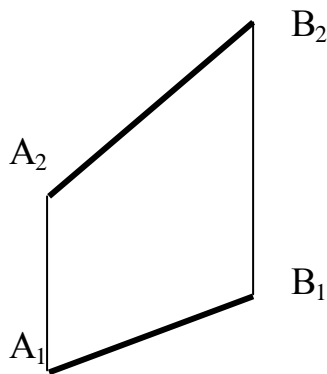
Послідовною заміною двох плоскості проєкцій можна:

1. Пряму загального положення перетворити у проєктуючу (основне завдання № 2) – виконуються послідовно пункти 1 і 2.

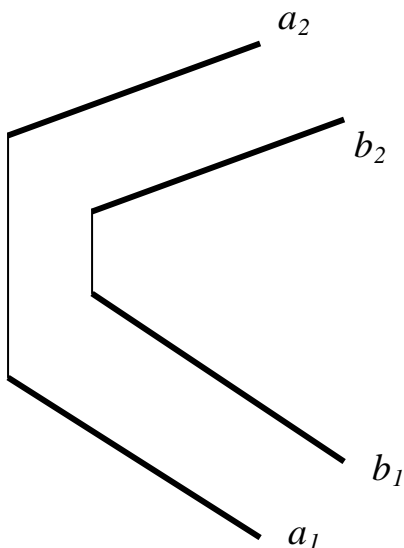
2. Площину загального положення перетворити в площину рівня (основне завдання № 4) – послідовно виконуються пункти 3 і 4.

ВПРАВИ:

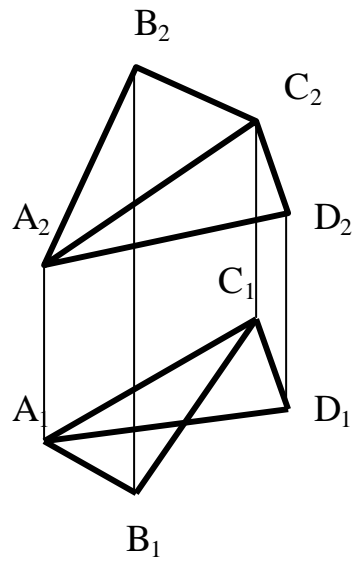
1. Визначити натуральну величину відрізка AB і кути його нахилу до площин проєкцій Π_1 і Π_2 (розв'язок основної задачі 1).



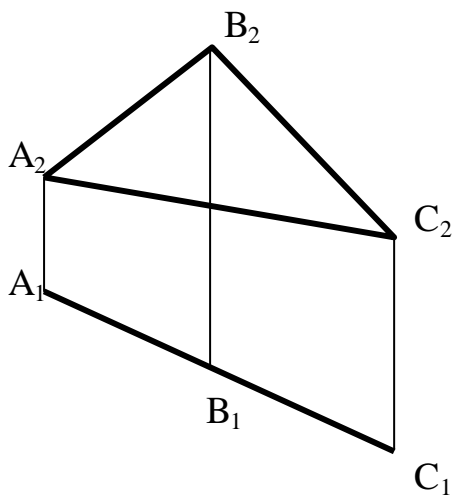
2. Замінити площину проєкцій новою так, щоб вертикальні проєкції паралельних прямих злились в одну лінію (розв'язок основної задачі 3).



3. Визначити натуральну величину двогранного кута при ребрі AB .
(розв'язок основної задачі 2)



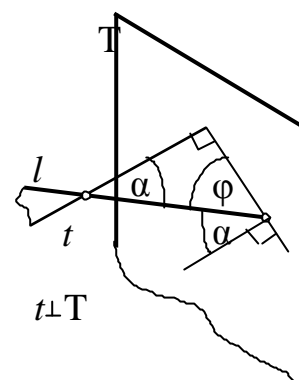
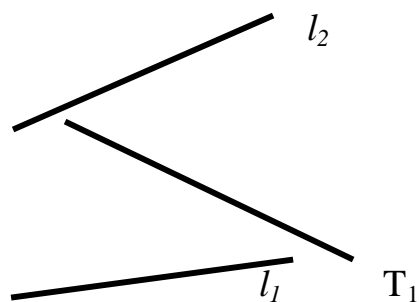
4. Побудувати проєкції точки перетину висот трикутника ABC (розв'язок другої частини основної задачі 4).



Завдання:

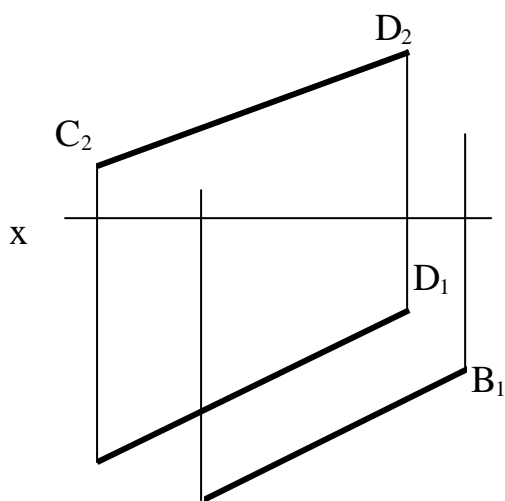
1. Визначити кут між прямою l і площиною T .

План розв'язку:



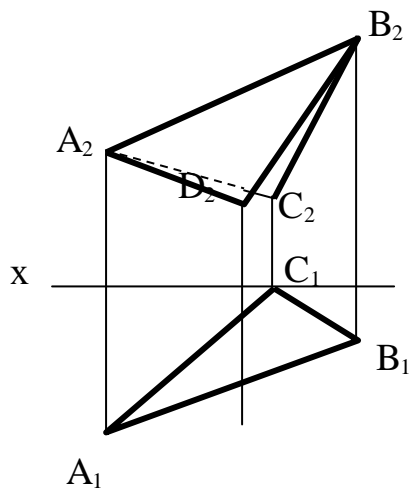
2. Визначити A_2B_2 відрізка AB , паралельного відрізка CD і віддаленого від нього на 15 мм.

План розв'язку:



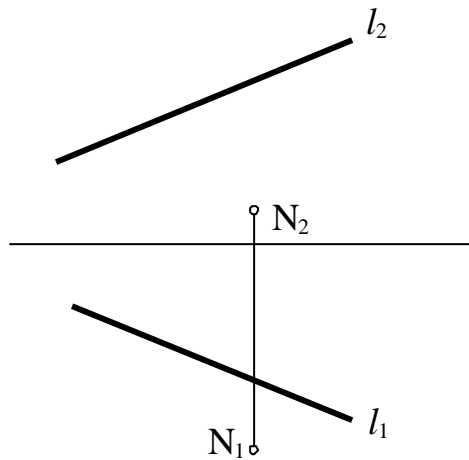
3. Побудувати $A_1B_1C_1$ трикутника ABC , якщо відомо, що двогранний кут при ребрі AB дорівнює 30° .

План розв'язку:



4. Знайти точку M , симетричну точці N відносно до прямої l .

План розв'язку:



Запитання для самоперевірки

1. Яке призначення способів перетворення креслення?
2. Суть способу заміни площості проєкцій?
3. Яка закономірність при переході від однієї системи площин проєкцій до іншої системи?
4. Складіть алгоритм рішення задачі на перетворення прямої загального положення в пряму рівня, проєктуючу пряму.
5. Складіть алгоритм рішення задачі на перетворення площини загального положення в проєктуючу площину, а потім в площину рівня.

7. ПОВЕРХНІ

Багатогранною називається поверхня утворена частинами площин які перетинаються між собою.

Кривою поверхнею називається сукупність послідовних положень лінії (*твірної*), яка рухається у просторі по деякому закону.

Закон руху твірної визначається нерухомими направляючими елементами і положенням твірної щодо цих елементів у будь-який момент руху. Таким чином, **визначником кривої поверхні є:**

1. Твірна (пряма або крива лінія);
2. Направляючі елементи (точки, прямі, криві лінії, площина);
3. Умови що визначають положення твірної щодо направляючих елементів.

Наприклад, конічна поверхня (рис. 10 а) утворюється рухом прямої лінії l , яка в кожен момент руху перетинає криву лінію m і проходить через нерухому точку S . Тут l – твірна, m і S – напрямні. Умовний запис визначника поверхні: $\Theta (l, m, S; l, m \cap l \ni S)$.

Побудова проекцій многогранника зводиться до побудови проекцій його вершин і ребер.

Побудова проекцій кривої поверхні зводиться до побудови проекцій параметрів визначника (рис. 10 б) або нарисів проекцій (рис. 10 в).

Побудова точки на поверхні многогранника: у площині грані провести пряму і на цій прямій задати точку.

Побудова точки, яка належить кривій поверхні: на заданій поверхні провести яку-небудь по можливості просту лінію (твірну, паралель.) і на ній задати точку. На рис. 10, в точка M належить паралелі a , точка N належить твірній Sa .

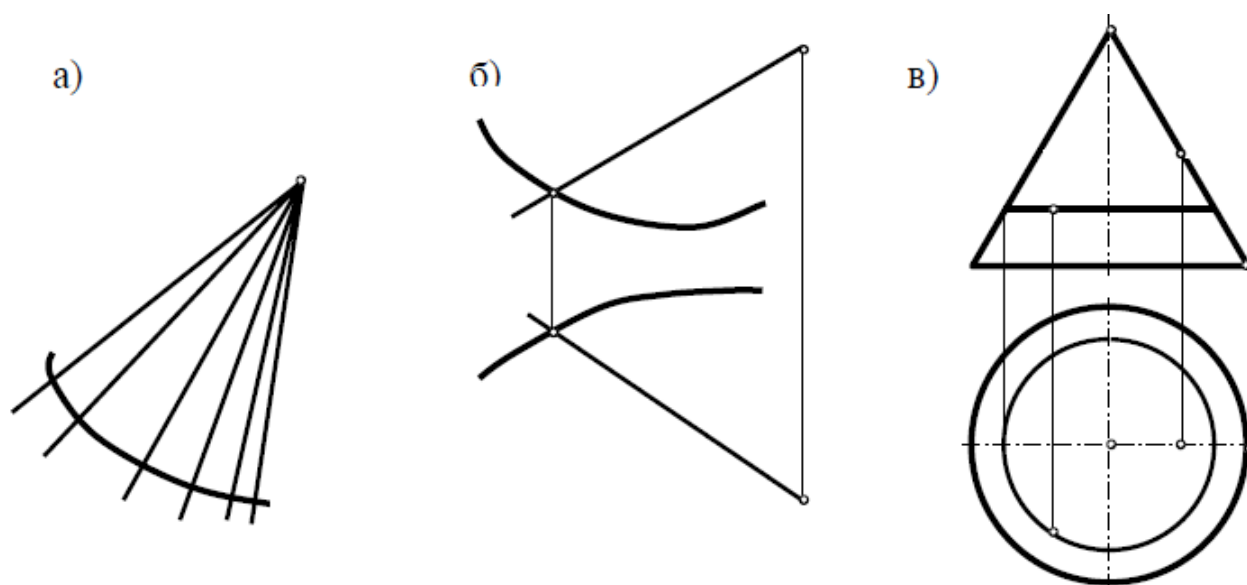
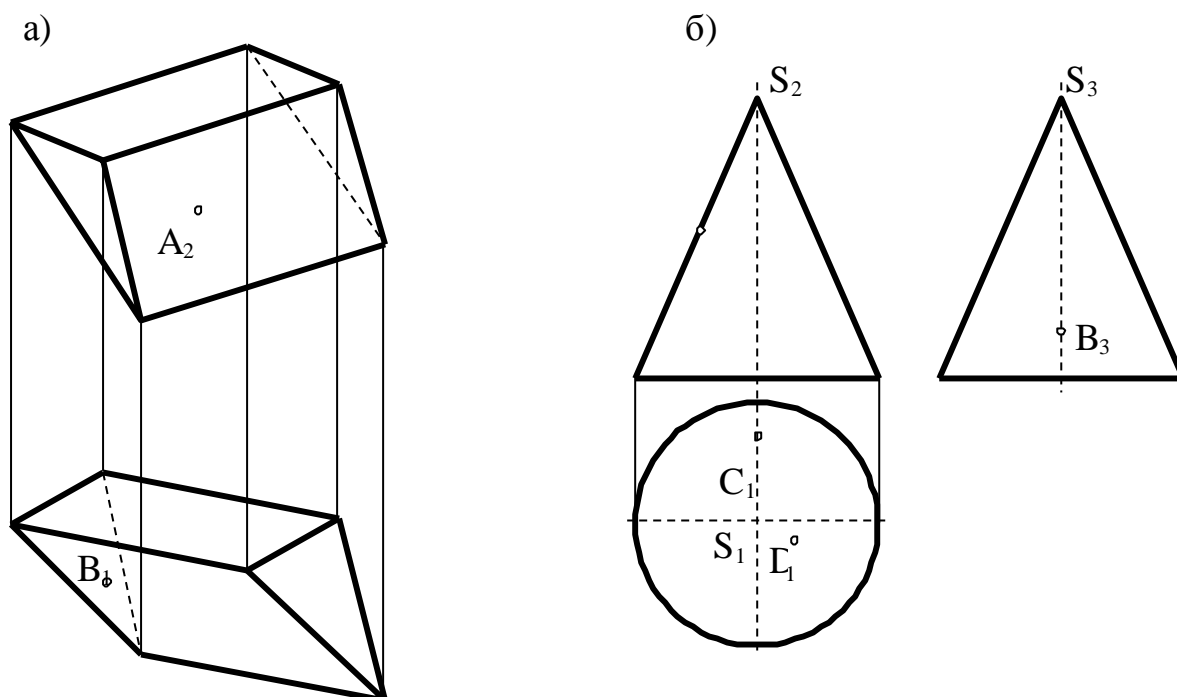
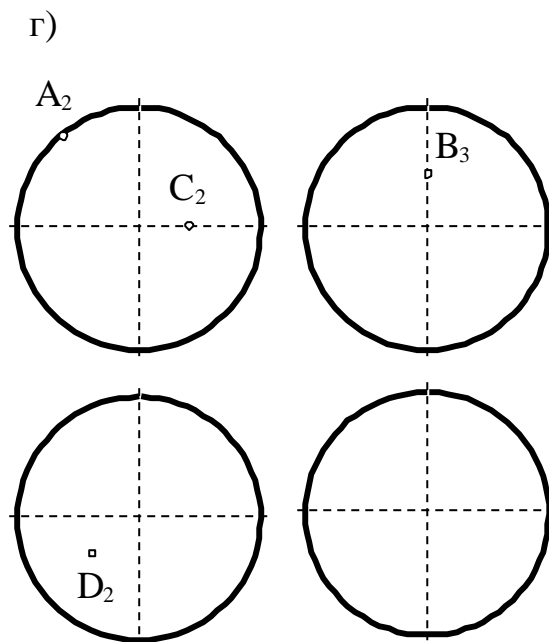
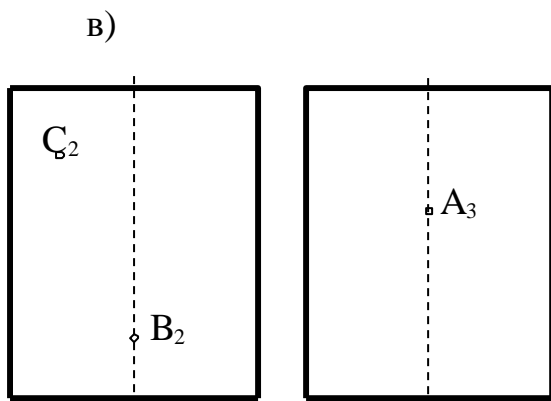


Рис. 10

ВПРАВИ:

1. Побудувати відсутні проекції видимих точок, які лежать на заданих поверхнях.

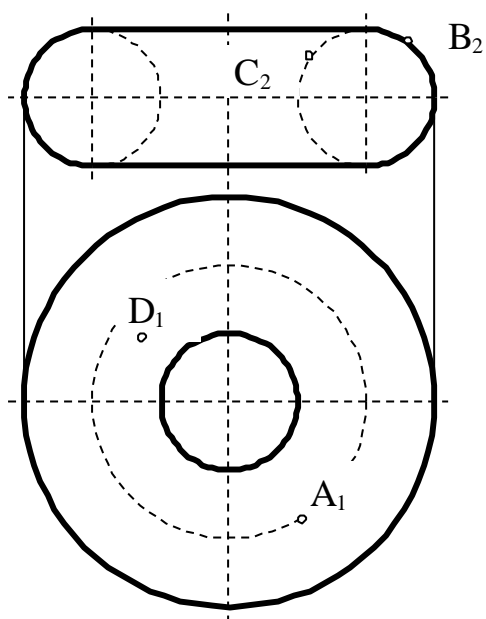




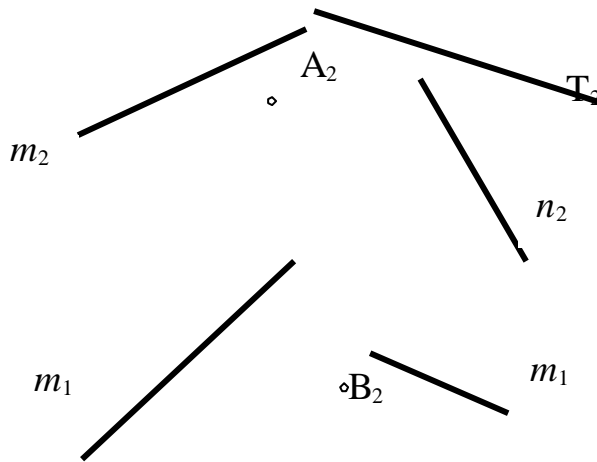
Завдання:

1. Побудувати відсутні проекції видимих точок заданих поверхонь.

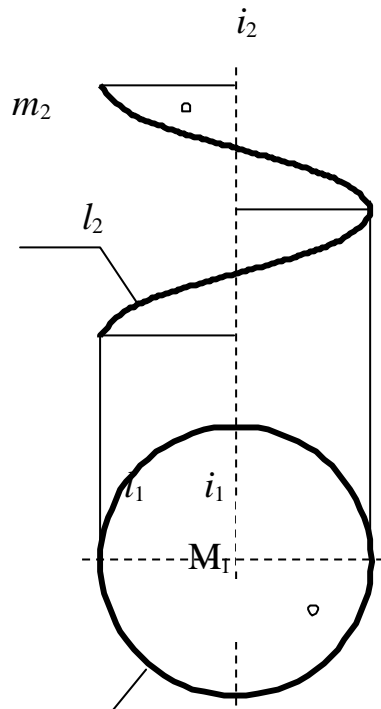
а) $\Phi(l; i)$ – тор; l – твірна (коло), i – напрямна (вісь обертання).



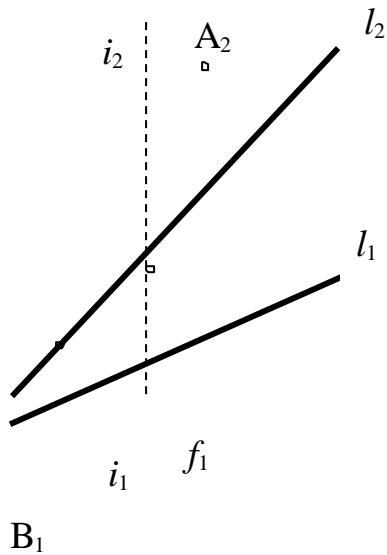
б) $\Phi(m, n, l, T)$ – косої площина; m, n, T – напрямні; l – твірна (пряма);
 $l \cap m; l \cap n; l$



в) $\Phi(m, i, \Pi_l)$ – прямий гелікоїд (коноїд); m, i, Π_l – напрямні: m –
гвинтова лінія, l – прямолінійна твірна, Π_l – площина паралелізму;
 $l \cap m; l \cap i; l \parallel \Pi_l$.

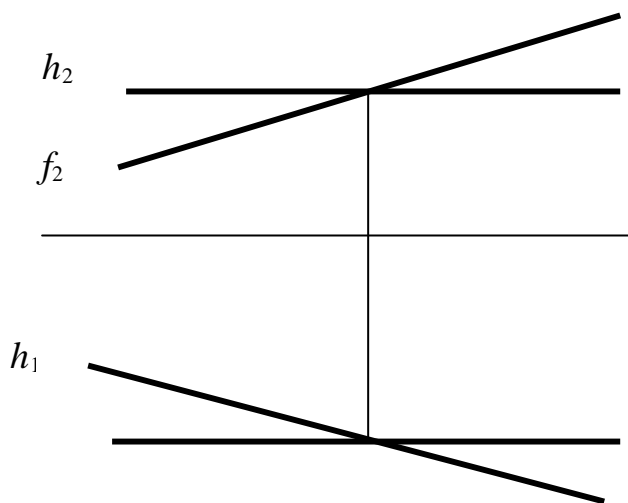


г) $\Phi(l; i)$ – гіперболоїд обертання; l – твірна (пряма), i – напрямна (вісь обертання)



2. Побудувати проєкції прямого кругового конуса висотою 40 мм і круговою основою діаметром 30 мм з центром у точці O , який лежить у площині $\Sigma(h \cap f)$.

План розв'язку:



8. ПЕРЕТИН ПОВЕРХНІ ПЛОЩИНОЮ

Форма лінії перетину поверхні площиною залежить від форми поверхні і взаємного положення площини та поверхні (рис. 11).

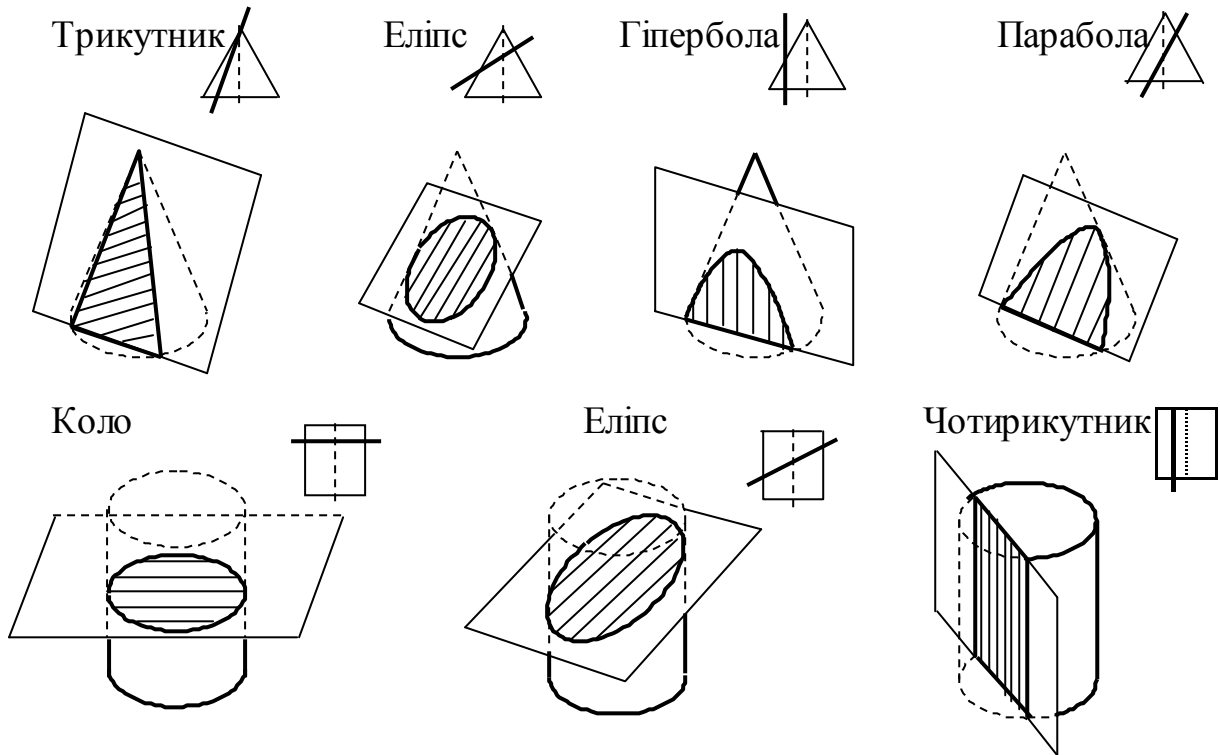


Рис.11

Лінія перетину поверхні площиною окремого положення визначається в наступній послідовності:

1. Визначити форму лінії перетину в просторі.
2. Визначити форму проєкцій лінії перетину.
3. На проєкції лінії перетину, виродженої в пряму лінію (січній площині, що збігається із слідом), позначити проєкції опорних точок шуканої лінії:
 - а) точок, що проєктуються на нариси проєкцій поверхні (що ділять лінію на видиму і невидиму частини);
 - б) точок, по яких можна побудувати графічним прийомом всю лінію: для еліпса – кінці зв'язаних діаметрів, для параболи і гіперболи – вершини і кінці найбільшої хорди, для багатокутника – його вершини.

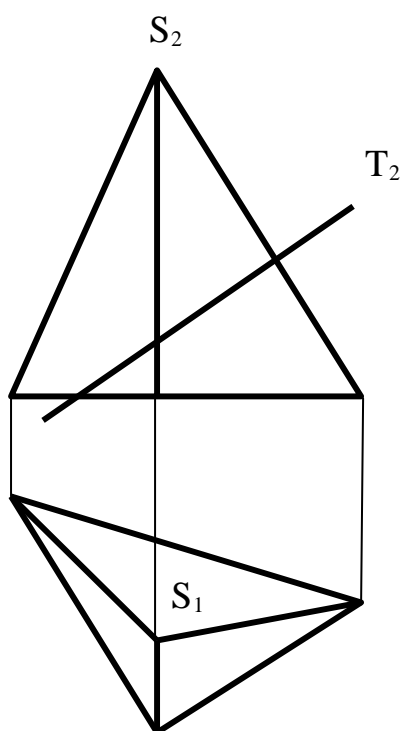
4. Побудувати бракуючі проекції опорних точок.
5. Побудувати проекції проміжних точок.
6. Отримані точки послідовно з'єднати з урахуванням видимості.

При перетині поверхні з площиною загального положення задану площину слід перетворити в проєктуючу способом заміни площин проєкцій
вирішити завдання по вищезгаданому алгоритму і повернутися до початкових проєкцій.

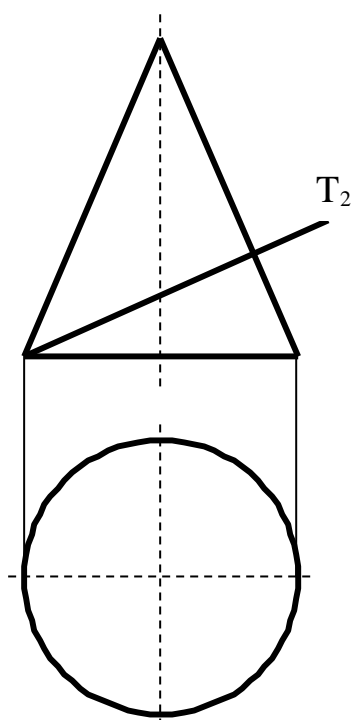
ВПРАВИ:

1. Побудувати перетин поверхні тіла проєктуючою площиною.

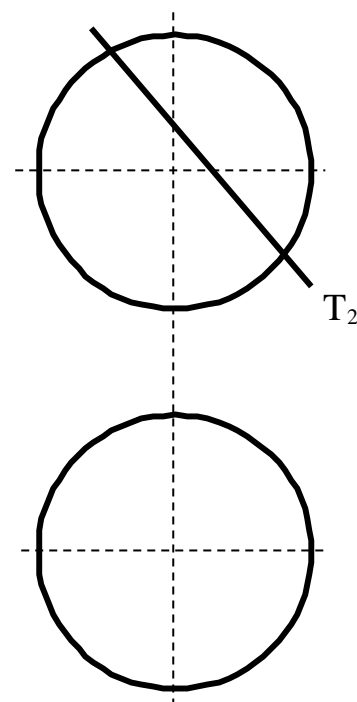
а)



б)

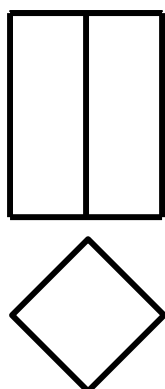


в)



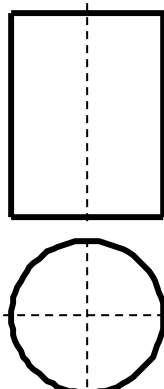
2. Зобразити проєктуючу площину, яка перетинала б поверхню заданого тіла по указаний фігурі. Побудувати проєкції цієї фігури.

a)



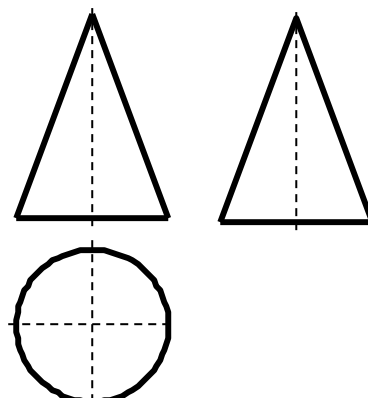
По шестикутнику

6)



По частині еліпса
(більше половини)

B)

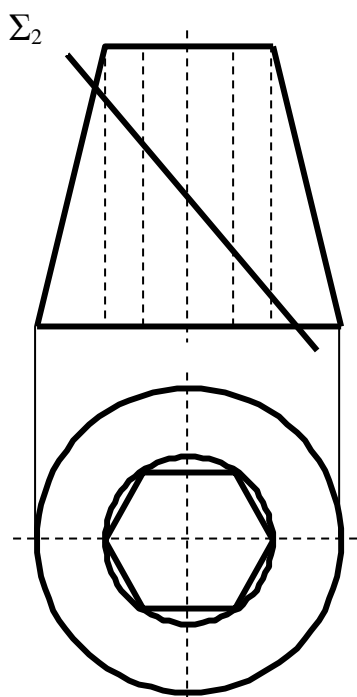


По параболі

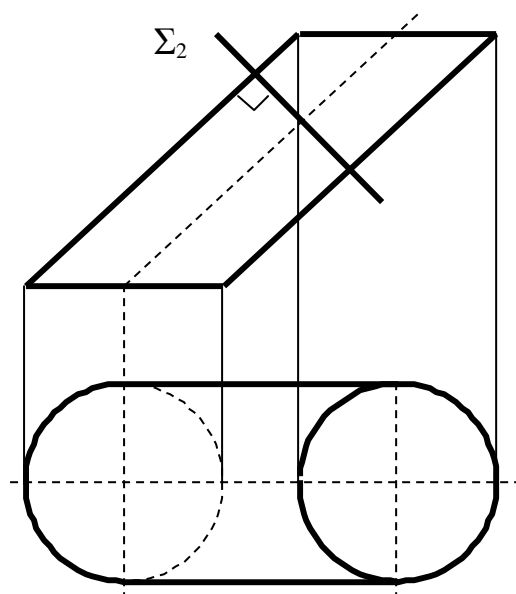
Завдання:

1. Побудувати проекції лінії перетину поверхні тіла площиною окремого положення і визначити натуральну величину фігури перетину.

a)

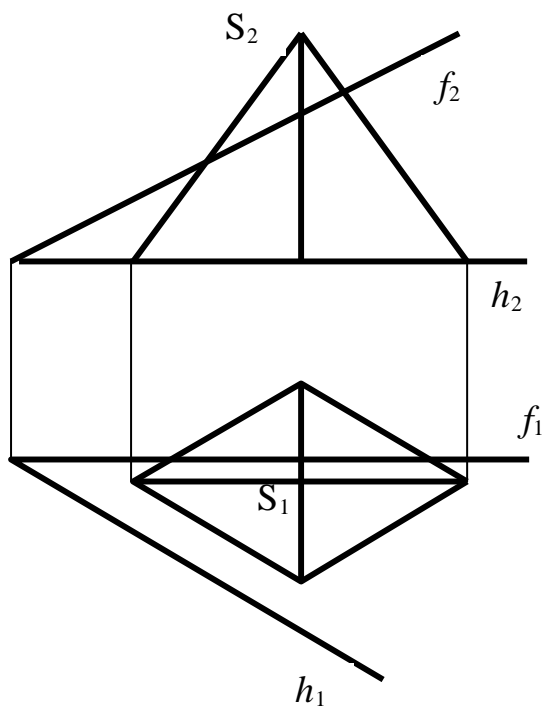


б)

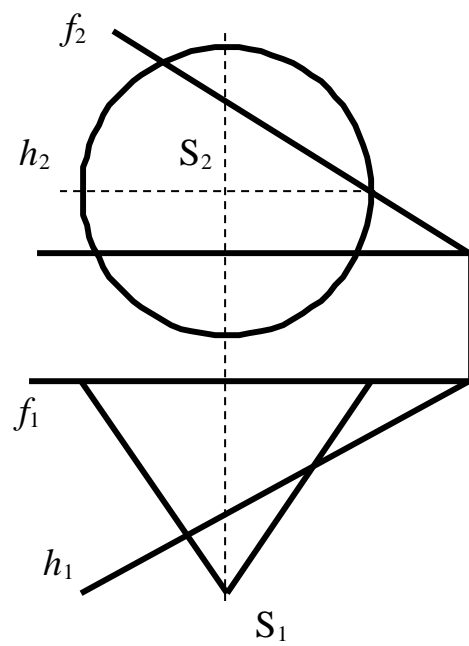


2. Побудувати проєкції лінії перетину поверхні тіла площиною загального положення і визначити натуральну величину фігури перетину.

а)



6)



9. ПЕРЕТИН ПРЯМОЇ ЛІНІЇ З ПОВЕРХНЕЮ

Визначення точок перетину прямої лінії з поверхнею виконується в наступній послідовності:

1. Через задану пряму провести допоміжну площину.
2. Побудувати лінію перетину допоміжної площини із заданою поверхнею.
3. Побудувати точки перетину отриманої лінії і заданої прямої.
4. Визначити видимість прямої.

Пряму поміщають в площину окремого положення, якщо задана поверхня сферична або багатогранна.

Пряму поміщають в площину загального положення, якщо задана поверхня циліндрична або конічна. Допоміжна площина повинна перетинати вказані поверхні по прямолінійних твірних.

Щоб площина перетинала циліндричну поверхню по твірних, вона повинна визначатися двома прямими, які перетинаються, одна з яких – дана, а друга – паралельна твірним поверхні (рис. 12).

Щоб площина перетинала конічну поверхню по твірних, вона повинна мати в собі пряму, що проходить через вершину конуса (рис. 13).

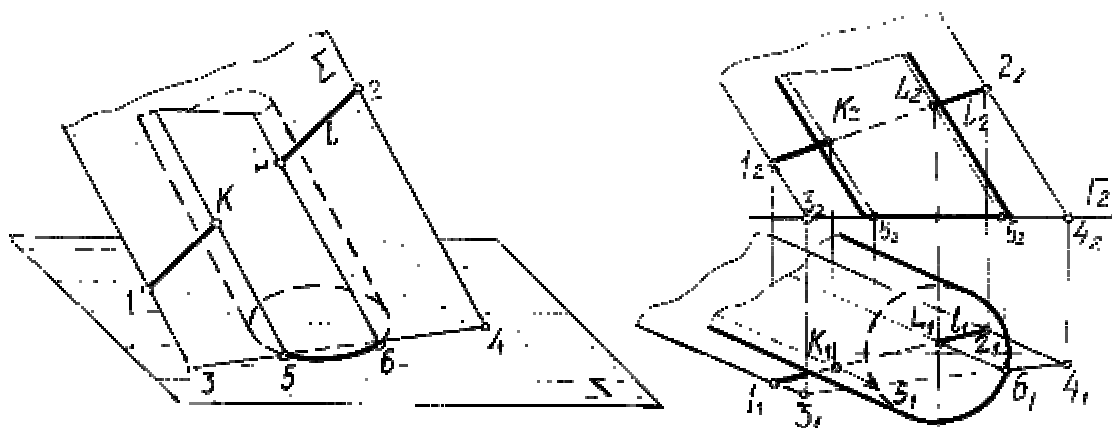


Рис. 12

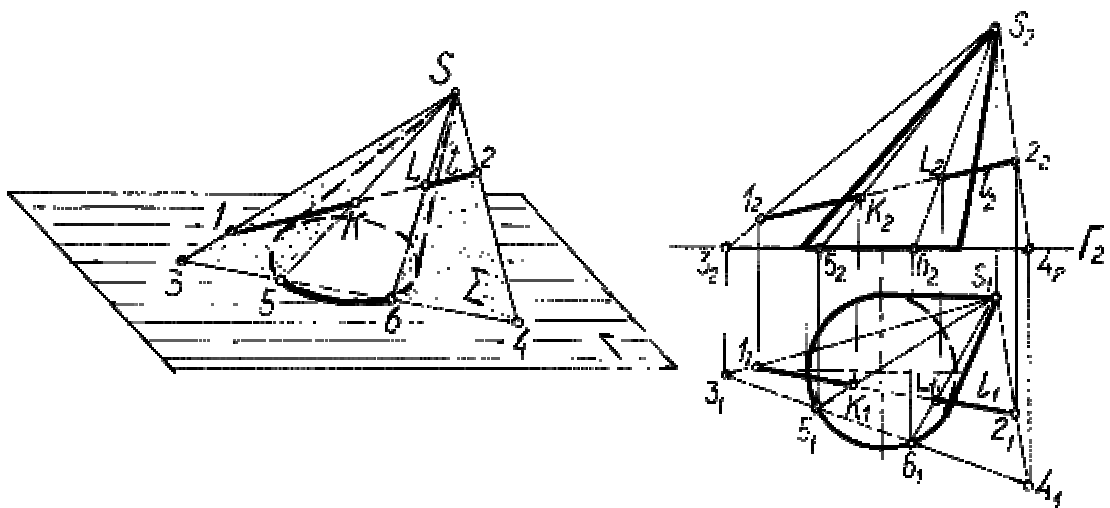
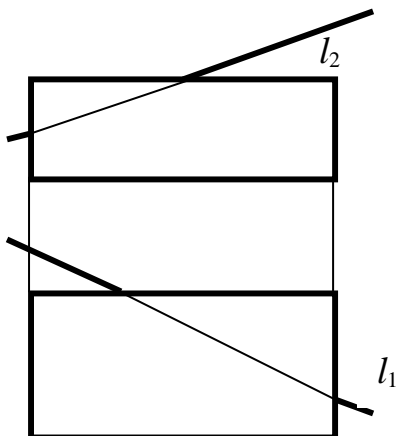


Рис. 13

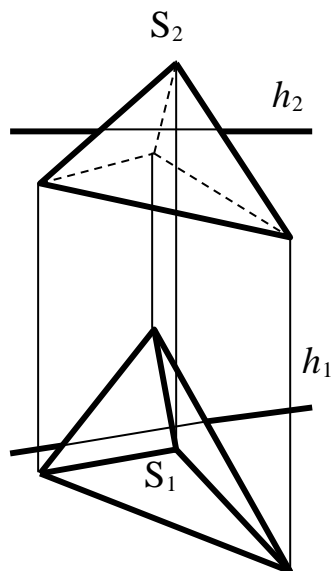
ВПРАВИ:

1. Побудувати проєкції точок перетину прямої з поверхнею многогранника. Визначити видимість прямої.

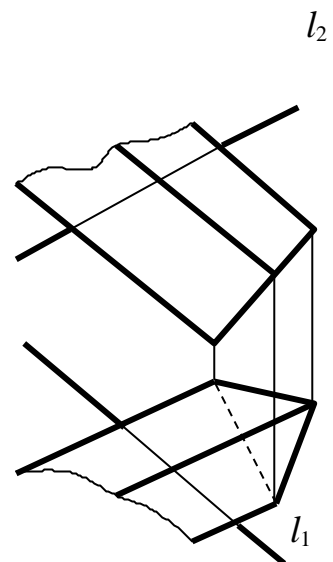
а)



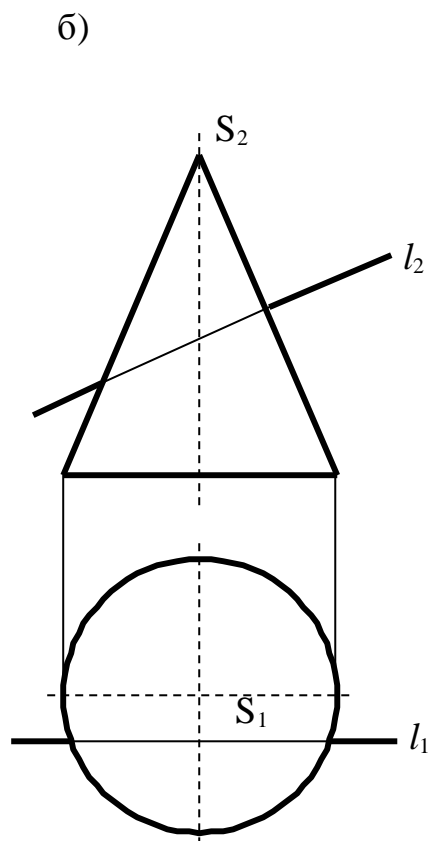
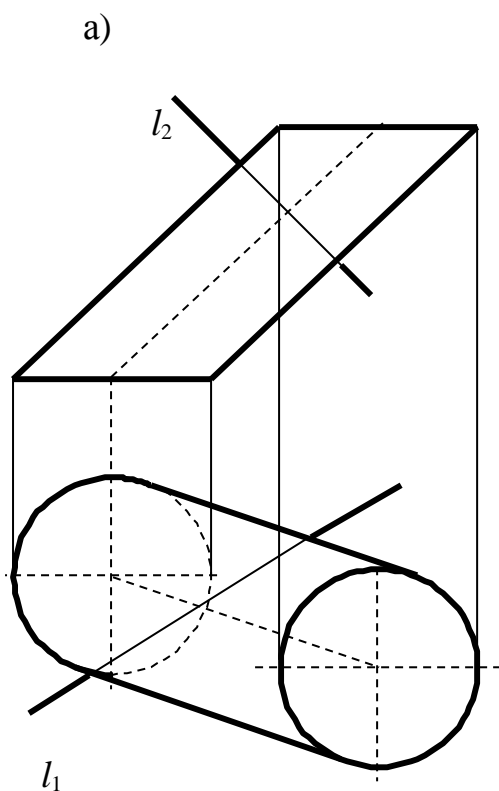
б)



в)

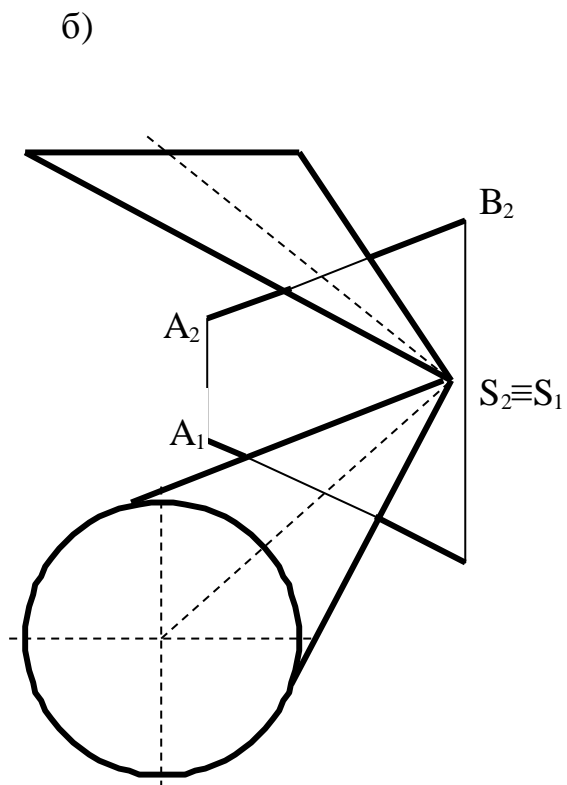
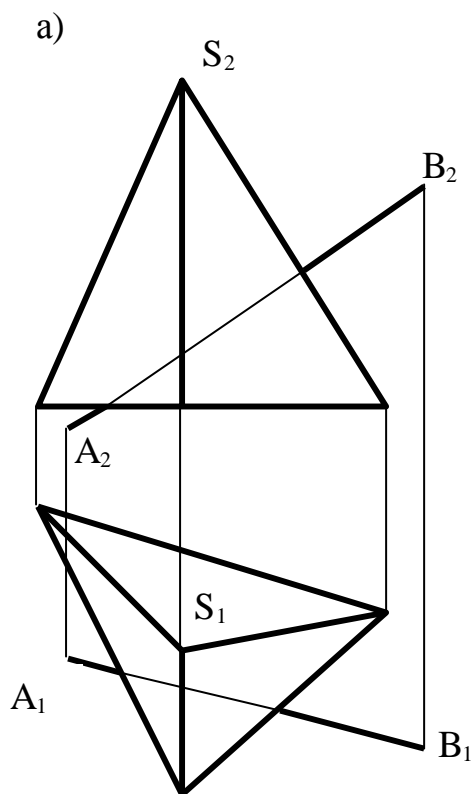


2. Визначити точки перетину прямої з поверхнею конуса і циліндра.
Встановити видимість прямої.

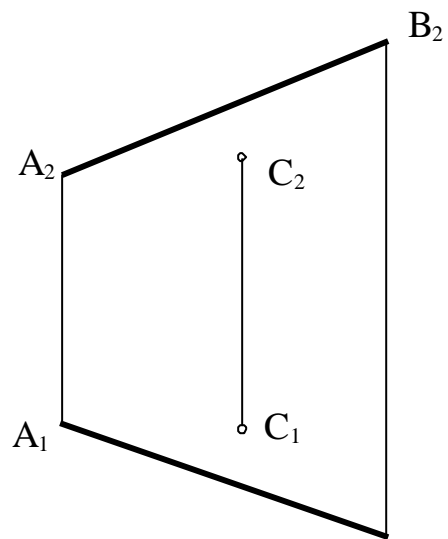


Завдання:

1. Визначити точки перетину прямої AB з поверхнею тіла. Встановити видимість прямої.

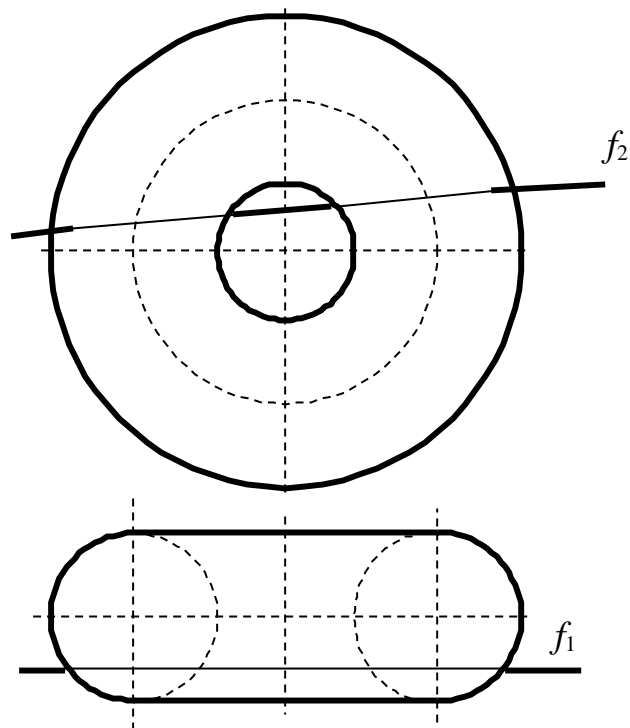


2. На прямій AB знайти точки, віддалені від заданої точки C на 15 мм.

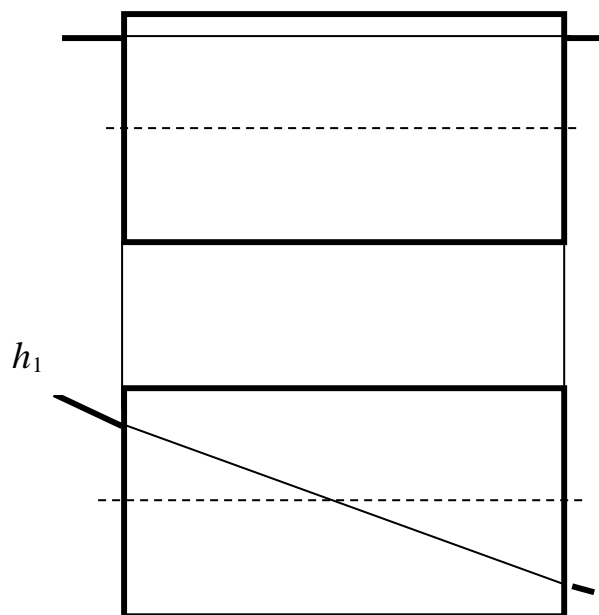


3. Визначити точки перетину прямої з поверхнею обертання. Встановити видимість прямої.

а)



6)



10. ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ

Лінія перетину двох поверхонь (лінія переходу) є лінія, що належить обом поверхням. Форма її залежить від форми і взаємного розташування поверхонь.

Основний спосіб побудови лінії перетину поверхонь – спосіб допоміжних січних поверхонь (спосіб посередників).

Послідовність побудов:

1. Вибрати посередники (площину або поверхню), які перетинають задані поверхні по найпростіших за формою і побудові лініям.
2. Перетнути поверхні посередниками з допомогою яких визначаються опорні точки шуканої лінії (точки, що належать нарисам проекцій поверхонь; крайні праві і ліві, найвищі і нижчі точки).
3. Побудувати лінії перетину поверхонь вказаними посередниками і знайти точки перетину побудованих ліній в кожному посереднику.
4. Перетнути поверхні посередниками з допомогою яких визначаються проміжні точки, і побудувати ці точки.
5. Послідовно з'єднати точки з урахуванням видимості.

На рис. 14 приведений приклад застосування площини окремого положення як посередника.

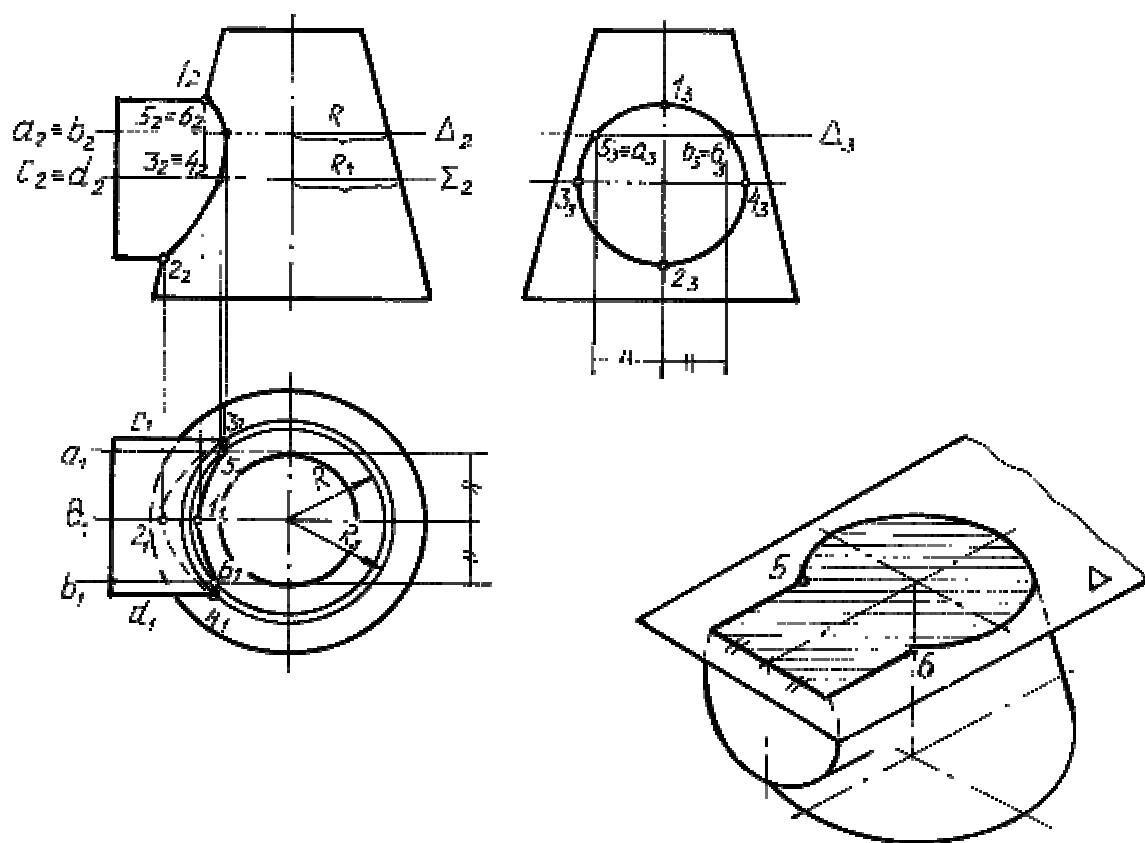


Рис. 14

Умови для використання концентричних сфер у якості посередників.

1. Обидві поверхні мають бути поверхнями обертання.
2. Осі поверхонь повинні перетинатися (точка перетину - центр сфер).
3. Осі обох поверхонь мають бути паралельні одній і тій же площині проєкцій.

Приклад застосування сфер як посередників приведений на рис. 15.

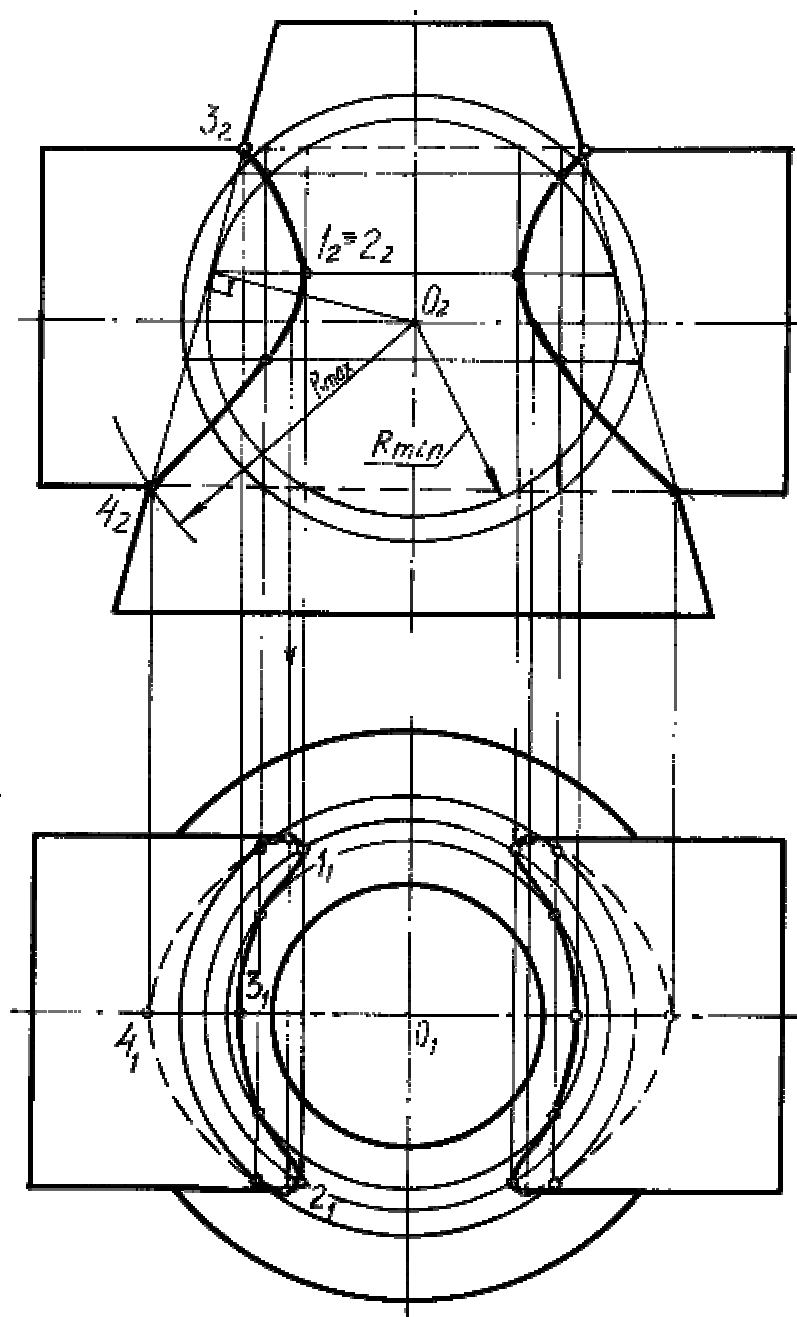


Рис. 15

Особливі випадки перетину поверхонь.

Теорема Монжа.

Якщо дві поверхні обертання другого порядку (циліндр і конус, два конуса, два циліндри, конус і еліпсоїд і т. п.) описані (або вписані) навколо загальної для них сфери, то лінії їх перетину розпадаються на дві плоскі криві (рис. 16).

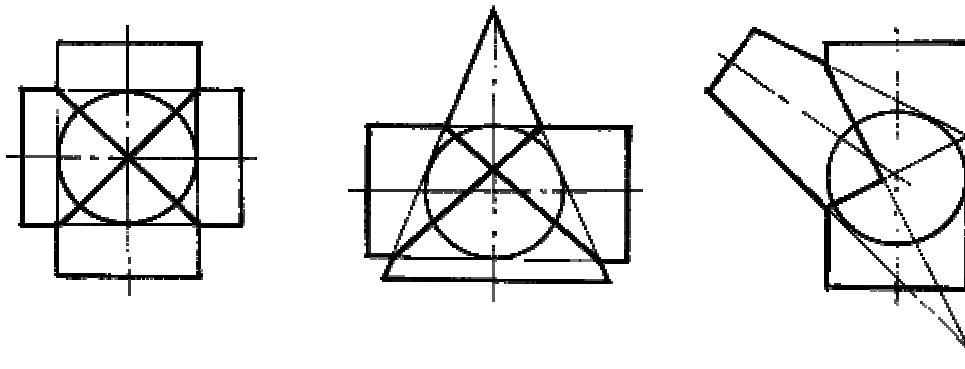


Рис. 16

Наслідок. Якщо дві поверхні другого порядку перетинаються по одній плоскій кривій, то вони перетинаються ще по одній плоскій кривій.

Теорема про форму проєкцій лінії перетину.

Якщо дві поверхні другого порядку мають спільну площину симетрії, то лінія перетину їх проєкується на площину, паралельну до площини симетрії у вигляді кривої другого порядку (рис. 17).

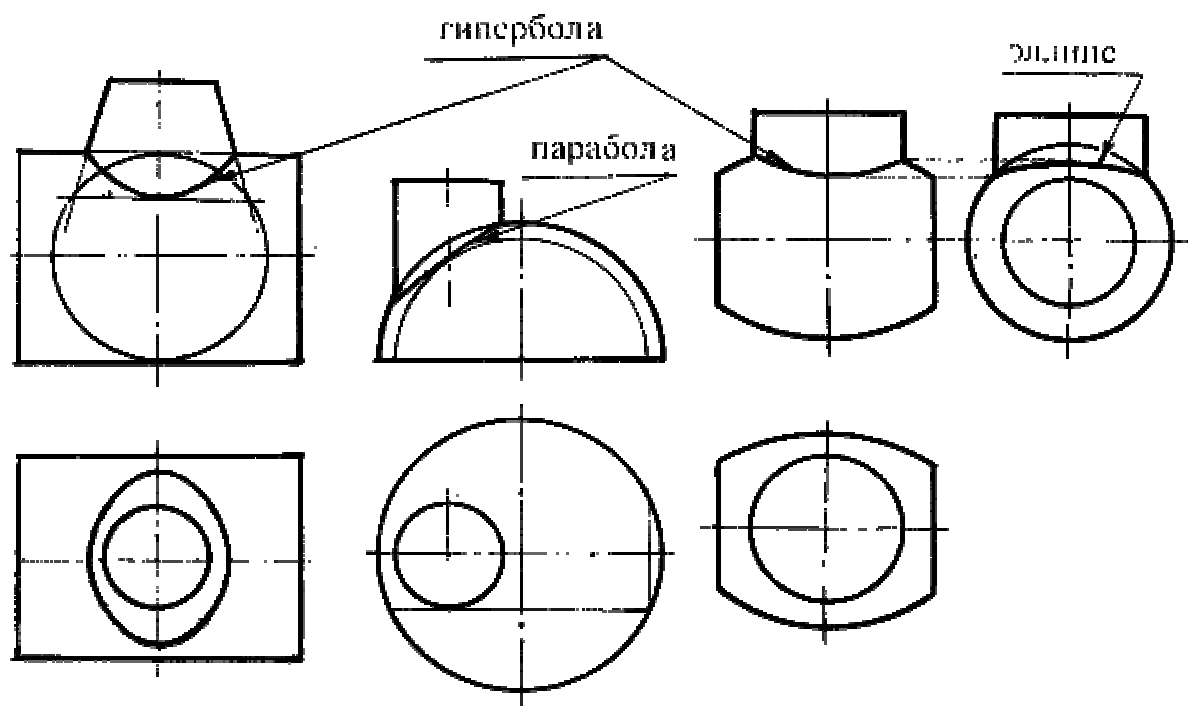
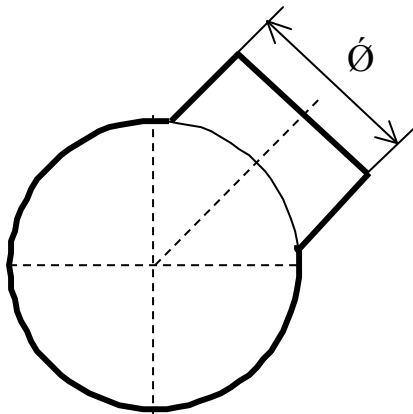


Рис. 17

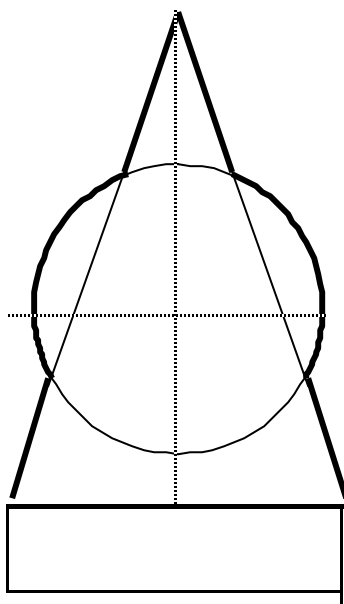
ВПРАВИ:

1. Побудувати проекції лінії перетину поверхонь двох тіл.

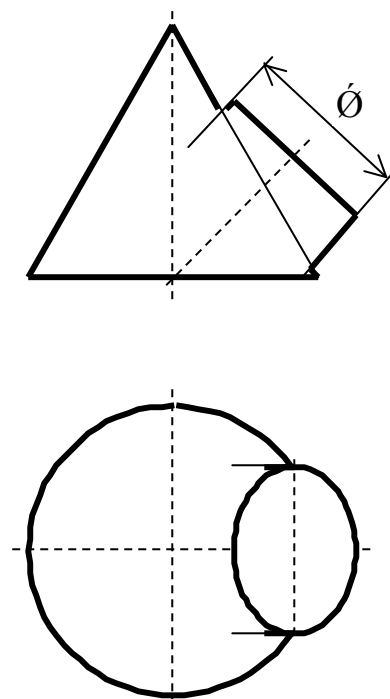
а)



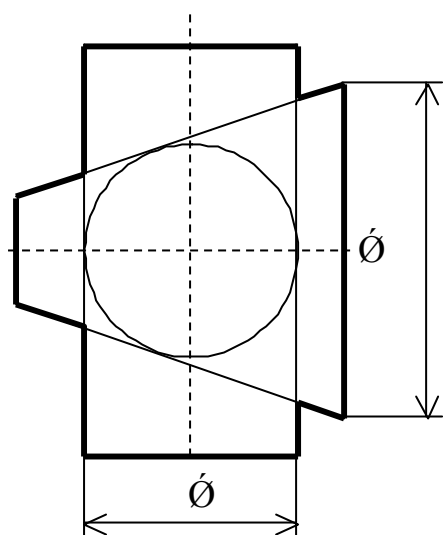
б)



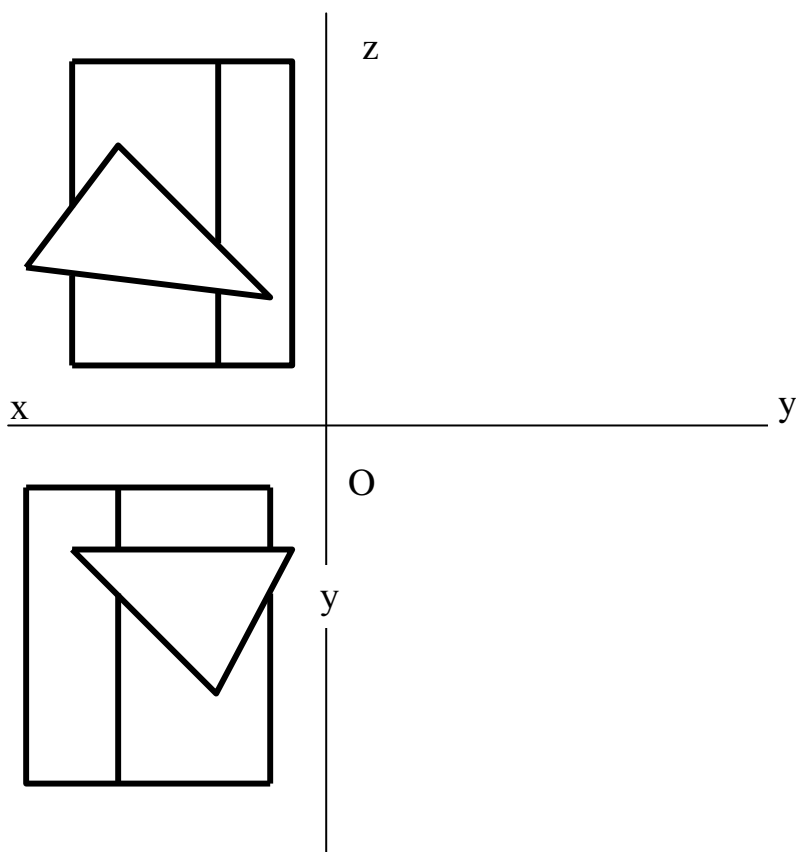
в)



г)



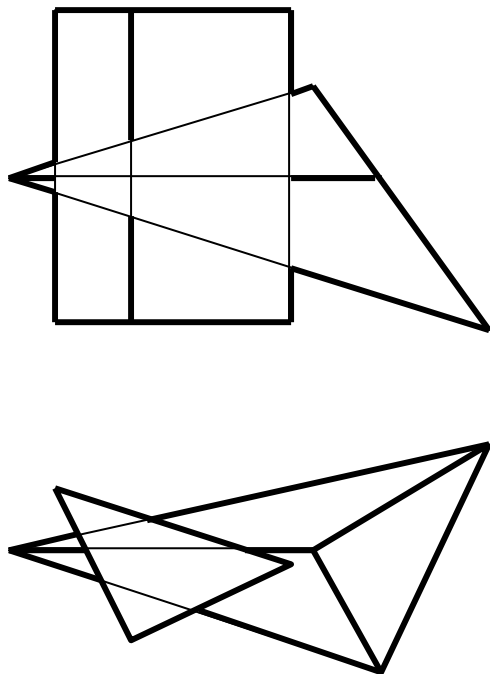
д)



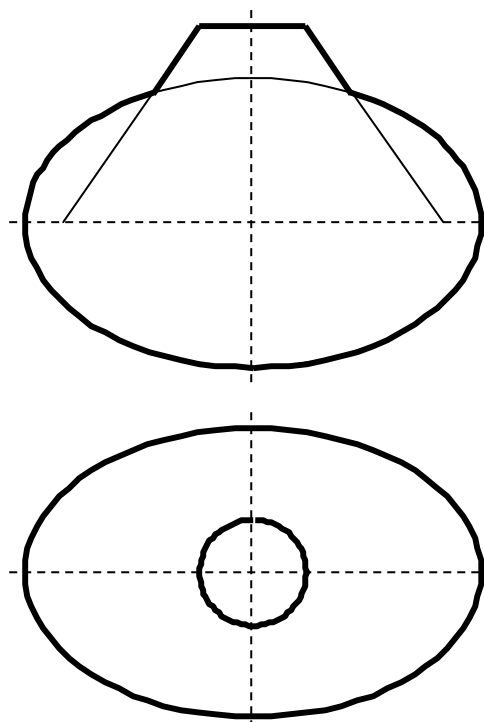
Завдання:

1. Побудувати проєкції ліній перетину поверхонь.

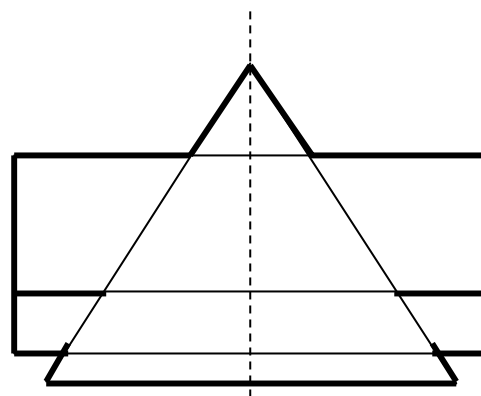
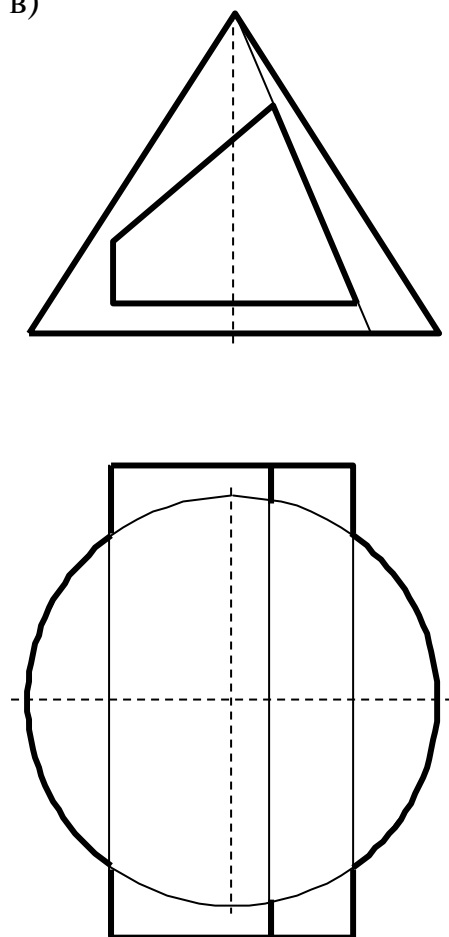
а)



б)



в)



11. ПАРАЛЕЛЬНІ АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

Суть аксонометрії полягає в тому, що предмет відносять до системи прямокутних координат (рис. 19 а) і потім проектують паралельними променями на площину проєкцій Π' , так звану аксонометричною. Напрямок проєктування не збігається ні з однією з осей координат і зображення виходить наочним.

Властивості паралельних проєкцій зберігаються. Проєкція натуральної системи осей координат на площину Π' називається **аксонометричною системою осей координат**.

Спотворення відрізків осей координат при проєктуванні характеризується **коефіцієнтами спотворення**.

Точки предмету будуються по аксонометричних координатах. Аксонометричні координати можна визначити знаючи величину коефіцієнтів спотворення, користуючись формулами:

$$X' = UX; \quad Y' = VY; \quad Z' = WZ$$

де X, Y, Z – натуральні координати; U, V, W – коефіцієнти спотворення; X', Y', Z' – аксонометричні координати.

Рекомендується застосовувати **прямокутні ізометрію** (рис. 18 б) і **диметрію** (рис. 18 в), користуючись приведеними коефіцієнтами спотворення:

$U = V = W = 1$ в ізометрії і $U = W = 1, V = 0,5$ в диметрії.

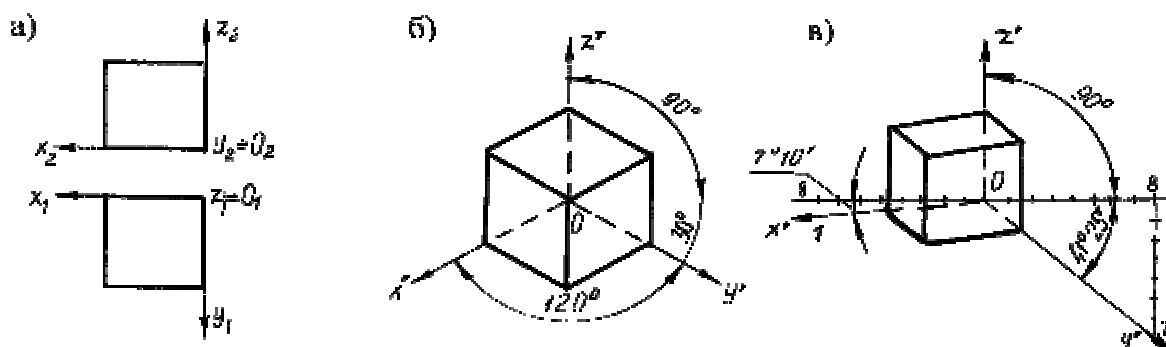


Рис. 18

З **косокутних аксонометричних проєкцій** ГОСТом передбачено застосування фронтальних ізометрії (рис. 19 а) і диметрії (рис. 19 б) і

горизонтальній ізометрії (рис. 19 в).

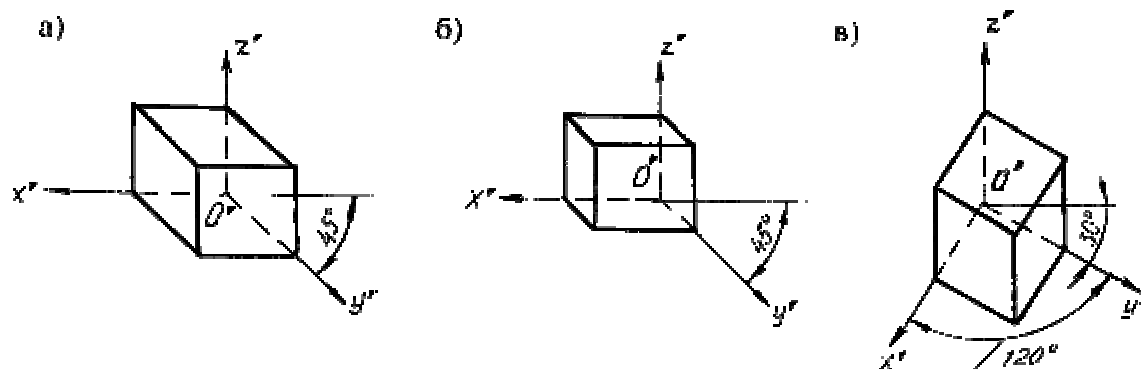


Рис. 19

Разом з правою системою координатних осей (рис. 18, 19) застосовують і ліву систему.

Позитивний напрям осей координат для правої системи визначають за правилом правої руки (рис. 20 а), а для лівої системи – за правилом лівої руки (рис. 20 б).

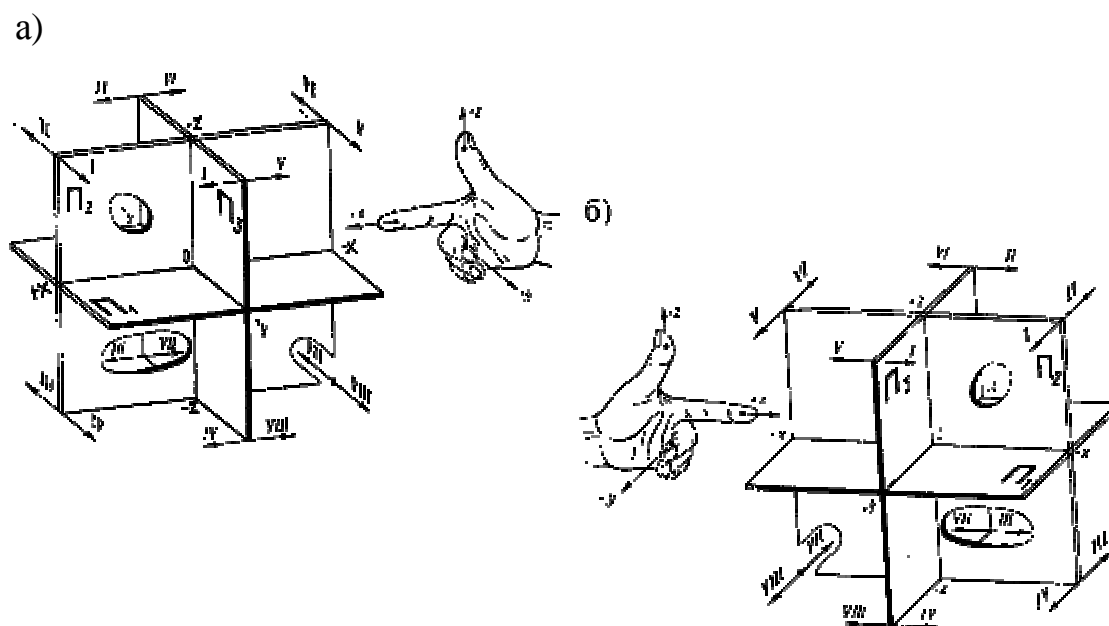


Рис. 20

Аксонометрична проекція кола – еліпс. Якщо коло лежить в координатній площині, то мала вісь еліпса збігається з віссю, відсутньою в площині кола (рис. 21).

У прямокутній приведеній ізометрії величина великої осі $1,22d$ малої – $0,7d$; у приведеній діаметрії – $1,06$ і $0,35$ відповідно.

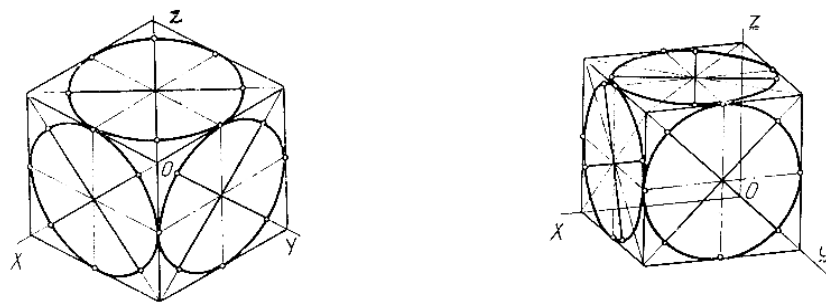


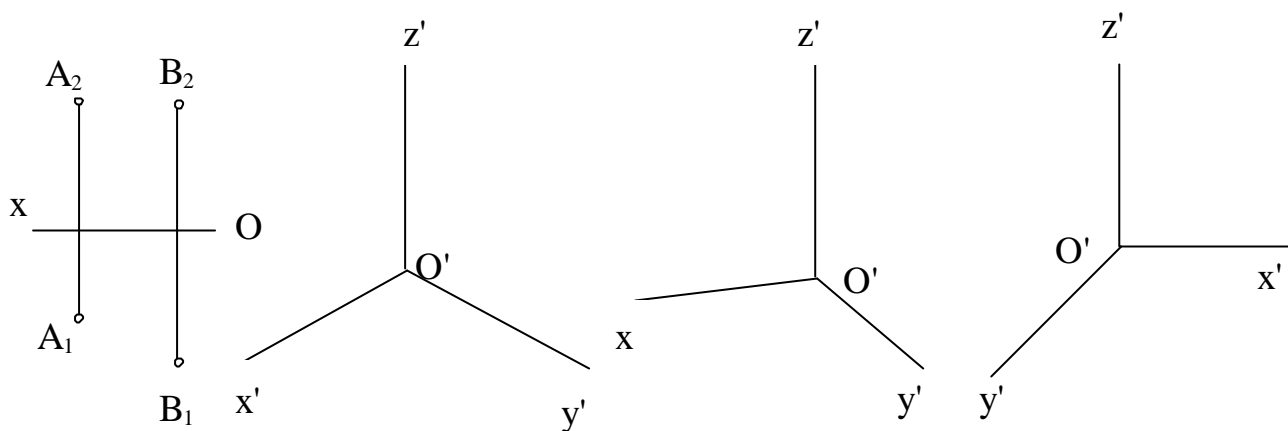
Рис. 21

Послідовність побудови аксонометричних зображень:

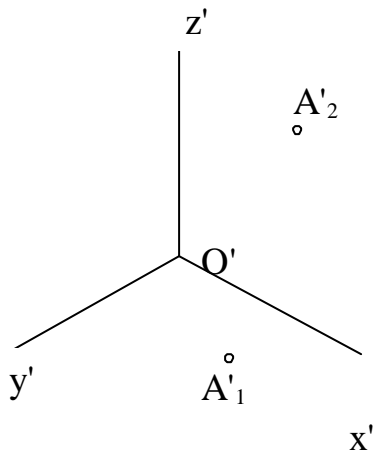
1. На комплексному кресленні розмітити осі координат x, y, z (рис. 18 а).
2. Побудувати аксонометричні осі x', y', z' .
3. Накреслити *вторинну проекцію* предмету – аксонометрію однієї з ортогональних проекцій.
4. Створити аксонометричне зображення.

ВПРАВИ:

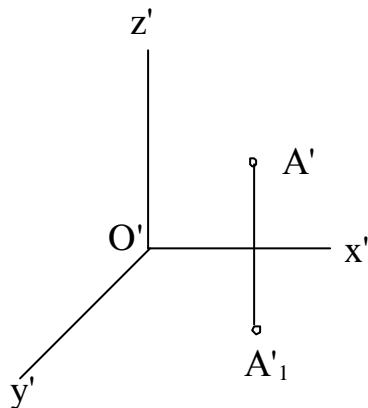
1. По заданих ортогональних проекціях точок A і B побудувати їх прямокутні ізометрію і диметрію, фронтальну ізометрію з лівою системою осей.



2. Побудувати аксонометрію точки A по двох її вторинним проєкціям A'_1 і A'_2 .

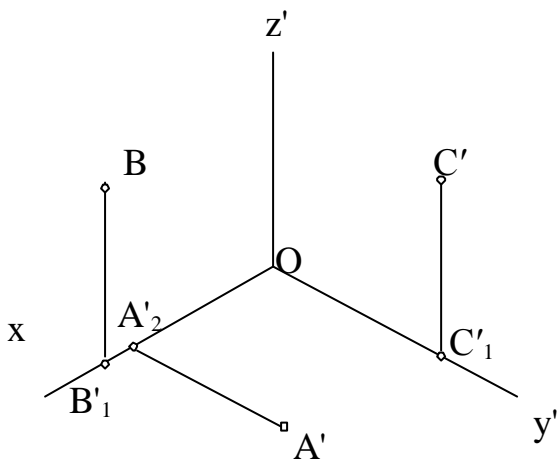


3. Побудувати вторинні проєкції точки A (A_I , A'_I) на площині $x'O'z'$, $y'O'z'$.

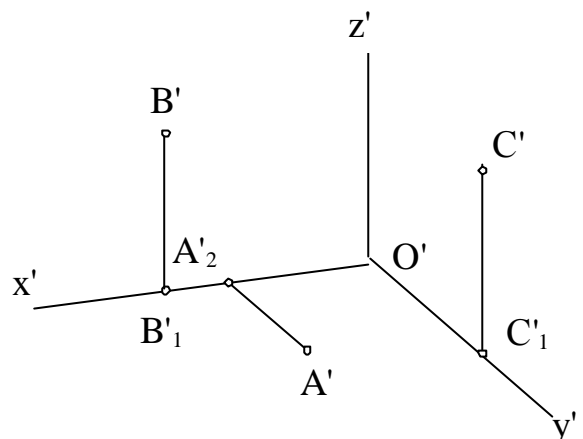


4. Побудувати в прямокутних ізометрії і диметрії кола, які лежать в координатних площинах, радіусом 15 мм з центрами в точках A , B , C .

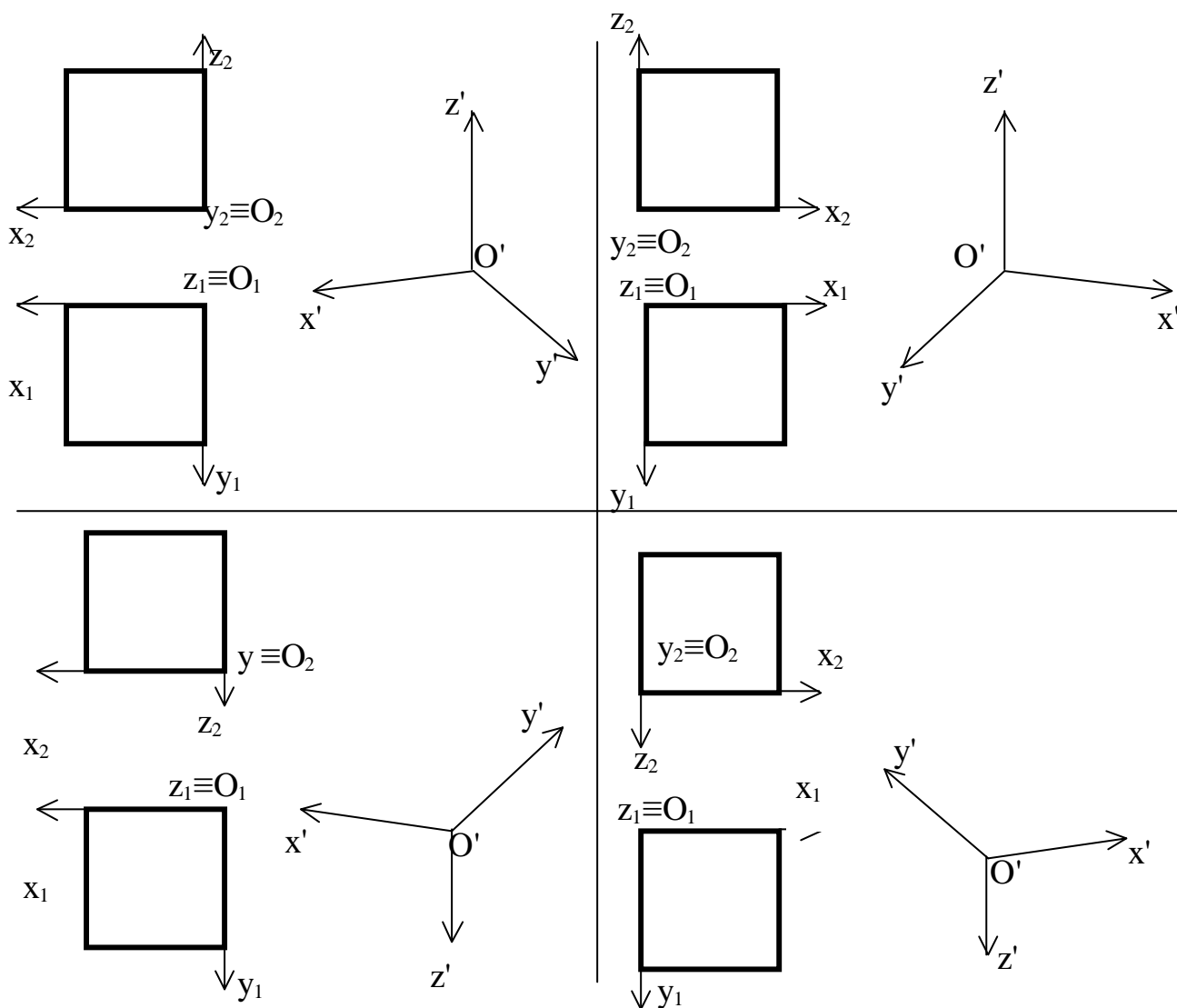
а)



б)

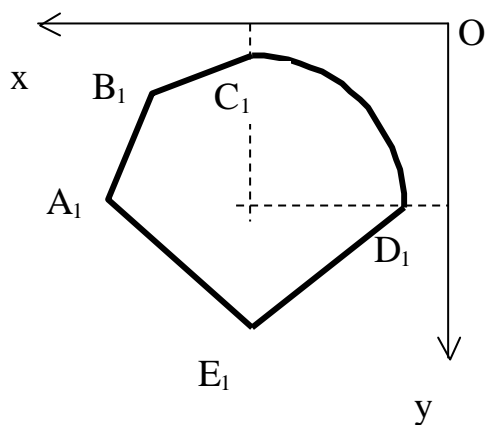


5. Побудувати в прямокутній приведеній диметрії куб при заданих положеннях аксонометричних осей.

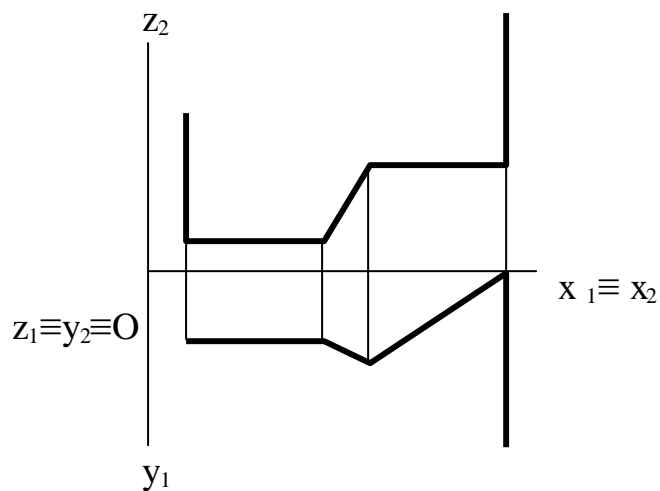


Завдання:

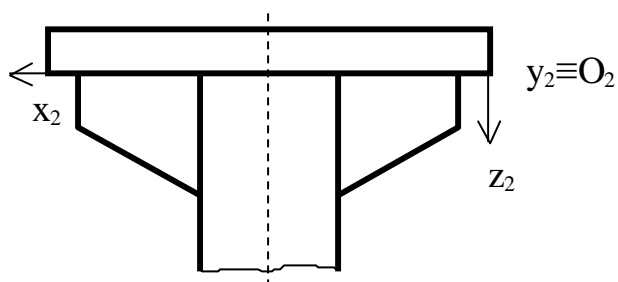
1. Побудувати приведену прямокутну ізометрію плоскої фігури.



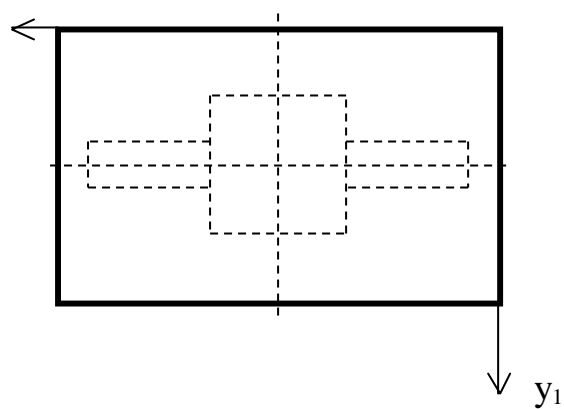
2. Побудувати фронтальну ізометрію з лівою системою осей просторової ламаної лінії.



3. Побудувати приведену прямокутну ізометрію вузла залізобетонної конструкції.



$z_1 \equiv O_1$



12. РОЗГОРТКИ ПОВЕРХОНЬ

Розгорткою поверхні якого-небудь тіла називається фігура, отримана поєднанням поверхні цього тіла з площиною без розривів і складок.

Розгортки багатогранних поверхонь отримують поєднанням її граней з однією площиною так, щоб вийшла зв'язана фігура.

Побудову *розгорток призми* можна виконати способом нормального перетину або способом розкочування. *Спосіб нормального перетину* заснований на тому, що сторони фігури нормального перетину розгортаються в пряму лінію, перпендикулярну ребрам призми (рис. 28).

Розгортка піраміди виконується шляхом послідовної побудови натуральних величин трикутників бічних граней.

Розгортки кривих поверхонь, що розгортаються і що не розгортаються, будують наближеними графічними способами. Суть цих способів полягає в апроксимації заданих поверхонь вписаними (описаними) ділянками таких поверхонь для яких існують точні графічні способи побудови розгорток. Найчастіше апроксимуючими поверхнями служать гранні поверхні: піраміди (рис. 29 а), призми, поверхні загального вигляду, складені з трикутних граней (рис. 29 б), а також циліндричні і конічні поверхні.

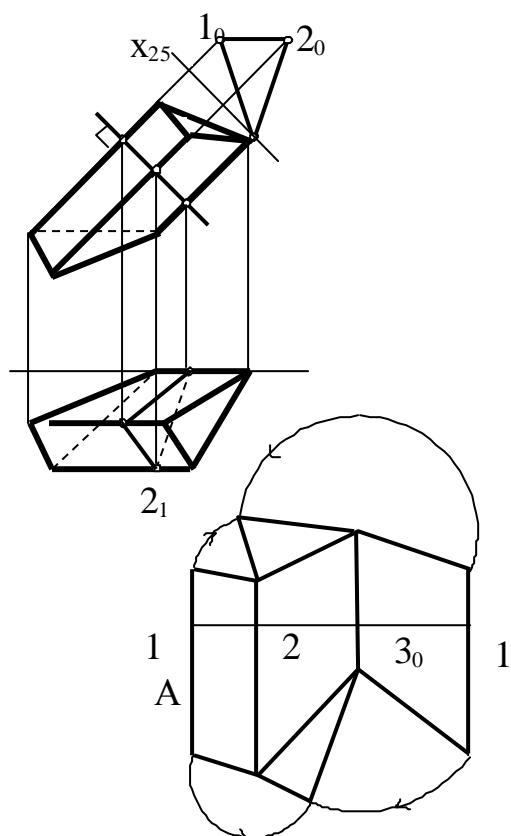


Рис. 28

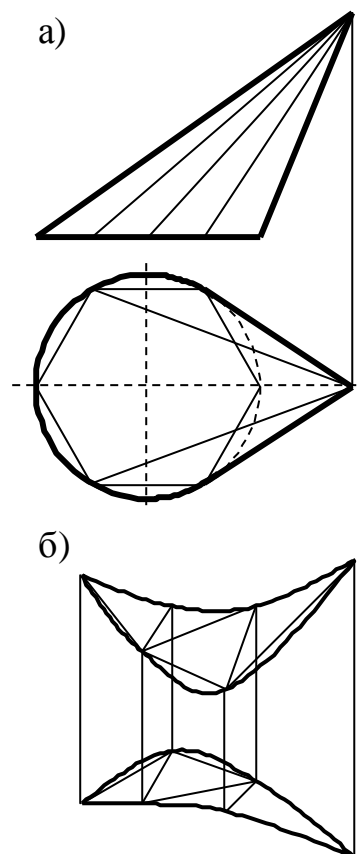
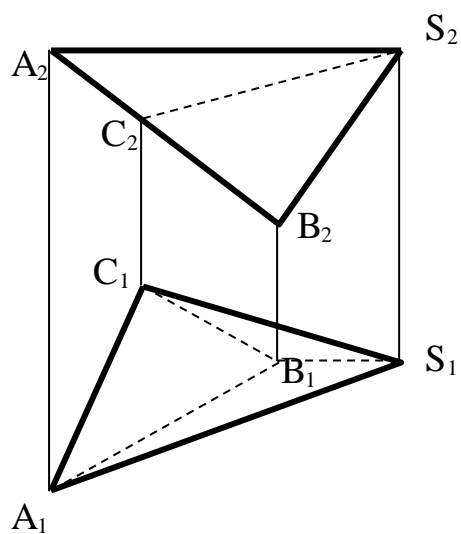


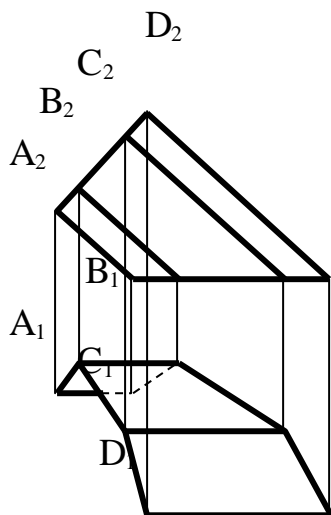
Рис. 29

ВПРАВИ:

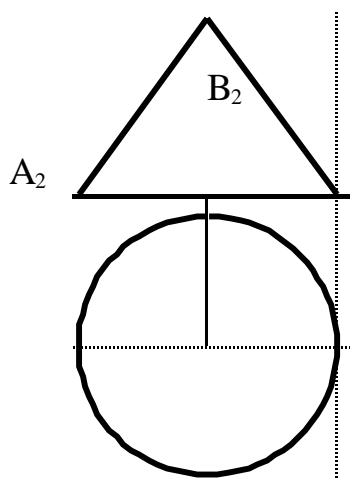
1. Побудувати розгортку поверхні піраміди $SABC$.



2. Побудувати розгортку призматичної поверхні способом нормального перерізу.

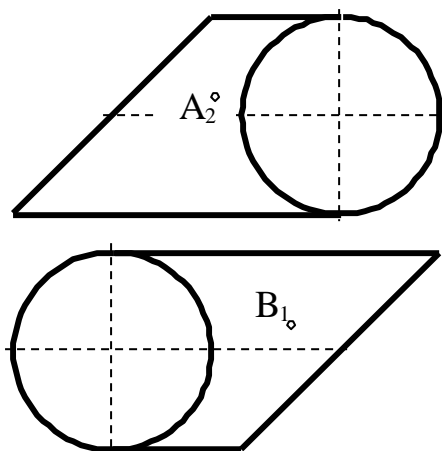


- Визначити найкоротшу відстань між точками A і B , які лежать на поверхні конуса.

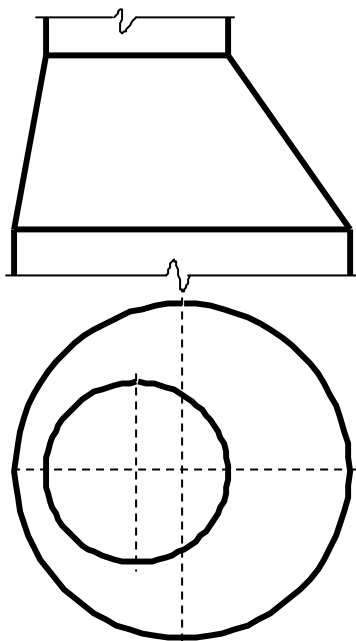


Завдання:

1. Побудувати розгортку і визначити найкоротшу відстань між точками А і В, які лежать на поверхні циліндра.



2. Побудувати розгортку перехідної поверхні.



СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гордон В. О. Курс начертательной геометрии. – М.: Наука, 1988. – 272 с.
2. Короев Ю. И. Начертательная геометрия: Учебник для вузов. – М.: Стройиздат. 1987.– 319 с.
3. Арустамов Х. А. Сборник задач по начертательной геометрии. – М.: Машиностроение. 1978.– 445 с.
4. Нарисна геометрія: Підручник / В.Є. Михайленко та ін., за ред.. В.Є. Михайленка. –К.: Вища школа, 1993. -271 с.
5. Інженерна та комп'ютерна графіка: підручник / В.Є. Михайленко та ін., за ред. д.т.н., проф. В.Є. Михайленка. –К.: Вища школа, 2000. -341 с.
6. Практикум з нарисної геометрії: навчально-методичний посібник. / Лусь В.І., Киркач Т.Є., Мандріченко О.Є., Радченко А.О.; за ред.. Лусь В.І. –Харків: ХНАМГ, 2005. – 184 с.
7. Миронов Б.Г. Сборник задач по инженерной графике с примерами выполнения чертежей на компьютере: Учеб. пособие. –М.: Высшая школа, 2004. -355 с.

Навчальне видання

Лусь Володимир Іванович

Нарисна геометрія, інженерна та машинна графіка. Робочий зошит з нарисної геометрії для виконання завдань на практичних заняттях, розрахунково-графічних завдань та самостійної роботи для студентів 1 курсу денної форми навчання освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр, напряму підготовки 6.060103 – «Гідротехніка (водні ресурси)»).

Редактор *З.І. Зайцева*

Комп'ютерне верстання *К.Д. Кудленко*

План 2010, поз. 149 М

Підп. до друку 05.08.2010
Друк на ризографі
Зам. №

Формат 60х90/8
Ум. друк. арк. 3,5
Тираж 100 пр.

Видавець і виготовлювачі
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК №731 от 19.12.2001

