2) химические процессы в покрытиях, в том числе на поверхности пигментов и заполнителей, являющиеся результатом внешних воздействий реагентов (кислорода, кислот, щелочей, воды в случае реакции гидролиза) и активирующих факторов (свет, температура);
3) физико-химические процессы, приводящие к структурным изменениям.

Необходимо продолжить исследование по определению долговечности защитно-декоративных покрытий указанных в статье красок, а также красок, модифицированных специальными добавками.

1.Логанина В.И., Орентлихер Л.П. Стойкость защитно-декоративных покрытий наружных стен зданий. – М.: АСВ, 2000. – 106 с.

2.Карякина М.И. Испытание лакокрасочных материалов и покрытий. – М.: Химия, 1988. – 272 с.

3.Карякина М.И. Физико-химические основы процессов формирования и старения покрытий. – М.: Химия, 1980. – 216 с.

4.Верхоланцев В.В. Методы прогнозирования долговечности покрытий // Лакокрасочные материалы и их применение. – 1985. – №4. – С.49.

5.Рейбман А.И. Защитные лакокрасочные покрытия. – 4-е изд., перераб. – Л.: Химия, 1978. – 296 с.

5.Brand B.G. e. a. – J. Paint Technol., 1968, v. 40, № 524. – P.396-425.

6.Золотов М.С., Любченко М.А. Влияние различных факторов на прочностные характеристики лакокрасочных покрытий // Науковий вісник будівництва. Вип.43. – Харків: ХДТУБА, 2007. – С.123-127.

7.Золотов М.С., Любченко М.А. О воздействии воды и атмосферной влажности на защитно-декоративные покрытия на основе полимерных материалов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. Вип.18. – Рівне, 2009. – С.38-43.

Получено 24.11.2009

УДК 624.074.04

В.М.ТРАЧ, д-р техн. наук, М.М.ХОРУЖИЙ
Національний університет водного господарства та природокористування, м.Рівне

СТІЙКІСТЬ АНІЗОТРОПНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ІЗ ШАРУВАТИХ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ ПРИ КРУЧЕННІ

Наведено методики, аналітичні та чисельні дослідження, виконані методом дискретної ортогоналізації, з розрахунку на стійкість анізотропних циліндричних оболонок із шаруватих волокнистих композитів. На цій основі отримано механічні ефекти, що характеризують особливість втрати стійкості такими оболонками від дії закручуючого моменту.

Приведены методики, аналитические и численные исследования, выполненные методом дискретной ортогонализации, из расчета на устойчивость анизотропных цилиндрических оболочек из слоистых волокнистых композитов. На этой основе получены механические эффекты, характеризующие особенность потери стойкости такими оболочками от действия закручивающего момента.

Methods, analytical and numeral researches are resulted, that executed by discrete orthogonalization method, in calculations on stability of anisotropic cylindrical shells from stratified fibrous composites. On this basis mechanical effects are got, that characterize the feature of loss of stability by such shells from action of twirling moment.

Ключові слова: анізотропія, циліндрична оболонка, волокнисті композити, кручення, критичне навантаження, стійкість.

В теорії стійкості пружних конструкцій напружено-деформований стан, який виникає внаслідок прикладання навантаження, починаючи від майже нульового, називається основним. У багатовимірному просторі змінних, що описують рух кожної точки конструкції при збільшенні навантаження, можна уявити траєкторію основного руху у вигляді неперервної кривої. В критичній точці однозначність траєкторії деформування порушується. Стає можливим перехід на іншу траєкторію. Це явище розгалуження основної траєкторії (біфуркації) можна досліджувати методами теорії розгалуження розв'язків диференціальних рівнянь [1], що і використовується в роботах багатьох сучасних авторів [2, 4].

Запропонований Ейлером критерій стійкості [3, 5] не протирічить цій теорії та відповідає її першому етапу, що закінчується визначенням критичної точки. За Ейлером при критичному значенні навантаження поряд з основною формою рівноваги існує нескінченно близька до неї суміжна форма. Якщо переміщення $u,\ v, w$, деформації ε_{ij}, зусилля T_{ij} і моменти M_{ij}, що характеризують основний стан позначити індексом "0" , то суміжний стан буде відрізнятися малими приростами (збуреннями) цих величин, для яких нових позначень вводити не будемо. В суміжному стані вектор переміщень має своїми компонентами величини $u_0 + u$, $v_0 + v$, $w_0 + w$, тензор деформацій – величини $\varepsilon_{ij,o} + \varepsilon_{ij}$, тензори зусиль і моментів $T_{ij,o} + T_{ij}$, $M_{ij,o} + M_{ij}$. Як вказані функції основного стану, так і збуреного мають бути розв'язаними системами нелінійних рівнянь одного з типів [8, 9]. Ці рівняння відрізняються тільки формою, тому вибір одного з них пов'язується лише зручністю застосування до розглядуваного класу задач.

Позначимо функції, через які виражаються граничні умови при $\alpha_1 = const$, наступним чином:

$$y_1 = T_{11}^*,\ y_2 = T_{12}^*,\ y_3 = T_{13}^*,\ y_4 = M_{11},$$
$$y_5 = u,\ \ y_6 = v,\ \ y_7 = w,\ \ y_8 = \theta\,. \tag{1}$$

Це дає можливість записати рівняння про напружено-деформований стан в узагальненому вигляді:

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_1} = L_i\,(\,y\,) + q_i\,, \qquad (2)$$

де y – вектор, компонентами якого є функції y_i ; q_i – компоненти навантаження; L_i – нелінійні диференціальні оператори, i =1,…,8. На основній траєкторії деформування рівняння (2) мають вигляд:

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_{i,o}}{\partial \alpha_1} = L_i\,(\,y_o\,) + q_i\,. \qquad (3)$$

Тоді як на суміжній їх потрібно записати так:

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial(\,y_{i,o} + y_i\,)}{\partial \alpha_1} = L_i\,(\,y_o + y\,) + q_i\,. \qquad (4)$$

Відповідно до критерію Ейлера в (4) y_i – це нескінченно малі збурення основного стану. Тому, користуючись поняттям похідної Фреше, можна обмежитися в рядах Тейлора тільки двома членами

$$L_i\,(\,y_o + y\,) = L_i\,(\,y_o\,) + L_{i\,,\,j}\,(\,y_o\,)\,y\,. \qquad (5)$$

Тут $L_{i\,,\,j}$ – похідні Фреше від операторів L_i за аргументом y_j (j=1,2,…,8). Рівняння (4) набуває вигляду:

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_{i,o}}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_1} = L_i\,(\,y_o\,) + L_{i,j}\,(\,y_o\,)\,y + q_i\,. \qquad (6)$$

Враховуючи, що навантаження q_i основного і суміжного станів однакові, а функції з індексом “0” задовольняють рівнянням (3) з виразу (6), отримуємо лінеаризоване рівняння відносно приростів функцій q_i при біфуркації

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_i}{\partial \alpha_1} = L_{i,j}\,(\,y_o\,)\,y\,. \qquad (7)$$

Розглядувані оболонки замкнуті в коловому напрямку, тому розв’язувальні функції періодичні за координатою α_2. Для задоволення вимогам періодичності за α_2 скористаємось рядами Фур’є у комплексній формі

$$y_j = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} y_{j,n} e^{in\varphi}, \qquad \varphi = \alpha_2\ , \quad 0 \le \alpha_2 \le 2\pi\,, \qquad (8)$$

де $y_{j,n}$ – комплексні функції, $j = 1,..,8$, а n – параметр колового хвилеутворення.

Після підстановки (8) в систему рівнянь стійкості (7) отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь, яка для кожного додатного значення n має вигляд:

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{A_1}\frac{dy_{1,n}}{d\alpha_1} = -in_a\left(S_{,n} + T_{22}^0\omega_{1,n} + T_{22,n}\omega_1^0\right) + \\
&+\psi_2\left(T_{22,n} - T_{11,n} + S^0\left(\omega_{1,n} - \omega_{2,n}\right) + S_{,n}\left(\omega_1^0 - \omega_2^0\right)\right) + \frac{1}{R_1}\left(y_{3,n} - in_a M_{12,n}\right);\\
&\frac{1}{A_1}\frac{dy_{2,n}}{d\alpha_1} = -in_a\left(T_{22,n} + S^0\omega_{1,n} + S_{,n}\omega_1^0\right) - \psi_2\left(2S_{,n} + T_{11}^0\omega_{1,n} + T_{22}^0\omega_{2,n} + \right.\\
&\left. + T_{11,n}\omega_1^0 + +T_{22,n}\omega_2^0\right) + \left(\frac{3}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)\psi_2 M_{12,n} + \frac{1}{R_2}\left(-S^0 y_{8,n} + T_{22}^0\theta_{2,n} - \right.\\
&\left. - S_{,n}y_8^0 + T_{22,n}\theta_2^0 + in_a M_{12,n}\right);\\
&\frac{1}{A_1}\frac{dy_{3,n}}{d\alpha_1} = -in_a\left(-S^0 y_{8,n} + T_{22}^0\theta_{2,n} - S_{,n}y_8^0 + T_{22,n}\theta_2^0 + 2\psi_2 M_{12,n}\right) - \\
&-\psi_2 y_{3,n} - \frac{1}{R_1}y_{1,n} - \frac{1}{R_2}\left(T_{22,n} + S^0\omega_{1,n} + S_{,n}\omega_1^0\right);\\
&\frac{1}{A_1}\frac{dy_{4,n}}{d\alpha_1} = -in_a M_{12,n} - \psi_2\left(y_{4,n} - M_{22,n}\right) + y_{3,n} + T_{11}^0 y_{8,n} + \\
&+T_{11,n}y_8^0 - S^0\theta_{2,n} - S_{,n}\theta_2^0;\\
&\frac{1}{A_1}\frac{dy_{5,n}}{d\alpha_1} = \frac{1}{R_1}y_{7,n} - \omega_{1,n}\omega_1^0 - y_{8,n}y_8^0 + A_{11}T_{11,n} + A_{12}S_{,n} + A_{13}y_{4,n} - \\
&-d_{11}\varepsilon_{22,n} - d_{12}\chi_{22,n} - d_{13}\chi_{12,n};\\
&\frac{1}{A_1}\frac{dy_{6,n}}{d\partial\alpha_1} = -in_a y_{5,n} + \psi_2 y_{6,n} - \varepsilon_{1,n}\omega_2^0 - \varepsilon_1^0\omega_{2,n} - \varepsilon_{2,n}\omega_1^0 - \varepsilon_2^0\omega_{1,n} + y_{8,n}\theta_2^0 + \\
&+y_8^0\theta_{2,n} + A_{12}T_{11,n} + A_{22}S_{,n} + A_{23}y_{4,n} - d_{21}\varepsilon_{22,n} - d_{22}\chi_{22,n} - d_{23}\chi_{12,n};\\
&\frac{1}{A_1}\frac{dy_{7,n}}{d\alpha_1} = -\frac{1}{R_1}y_{5,n} - y_{8,n};\\
&\frac{1}{A_1}\frac{dy_{8,n}}{d\alpha_1} = -\frac{1}{R_1}\varepsilon_{1,n} + A_{13}T_{11,n} + A_{23}S_{,n} + A_{33}y_{4,n} - d_{31}\varepsilon_{22,n} - d_{32}\chi_{22,n} - d_{33}\chi_{12,n},
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

де $n_a = n / A_2$.

Таким чином, задача статичної стійкості симетрично завантаженої пружної анізотропної оболонки обертання зведена до системи (9) з восьми звичайних однорідних диференціальних рівнянь у нормальній формі із змінними коефіцієнтами і однорідними граничними умовами на контурах

$$\alpha_1 = \alpha_0,\ B_o y_n = 0,\ \alpha_1 = \alpha_l,\ B_n y_n = 0. \qquad (10)$$

Мінімальне власне значення однорідної крайової задачі (9)-(10) характеризує момент переходу від симетричного основного рівноважного стану до несиметричного, якому властиві відповідне число n хвиль в коловому напрямку. Цей стан рівноваги повністю характеризується наступними величинами: $y_{1,n}, \dots y_{8,n}, \omega_{1,n}, \omega_{2,n}, T_{11,n}, T_{22,n}, S_{,n}, M_{22,n}, M_{12,n}, \varepsilon_{1,n}, \varepsilon_{2,n}, \varepsilon_{22,n}, \theta_{1,n}, \theta_{2,n}, \chi_{22,n}, \chi_{12,n}$, а також докритичними параметрами $T_{11}^0, T_{22}^0, S^0, \theta_1^0, \theta_2^0, \omega_1^0$ і ω_2^0 .

Вирази для $\varepsilon_{2,n}, \varepsilon_{22,n}, \omega_{2,n}, \theta_{2,n}, \chi_{22,n}, \chi_{12,n}$ та зусиль і моментів, що входять в (9), визначаються із залежностей, наведених в [9] .

Мінімальне критичне число знаходиться при послідовному збільшенні навантаження, коли визначник матриці граничних умов дорівнює нулю. При розв'язку системи диференціальних рівнянь з комплексними коефіцієнтами визначник також є комплексним. Щоб існував розв'язок системи однорідних алгебраїчних рівнянь з комплексними коефіцієнтами необхідно, щоб були одночасно рівними нулю дійсна та уявна частини визначника. Методика розв'язку крайової задачі (9)-(10) базується на чисельному методі дискретної ортогоналізації [6].

Для представлення можливостей пропонованої методики розглядатимемо стійкість склопластикових циліндричних оболонок, що знаходяться під впливом кручення, з відношенням $L/R = 1$, товщиною $h = 0{,}01$ м і шарнірно опертими торцями. Матеріал таких оболонок у власних осях має модуль пружності в напрямку волокон $E_1 = 0{,}445 \cdot 10^5$ МПа, поперек $E_2 = 0{,}107 \cdot 10^5$ МПа, модуль зсуву $G_{12} = 0{,}418 \cdot 10^4$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu_{12} = 0{,}26$. При косоперехресному укладанні шарів утворюється анізотропний матеріал, співвідношення пружності якого відносно інтегральних величин, вживаних в даному варіанті оболонок, мають вигляд [9]. Присутні в них коефіцієнти C_{i6} і D_{i6} при $i = 1, 2$ для кутів $\psi_i \neq 0^0,\ 90^0$ у загальному випадку не дорівнюють нулю. При орієнтації суміжних шарів за схемою $\pm\psi$, при непарній та парній кількості шарів утворюється якісно різні структури. У них по-різному проявляється взаємозв'язок розтягу, зсуву, згину та кручення. Це було відмічено при дослідженнях стійкості циліндричних анізотропних оболонок, а також нелінійного деформування таких оболонок [7, 8, 10].

У таблиці наведено величини критичних значень кручення S^{cr} для одношарової циліндричної оболонки, отримані за використанням чотирьох підходів. У першому рядку таблиці представлено результати розрахунків на стійкість за основною методикою (СТОН), що спирається на використання чисельного методу дискретної ортогоналізації при врахуванні моментного геометрично нелінійного докритичного НДС від дії додатного кручення S^{cr+}. У другому рядку величини критичних навантажень $S^{cr'}$ знайдено за підходом у припущенні, що коефіцієнти C_{i6} і D_{i6} дорівнюють нулю, тобто матеріал оболонки є ортотропним (СТОРН). Третіми наведено критичні значення $S^{cr'}$, отримані за методикою чисельного розрахунку (СТОН), що здобуті від зовнішнього крайового від'ємного за напрямком зсувного зусилля виду S^{o-}. В четвертому рядку таблиці наведено критичні навантаження, що знайдені для додатного крайового зсуву S^{o+}, але при геометрично лінійному докритичному стані (СТЛ). І накінець, в таблиці дані значення, аналітично знайдених величин критичних навантажень S^{cr}, у припущенні, що докритичний НДС є безмоментним (СТАБ). При цьому мінімальні значення S^{cr+}, S^{cr-} і $S^{cr'}$ знаходились при зміні величин колового хвилеутворення n, що приводяться після критичних навантажень, знайдених за відповідним підходом. Для кутів $\psi_i = 0^0,\ 90^0$ критичні значення кручення для всіх теорій є сталими та дорівнюють відповідно 30,5 кН/м при n=10 і 43,8 кН/м для n=8.

Теорія	$\psi = 10^0$	**20^0**	**30^0**	**40^0**	**50^0**	**60^0**	**70^0**	**80^0**
СТОН	23,0(9)	25,8(9)	31,8(8)	39,5(8)	47,5(8)	52,5(8)	52,3(8)	48,3(8)
СТОРН	32,8(10)	38,3(10)	45,0(10)	50,3(10)	53,0(10)	53,3(9)	50,3(9)	45,8(9)
СТОН	44,3(10)	53,5(12)	52,3(12)	47,8(13)	43,8(12)	40,5(11)	39,0(10)	39,8(9)
СТЛ	24,0(11)	25,0(12)	31,8(12)	41,5(13)	47,0(12)	50,8(11)	51,5910)	48,3(9)
СТАБ	30,2(10)	30,3(10)	33,1(11)	36,7(11)	39,9(11)	40,8(11)	40,3(10)	41,1(9)

Аналіз даних наведеної таблиці дозволяє зробити такі висновки. Використання основного підходу (СТОН) розрахунку на стійкість циліндричних анізотропних оболонок, що знаходяться під дією кручення, приводить до отримання найменших величин критичних навантажень в порівнянні з іншими методиками лише для кута $\psi_i \le 30^0$. Різниця між величинами критичних навантажень для таких значень кута ψ_i, знайдених за підходом, що ґрунтується на СТОРН та для якого коефіцієнти узагальненого закону Гука C_{i6}, D_{i6}=0, максимально складає близько 48%. Подальше збільшення кута укладання скловолокна призводить до збільшення величин критичних навантажень, але зменшення різниці в критичних навантаженнях для ортотропного та анізотропного циліндрів. Причому для кутів $\psi_i \geq 70^0$ критичні навантаження для анізотропного матеріалу перевищують такі ж для ортотропного. По-іншому описані величини критичних навантажень від дії від'ємного навантаження виду S^{o-}, по відношенню до S^{cr+}. При значеннях кута $0^0 \leq \psi_i \leq 45^0$ від'ємні значення величин критичних навантажень перевищують в максимумі майже на 108% такі ж, отримані від дії додатного навантаження S^{o+}. Подальше збільшення кута ψ_i призводить до того, що величини від'ємних критичних навантажень набирають менших значень ніж отримані від додатного навантаження. В цьому випадку максимальне відхилення складає орієнтовно 25%.

Проведені чисельні розрахунки з встановлення величин критичних навантажень кручення вказують на те, що їх величини залежать також від напряму його дії. Пояснення розподілу величин критичних навантажень кручення для анізотропних оболонок різних кривин дає аналіз їх докритичного напружено-деформованого стану.

1.Вайнберг М.М., Треногин В.А. Теория ветвления решений нелинейных уравнений. – М.: Наука, 1969. – 527 с.

2.Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.

3.Андреев Л.В., Ободан Н.И., Лебедев А.Г. Устойчивость оболочек при неосесимметричной деформации. – М.: Наука, 1988. – 208 с.

4.Гуляев В.И., Баженов В.А., Гоцуляк Е.А. Устойчивость нелинейных механических систем. – Львов: Вища шк., 1982. – 255 с.

5.Болотин В.Л. Нелинейная теория упругости и устойчивости в «большом» // Расчеты на прочность. – 1958. – Вып.3. – С.310-354.

6.Григоренко Я.М., Крюков Н.Н. Численное решение задач статики гибких слоистых оболочек с переменными параметрами. – К.: Наук. думка, 1988. – 264 с.

7.Семенюк М.П., Трач В.М., Жукова Н.Б. Про особливості розрахунку на стійкість анізотропних циліндричних оболонок при крученні // Доп. НАН України. Сер. А. – 2005. – №9. – С.47-54.

8.Семенюк М.П., Трач В.М., Душек Ю.Я. Устойчивость цилиндрических оболочек из композитов при кручении // Прикладная механика. – 2005. – 41, №6. – С.100-107.

9.Трач В.М. Об устойчивости оболочек вращения из композитных материалов // Прикладная механика. – 2008. – 44, № 3. – С.109-124.

10.Трач В.М. До питання розрахунку докритичного напружено-деформованого стану анізотропних оболонок обертання // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып.79. Сер.: Технические науки и архитектура. – К.: Техніка, 2007. – С.52-59.

Отримано 12.11.2009