МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

А.І. Колосов, А.В. Якунін, Ю.В. Ситникова

ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ. ЧАСТИНА П'ЯТА:

ТЕОРІЯ ПОЛЯ. ПОВЕРХНЕВІ ІНТЕГРАЛИ

Харків – ХНАМГ – 2009

УДК 516+517

Колосов А.І., Якунін А.В., Ситникова Ю.В.

Збірник тестових завдань з вищої математики. Частина п'ята: Теорія поля. Поверхневі інтеграли: Дидактичні матеріали до самостійної роботи з дисципліни "Вища математика" для студентів 2 курсу денної та заочної форм навчання за напрямом підготовки 6.050701 "Електротехніка та електротехнології", спеціальностей "Електротехнічні системи електроспоживання" і "Світлотехніка і джерела світла". – Х.: ХНАМГ, 2009. – 81 с.

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. М.Й. Кадець

Рекомендовано кафедрою вищої математики,
протокол № 3 від 24.10.2009 р.

Передмова

У цьому навчальному посібнику подано тестові завдання з основних тем розділів “Теорія поля” і “Поверхневі інтеграли”, вивчення яких передбачено діючими програмами з вищої математики за напрямом підготовки “Електротехніка та електротехнології”. Тести призначені для оперативної перевірки поточної успішності, а також можуть використовуватися для організації модульного контролю.

Тестові завдання мають закриту форму з вибором однієї правильної відповіді з декількох запропонованих. Кожне завдання позначено символом Q з порядковим номером, а далі наведено варіанти відповідей, позначені символом V з порядковим номером.

1. Скалярне поле. Лінії та поверхні рівня. Похідна за напрямом і градієнт

Q1.1. Що таке поверхня рівня просторового скалярного поля $u = f(x, y, z)$?

V1. Поверхнею рівня просторового скалярного поля $u = f(x, y, z)$ називається множина всіх точок простору $M(x, y, z)$, які задовольняють нерівності $f(x, y, z) > 0$.

V2. Поверхнею рівня просторового скалярного поля $u = f(x, y, z)$ називається множина всіх точок простору $M(x, y, z)$, які задовольняють рівняння $f(x, y, z) = C$, де C – довільна стала.

V3. Поверхнею рівня просторового скалярного поля $u = f(x, y, z)$ називається множина всіх точок простору $M(x, y, z)$, які задовольняють рівняння $f(x, y, z) = z + C$, де C – довільна стала.

V4. Поверхнею рівня просторового скалярного поля $u = f(x, y, z)$ називається множина всіх точок простору $M(x, y, z)$, які задовольняють нерівності $f(x, y, z) < 0$.

Q1.2. Що називається лінією рівня плоского скалярного поля $z = f(x, y)$?

V1. Лінією рівня плоского скалярного поля $z = f(x, y)$ називається множина всіх точок $M(x, y)$ координатної площини Oxy, які задовольняють нерівності $f(x, y) > 0$.

V2. Лінією рівня плоского скалярного поля $z = f(x, y)$ називається множина всіх точок $M(x, y)$ координатної площини Oxy, які задовольняють нерівності $f(x, y) < 0$.

V3. Лінією рівня плоского скалярного поля $z = f(x, y)$ називається множина всіх точок $M(x, y)$ координатної площини Oxy, які задовольняють рівняння $f(x, y) = C$, де C – довільна стала.

V4. Лінією рівня плоского скалярного поля $z = f(x, y)$ називається множина всіх точок $M(x, y)$ координатної площини Oxy, які задовольняють рівняння $f(x, y) = y + C$, де C – довільна стала.

Q1.3. Чому дорівнює похідна просторового скалярного поля $u = f(x, y, z)$ в точці M_0 за напрямом вектора $\vec{s}$, напрямні косинуси якого $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$?

V1. $\dfrac{\partial f(M_0)}{\partial s} = f_x'(M_0)\cos\alpha + f_y'(M_0)\cos\beta + f_z'(M_0)\cos\gamma$.

V2. $\dfrac{\partial f(M_0)}{\partial s} = \left| f_x'(M_0)\cos\alpha \right| + \left| f_y'(M_0)\cos\beta \right| + \left| f_z'(M_0)\cos\gamma \right|$.

V3. $\dfrac{\partial f(M_0)}{\partial s} = f_x'(M_0)\cos^2\alpha + f_y'(M_0)\cos^2\beta + f_z'(M_0)\cos^2\gamma$.

V4. $\dfrac{\partial f(M_0)}{\partial s} = f_x'(M_0)\cdot f_y'(M_0)\cdot f_z'(M_0)\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos\gamma$.

Q1.4. Градієнтом $grad\, f(M_0)$ просторового скалярного поля $u = f(x, y, z)$ в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ називається

V1. вектор $grad\, f(M_0) = f_{xx}''(M_0)\vec{i} + f_{yy}''(M_0)\vec{j} + f_{zz}''(M_0)\vec{k}$.

V2. вектор $grad\, f(M_0) = f'_x(M_0)\vec{i} + f'_y(M_0)\vec{j} + f'_z(M_0)\vec{k}$.

V3. величина $grad\, f(M_0) = f'_x(M_0) + f'_y(M_0) + f'_z(M_0)$.

V4. величина $grad\, f(M_0) = f'_x(M_0) \cdot f'_y(M_0) \cdot f'_z(M_0)$.

Q1.5. Який геометричний зміст градієнта $grad\, f(M_0)$ просторового скалярного поля $u = f(x, y, z)$?

V1. Вектор $grad\, f(M_0)$ в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярний до поверхні рівня, що проходить через цю точку.

V2. Вектор $grad\, f(M_0)$ розташований під гострим кутом до вектора нормалі в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до поверхні рівня, що проходить через цю точку.

V3. Вектор $grad\, f(M_0)$ утворює тупий кут з вектором нормалі в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до поверхні рівня, що проходить через цю точку.

V4. Вектор $grad\, f(M_0)$ перпендикулярний до вектора нормалі в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до поверхні рівня, що проходить через цю точку.

Q1.6. Якщо $u = x^3y^2 - 3z^4$, $\vec{s}(2;-1;-2)$ і $M_0(1;3;-1)$, то похідна за напрямом $\dfrac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. -2.   V2. 4.   V3. 8.   V4. 10.

Q1.7. Якщо $u = \dfrac{3z^3}{x - y^2}$, $\vec{s}(1;-2;-2)$ і $M_0(3;-1;2)$, то похідна за напрямом $\dfrac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. -2.   V2. 10.   V3. -6.   V4. -1.

Q1.8. Якщо $u = 3e^{xy^2 - 2z^3}$, $\vec{s}(1;-2;2)$ і $M_0(2;-1;1)$, то похідна за напрямом $\frac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. -2. V2. 4. V3. -7. V4. -3.

Q1.9. Якщо $u=\sin(3xy-z^2)$, $\vec{s}(1;2;-2)$ і $M_0(3;1;-3)$, то похідна за напрямом $\frac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. 3. V2. -4. V3. -1. V4. 6.

Q1.10. Якщо $u=z^3\,arctg\,(x+y^2)$, $\vec{s}(-2;1;2)$ і $M_0(-1;1;1)$, то похідна за напрямом $\frac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. 0. V2. 2. V3. -1. V4. -6.

Q1.11. Якщо $u=\ln(xy^2-z)$ і $M_0(1;-2;3)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$. V2. $4\vec{i}-4\vec{j}-\vec{k}$. V3. $3\vec{i}-2\vec{j}$. V4. $2\vec{i}-4\vec{j}-\vec{k}$.

Q1.12. Якщо $u=xy\sin(y+z^2)$ і $M_0(2;-1;1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $3\vec{i}+5\vec{j}$. V2. $5\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}$. V3. $3\vec{i}-2\vec{k}$. V4. $-2\vec{j}-4\vec{k}$.

Q1.13. Якщо $u=z^3\,tg\frac{x}{y}$ і $M_0(\pi;4;-2)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{i}+4\pi\vec{j}$. V2. $4\vec{i}-2\pi\vec{j}$. V3. $-4\vec{i}+\pi\vec{j}+12\vec{k}$. V4. $4\vec{i}-3\pi\vec{j}+\vec{k}$.

Q1.14. Якщо $u=z\sin\frac{x}{y^2}$ і $M_0(\pi;1;-1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{i}+4\pi\vec{j}$. V2. $\vec{i}-2\pi\vec{j}$. V3. $4\vec{i}-\pi\vec{j}+12\vec{k}$. V4. $6\vec{i}+2\pi\vec{j}$.

Q1.15. Якщо $u=z^2\ln(xy^2+2z)$ і $M_0(3;1;-1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{j}-3\vec{k}$. V2. $\vec{i}+4\vec{j}-\vec{k}$. V3. $\vec{i}-\vec{j}+4\vec{k}$. V4. $\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}$.

Q1.16. Якщо $u=\dfrac{x^2}{3y+z^3}$ і $M_0(2;1;-1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{i}-3\vec{j}-3\vec{k}$. V2. $\vec{i}-6\vec{j}+2\vec{k}$. V3. $4\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$. V4. $-2\vec{j}-4\vec{k}$.

Q1.17. Якщо $u=xz^4+x^2yz$ і $M_0(1;3;-1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $-5\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$. V2. $\vec{i}-3\vec{j}+7\vec{k}$. V3. $4\vec{i}+3\vec{k}$. V4. $2\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$.

Q1.18. Якщо $u=z^4 tg\dfrac{x}{y^2}$ і $M_0(\pi;2;-2)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $\vec{i}+2\pi\vec{j}+16\vec{k}$. V2. $8\vec{i}-8\pi\vec{j}-32\vec{k}$. V3. $5\vec{i}+24\vec{k}$. V4. $3\vec{i}+5\pi\vec{j}$.

Q1.19. Якщо $u=xe^{xy-z^3}$ і $M_0(-1;-1;1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}$. V2. $7\vec{i}+2\vec{j}$. V3. $4\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$. V4. $3\vec{i}-4\vec{k}$.

Q1.20. Якщо $u=x\arcsin(x+yz)$ і $M_0(1;-1;1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $\vec{i}-3\vec{j}+7\vec{k}$. V2. $4\vec{i}-2\vec{j}$. V3. $\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$. V4. $2\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$.

Q1.21. Якщо $u=14\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ і $M_0(1,-2,3)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$. V2. $3\vec{i}-4\vec{j}+\vec{k}$.

V3. $6\vec{i}+8\vec{j}+17\vec{k}$. V4. $-8\vec{i}-5\vec{j}+2\vec{k}$.

Q1.22. Якщо $u=3z\arccos(x-y)$ і $M_0(1,1/2,1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $-\sqrt{2}\,\vec{i}+2\vec{j}-\pi\sqrt{2}\,\vec{k}$. V2. $4\vec{i}+2\vec{j}-\pi\vec{k}$.

V3. $-\vec{i}+7\vec{j}+3\pi\vec{k}$. V4. $-2\vec{i}+2\vec{j}+\pi\vec{k}$.

Q1.23. Якщо $u=7xz\big/\sqrt{x-2y}$ і $M_0(4,1,2)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $14\sqrt{2}\vec{j}+14\sqrt{2}\vec{k}$. V2. $-2\sqrt{2}\vec{i}+2\sqrt{2}\vec{j}+\sqrt{2}\vec{k}$.

V3. $-21\sqrt{2}\vec{i}+21\sqrt{2}\vec{j}+14\sqrt{2}\vec{k}$. V4. $14\sqrt{2}\vec{i}-14\sqrt{2}\vec{k}$.

Q1.24. Якщо $u=9/(x+z-3y)$ і $M_0(1,0,2)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $(3/2)\vec{i}+4\vec{j}-9\vec{k}$. V2. $6\vec{i}+2\vec{j}-7\vec{k}$

V3. $-\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$. V4. $-2\vec{i}+6\vec{j}-2\vec{k}$.

Q1.25. Якщо $u=x^y\sqrt{z}$ і $M_0(1,2,4)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $(3/2)\vec{i}+4\vec{j}-(7/2)\vec{k}$. V2. $4\vec{i}+(1/4)\vec{k}$.

V3. $(3/4)\vec{i}+(1/4)\vec{j}+(1/2)\vec{k}$. V4. $-(1/4)\vec{j}-(1/4)\vec{k}$.

Q1.26. Якщо $u=z\cdot e^{-xy}$ і $M_0(0,-1,1)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $\vec{i}+\vec{j}$. V2. $\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$. V3. $-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. V4. $\vec{i}+\vec{k}$.

Q1.27. Якщо $u=(4/z)\sin(x-y)$ і $M_0\left(\pi/2,\pi/3,\sqrt{2}\right)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $-\sqrt{3}\vec{i}-\sqrt{3}\vec{j}+2\vec{k}$. V2. $2\vec{i}+2\vec{j}$.

V3. $4\vec{i}+2\vec{j}-\sqrt{2}\vec{k}$. V4. $2\sqrt{6}\vec{i}-2\sqrt{6}\vec{j}-\vec{k}$.

Q1.28. Якщо $u=4\ln(x-y^2)+4\sqrt{x^2-z^2}$ і $M_0(5,-1,3)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $(3/4)\vec{i}+(1/4)\vec{j}+(1/2)\vec{k}$. V2. $6\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$.

V3. $-12\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$. V4. $(2/3)\vec{i}-\vec{j}+(1/6)\vec{k}$.

Q1.29. Якщо $u=xy^2+zy+xz^2$ і $M_0(2,1,-1)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{i}+3\vec{j}-3\vec{k}$. V2. $3\vec{i}-2\vec{j}$. V3. $-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. V4. $\vec{i}-5\vec{j}-8\vec{k}$.

Q1.30. Якщо $u=y^2/(xz)$ і $M_0(-1,2,-1)$, то $grad u\,(M_0)$

дорівнює

V1. $2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$. V2. $4\vec{i}+4\vec{j}+4\vec{k}$.

V3. $\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. V4. $-2\vec{i}-2\vec{j}-2\vec{k}$.

Q1.31. Якщо $u=e^z-xzy+xy^2$ і $M_0(1,-1,0)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $3\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$. V2. $\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$.

V3. $4\vec{i}-4\vec{j}+4\vec{k}$. V4. $\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$.

Q1.32. Якщо $u=3\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ і $M_0(1,-1,1)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $3\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$. V2. $\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$.

V3. $\vec{i}-2\vec{j}-6\vec{k}$. V4. $4\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$.

Q1.33. Якщо $u=-8z/\sqrt{x^2+y^2}$ і $M_0(2,0,3)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$. V2. $(3/4)\vec{i}+\vec{j}-(1/2)\vec{k}$.

V3. $-6\vec{i}-\vec{k}$. V4. $(3/2)\vec{i}-(1/8)\vec{j}+(1/2)\vec{k}$.

Q1.34. Якщо $u=z^2y+xy^2$ і $M_0(1,-1,1)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$. V2. $\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$. V3. $\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$. V4. $\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$.

Q1.35. Якщо $u=4\sqrt{x+y-z}$ і $M_0(2,3,1)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$. V2. $4\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$. V3. $\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$. V4. $-6\vec{i}+3\vec{k}$.

Q1.36. Якщо $u=12\sqrt{z}\cdot\ln\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$ і $M_0(4,1,4)$, то $grad\ u(M_0)$ дорівнює

V1. $4\vec{i}-3\vec{j}+7\vec{k}$. V2. $-3\vec{i}-2\vec{k}$. V3. $2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$. V4. $4\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$.

Q1.37. Якщо $u = 5arctg\,(xy^2 - z)$ і $M_0(2,1,0)$, то $grad\; u(M_0)$ дорівнює

V1. $5\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$. V2. $\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$. V3. $10\vec{j} - 6\vec{k}$. V4. $-3\vec{i} - 4\vec{k}$.

Q1.38. Якщо $u = ze^x - yx^2$ і $M_0(0,1,2)$, то $grad\; u(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{i} + \vec{k}$. V2. $\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. V3. $-\vec{j} + 2\vec{k}$. V4. $\vec{i} - 2\vec{k}$.

Q1.39. Якщо $u = (x^2 + y^2)/z$ і $M_0(2,-1,1)$, то $grad\; u(M_0)$ дорівнює

V1. $4\vec{i} - \vec{j} - 5\vec{k}$. V2. $\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$. V3. $2\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$. V4. $4\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$.

Q1.40. Якщо $u = x/\sqrt{yz}$ і $M_0(-2,1,1)$, то $grad\; u(M_0)$ дорівнює

V1. $-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. V2. $2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$. V3. $\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. V4. $\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$.

2. Векторне поле. Векторні лінії. Дивергенція. Ротор

Q2.1. Що таке векторна (силова) лінія векторного поля?

V1. Векторною (силовою) лінією поля $\vec{F} = \vec{F}(M)$ називається крива $\vec{r} = \vec{r}(t)$, нормаль до якої в кожній її точці співпадає з вектором $\vec{F} = \vec{F}(M)$, що визначає поле в цій точці.

V2. Векторною (силовою) лінією поля $\vec{F} = \vec{F}(M)$ називається крива $\vec{r} = \vec{r}(t)$, дотична до якої в кожній її точці співпадає з вектором $\vec{F} = \vec{F}(M)$, що визначає поле в цій точці.

V3. Векторною (силовою) лінією поля $\vec{F} = \vec{F}(M)$ називається крива $\vec{r} = \vec{r}(t)$, у кожній точці якої вектор $\vec{F} = \vec{F}(M)$ має сталий напрям.

V4. Векторною (силовою) лінією поля $\vec{F} = \vec{F}(M)$ називається крива $\vec{r} = \vec{r}(t)$, у кожній точці якої вектор $\vec{F} = \vec{F}(M)$ має одне й те ж значення.

Q2.2. Що таке векторна трубка векторного поля?

V1. Якщо L – довільний замкнений контур, то векторні лінії, що проходять через точки цього контуру, утворюють векторну поверхню, що називається векторною трубкою.

V2. Якщо L – деякий замкнений контур, всі ділянки якого збігаються з відповідними векторними лініями, то векторні лінії, що проходять через точки цього контуру, утворюють векторну поверхню, що називається векторною трубкою.

V3. Якщо L – довільний (не обов'язково замкнений) контур, що в кожній точці перпендикулярний до відповідної векторної лінії, то векторні лінії, що проходять через точки цього контуру, утворюють векторну поверхню, що називається векторною трубкою.

V4. Якщо L – деякий замкнений контур, що не збігається з векторною лінією, то векторні лінії, що проходять через точки цього контуру, утворюють векторну поверхню, що називається векторною трубкою.

Q2.3. Який вигляд мають диференціальні рівняння векторних ліній векторного поля $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$?

V1. $\dfrac{dx}{Q+R} = \dfrac{dy}{P+R} = \dfrac{dz}{P+Q}$. V2. $\dfrac{dx}{QR} = \dfrac{dy}{PR} = \dfrac{dz}{PQ}$.

V3. $\dfrac{dx}{R} = \dfrac{dy}{P} = \dfrac{dz}{Q}$. V4. $\dfrac{dx}{P} = \dfrac{dy}{Q} = \dfrac{dz}{R}$.

Q2.4. За якою формулою обчислюється дивергенція векторного поля $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ у прямокутній системі координат $Oxyz$?

V1. $div\vec{F} = \partial P/\partial x + \partial Q/\partial y + \partial R/\partial z$.

V2. $div\vec{F} = (\partial P/\partial x)\cdot(\partial Q/\partial y)\cdot(\partial R/\partial z)$.

V3. $div\vec{F} = \partial Q/\partial x + \partial R/\partial y + \partial P/\partial z$.

V4. $div\vec{F} = \left(\dfrac{\partial R}{\partial y} - \dfrac{\partial Q}{\partial z}\right)\vec{i} - \left(\dfrac{\partial R}{\partial x} - \dfrac{\partial P}{\partial z}\right)\vec{j} + \left(\dfrac{\partial Q}{\partial x} - \dfrac{\partial P}{\partial y}\right)\vec{k}$.

Q2.5. За якою формулою обчислюється ротор векторного поля

$\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ у прямокутній системі координат $Oxyz$?

V1. $rot\,\vec{F} = \frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial Q}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial R}{\partial z}\vec{k}$.

V2. $rot\,\vec{F} = \left(\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial z}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y}\right)\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F} = \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right)\vec{i} - \left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)\vec{k}$.

V4. $rot\,\vec{F} = \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial R}{\partial z}\right)\vec{i} - \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial R}{\partial z}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial y}\right)\vec{k}$.

Q2.6. Яке векторне поле $\vec{F}$ називається соленоїдальним (трубчатим)?

V1. Векторне поле $\vec{F}$ називається соленоїдальним (трубчатим), якщо в деяких його точках дивергенція дорівнює нулю: $div\vec{F} = 0$.

V22. Векторне поле $\vec{F}$ називається соленоїдальним (трубчатим), якщо в кожній точці його дивергенція відмінна від нуля: $div\vec{F} \neq 0$.

V3. Векторне поле $\vec{F}$ називається соленоїдальним (трубчатим), якщо в кожній точці його дивергенція дорівнює нулю: $div\vec{F} = 0$.

V4. Векторне поле $\vec{F}$ називається соленоїдальним (трубчатим), якщо в кожній точці його дивергенція стала: $div\vec{F} = C = const$.

Q2.7. Яке векторне поле $\vec{F}$ називається безвихровим?

V1. Векторне поле $\vec{F}$ називається безвихровим, якщо в кожній точці його ротор дорівнює нулю: $rot\,\vec{F} = \vec{0}$.

V2. Векторне поле $\vec{F}$ називається безвихровим, якщо в деяких його точках ротор дорівнює нулю: $rot\,\vec{F} = \vec{0}$.

V3. Векторне поле $\vec{F}$ називається безвихровим, якщо в кожній точці його ротор відмінний від нуля: $rot\,\vec{F} \neq \vec{0}$.

V4. Векторне поле $\vec{F}$ називається безвихровим, якщо в кожній точці його ротор сталий: $rot\,\vec{F} = \vec{C} = \overrightarrow{const}$.

Q2.8. Яке векторне поле $\vec{F}$ називається гармонічним?

V1. Векторне поле $\vec{F}$ називається гармонічним, якщо воно одночасно соленоїдальне і вихрове.

V2. Векторне поле $\vec{F}$ називається гармонічним, якщо воно одночасно безвихрове і не соленоїдальне.

V3. Векторне поле $\vec{F}$ називається гармонічним, якщо воно одночасно соленоїдальне і безвихрове.

V4. Векторне поле $\vec{F}$ називається гармонічним, якщо воно одночасно не соленоїдальне і вихрове.

Q2.9. Нехай L – замкнений контур, який охоплює поверхню, що проходить через свою внутрішню точку M_0 перпендикулярно до вектора $\vec{n}$, а σ – площа цієї поверхні. Що таке завихреність $W_{\vec{n}}\left(\vec{F}\right)$ векторного поля $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ в точці M_0 навколо напряму $\vec{n}$ і чому вона дорівнює?

V1. $W_{\vec{n}}\left(\vec{F}\right) = \lim\limits_{\sigma \to 0} \dfrac{\oint_L Pdx + Qdy + Rdz}{\sigma} = \left| rot\,\vec{F}(M_0) \right|$.

V2. $W_{\vec{n}}\left(\vec{F}\right) = \lim\limits_{\sigma \to 0} \dfrac{\oint_L Pdx + Qdy + Rdz}{\sigma} = np_{\vec{n}}\, rot\,\vec{F}(M_0)$.

V3. $W_{\vec{n}}\left(\vec{F}\right) = \lim\limits_{\sigma \to 0} \dfrac{\oint_L Pdx + Qdy + Rdz}{\sigma} = \vec{F}(M_0) \cdot \vec{n}$.

V4. $W_{\vec{n}}\left(\vec{F}\right) = \lim\limits_{\sigma \to 0} \dfrac{\oint_L Pdx + Qdy + Rdz}{\sigma} = rot\,\vec{F}(M_0) \cdot \vec{n}$.

Q2.10. Що називається циркуляцією $Z_{\Gamma}\left(\vec{F}\right)$ векторного поля $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ вздовж замкненого контуру L?

V1. $Z_{\Gamma}\left(\vec{F}\right)=\oint_L rot\vec{F}\,d\vec{l}\ =\oint_L QRdx+PRdy+PQdz$.

V2. $Z_{\Gamma}\left(\vec{F}\right)=\oint_L div\vec{F}\,d\vec{l}\ ==\oint\limits_L \frac{\partial P}{\partial x}dx+\frac{\partial Q}{\partial y}dy+\frac{\partial R}{\partial z}dz$.

V3. $Z_{\Gamma}\left(\vec{F}\right)=\oint\limits_L\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)dx+\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)dy+\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dz$.

V4. $Z_{\Gamma}\left(\vec{F}\right)=\oint_L \vec{F}\,d\vec{l}\ =\oint_L Pdx+Qdy+Rdz$.

Q2.11. Який зв’язок існує між потенціальним векторним полем $\vec{F}$ і його потенціалом $u=u(x,y,z)$?

V1. $\vec{F}=rot\,u$.   V2. $\vec{F}=div\,u$.   V3. $\vec{F}=grad\,u$.

V4. Зв’язок між $\vec{F}$ і $u=u(x,y,z)$ не існує.

Q2.12. Чому дорівнює циркуляція $Z_L\left(\vec{F}\right)$ векторного поля $\vec{F}$ вздовж замкненого контуру L, який охоплює поверхню S, що в кожній своїй точці M перпендикулярна до відповідного вихору $rot\,\vec{F}(M)$?

V1. $Z_L\left(\vec{F}\right)=0$.   V2. $Z_L\left(\vec{F}\right)=div\,\vec{F}$.

V3. $Z_L\left(\vec{F}\right)=\left|rot\,\vec{F}\right|$. V4. $Z_L\left(\vec{F}\right)=|\,grad\,u\,|$, де u – потенціал.

Q2.13. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1=\left(2x^2+y^3z^3\right)\vec{i}+\left(x^3z^3-3y\right)\vec{j}+\left(z+y^3x^3\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_2=\left(2x+yz\right)\vec{i}+\left(xz-3y\right)\vec{j}+\left(x^3y^3+z^2\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_3=\left(2x+yz\right)\vec{i}+\left(xz-3y\right)\vec{j}+\left(xy+z\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_4=\left(2x+yz\right)\vec{i}+\left(xz-3y^2\right)\vec{j}+\left(xy+z\right)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_3=\left(2x+yz\right)\vec{i}+\left(xz-3y\right)\vec{j}+\left(xy+z\right)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_3=0$.

V2. Поле $\vec{F}_2 = (2x + yz)\vec{i} + (xz - 3y)\vec{j} + (x^3y^3 + z^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_2 = 2 - 3 + 2z \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_1 = (2x^2 + y^3z^3)\vec{i} + (x^3z^3 - 3y)\vec{j} + (z + y^3x^3)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_1 = 4x - 3 + 1 \neq 0$.

V4. Жодне з полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ не є соленоїдальним.

Q2.14. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (x - 5y^2z)\vec{i} + (2y - 5x^2z)\vec{j} + (5xy^2 - 3z)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (x^2 - 5y^2z)\vec{i} + (2y - 5x^2z)\vec{j} + (5xy^2 - 3z)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (x - 5y^2z)\vec{i} + (2y^2 - 5x^2z)\vec{j} + (5xy^2 - 3z)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = (x - 5y^2z)\vec{i} + (2y - 5x^2z)\vec{j} + (5xy^2 - 3z^2)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_4 = (x - 5y^2z)\vec{i} + (2y - 5x^2z)\vec{j} + (5xy^2 - 3z^2)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_4 = 1 + 2 - 6z \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_2 = (x^2 - 5y^2z)\vec{i} + (2y - 5x^2z)\vec{j} + (5xy^2 - 3z)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_2 = 2x + 2 - 3 \neq 0$.

V3. Жодне з полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ не є соленоїдальним.

V4. Поле $\vec{F}_1 = (x - 5y^2z)\vec{i} + (2y - 5x^2z)\vec{j} + (5xy^2 - 3z)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_1 = 1 + 2 - 3 = 0$.

Q2.15. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (4y/z - 3x^2)\vec{i} + (4x/z + 5y)\vec{j} + (4x/y - 2z)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (4y/z - 3x)\vec{i} + (4x/z + 5y)\vec{j} + (4x/y + 2z)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (4y/z - 3x)\vec{i} + (4z/x + 5y)\vec{j} + (4y/x - 2z)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = (4z/y + 3x)\vec{i} + (4x/z + 5y)\vec{j} + (4y/x + 2z)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_1 = (4y/z - 3x^2)\vec{i} + (4x/z + 5y)\vec{j} + (4x/y - 2z)\vec{k}$

є соленоідальним тому, що $div\,\vec{F}_1 = -6x + 5 - 2 \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_2 = (4y/z - 3x)\vec{i} + (4x/z + 5y)\vec{j} + (4x/y + 2z)\vec{k}$ є соленоідальним тому, що $div\,\vec{F}_2 = -3 + 5 + 2 \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_3 = (4y/z - 3x)\vec{i} + (4z/x + 5y)\vec{j} + (4y/x - 2z)\vec{k}$ є соленоідальним тому, що $div\,\vec{F}_3 = -3 + 5 - 2 = 0$.

V4. Поле $\vec{F}_4 = (4z/y + 3x)\vec{i} + (4x/z + 5y)\vec{j} + (4y/x + 2z)\vec{k}$ є соленоідальним тому, що $div\,\vec{F}_4 = 3 + 5 + 2 \neq 0$.

Q2.16. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = \left(3y^2/z^2 + 4x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 + 2y\right)\vec{j} + \left(3x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = \left(3y^2/z^2 + 4x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 - y\right)\vec{j} + \left(3x^2/y^2 - 3z\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = \left(3y^2/z^2 + x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 + y\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = \left(4y^2/z^2 + 2x\right)\vec{i} + \left(x^2/z^2 + 2y\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + z\right)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_2 = \left(3y^2/z^2 + 4x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 - y\right)\vec{j} + \left(3x^2/y^2 - 3z\right)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_2 = 4 - 1 - 3 = 0$.

V2. Поле $\vec{F}_1 = \left(3y^2/z^2 + 4x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 + 2y\right)\vec{j} + \left(3x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_1 = 4 + 2 + 3 = 9 \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_3 = \left(3y^2/z^2 + x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 + y\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_3 = 1 + 1 + 3 = 5 \neq 0$.

V4. Жодне з полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ не є соленоїдальним.

Q2.17. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = \left(2x + y^3z^3\right)\vec{i} + \left(x^3z^3 - 4y\right)\vec{j} + \left(2z + y^3x^3\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = \left(x + y^2\right)\vec{i} + (xz - y)\vec{j} + (2z + yx)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = \left(2x^2 + y^3z^3\right)\vec{i} + \left(x^3z^3 - 4y^2\right)\vec{j} + \left(2z + y^3x^3\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = \left(2x + y^2z^2\right)\vec{i} + \left(x^2z^2 - 4y\right)\vec{j} - \left(2z + y^2x^2\right)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_2 = \left(x + y^2\right)\vec{i} + (xz - y)\vec{j} + (2z + yx)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_2 = 1 - 1 + 2 \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_4 = \left(2x + y^2z^2\right)\vec{i} + \left(x^2z^2 - 4y\right)\vec{j} - \left(2z + y^2x^2\right)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_4 = 2 - 4 - 2 \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_3 = \left(2x^2 + y^3z^3\right)\vec{i} + \left(x^3z^3 - 4y^2\right)\vec{j} + \left(2z + y^3x^3\right)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_3 = 4x - 8y + 2 \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_1 = \left(2x + y^3z^3\right)\vec{i} + \left(x^3z^3 - 4y\right)\vec{j} + \left(2z + y^3x^3\right)\vec{k}$ є соленоїдальним тому, що $div\,\vec{F}_1 = 0$.

Q2.18. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = xy\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + xz^2y\vec{k}$, $\qquad \vec{F}_2 = x^2y\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + 2xzy\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = 4xy\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + xzy\vec{k}$, $\qquad \vec{F}_4 = x^2y\vec{i} + xy^2\vec{j} + 2xzy\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_1 = xy\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + xz^2y\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = y - 4yx + 2zxy \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_3 = 4xy\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + xzy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 4y - 3xy \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_2 = x^2y\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + 2xzy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_2 = 2xy - 4xy + 2xy = 0$.

V4. Поле $\vec{F}_4 = x^2y\vec{i} + xy^2\vec{j} + 2xzy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = 6yx \neq 0$.

Q2.19. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (yz - 2x)\vec{i} + (xz + 2y)\vec{j} + xy\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (xz - 2y)\vec{i} + (yz + 2x)\vec{j} + xy\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (xz - xy)\vec{i} + (yz + zx)\vec{j} + zxy\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = (x - 2y)\vec{i} + (y + 2x)\vec{j} + (x + z)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_2 = (xz - 2y)\vec{i} + (yz + 2x)\vec{j} + xy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_2 = 2z \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_1 = (yz - 2x)\vec{i} + (xz + 2y)\vec{j} + xy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = 0$.

V3. Поле $\vec{F}_3 = (xz - xy)\vec{i} + (yz + zx)\vec{j} + zxy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 2z - y + xy \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_4 = (x - 2y)\vec{i} + (y + 2x)\vec{j} + (x + z)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = 3 \neq 0$.

Q2.20. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (2x + yz)\vec{i} + (xz - 3y)\vec{j} + (xy + z^2)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (x^2 - 5yz)\vec{i} + (2y - 5xz)\vec{j} + (5xy - 3z)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (y + z)\vec{i} + (x + z)\vec{j} + (x + y)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = (y + xz)\vec{i} + (x + yz)\vec{j} + z(x + y)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_3 = (y + z)\vec{i} + (x + z)\vec{j} + (x + y)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 0$.

V2. Поле $\vec{F}_4 = (y + xz)\vec{i} + (x + yz)\vec{j} + z(x + y)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = x + y + 2z \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_2 = (x^2 - 5yz)\vec{i} + (2y - 5xz)\vec{j} + (5xy - 3z)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_2 = 2x - 1 \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_1 = (2x + yz)\vec{i} + (xz - 3y)\vec{j} + (xy + z^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = 2z - 1 \neq 0$.

Q2.21. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = x(y+z)\vec{i} + y(x+z)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = xzy\vec{i} + 2(x-y)\vec{j} + x^2\vec{k}$, $\vec{F}_3 = zy\vec{i} + 2(x-y)z\vec{j} + z^2\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = (y+xz)\vec{i} - (x+yz)\vec{j} + z(x+y)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_1 = x(y+z)\vec{i} + y(x+z)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = 1+1 \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_2 = xzy\vec{i} + 2(x-y)\vec{j} + x^2\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_2 = zy - 2 \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_4 = (y+xz)\vec{i} - (x+yz)\vec{j} + z(x+y)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = 1 \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_3 = zy\vec{i} + 2(x-y)z\vec{j} + z^2\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 0$.

Q2.22. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (2x + yz^3)\vec{i} + (xz^3 - y^2)\vec{j} + (z + yx^3)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (y+x)\vec{i} - 2(y+z)\vec{j} + (z-x)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (2x+yz)\vec{i} + (xz+3y)\vec{j} + (z+yx)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = 3(x^2+z^2)\vec{i} - 3xy\vec{j} - (y^2+z^2)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_1 = (2x + yz^3)\vec{i} + (xz^3 - y^2)\vec{j} + (z + yx^3)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = 3 - 2y \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_2 = (y+x)\vec{i} - 2(y+z)\vec{j} + (z-x)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_2 = 0$.

V3. Поле $\vec{F}_4 = 3(x^2+z^2)\vec{i} - 3xy\vec{j} - (y^2+z^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = 3x - 2z \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_3 = (2x + yz)\vec{i} + (xz + 3y)\vec{j} + (z + yx)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 6 \neq 0$.

Q2.23. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = 3xy\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + 2xzy\vec{k}$, $\quad \vec{F}_2 = 3xy\vec{i} - 2xy^2\vec{j} - 2zy\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = 3y^2\vec{i} + 2xy^2\vec{j} - 2xz\vec{k}$, $\quad \vec{F}_4 = 3x^2y\vec{i} - 2xy^2\vec{j} - 2xzy\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_2 = 3xy\vec{i} - 2xy^2\vec{j} - 2zy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_2 = -3y \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_4 = 3x^2y\vec{i} - 2xy^2\vec{j} - 2xzy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = 0$.

V3. Поле $\vec{F}_3 = 3y^2\vec{i} + 2xy^2\vec{j} - 2xz\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 2x \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_1 = 3xy\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + 2xzy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = 3y - 2yx \neq 0$.

Q2.24. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (z - xy)\vec{i} + 2xz\vec{j} - zy\vec{k}$, $\quad \vec{F}_2 = (xz - y)\vec{i} - yz\vec{j} - z^2y\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (z - y)\vec{i} + 2xyz\vec{j} - z^2x\vec{k}$, $\quad \vec{F}_4 = (z - x)\vec{i} + 2yz\vec{j} - z^2\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_4 = (z - x)\vec{i} + 2yz\vec{j} - z^2\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = -1 \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_2 = (xz - y)\vec{i} - yz\vec{j} - z^2y\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_2 = -2zy \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_3 = (z - y)\vec{i} + 2xyz\vec{j} - z^2y\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 0$.

V4. Поле $\vec{F}_1 = (z - xy)\vec{i} + 2xz\vec{j} - zy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що

$div\vec{F}_1 = -2y \neq 0$.

Q2.25. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = \left(3x^2/z^2 - 2y\right)\vec{i} + \left(3y^2/z^2 - z\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = \left(3y^2/z^2 + 2x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 + y\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = \left(y^2/z^2 - 4x\right)\vec{i} + \left(x^2/z^2 - y\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = \left(3y^2/z^2 - 2x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 - y\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_1 = \left(3x^2/z^2 - 2y\right)\vec{i} + \left(3y^2/z^2 - z\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3\right)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_1 = \frac{6x}{z^2} + \frac{6y}{z^2} \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_4 = \left(3y^2/z^2 - 2x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 - y\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_4 = 0$.

V3. Поле $\vec{F}_2 = \left(3y^2/z^2 + 2x\right)\vec{i} + \left(3x^2/z^2 + y\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_2 = 6 \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_3 = \left(y^2/z^2 - 4x\right)\vec{i} + \left(x^2/z^2 - y\right)\vec{j} + \left(x^2/y^2 + 3z\right)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_3 = -2 \neq 0$.

Q2.26. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (4y - zy)\vec{i} - (2y - z)\vec{j} + z\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (4xy - y)\vec{i} - \left(2y^2 - z\right)\vec{j} - zy\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (4xy - y)\vec{i} - \left(2y^2 - z\right)\vec{j} - y\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = (4xz - y)\vec{i} - 2(2yz - x)\vec{j} + 4z\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_3 = (4xy - y)\vec{i} - \left(2y^2 - z\right)\vec{j} - y\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_3 = 0$.

V2. Поле $\vec{F}_2 = (4xy - y)\vec{i} - \left(2y^2 - z\right)\vec{j} - zy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_2 = -y \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_1 = (4y - zy)\vec{i} - (2y - z)\vec{j} + z\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = -1$.

V4. Поле $\vec{F}_4 = (4xz - y)\vec{i} - 2(2yz - x)\vec{j} + 4z\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = 4$.

Q2.27. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (x - z)\vec{i} - 3xy\vec{j} + (y + z)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (x^2 + y^2)\vec{i} + (y^2 - z^2)\vec{j} + (z^2 - x^2)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (x^2 - z^2)\vec{i} - 3xy\vec{j} + (y^2 + z^2)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = 3(x^2 + z^2)\vec{i} - 3xy\vec{j} - (y^2 + z^2)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_3 = (x^2 - z^2)\vec{i} - 3xy\vec{j} + (y^2 + z^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 2z - x \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_2 = (x^2 + y^2)\vec{i} + (y^2 - z^2)\vec{j} + (z^2 - x^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_2 = 2x + 2y + 2z \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_1 = (x - z)\vec{i} - 3xy\vec{j} + (y + z)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = 2 + 3y \neq 0$.

V4. Жодне з полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ не є соленоїдальним.

Q2.28. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (x + 2z)\vec{i} - (2y + zx)\vec{j} + (z - y^2)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (y + 2z)\vec{i} - (2y + zx)\vec{j} + (x - y^2)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (xy + 2z)\vec{i} - (2xy + zx)\vec{j} + (z - y^2)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = (xy^2 + 2)\vec{i} - (y^3 + zx)\vec{j} + (zy^2)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_4 = (xy^2 + 2)\vec{i} - (y^3 + zx)\vec{j} + (zy^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = -y^2 \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_3 = (xy + 2z)\vec{i} - (2xy + zx)\vec{j} + (z - y^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = y - 2x + 1$.

V3. Поле $\vec{F}_2 = (y + 2z)\vec{i} - (2y + zx)\vec{j} + (x - y^2)\vec{k}$ є соленоїдальним ,тому що $div\,\vec{F}_2 = -2$.

V4. Поле $\vec{F}_1 = (x + 2z)\vec{i} - (2y + zx)\vec{j} + (z - y^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = 0$.

Q2.29. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (y - 5)\vec{i} + (z^2 + 2zy)\vec{j} + (2 + 10yz)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (y - x)\vec{i} + (z^2 + xy) - \vec{j}(3 + xz)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (y - 5x^2)\vec{i} + (x/z + 2y)\vec{j} + (2 + 10xz)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = (2y/z - 5x)\vec{i} + (x/z + 2y)\vec{j} + (2x/y + 3z)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_3 = (y - 5x^2)\vec{i} + (x/z + 2y)\vec{j} + (2 + 10xz)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 2$.

V2. Поле $\vec{F}_4 = (2y/z - 5x)\vec{i} + (x/z + 2y)\vec{j} + (2x/y + 3z)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_4 = 0$.

V3. Поле $\vec{F}_1 = (y - 5)\vec{i} + (z^2 + 2zy)\vec{j} + (2 + 10yz)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = 2z + 10y \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_2 = (y - x)\vec{i} + (z^2 + xy) - \vec{j}(3 + xz)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_2 = -1$.

Q2.30. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = x^2\vec{i} - (z + xy)\vec{j} - x^2y\vec{k}$, $\vec{F}_2 = yx\vec{i} - (z + xy)\vec{j} - zx\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = x\vec{i} - (z + y)\vec{j} - x^2y\vec{k}$, $\vec{F}_4 = x^2\vec{i} - (z + 2xy)\vec{j} + zxy\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_1 = x^2\vec{i} - (z + xy)\vec{j} - x^2y\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що

$div\vec{F}_1 = 3x \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_2 = yx\vec{i} - (z + xy)\vec{j} - zx\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_2 = y - 2x \neq 0$.

V3. Поле $\vec{F}_4 = x^2\vec{i} - (z + 2xy)\vec{j} + zxy\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_4 = yx \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_3 = x\vec{i} - (z + y)\vec{j} - x^2 y\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_3 = 0$.

Q2.31. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = (xy + z^2)\vec{i} + (2yz - x^2)\vec{j} - (yz + z^2)y\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (xy + z^2)\vec{i} + (y^2 - z^2)\vec{j} - (yz + x^2)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = (x^2 y - z^2)\vec{i} - (xy^2 - z^2)\vec{j} + (y^2 z + x^2)\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = (y + z^2)\vec{i} + (2y - x^2)\vec{j} - (z + x^2)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_3 = (x^2 y - z^2)\vec{i} - (xy^2 - z^2)\vec{j} + (y^2 z + x^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_3 = y^2 \neq 0$.

V2. Поле $\vec{F}_1 = (xy + z^2)\vec{i} + (2yz - x^2)\vec{j} - (yz + z^2)y\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_1 = 0$.

V3. Поле $\vec{F}_2 = (xy + z^2)\vec{i} + (y^2 - z^2)\vec{j} - (yz + x^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_2 = 2y \neq 0$.

V4. Поле $\vec{F}_4 = (y + z^2)\vec{i} + (2y - x^2)\vec{j} - (z + x^2)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\vec{F}_4 = 1 \neq 0$.

Q2.32. Яке з вказаних векторних полів є соленоїдальним?

$\vec{F}_1 = zyx\vec{i} - y(z + y)\vec{j} + (x^2 + zy)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = y^2 x\vec{i} - y(z + y)\vec{j} - x^2 y\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = \left(x^2 y + z^3\right)\vec{i} + \left(2y^2 z - x^2\right)\vec{j} + \left(3yz - z^2\right)y\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = \left(2y / z + x^2\right)\vec{i} + \left(x / z - 2y^2\right)\vec{j} - \left(x / y - 3zy\right)\vec{k}$.

V1. Поле $\vec{F}_1 = zyx\vec{i} - y(z + y)\vec{j} + \left(x^2 + zy\right)\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_1 = 0$.

V2. Поле $\vec{F}_3 = \left(x^2 y + z^3\right)\vec{i} + \left(2y^2 z - x^2\right)\vec{j} + \left(3yz - z^2\right)y\vec{k}$ є соленоїдальним, тому що $div\,\vec{F}_3 = 0$.

V3. Жодне з полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ не є соленоїдальним.

V4. Кожне з полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ є соленоїдальним.

Q2.33. Перевірити, чи є векторне поле $\vec{F} = y\vec{i} + \left(x + 2y\right)\vec{j} + 3z^2\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\,\vec{F} = \vec{0}$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V2. Оскільки $rot\,\vec{F} = 3x\vec{i} + 2z\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\,\vec{F} = 2\vec{i} + 2y\vec{j} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\,\vec{F} = 4y\vec{j} + 6\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.34. Перевірити, чи є векторне поле $\vec{F} = 3x^2\vec{i} + 3y^2\vec{j} + 3z^2\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\,\vec{F} = 6y\vec{i} + 6z\vec{j} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\,\vec{F} = \vec{0}$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V3. Оскільки $rot\,\vec{F} = 6x\vec{j} + 6z\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\,\vec{F} = 6z\vec{j} + 6y\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.35. Перевірити, чи є векторне поле $\vec{F} = yz\vec{i} + xz\vec{j} + \left(xy + 3z^2\right)\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\,\vec{F} = 6z\vec{i} + y\vec{j} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\,\vec{F} = y\vec{j} + 6z\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\,\vec{F} = \vec{0}$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V4. Оскільки $rot\,\vec{F} = x\vec{i} + 2z\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.36. Перевірити, чи є векторне поле $\vec{F} = 2xz\vec{i} + z^2\vec{j} +$
$+(x^2 + 2yz)\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\,\vec{F} = 2y\vec{j} + 3\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\,\vec{F} = x^2\vec{i} + z^2\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\,\vec{F} = z^2\vec{i} + 3\vec{j} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\,\vec{F} = \vec{0}$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

Q2.37. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F} = 2xy\vec{i} + (3x^2 - 2y)\vec{j} + z\vec{k}$ потенціальним.

V1. $rot\,\vec{F} = 2y\vec{i} + 2z\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\,\vec{F} = x\vec{j} - 2y\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\,\vec{F} = 0$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V4. $rot\,\vec{F} = 6x\vec{k} - 2y\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.38. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F} = (yz - 2x)\vec{i} + (xz + zy)\vec{j} + xyz\vec{k}$ потенціальним.

V1. $rot\vec{F} = (zx - x - y)\vec{i} - (y + zy)\vec{j} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. $rot\vec{F} = zx\vec{i} - (y + zy)\vec{j} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. $rot\vec{F} = 0$, тому поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V4. $rot\vec{F} = (zx - y)\vec{i} - (x + zy)\vec{j} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.39. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F} = (8x - 5yz)\vec{i} + (8y - 5xz)\vec{j} + (8z - 5yx)\vec{k}$ потенціальним.

V1. $rot\vec{F} = 10x\vec{i} + 10y\vec{j} + 10x\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. $rot\vec{F} = 0$, тому поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V3. $rot\vec{F} = -5x\vec{i} - 5y\vec{j} - 5z\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. $rot\vec{F} = -5x\vec{i} + 5x\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.40. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F} = (12x - 3yz)\vec{i} + (10y - 3xz)\vec{j} + (10z - 3yx)\vec{k}$ потенціальним.

V1. $rot\vec{F} = 6x\vec{i} + 6y\vec{j} + 6z\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. $rot\vec{F} = 0$, тому поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V3. $rot\vec{F} = -6x\vec{i} - 6y\vec{j} - 6z\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. $rot\vec{F} = 3x\vec{i} - 3y\vec{j} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.41. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F} = (2x - yz)\vec{i} + (2y - xz)\vec{j} - yx\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F} = -2x\vec{i} - 2y\vec{j} - 2z\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\vec{F} = -2y\vec{j} - 2z\vec{k} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\vec{F} = 0$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V4. $rot\vec{F} = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.42. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F} = (9x + 5yz)\vec{i} + (9y + 5xz)\vec{j} + (9z + 5yx)\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F} = 10x\vec{i} \neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. $rot\vec{F} = -10y\vec{j} - 10z\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. $rot\vec{F} = -5x\vec{i} - 5y\vec{j} - 5z\vec{k} \neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F} = 0$, то поле $\vec{F}$ –потенціальне.

Q2.43. Перевірити, чи є векторне поле $\vec{F} = z^2\vec{i} + (y^2 - 2)\vec{j} + 2zx\vec{k}$

потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F}=4x\vec{j}\neq 0$ то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ –потенціальне.

V3. Оскільки $rot\vec{F}=2x\vec{i}+2z\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F}=y\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.44. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F}=xy(3x-4y)\vec{i}+\left(x^3-4yx^2\right)\vec{j}+3z^2\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F}=\left(3x^2-8xy\right)\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. $rot\vec{F}=6x\vec{i}-3xy\vec{j}+\vec{k}\neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F}=4y\vec{i}+x\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.45. Перевірити, чи є векторне поле $\vec{F}=3x^2\vec{i}+4(1-y)\vec{j}-z\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F}=-\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\vec{F}=-\vec{i}+4\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\vec{F}=4\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

Q2.46. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F}=(7x-2yz)\vec{i}+(7y-2xz)\vec{j}+(7z-2yx)\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F}=14\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. $rot\vec{F}=-4x\vec{i}-4y\vec{j}-4z\vec{k}\neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ –потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F}=\vec{i}+\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.47. Перевірити, чи є векторне поле $\vec{F}=x^2z\vec{i}+y^2\vec{j}+xz^2\vec{k}$

потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F}=2x\vec{i}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\vec{F}=(x^2-z^2)\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V4. $rot\vec{F}=-2xz\vec{i}+2xz\vec{k}\neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.48. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F}=(3x-yz)\vec{i}+(3y-xz)\vec{j}+(3z-yx)\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F}=3x\vec{i}+3y\vec{j}+3z\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ –потенціальне.

V3. Оскільки $rot\vec{F}=6x\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F}=-6z\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.49. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F}=(5x+4yz)\vec{i}+(5y+4xz)\vec{j}+(5z+4yx)\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V2. $rot\vec{F}=4x\vec{i}+4y\vec{j}+4z\vec{k}\neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. $rot\vec{F}=-5x\vec{i}-5y\vec{j}-5z\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F}=10x\vec{i}-10y\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.50. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F}=(x+y)\vec{i}+(z-y)\vec{j}+2(x+z)\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ –потенціальне.

V2. Оскільки $rot\vec{F}=2\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. Оскільки $rot\vec{F}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F}=-2\vec{i}-\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.51. Перевірити, чи є векторне поле

$\vec{F}=(y-x)\vec{i}+(z+x)\vec{j}+2(x^2-y^2)\vec{k}$ потенціальним.

V1. $rot\vec{F}=(1-2y)\vec{i}-2x\vec{j}\neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V2. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V3. Оскільки $rot\vec{F}=x\vec{i}-2y\vec{j}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F}=y\vec{i}+2x\vec{j}+\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.52. Перевірити, чи є векторне поле
$\vec{F}=(4x-3yz)\vec{i}+(4y-3xz)\vec{j}+(4z-3yx)\vec{k}$ потенціальним.

V1. Оскільки $rot\vec{F}=0$, то поле $\vec{F}$ – потенціальне.

V2. Оскільки $rot\vec{F}=4x\vec{i}+2y\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V3. $rot\vec{F}=-6x\vec{i}-6y\vec{j}-6z\vec{k}\neq 0$, тому поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

V4. Оскільки $rot\vec{F}=2\vec{k}\neq 0$, то поле $\vec{F}$ – не потенціальне.

Q2.53. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = yz^3\vec{i} + xz^3\vec{j} + xyz^2\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = y^2z^3\vec{i} + 2xyz^3\vec{j} + 3xy^2z^2\vec{k}$, $\vec{F}_3 = y^2z^2\vec{i} + xyz^2\vec{j} + xyz^2\vec{k}$

функція $u = xy^2z^3$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = yz^3\vec{i} + xz^3\vec{j} + xyz^2\vec{k}$, бо $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_3 = y^2z^2\vec{i} + xyz^2\vec{j} + xyz^2\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_4 = y^2z^3\vec{i} - 2xyz^3\vec{j} + 3xy^2z^2\vec{k}$, бо $\vec{F}_4 = grad\, u$.

V4. Для поля $\vec{F}_2 = y^2z^3\vec{i} + 2xyz^3\vec{j} + 3xy^2z^2\vec{k}$, бо $\vec{F}_2 = grad\, u$.

Q2.54. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = \frac{y^2}{xz^3}\vec{i} + \frac{1}{y^2z^3}\vec{j} - \frac{2x}{y^3z^3}\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = \frac{1}{y^2z^3}\vec{i} - \frac{3x}{y^2z^4}\vec{j} - \frac{2x}{y^3z^3}\vec{k}$, $\vec{F}_3 = \frac{1}{y^2z^3}\vec{i} - \frac{2x}{y^3z^3}\vec{j} - \frac{3x}{y^2z^4}\vec{k}$

функція $u = x/(y^2z^3)$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = \frac{y^2}{xz^3}\vec{i} + \frac{1}{y^2z^3}\vec{j} - \frac{2x}{y^3z^3}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_3 = \frac{1}{y^2z^3}\vec{i} - \frac{2x}{y^3z^3}\vec{j} - \frac{3x}{y^2z^4}\vec{k}$, бо $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_2 = \frac{1}{y^2z^3}\vec{i} - \frac{3x}{y^2z^4}\vec{j} - \frac{2x}{y^3z^3}\vec{k}$, бо $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V4. Для поля $\vec{F}_4 = \frac{1}{y^2z^3}\vec{i} + \frac{2x}{y^3z^3}\vec{j} + \frac{3x}{y^2z^4}\vec{k}$, бо $\vec{F}_4 = grad\, u$.

Q2.55. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = 3x^2\vec{i} + 6y\vec{j} + 12z^2\vec{k}$, $\vec{F}_2 = 6y\vec{i} + 3x^2\vec{j} + 12z^2\vec{k}$, $\vec{F}_3 = 12z^2\vec{i} + 3x^2\vec{j} + 6y\vec{k}$ функція $u = x^3 + 3y^2 + 4z^3$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = 3x^2\vec{i} + 6y\vec{j} + 12z^2\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_3 = 12z^2\vec{i} + 3x^2\vec{j} + 6y\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_2 = 6y\vec{i} + 3x^2\vec{j} + 12z^2\vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V4. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

Q2.56. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$, $\vec{F}_2 = xz\vec{i} + yz\vec{j} + xy\vec{k}$, $\vec{F}_3 = xy\vec{i} + xz\vec{j} + yz\vec{k}$ функція $u = xyz$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_3 = xy\vec{i} + xz\vec{j} + yz\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_2 = xz\vec{i} + yz\vec{j} + xy\vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_4 = xyz\vec{i} + \frac{xy}{z}\vec{j} + xy\vec{k}$, тому що $\vec{F}_4 = grad\, u$.

V4. Для поля $\vec{F}_1 = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

Q2.57. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = y^2z\vec{i} + 6yx\vec{j} + 9xy\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = (y + 2xy)\vec{i} + (xz + 3y)\vec{j} + xy\vec{k}$, $\vec{F}_3 = (2xy + +9y)\vec{i} +$
$+ (y^2 + 9x)\vec{j} + \vec{k}$ функція $u = x^2 y + 3xy^2 + 9xy$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = y^2 z\vec{i} + 6yx\vec{j} + 9xy\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_4 = (2xy + 3y^2 + 9y)\vec{i} + (x^2 + 6xy + 9x)\vec{j}$, тому що $\vec{F}_4 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_2 = (y + 2xy)\vec{i} + (xz + 3y)\vec{j} + xy\vec{k}$, бо $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V4. Для поля $\vec{F}_3 = (2xy + 9y)\vec{i} + (y^2 + 9x)\vec{j} + \vec{k}$, бо $\vec{F}_3 = grad\, u$.

Q2.58. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = 6x^2 y^2 z^4 \vec{i} + 4x^3 yz^4 \vec{j} +$
$+ 8x^3 z^3 y^2 \vec{k}$, $\vec{F}_2 = 3y^2 z^4 \vec{i} + 2x^3 yz^4 \vec{j} + 4z^3 y^2 \vec{k}$, $\vec{F}_3 = 2xy^2 z^4 \vec{i} -$
$- 3yz^4 \vec{j} + 4z^3 x^2 \vec{k}$ функція $u = 2x^3 y^2 z^4$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_3 = 2xy^2 z^4 \vec{i} - 3yz^4 \vec{j} + 4z^3 x^2 \vec{k}$, бо $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_2 = 3y^2 z^4 \vec{i} + 2x^3 yz^4 \vec{j} + 4z^3 y^2 \vec{k}$, бо $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_1 = 6x^2 y^2 z^4 \vec{i} + 4x^3 yz^4 \vec{j} + 8x^3 z^3 y^2 \vec{k}$, бо $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V4. Для поля $\vec{F}_4 = 4x^2 z^4 \vec{i} + 2x^3 yz^4 \vec{j} - 4z^3 xy^2 \vec{k}$, бо $\vec{F}_4 = grad\, u$.

Q2.59. Для якого з векторних полів
$\vec{F}_1 = (1/z)\cos(x - y)\vec{i} - (1/z)\cos(x - y)\vec{j} - (1/z^2)\sin(x - y)\vec{k}$,
$\vec{F}_2 = (1/z)\cos(x - y)\vec{i} + (1/z)\cos(x - y)\vec{j} + (1/z^2)\sin(x - y)\vec{k}$,
$\vec{F}_3 = (1/z^2)\cos(x - y)\vec{i} + (x/z)\cos(x - y)\vec{j} - (1/z^2)\sin(x - y)\vec{k}$
функція $u = (1/z)\sin(x - y)$ є потенціалом?

V1. Для векторного поля $\vec{F}_2 = (1/z)\cos(x - y)\vec{i} +$
$+ (1/z)\cos(x - y)\vec{j} + (1/z^2)\sin(x - y)\vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V2. Для векторного поля $\vec{F}_3 = \left(1/z^2\right)\cos(x-y)\vec{i} +$
$+\left(x/z\right)\cos(x-y)\vec{j} - \left(1/z^2\right)\sin(x-y)\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V3. Для векторного поля $\vec{F}_1 = (1/z)\cos(x-y)\vec{i} -$
$-(1/z)\cos(x-y)\vec{j} - \left(1/z^2\right)\sin(x-y)\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V4. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

Q2.60. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = \frac{xy}{\sqrt[3]{z}}\vec{i} + \frac{yz}{\sqrt[3]{x}}\vec{j} + \frac{zx}{\sqrt[3]{y}}\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = \frac{zy}{\sqrt[3]{xzy}}\vec{i} + \frac{xz}{\sqrt[3]{zyx}}\vec{j} + \frac{yx}{\sqrt[3]{xzy}}\vec{k}$, $\vec{F}_3 = \frac{3zy}{\sqrt{xzy}}\vec{i} + \frac{3zx}{\sqrt{xzy}}\vec{j} + \frac{3yx}{\sqrt{xzy}}\vec{k}$

функція $u = \sqrt[3]{xyz}$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = \frac{xy}{\sqrt[3]{z}}\vec{i} + \frac{yz}{\sqrt[3]{x}}\vec{j} + \frac{zx}{\sqrt[3]{y}}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

V3. Для поля $\vec{F}_3 = \frac{3zy}{\sqrt{xzy}}\vec{i} + \frac{3zx}{\sqrt{xzy}}\vec{j} + \frac{3yx}{\sqrt{xzy}}\vec{k}$, бо $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V4. Для поля $\vec{F}_2 = \frac{zy}{\sqrt[3]{xzy}}\vec{i} + \frac{xz}{\sqrt[3]{zyx}}\vec{j} + \frac{yx}{\sqrt[3]{xzy}}\vec{k}$, бо $\vec{F}_2 = grad\, u$.

Q2.61. Для якого з векторних полів
$\vec{F}_1 = \left(z^2/(x^2+y^2)\right)\vec{i} + \left(x^2/(z^2+y^2)\right)\vec{j} + \left(y^2/(x^2+z^2)\right)\vec{k}$,
$\vec{F}_2 = \left(x/(x^2+y^2+z^2)\right)\vec{i} + \left(y/(x^2+y^2+z^2)\right)\vec{j} + \left(z/(x^2+y^2+z^2)\right)\vec{k}$,
$\vec{F}_3 = \left(x/(x+y+z)\right)\vec{i} + \left(y/(x+y+z)\right)\vec{j} + \left(z/(x+y+z)\right)\vec{k}$

функція $u = \ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ є потенціалом?

V1. Для поля

$$\vec{F}_3 = \frac{x}{x+y+z}\vec{i} + \frac{y}{x+y+z}\vec{j} + \frac{z}{x+y+z}\vec{k}$$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V2. Для поля

$$\vec{F}_2 = \frac{x}{x^2+y^2+z^2}\vec{i} + \frac{y}{x^2+y^2+z^2}\vec{j} + \frac{z}{x^2+y^2+z^2}\vec{k}$$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_1 = \frac{z^2}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{x^2}{z^2+y^2}\vec{j} + \frac{y^2}{x^2+z^2}\vec{k}$, бо $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V4. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

Q2.62. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = \frac{xy}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{i} +$

$+\sqrt{x^2+z^2}\,\vec{j} + \frac{yz}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{k}$, $\vec{F}_2 = \frac{2zx}{\sqrt{x+z}}\vec{i} + \frac{2z}{\sqrt{x+z}}\vec{j} + \frac{2xy}{\sqrt{x+z}}\vec{k}$,

$$\vec{F}_3 = \frac{zx}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{i} + \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{j} + \frac{xy}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{k}$$

функція $u = y\sqrt{x^2+z^2}$ є потенціалом?

V1. Для поля

$$\vec{F}_3 = \frac{zx}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{i} + \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{j} + \frac{xy}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{k}$$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V2. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

V3. Для поля

$$\vec{F}_2 = \frac{2zx}{\sqrt{x+z}}\vec{i} + \frac{2z}{\sqrt{x+z}}\vec{j} + \frac{2xy}{\sqrt{x+z}}\vec{k}$$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V4. Для поля

$$\vec{F}_1 = \frac{xy}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{i} + \sqrt{x^2+z^2}\,\vec{j} + \frac{yz}{\sqrt{x^2+z^2}}\vec{k}$$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

Q2.63. Для якого з векторних полів

$\vec{F}_1 = x^y z \ln x \vec{i} + y x^{y-1} z \vec{j} + x^y \vec{k}$, $\vec{F}_2 = x^{y-1} yz \ln x \vec{i} + x^y z \vec{j} + x^y \vec{k}$,

$\vec{F}_3 = y x^{y-1} z \vec{i} + x^y z \ln x \vec{j} + x^y \vec{k}$ функція $u = x^y z$ є потенціалом?

V1. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

V2. Для поля $\vec{F}_1 = x^y z \ln x \vec{i} + y x^{y-1} z \vec{j} + x^y \vec{k}$, бо $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_3 = y x^{y-1} z \vec{i} + x^y z \ln x \vec{j} + x^y \vec{k}$, бо $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V4. Для поля $\vec{F}_2 = x^{y-1} yz \ln x \vec{i} + x^y z \vec{j} + x^y \vec{k}$, бо $\vec{F}_2 = grad\, u$.

Q2.64. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = \frac{zy}{x-y}\vec{i} + \frac{xz}{x-y}\vec{j} +$

$+ \frac{xy}{x-y}\vec{k}$, $\vec{F}_2 = -\frac{zy}{(x-y)^2}\vec{i} + \frac{xz}{(x-y)^2}\vec{j} + \frac{x}{x-y}\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = \frac{z}{1-y}\vec{i} + \frac{xz}{x-1}\vec{j} + \frac{1}{x-y}\vec{k}$ функція $u = \frac{xz}{x-y}$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_3 = \frac{z}{1-y}\vec{i} + \frac{xz}{x-1}\vec{j} + \frac{1}{x-y}\vec{k}$, бо $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_1 = \frac{zy}{x-y}\vec{i} + \frac{xz}{x-y}\vec{j} + \frac{xy}{x-y}\vec{k}$, бо $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V3. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

V4. Для поля

$\vec{F}_2 = -\frac{zy}{(x-y)^2}\vec{i} + \frac{xz}{(x-y)^2}\vec{j} + \frac{x}{x-y}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

Q2.65. Для якого з векторних полів

$\vec{F}_1 = \left(-y/x^2 - 1/z\right)\vec{i} + \left(1/x - z/y^2\right)\vec{j} + \left(x/z^2 + 1/y\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = \left(-y/x - 1/z^2\right)\vec{i} + \left(y/z^2 - z/y^2\right)\vec{j} + \left(x/z^2 - x/y^2\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = \left(y - x/z^2\right)\vec{i} + \left(y/z^2 - z\right)\vec{j} + \left(x/x^2 - y\right)\vec{k}$

функція $u = y/x + z/y - x/z$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = \left(- y/x^2 - 1/z\right)\vec{i} + \left(1/x - z/y^2\right)\vec{j} +$
$+\left(x/z^2 + 1/y\right)\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_3 = \left(y - x/z^2\right)\vec{i} + \left(y/z^2 - z\right)\vec{j} +$
$+\left(x/x^2 - y\right)\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_2 = \left(- y/x - 1/z^2\right)\vec{i} + \left(y/z^2 - z/y^2\right)\vec{j} +$
$+\left(x/z^2 - x/y^2\right)\vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V4. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

Q2.66. Для якого з векторних полів

$\vec{F}_1 = \sin\left(xy^2 + z\right)\vec{i} + y\cos\left(xy^2 + z\right)\vec{j} + \sin\left(xy^2 + z\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = -y^2\sin\left(xy^2 + z\right)\vec{i} - 2xy\sin\left(xy^2 + z\right)\vec{j} - \sin\left(xy^2 + z\right)\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = -\sin\left(xy^2 + z\right)\vec{i} - 2y\sin\left(xy^2 + z\right)\vec{j} - \sin\left(xy^2 + z\right)\vec{k}$

функція $u = \cos\left(xy^2 + z\right)$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = \sin\left(xy^2 + z\right)\vec{i} +$
$+ y\cos\left(xy^2 + z\right)\vec{j} + \sin\left(xy^2 + z\right)\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_3 = -\sin\left(xy^2 + z\right)\vec{i} -$
$-2y\sin\left(xy^2 + z\right)\vec{j} - \sin\left(xy^2 + z\right)\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_2 = -y^2\sin\left(xy^2 + z\right)\vec{i} -$
$-2xy\sin\left(xy^2 + z\right)\vec{j} - \sin\left(xy^2 + z\right)\vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V4. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

Q2.67. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = -3z^2\vec{i} - 3xz\vec{j} + 3xy\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = -3yz\vec{i} + \left(z^3 - 3x\right)\vec{j} - 3xy\vec{k}$, $\vec{F}_3 = \left(z^3 - 3\right)\vec{i} + xy\vec{j} + 3z^2\vec{k}$,

$\vec{F}_4 = -3yz\vec{i} - 3xz\vec{j} + 3\left(z^2 - xy\right)\vec{k}$

функція $u = z^3 - 3xyz$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = -3z^2\vec{i} - 3xz\vec{j} + 3xy\vec{k}$, бо $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_4 = -3yz\vec{i} - 3xz\vec{j} + 3\left(z^2 - xy\right)\vec{k}$, бо $\vec{F}_4 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_2 = -3yz\vec{i} + \left(z^3 - 3x\right)\vec{j} - 3xy\vec{k}$, бо $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V4. Для поля $\vec{F}_3 = \left(z^3 - 3\right)\vec{i} + xy\vec{j} + 3z^2\vec{k}$, бо $\vec{F}_1 = grad\, u$.

Q2.68. Для якого з векторних полів

$$\vec{F}_1 = \frac{2x}{\sqrt{1-(y+z)^2}}\vec{i} + \frac{1+z}{\sqrt{1-(y+z)^2}}\vec{j} + \frac{1+y}{\sqrt{1-(y+z)^2}}\vec{k},$$

$$\vec{F}_2 = \frac{2x(y+z)}{\sqrt{(y+z)^2 - x^4}}\vec{i} + \frac{x^2 z(y+z)}{\sqrt{(y+z)^2 - x^4}}\vec{j} + \frac{x^2 y(y+z)}{\sqrt{(y+z)^2 - x^4}}\vec{k},$$

$$\vec{F}_3 = \frac{2x}{\sqrt{(y+z)^2 + x^2}}\vec{i} + \frac{-2yx^2}{\sqrt{(y+z)^2 + x^2}}\vec{j} + \frac{-2x^2 z}{\sqrt{(y+z)^2 + x^2}}\vec{k}$$

функція $u = \arcsin\dfrac{x^2}{y+z}$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = \dfrac{2x}{\sqrt{1-(y+z)^2}}\vec{i} +$

$$+\frac{1+z}{\sqrt{1-(y+z)^2}}\vec{j} + \frac{1+y}{\sqrt{1-(y+z)^2}}\vec{k},$$ тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_2 = \dfrac{2x(y+z)}{\sqrt{(y+z)^2 - x^4}}\vec{i} +$

$$+\frac{x^2 z(y+z)}{\sqrt{(y+z)^2 - x^4}}\vec{j} + \frac{x^2 y(y+z)}{\sqrt{(y+z)^2 - x^4}}\vec{k},$$ тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V3. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

V4. Для поля $\vec{F}_3 = \dfrac{2x}{\sqrt{(y+z)^2 + x^2}}\vec{i} +$

$+\dfrac{-2yx^2}{\sqrt{(y+z)^2+x^2}}\vec{j}+\dfrac{-2x^2z}{\sqrt{(y+z)^2+x^2}}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

Q2.69. Для якого з векторних полів $\vec{F}_1 = \left(\dfrac{-2}{(x+y)^2} + \dfrac{z}{x^2}\right)\vec{i} -$

$-\dfrac{2}{(x+y)^2}\vec{j} - \dfrac{1}{x}\vec{k}$, $\vec{F}_2 = \left(\dfrac{-2}{(x+y)^2} + z\right)\vec{i} - \dfrac{2}{(x+y)^2}\vec{j} + \vec{k}$,

$\vec{F}_3 = \left(\dfrac{1}{1+y} + z\right)\vec{i} - \dfrac{2}{1+x}\vec{j} + \dfrac{1}{x}\vec{k}$ функція $u = \dfrac{2}{x+y} - \dfrac{z}{x}$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = \left(\dfrac{-2}{(x+y)^2} + \dfrac{z}{x^2}\right)\vec{i} - \dfrac{2}{(x+y)^2}\vec{j} - \dfrac{1}{x}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_2 = \left(\dfrac{-2}{(x+y)^2} + z\right)\vec{i} - \dfrac{2}{(x+y)^2}\vec{j} + \vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_3 = \left(\dfrac{1}{1+y} + z\right)\vec{i} - \dfrac{2}{1+x}\vec{j} + \dfrac{1}{x}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V4. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

Q2.70. Для якого з векторних полів

$\vec{F}_1 = xy^2 \cos x e^{\sin x}\vec{i} + 2xze^{\sin x}\vec{j} + y^2 e^{\sin x}\vec{k}$,

$\vec{F}_2 = z\cos yx\vec{i} + 2yze^{\sin x}\vec{j} + y^2 e^{\sin x}\vec{k}$,

$\vec{F}_3 = zy^2 \cos x e^{\sin x}\vec{i} + 2yze^{\sin x}\vec{j} + y^2 e^{\sin x}\vec{k}$ функція $u = e^{\sin x} zy^2$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = xy^2 \cos x e^{\sin x}\vec{i} + 2xze^{\sin x}\vec{j} + y^2 e^{\sin x}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_2 = z\cos yx\vec{i} + 2yze^{\sin x}\vec{j} + y^2 e^{\sin x}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_3 = zy^2 \cos x e^{\sin x}\vec{i} + 2yze^{\sin x}\vec{j} + y^2 e^{\sin x}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V4. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

Q2.71. Для якого з векторних полів

$$\vec{F}_1 = \frac{yz}{y^2 + (xz)^2}\vec{i} - \frac{2xyz}{y^2 + (xz)^2}\vec{j} + \frac{yx}{y^2 + (xz)^2}\vec{k},$$

$$\vec{F}_2 = \frac{y^2 z}{y^4 + (xz)^2}\vec{i} - \frac{2xyz}{y^4 + (xz)^2}\vec{j} + \frac{y^2 x}{y^4 + (xz)^2}\vec{k},$$

$\vec{F}_3 = \frac{y^2 z}{1 + (xz)^2}\vec{i} - \frac{2xyz}{1 + (xz)^2}\vec{j} + \frac{y^2 x}{1 + (xz)^2}\vec{k}$ функція $u = arctg\,\frac{xz}{y^2}$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_1 = \frac{yz}{y^2 + (xz)^2}\vec{i} - \frac{2xyz}{y^2 + (xz)^2}\vec{j} + \frac{yx}{y^2 + (xz)^2}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

V2. Для поля $\vec{F}_2 = \frac{y^2 z}{y^4 + (xz)^2}\vec{i} - \frac{2xyz}{y^4 + (xz)^2}\vec{j} + \frac{y^2 x}{y^4 + (xz)^2}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V3. Для поля $\vec{F}_3 = \frac{y^2 z}{1+(xz)^2}\vec{i} - \frac{2xyz}{1+(xz)^2}\vec{j} + \frac{y^2 x}{1+(xz)^2}\vec{k}$, тому що

$\vec{F}_3 = grad\, u$.

V4. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

Q2.72. Для якого з векторних полів

$$\vec{F}_1 = \frac{\cos(y/z)}{2\sqrt{y}}\vec{i} + \frac{\sqrt{x}\cdot\cos(y/z)}{yz}\vec{j} - \frac{\sqrt{x}\cdot\cos(y/z)}{yz^2}\vec{k},$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\sin(y/z)}{2\sqrt{x}}\vec{i} + \frac{\sqrt{x}\cdot\cos(y/z)}{z}\vec{j} - \frac{\sqrt{x}\cdot\cos(y/z)}{z^2}\vec{k},$$

$$\vec{F}_3 = \frac{\sin(y/z)}{2\sqrt{x}}\vec{i} + \frac{\sqrt{x}\cdot\sin(y/z)}{z}\vec{j} - \frac{\sqrt{y}\cdot\sin(y/z)}{z^2}\vec{k}$$

функція $u = \sqrt{x}\cdot\sin(y/z)$ є потенціалом?

V1. Для поля $\vec{F}_3 = \frac{\sin(y/z)}{2\sqrt{x}}\vec{i} + \frac{\sqrt{x}\cdot\sin(y/z)}{z}\vec{j} -$

$-\frac{\sqrt{y}\cdot\sin(y/z)}{z^2}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_3 = grad\, u$.

V2. Жодне з векторних полів $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ не має такого потенціалу.

V3. Для поля $\vec{F}_2 = \frac{\sin(y/z)}{2\sqrt{x}}\vec{i} + \frac{\sqrt{x}\cdot\cos(y/z)}{z}\vec{j} -$

$-\frac{\sqrt{x}\cdot\cos(y/z)}{z^2}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_2 = grad\, u$.

V4. Для поля $\vec{F}_1 = \frac{\cos(y/z)}{2\sqrt{y}}\vec{i} + \frac{\sqrt{x}\cdot\cos(y/z)}{yz}\vec{j} -$

$-\frac{\sqrt{x}\cdot\cos(y/z)}{yz^2}\vec{k}$, тому що $\vec{F}_1 = grad\, u$.

Q2.73. Для векторного поля $\vec{F} = 3x^2\vec{i} + 4y^3\vec{j} + 5z^4\vec{k}$ обчислити дивергенцію $div\vec{F}$ в точці $A(1,1,1)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 7$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 12$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 4$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 38$.

Q2.74. Для векторного поля $\vec{F} = y^3\vec{i} + x^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(-1,3,4)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 0$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 8$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 7$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 4$.

Q2.75. Для векторного поля $\vec{F} = y^2\vec{i} + z^2\vec{j} + x^2\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(1,-2,4)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 6$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 3$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 0$. V4. $div\vec{F}\big|_A = -1$.

Q2.76. Для векторного поля $\vec{F} = (x+y)\vec{i} + (y-x)\vec{j} + (z+y)\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(1,-1,1)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 30$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 7$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 4$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 3$.

Q2.77. Для векторного поля $\vec{F} = (2x-z)\vec{i} + (xy+z)\vec{j} + (y-3z)\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(4,1,-1)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 5$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 17$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 3$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 9$.

Q2.78. Для векторного поля $\vec{F} = 2xy^2\vec{i} - y^2z\vec{j} + zx^2\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(2,-1,3)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 3$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 12$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 7$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 30$.

Q2.79. Для векторного поля $\vec{F} = yx^2\vec{i} + zy^3\vec{j} + 2xz\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(1,-2,3)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 34$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 3$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 8$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 15$.

Q2.80. Для векторного поля $\vec{F} = x^3\vec{i} + xy^2\vec{j} + yz^2\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(-1,2,3)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 6$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 3$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 23$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 11$.

Q2.81. Для векторного поля $\vec{F} = (x - z^2)\vec{i} + (x^2y - 4)\vec{j} +$ $+ (y + 3z)\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(2,-1,2)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 8$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 7$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 33$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 3$.

Q2.82. Для векторного поля $\vec{F} = zx^2\vec{i} - y^3\vec{j} + 2y^2z\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(1,-2,4)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 4$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 0$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 8$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 22$.

Q2.83. Для векторного поля $\vec{F} = (x^2 + z^2)\vec{i} + x^2y^2\vec{j} - 5yz^2\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(3,-1,2)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 11$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 5$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 8$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 10$.

Q2.84. Для векторного поля $\vec{F} = 4yx^2\vec{i} - xy^3\vec{j} - y^2z^3\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(-3,-1,4)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 4$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 16$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 6$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 81$.

Q2.85. Для векторного поля $\vec{F} = xy\,\vec{i} + \sin(z - x)\,\vec{j} + 2xy^2z\,\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(1,-1,1)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 1$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 9$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 12$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 3$.

Q2.86. Для векторного поля $\vec{F} = 4z\sin x\,\vec{i} - y^3\vec{j} + z^3\cos xy\,\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(0,1,3)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 34$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 4$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 36$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 5$.

Q2.87. Для векторного поля $\vec{F} = x^2y\,\vec{i} + 2yz^2\vec{j} + xyz\,\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(3,-2,4)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 40$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 14$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 8$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 1$.

Q2.88. Для векторного поля $\vec{F} = 3xy^2\vec{i} + 4x\sin(y-z)\vec{j} + (x-z)\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(1,1,1)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 4$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 15$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 0$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 6$.

Q2.89. Для векторного поля $\vec{F} = xyz\vec{i} + (x - y^3 z)\vec{j} + (xz - y)\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(1,2,-1)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 14$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 10$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 2$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 3$.

Q2.90. Для заданого векторного поля $\vec{F} = 3y^2 x\vec{i} + 2zy^3\vec{j} + x^2 z^3\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(-3,2,-1)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 4$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 23$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 15$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 8$.

Q2.91. Для векторного поля $\vec{F} = (y - xz)\vec{i} - (yz - x)\vec{j} + (x^2 + y)\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(1,-1,-5)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 2$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 10$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 0$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 35$.

Q2.92. Для векторного поля $\vec{F} = 3xy\,\vec{i} - y^3 tg\,(x-z)\,\vec{j} - xz^3\vec{k}$ обчислити $div\vec{F}$ в точці $A(1,2,1)$.

V1. $div\vec{F}\big|_A = 4$. V2. $div\vec{F}\big|_A = 12$. V3. $div\vec{F}\big|_A = 2$. V4. $div\vec{F}\big|_A = 3$.

Q2.93. Для векторного поля $\vec{F} = 3x\vec{i} + 4y\vec{j} + 5z\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(1,-1,3)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{0}$.

V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{j}$.

V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 4\vec{k}$.

Q2.94. Для векторного поля $\vec{F} = 3y\vec{i} + 4x\,\vec{j} + 5z\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(1,3,5)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i}$.   V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i}$.   V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 2\vec{j} - \vec{k}$.

Q2.95. Для векторного поля $\vec{F} = 2z\vec{i} + 3y^2\,\vec{j} + 4x^3\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(-1,0,4)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.   V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = -10\vec{j}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{j} + 4\vec{k}$.   V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 10\vec{k}$.

Q2.96. Для векторного поля $\vec{F} = x\vec{i} + z\,\vec{j} + y\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(-1,2,1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.   V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = 2\vec{j} + \vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.   V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{0}$,

Q2.97. Для векторного поля $\vec{F} = 4y\vec{i} + 6z\vec{j} - 3x\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(3,2,1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = -\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$.   V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = -6\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 7\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$.   V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{j} - 4\vec{k}$.

Q2.98. Для векторного поля $\vec{F} = yz\vec{i} + 3yx\,\vec{j} - 2zx^3\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(-1,2,-2)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$.   V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = -6\vec{i} - 3\vec{j}$.   V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 14\vec{j} + 8\vec{k}$.

Q2.99. Для векторного поля $\vec{F} = z^2x\vec{i} - yz\,\vec{j} + 4yx\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(1,-2,1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 6\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$.   V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = -6\vec{i} - 4\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 2\vec{i} + 10\vec{j}$.   V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = -3\vec{j}$.

Q2.100. Для векторного поля $\vec{F} = 2yx\vec{i} - zy\,\vec{j} - 7y^2x\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(2,-2,-1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = -6\vec{i}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{j} - 4\vec{k}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 54\vec{i} + 28\vec{j} - 4\vec{k}$.

Q2.101. Для векторного поля $\vec{F} = 5zx^2\vec{i} - 2xy\vec{j} + y^2z\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(2,2,-3)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = -6\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = -3\vec{j} - 4\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 9\vec{i} + 13\vec{j} - 4\vec{k}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = -12\vec{i} + 20\vec{j} - 4\vec{k}$.

Q2.102. Для векторного поля $\vec{F} = 3zy\,\vec{i} + 4z\,x\vec{j} + 2y\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(-3,2,1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = -8\vec{i} + 4\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = -\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 14\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{i} - 4\vec{k}$.

Q2.103. Для векторного поля $\vec{F} = -z^3x\,\vec{i} - 5z\,y^2\vec{j} + 3x\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(-1,3,1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 4\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = -\vec{i} + 7\vec{j} - 2\vec{k}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 45\vec{i}$.

Q2.104. Для векторного поля $\vec{F} = 4x\,\vec{i} - 7z\,\vec{j} + y\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(1,2,-2)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = -6\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = 8\vec{i}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} + 2\vec{k}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} - 9\vec{j}$.

Q2.105. Для векторного поля $\vec{F} = 4y\,\vec{i} - zx\vec{j} - z\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(3,-2,3)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} - 7\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = -\vec{i} + 2\vec{k}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{j} + 12\vec{k}$.

Q2.106. Для векторного поля $\vec{F} = yx\vec{i} + 2z\,\vec{j} - 4zy\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(-1,-2,1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 4\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = -6\vec{i} + \vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} + \vec{j}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = -2\vec{k}$.

Q2.107. Для векторного поля $\vec{F} = z^2x\vec{i} + 2y^2z\,\vec{j} - 3zyx\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(-1,2,0)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{0}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = -8\vec{i}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 4\vec{j} + \vec{k}$.

Q2.108. Для векторного поля $\vec{F} = -x^2\,\vec{i} + (y+1)\vec{j} + 3z\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(4,2,-3)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = -6\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{i} + 5\vec{j}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = \vec{0}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 5\vec{i}$.

Q2.109. Для векторного поля $\vec{F} = 5z^2y^2\,\vec{i} + 2z(x+1)\vec{j} - xy^3\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(1,0,1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = 0$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = -3\vec{j} - 4\vec{k}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = -4\vec{i} + 2\vec{k}$.

Q2.110. Для векторного поля $\vec{F} = z^2y\vec{i} - x(z+1)\vec{j} - 3x^2y\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(1,-2,1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = -2\vec{i} - 16\vec{j} - 3\vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 12\vec{k}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = -3\vec{i} + 3\vec{j}$.

Q2.111. Для векторного поля $\vec{F} = zy\vec{i} + yx\vec{j} - xz\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(-3,1,4)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = 5\vec{j} - 3\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = -2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 3\vec{i} + 4\vec{j}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 0$.

Q2.112. Для векторного поля $\vec{F} = y^2x\vec{i} - 2x^2z\,\vec{j} + 3zy^2\vec{k}$ обчислити $rot\,\vec{F}$ в точці $A(-2,3,1)$.

V1. $rot\,\vec{F}\big|_A = -\vec{i} + 11\vec{j} - 2\vec{k}$. V2. $rot\,\vec{F}\big|_A = 8\vec{i}$.

V3. $rot\,\vec{F}\big|_A = 32\vec{j} - 7\vec{k}$. V4. $rot\,\vec{F}\big|_A = 26\vec{i} + 20\vec{k}$.

3. Оператор Гамільтона. Векторні диференціальні операції другого порядку

Q3.1. Який вигляд має оператор Гамільтона ∇ (“набла”–оператор) у прямокутній системі координат $Oxyz$?

V1. $\nabla = \frac{\partial}{\partial z}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial x}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{k}$. V2. $\nabla = \frac{\partial}{\partial y}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial x}\vec{k}$.

V3. $\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\vec{i} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\vec{j} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{k}$. V4. $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$.

Q3.2. За допомогою оператора Гамільтона ∇ градієнт скалярного поля $u = u(x, y, z)$ задається формулою:

V1. $grad\,u = \nabla^2 u$. V2. $grad\,u = u\nabla$.

V3. $grad\,u = \nabla u$. V4. $grad\,u = \nabla u^2$.

Q3.3. Застосування оператора Гамільтона ∇ до суми $u + v$ двох скалярних полів здійснюється за правилом:

V1. $\nabla(u+v) = \nabla u + \nabla v$. V2. $\nabla(u+v) = u\nabla v + v\nabla u$.

V3. $\nabla(u+v) = u\nabla u + v\nabla v$. V4. $\nabla(u+v) = u\nabla + v\nabla$.

Q3.4. За допомогою оператора Гамільтона ∇ дивергенція векторного поля $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ задається формулою:

V1. $div\vec{F} = \nabla \times \vec{F}$. V2. $div\vec{F} = \nabla^2 \cdot \vec{F}$.

V3. $div\vec{F} = \vec{F} \cdot \nabla$. V4. $div\vec{F} = \nabla \cdot \vec{F}$.

Q3.5. За допомогою оператора Гамільтона ∇ ротор векторного поля $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ задається формулою:

V1. $rot\vec{F} = \vec{F} \times \nabla$. V2. $rot\vec{F} = \nabla \times \vec{F}$.

V3. $rot\vec{F} = \nabla \cdot \vec{F}$. V4. $rot\vec{F} = \nabla^2 \times \vec{F}$.

Q3.6. Застосування оператора Гамільтона ∇ до суми $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ двох векторних полів здійснюється за правилами:

V1. $\nabla \cdot \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = \nabla \cdot \vec{F}_1 + \nabla \cdot \vec{F}_2$ і $\nabla \times \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = \nabla \times \vec{F}_1 + \nabla \times \vec{F}_2$.

V2. $\nabla \cdot \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = \vec{F} \cdot \nabla_1 + \vec{F}_2 \cdot \nabla$ і $\nabla \times \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = \vec{F}_1 \times \nabla + \vec{F}_2 \times \nabla$.

V3. $\nabla \cdot \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = \nabla^2 \cdot \vec{F}_1 + \nabla^2 \cdot \vec{F}_2$

і $\nabla \times \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = \nabla^2 \times \vec{F}_1 + \nabla^2 \times \vec{F}_2$.

V4. $\nabla \cdot \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = \vec{F}_2 \cdot \nabla \cdot \vec{F}_1 + \vec{F}_1 \cdot \nabla \cdot \vec{F}_2$

і $\nabla \times \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = \vec{F}_2 \times \nabla \times \vec{F}_1 + \vec{F}_1 \times \nabla \times \vec{F}_2$.

Q3.7. Застосування оператора Гамільтона ∇ до добутку $u \cdot v$ двох скалярних полів здійснюється за правилом:

V1. $\nabla(u \cdot v) = \nabla u \cdot u + \nabla v \cdot v$. V2. $\nabla(u \cdot v) = u \cdot v\nabla + v \cdot u\nabla$.

V3. $\nabla(u \cdot v) = v \cdot \nabla u + u \cdot \nabla v$. V4. $\nabla(u \cdot v) = (\nabla u + \nabla v)(u + v)$.

Q3.8. Застосування оператора Гамільтона ∇ до добутку $u \cdot \vec{F}$ скалярного $u = u(x, y, z)$ і векторного $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ полів здійснюється за правилами:

V1. $\nabla \cdot \left(u \cdot \vec{F}\right) = \left(\nabla \times \vec{F}\right) \cdot u + (\nabla u) \cdot \vec{F}$

і $\nabla \times \left(u \cdot \vec{F}\right) = u \times \left(\nabla \cdot \vec{F}\right) - \vec{F} \times \nabla u$.

V2. $\nabla \cdot \left(u \cdot \vec{F}\right) = \left(\nabla \cdot \vec{F}\right) \cdot u + \vec{F} \cdot \nabla u$

і $\nabla \times \left(u \cdot \vec{F}\right) = u \cdot \left(\nabla \times \vec{F}\right) - \vec{F} \times \nabla u$.

V3. $\nabla \cdot \left(u \cdot \vec{F}\right) = \left(\nabla \cdot \vec{F}\right) \cdot u + (\nabla u) \times \vec{F}$

і $\nabla \times \left(u \cdot \vec{F}\right) = u \times \left(\nabla \cdot \vec{F}\right) - \vec{F} \cdot \nabla u$.

V4. $\nabla \cdot \left(u \cdot \vec{F}\right) = \left(\nabla \cdot \vec{F}\right) \cdot \vec{F} + \cdot u \cdot \nabla u$

і $\nabla \times \left(u \cdot \vec{F}\right) = u \cdot \left(\nabla \cdot \vec{F}\right) - \vec{F} \cdot \nabla u$.

Q3.9. За допомогою оператора Гамільтона ∇ дивергенція векторного добутку $\vec{F}_1 \times \vec{F}_2$ двох векторних полів обчислюється за формулою:

V1. $div\left(\vec{F}_1 \times \vec{F}_2\right) = \nabla \cdot \left(\vec{F}_1 \times \vec{F}_2\right) = \vec{F}_2 \cdot \left(\nabla \times \vec{F}_1\right) - \vec{F}_1 \cdot \left(\nabla \times \vec{F}_2\right)$.

V2. $div\left(\vec{F}_1 \times \vec{F}_2\right) = \nabla \cdot \left(\vec{F}_1 \times \vec{F}_2\right) = \vec{F}_2 \times \left(\nabla \cdot \vec{F}_1\right) + \vec{F}_1 \times \left(\nabla \cdot \vec{F}_2\right)$.

V3. $div\left(\vec{F}_1 \times \vec{F}_2\right) = \nabla \cdot \left(\vec{F}_1 \times \vec{F}_2\right) = \vec{F}_2 \cdot \left(\nabla \cdot \vec{F}_1\right) - \vec{F}_1 \cdot \left(\nabla \cdot \vec{F}_2\right)$.

V4. $div\left(\vec{F}_1 \times \vec{F}_2\right) = \nabla \cdot \left(\vec{F}_1 \times \vec{F}_2\right) = \vec{F}_2 \times \left(\nabla \times \vec{F}_1\right) - \vec{F}_1 \times \left(\nabla \times \vec{F}_2\right)$.

Q3.10. Який вигляд має оператор Лапласа (лапласіан) Δ у прямокутній системі координат $Oxyz$?

V1. $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\vec{i} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\vec{j} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{k}$. V2. $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

V3. $\Delta = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$. V4. $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$.

Q3.11. Для скалярного поля $u = x\ln(xz - y^3)$ обчислити його лапласіан Δu у точці $A(2,1,1)$.

V1. $\Delta u\big|_A = -2$. V2. $\Delta u\big|_A = 18$. V3. $\Delta u\big|_A = 0$. V4. $\Delta u\big|_A = 36$.

Q3.12. Для скалярного поля $u = x\,arctg(x - yz^2)$ обчислити його лапласіан Δu у точці $A(4,1,-2)$.

V1. $\Delta u\big|_A = -2$. V2. $\Delta u\big|_A = 18$. V3. $\Delta u\big|_A = 0$. V4. $\Delta u\big|_A = -6$.

Q3.13. Для скалярного поля $u = yz/x + x\ln(z - x)$ обчислити його лапласіан Δu у точці $A(1,3,2)$.

V1. $\Delta u\big|_A = -4$. V2. $\Delta u\big|_A = 5$. V3. $\Delta u\big|_A = 8$. V4. $\Delta u\big|_A = 36$.

Q3.14. Для скалярного поля $u = ye^{xz+y^5}$ обчислити його лапласіан Δu у точці $A(1,-1,1)$.

V1. $\Delta u\big|_A = 6$. V2. $\Delta u\big|_A = 3$. V3. $\Delta u\big|_A = -9$. V4. $\Delta u\big|_A = 12$.

Q3.15. Для скалярного поля $u = xy\arcsin(y+z)$ обчислити його лапласіан Δu у точці $A(2,1,-1)$.

V1. $\Delta u\big|_A = 2$. V2. $\Delta u\big|_A = 10$. V3. $\Delta u\big|_A = -14$. V4. $\Delta u\big|_A = 6$.

4. Поверхневий інтеграл за площею (першого роду)

Q4.1. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_\sigma (2x + 6y + 6z)\,d\sigma$, де σ – частина площини $x + 3y + z - 3 = 0$, відсічена координатними площинами.

V1. $I = 11\sqrt{3}$. V2. $I = 27\sqrt{11}$. V3. $I = -6\sqrt{11}$. V4. $I = 5\sqrt{3}$.

Q4.2. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_\sigma (x^2 + y^2 - 3z^2)\,d\sigma$, де σ – частина конуса $z^2 = x^2 + y^2$, розміщена між площинами $z = 0$, $z = 1$.

V1. $I = \pi\sqrt{3}$. V2. $I = -\pi\sqrt{2}$. V3. $I = -\pi\sqrt{2}/4$. V4. $I = \pi\sqrt{3}/4$.

Q4.3. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint\limits_\sigma \frac{5xy^2}{\sqrt{1+4z}}\,d\sigma$, де σ – частина параболоїда обертання $z = x^2 + y^2$, $x \ge 0$, $y \ge 0$, $z \le 9$.

V1. $I = 18\pi$. V2. $I = -16$. V3. $I = -\pi\sqrt{3}/2$. V4. $I = 81$.

Q4.4. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint_{\sigma} z\,d\sigma$, де σ – півсфера $z^2+x^2+y^2=1,\ \ z\geq 0$.

V1. $I=\pi$. V2. $I=4\pi/3$. V3. $I=-2\pi$. V4. $I=2\pi/3$.

Q4.5. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint_{\sigma}(x^2+y^2+3z^2)\,d\sigma$, де σ – частина конуса $z^2=x^2+y^2$, розміщена між площинами $z=0$, $z=1$.

V1. $I=-4\pi\sqrt{2}$. V2. $I=-2\pi\sqrt{2}$. V3. $I=2\pi\sqrt{2}$. V4. $I=2\pi$.

Q4.6. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint_{\sigma}\sqrt{1+4x^2+4y^2}\,d\sigma$, де σ – частина параболоїда обертання $z=1-x^2-y^2$, відсічена площиною $z=0$.

V1. $I=-3\pi$. V2. $I=-\pi$. V3. $I=3\pi$. V4. $I=\pi$.

Q4.7. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint_{\sigma}3y(x+z)\,d\sigma$, де σ – частина циліндра $y=\sqrt{9-z^2}$, відсічена площинами $x=0$, $x=2$.

V1. $I=64$. V2. $I=-34$. V3. $I=0$. V4. $I=36$.

Q4.8. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint_{\sigma} z\,d\sigma$, де σ – частина гіперболічного параболоїда $z=xy$, вирізана круговим циліндром $x^2+y^2=4$.

V1. $I=-\pi$. V2. $I=4\pi/3$. V3. $I=0$. V4. $I=-2\pi\sqrt{2}$.

Q4.9. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint\limits_{\sigma}\dfrac{d\sigma}{\sqrt{1+4z}}$, де σ – частина параболоїда обертання $z=x^2+y^2$, вирізана параболічним циліндром $x=2y^2+1$ і площиною $x=3$.

V1. $I=-12$. V2. $I=\pi/6$. V3. $I=0$. V4. $I=8/3$.

Q4.10. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду

$I = \iint_\sigma 2(x^2 + y^2)\, z\, d\sigma$, де σ – півсфера $z = \sqrt{5 - x^2 - y^2}$.

V1. $I = -5\pi\sqrt{5}$. V2. $I = 25\pi\sqrt{5}$. V3. $I = \sqrt{5}$. V4. $I = \pi\sqrt{5}$.

Q4.11. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_\sigma \frac{4y\, d\sigma}{\sqrt{x^2 + z^2 + 1}}$, де σ – частина параболоїда обертання $2y = 9 - x^2 - z^2$, відсічена площиною $y = 0$.

V1. $I = 9\pi$. V2. $I = -4\pi/3$. $I = -\pi$. V3. $I = 81\pi$. V4. $I = \pi\sqrt{2}$.

Q4.12. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_\sigma (2x + 4y/3 + z)\, d\sigma$, де σ – частина площини $6x + 4y + 3z - 12 = 0$, розташована в першому октанті $(x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0)$.

V1. $I = 4\sqrt{61}$. V2. $I = -4\sqrt{6}$. V3. $I = 20\sqrt{2}$. V4. $I = -5\sqrt{14}$.

Q4.13. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_\sigma (2 - 7x + y + 9z)\, d\sigma$, де σ – частина площини $2x - y - 2z + 2 = 0$, відсічена координатними площинами.

V1. $I = 12$. V2. $I = -27$. V3. $I = 23$. V4. $I = -36$.

Q4.14. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_\sigma (-3x + 9y - 3z)\, d\sigma$, де σ – частина площини $x - y + z - 2 = 0$, відсічена координатними площинами.

V1. $I = -6\sqrt{3}$. V2. $I = -20\sqrt{3}$. V3. $I = 12\sqrt{3}$. V4. $I = 38\sqrt{3}$.

Q4.15. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_\sigma (x^2 + z^2)x\, d\sigma$, де σ – частина циліндра $x = \sqrt{9 - y^2}$, відсічена площинами $z = 0$, $z = 2$.

V1. $I = 88$. V2. $I = -176$. V3. $I = 264$. V4. $I = -372$.

Q4.16. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_\sigma (x^2 + y^2 + z^2)\, d\sigma$, де σ – півсфера $y^2 + x^2 + z^2 = 4$,

$z \ge 0$.

V1. $I = 32\pi$. V2. $I = 5\pi$. V3. $I = -9\pi$. V4. $I = 40\pi$.

Q4.17. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint\limits_{\sigma} \frac{3\sqrt{x^2+y^2}}{z} d\sigma$, де σ – частина параболоїда обертання $y^2 + x^2 = z$, відсічена площиною $z = 5$.

V1. $I = -32\pi$. V2. $I = 24\pi$. V3. $I = 104\pi$. V4. $I = 62\pi$.

Q4.18. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_{\sigma} \sqrt{x^2+y^2+2z^2}\, d\sigma$, де σ – частина конуса $x^2 + y^2 = z^2$, розміщена між площинами $z = 0$, $z = 3$.

V1. $I = -36\pi$. V2. $I = 6\pi$. V3. $I = 48\pi$. V4. $I = -43\pi$.

Q4.19. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_{\sigma} (5x^2+3y^2+3z^2+4)\, x\, d\sigma$, де σ – частина конуса $x = \sqrt{y^2+z^2}$, $0 \le x \le 2$, $y \ge 0$, $z \ge 0$.

V1. $I = -4\pi\sqrt{2}$. V2. $I = -27\pi$. V3. $I = 3\pi$. V4. $I = 108\pi$.

Q4.20. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint\limits_{\sigma} \frac{z^3\, d\sigma}{\sqrt{x^2+y^2}}$, де σ – півсфера $z = \sqrt{9-y^2-x^2}$.

V1. $I = -21\pi$. V2. $I = 108\pi$. V3. $I = -24\pi$. V4. $I = 186\pi$.

Q4.21. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_{\sigma} (2x+5y+10z)\, d\sigma$, де σ – частина площини $2x + y + 3z = 6$, відсічена координатними площинами.

V1. $I = 42\sqrt{14}$. V2. $I = 18\sqrt{14}$. V3. $I = -2\sqrt{14}$. V4. $I = 56\sqrt{14}$.

Q4.22. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_{\sigma} \sqrt{x^2+y^2+z^2}\, d\sigma$, де σ – частина конуса $y = \sqrt{x^2+z^2}$, $x \ge 0$, $0 \le y \le 3$, $z \ge 0$.

V1. $I = 12\pi\sqrt{5}$. V2. $I = \pi(6\sqrt{5} - 5\sqrt{2})/3$.

V3. $I = \pi(20\sqrt{5} - \sqrt{2})/6$. V4. $I = \pi(4\sqrt{5} + \sqrt{2})/2$.

Q4.23. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint\limits_{\sigma} \frac{y + x^2 + 2z}{\sqrt{4x^2 + 1}} d\sigma$, де σ – частина параболічного циліндра $y = x^2 - 4$, відсічена площинами $z = -2$ і $z = 0$.

V1. $I = 108$. V2. $I = -12\pi$. V3. $I = -48$. V4. $I = 6$.

Q4.24. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint\limits_{\sigma} \frac{d\sigma}{\sqrt{1 + z}}$, де σ – частина параболоїда обертання $x^2 + y^2 = 4z$, що розташована всередині циліндра $(x^2 + y^2)^2 = 8xy$, $x \ge 0$, $y \ge 0$, $z \ge 0$.

V1. $I = 2$. V2. $I = -4$. V3. $I = 6\pi$. V4. $I = 14\pi$.

Q4.25. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_{\sigma} (x + y) z \, d\sigma$, де σ – частина циліндра $z = \sqrt{4 - x^2}$, відсічена площинами $y = 0$, $y = 5$.

V1. $I = 100$. V2. $I = 0$. V3. $I = 144\pi$. V4. $I = -\sqrt{2}$.

Q4.26. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_{\sigma} (x^2 + y^2 + z^2) d\sigma$, де σ – півсфера $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$.

V1. $I = 184\pi$. V2. $I = 32\pi$. V3. $I = -\sqrt{2}\pi$. V4. $I = 4\pi$.

Q4.27. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I = \iint_{\sigma} (5x + 5y^2 + 5z^2 - 15/2) d\sigma$, де σ – частина параболоїда обертання $4 - y^2 - z^2 = 2x$, відсічена площиною $x = 0$.

V1. $I = \pi(5\sqrt{5} - 3)$. V2. $I = \pi(25\sqrt{5} - 1)$.

V3. $I = 72\pi$. V4. $I = 6\pi(\sqrt{5} + 2)$.

Q4.28. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду

$I=\iint\limits_{\sigma}\frac{d\sigma}{\sqrt{9+6z}}$, де σ – частина параболоїда обертання $x^2+y^2=6z$, вирізана конусом $z^2=9x^2+9y^2$

V1. $I=-4\pi$. V2. $I=32\pi$. V3. $I=-124\pi$. V4. $I=3\pi$.

Q4.29. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint_{\sigma}(3x+3y-6z)\,d\sigma$, де σ – частина площини $x+2y+4z-4=0$, відсічена координатними площинами.

V1. $I=36\sqrt{21}$. V2. $I=4\sqrt{21}$. V3. $I=-2\sqrt{21}$. V4. $I=35\sqrt{21}$.

Q4.30. Обчислити масу поверхні кулі $z=\sqrt{9-x^2-y^2}$, якщо поверхнева густина у кожній точці чисельно дорівнює відстані від цієї точки до площини $z=0$.

V1. $m=16\pi^2$. V2. $m=56\pi$. V3. $m=4\pi$. V4. $m=27\pi$.

Q4.31. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint\limits_{\sigma}\frac{3(x^2+y^2)}{z}d\sigma$, де σ – частина параболоїда обертання $3z=x^2+y^2$, вирізана круговим циліндром $x^2+y^2=4$.

V1. $I=-36\pi$. V2. $I=-63\pi$. V3. $I=8\pi$. V4. $I=49\pi$.

Q4.32. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint\limits_{\sigma}\frac{3y^2d\sigma}{z}$, де σ – частина конуса $z=\sqrt{x^2+y^2}$, вирізана параболоїдом обертання $z=2-x^2-y^2$.

V1. $I=4\pi\sqrt{2}$. V2. $I=14\pi$. V3. $I=\pi\sqrt{2}$. V4. $I=-16\pi\sqrt{2}$.

Q4.33. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint_{\sigma}3z\,d\sigma$, де σ – частина двопорожнинного гіперболоїда $x^2/9+y^2/9-z^2/9=-1$, що лежить між площинами $z=3$ і $z=4$.

V1. $I=\pi(41\sqrt{41}-81\sqrt{3})$. V2. $I=\pi(6\sqrt{6}-1)$.

V3. $I=\pi(65\sqrt{65}-25\sqrt{5})$. V4. $I=\pi(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})$.

Q4.34. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду $I=\iint\limits_{\sigma}\frac{3xz\,d\sigma}{\sqrt{1+2y^2}}$, де σ – частина однопорожнинного гіперболоїда $x^2+z^2-y^2=1,\ \ x\ge 0,\ z\ge 0,\ 0\le y\le 1.$

V1. $I=4$. V2. $I=-1$. V3. $I=2$. V4. $I=3$.

5. Поверхневий інтеграл за координатами (другого роду)

Q5.1. Що називається потоком Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F}$ через вибрану сторону σ^+ поверхні σ, розташованої у цьому полі, з одиничним вектором відповідної нормалі $\vec{n}$?

V1. $\Pi_{\sigma^+}=\iint_{\sigma^+}\vec{F}\times\vec{n}\,d\sigma$. V2. $\Pi_{\sigma^+}=\iint_{\sigma^+}rot\vec{F}\cdot\vec{n}\,d\sigma$.

V3. $\Pi_{\sigma^+}=\iint_{\sigma^+}\vec{F}\,\vec{n}\,d\sigma$. V4. $\Pi_{\sigma^+}=\iint_{\sigma^+}rot\vec{F}\times\vec{n}\,d\sigma$.

Q5.2. Нехай σ^+ і V – відповідно зовнішня сторона поверхні й об’єм кулі, що розташована у векторному полі $\vec{F}=P\vec{i}+Q\vec{j}+R\vec{k}$ і центром якої служить точка M_0, а $\vec{n}$ – одиничний вектор зовнішньої нормалі до поверхні кулі. Що таке потужність джерела $q(M_0)$ векторного поля $\vec{F}$ в точці M_0 і чому вона дорівнює?

V1. $q(M_0)=\lim\limits_{V\to 0}\frac{\iint_{\sigma^+}\vec{F}\,\vec{n}\,d\sigma}{V}=div\,\vec{F}(M_0)$.

V2. $q(M_0)=\lim\limits_{V\to 0}\frac{\iint_{\sigma^+}\vec{F}\times\vec{n}\,d\sigma}{V}=\left|div\,\vec{F}(M_0)\right|$.

V3. $q(M_0)=\lim\limits_{V\to 0}\frac{\iint_{\sigma^+}rot\vec{F}\cdot\vec{n}\,d\sigma}{V}=\left|rot\vec{F}(M_0)\right|$.

V4. $q(M_0)=\lim\limits_{V\to 0}\dfrac{\iint_{\sigma^+} rot\vec{F}\times\vec{n}\,d\sigma}{V}=-div\,\vec{F}(M_0)$.

Q5.3. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(x^2+z^2)dydz+(2x^2+y+2z^2)dxdz$, де σ^+ – верхня сторона частини параболоїда обертання $y=x^2+z^2$, відсіченої площиною $y=2$ і розташованої в першому октанті $(x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0)$.

V1. $I=3\sqrt{3}/2-\pi/3$. V2. $I=8\sqrt{2}/2+\pi/4$.

V3. $I=8\sqrt{2}/5-3\pi/2$. V4. $I=5\sqrt{2}+6\pi$.

Q5.4. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(x-2y-z)dydz+(3x-y+z)dxdz$, де σ^+ – зовнішня сторона основи ABC піраміди з вершинами у точках $O(0{,}0{,}0)$, $A(2{,}0{,}0)$, $B(0{,}-2{,}0)$, $C(0{,}0{,}4)$.

V1. $I=64$. V2. $I=-12$. V3. $I=-16$. V4. $I=8$.

Q5.5. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(9x^2+9y^2+z^2)\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини верхньої півсфери $z=\sqrt{8-x^2-y^2}$, вирізаної круговим конусом $z^2=x^2+y^2$.

V1. $I=6\pi$. V2. $I=69\pi$. V3. $I=9\pi$. V4. $I=96\pi$.

Q5.6. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(5x^2+5y^2+3z^2)\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини конуса $z=\sqrt{x^2+y^2}$, відсіченої площиною $z=1$.

V1. $I=-\pi$. V2. $I=6\pi$. V3. $I=12\pi$. V4. $I=-4\pi$.

Q5.7. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(x^2/16+y^2/9+z)\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини еліптичного параболоїда $z = 4 - x^2/16 - y^2/9$, відсіченої площиною $z = 0$.

V1. $I = 69\pi$. V2. $I = 192\pi$. V3. $I = 72\pi$. V4. $I = 168\pi$.

Q5.8. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint_{\sigma^+} x^3 y dydz + xy^3 dxdz - 6z^4 dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини кругового циліндра $x^2 + y^2 = 4$, відсіченої площиною $z = 1$ і розташованої в першому октанті $(x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0)$.

V1. $I = 64/5$. V2. $I = 112/3$. V3. $I = -7/2$. V4. $I = 89$.

Q5.9. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint_{\sigma^+} (3x^2 + y^2 + 3z^2) dxdz$, де σ^+ – зовнішня сторона частини конуса $y = \sqrt{x^2 + z^2}$, відсіченої площиною $y = 2$.

V1. $I = 68\pi$. V2. $I = -184\pi$. V3. $I = 44\pi$. V4. $I = -32\pi$.

Q5.10. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint_{\sigma^+} x\, dydz + z\, dxdz + xyz\, dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини циліндра $x^2 + y^2 = 5$, $-2 \le z \le 2$, $x \ge 0$, $y \ge 0$.

V1. $I = 6\pi$. V2. $I = 5\pi$. V3. $I = -32\pi$. V4. $I = 196\pi$.

Q5.11. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint\limits_{\sigma^+} \frac{x^2 y^2}{z^2} dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини конуса $x^2 + y^2 = z^2$, $0 \le z \le 2$.

V1. $I = -6\pi$. V2. $I = -\pi$. V3. $I = -9\pi$. V4. $I = 74\pi$.

Q5.12. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint\limits_{\sigma^-} \frac{y^2}{z} dxdy$, де σ^- – верхня сторона нижньої півсфери $z = -\sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

V1. $I = -18\pi$. V2. $I = -27\pi$. V3. $I = 2\pi/3$. V4. $I = 15\pi$.

Q5.13. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду

$I=\iint_{\sigma^+}(y^2+z^2)\,dxdy$, де σ^+ – верхня сторона частини циліндра $z=\sqrt{4-x^2}$, відсіченої площинами $y=0$, $y=3$.

V1. $I=-4$. V2. $I=152$. V3. $I=108$. V4. $I=68$.

Q5.14. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(3x^2+2y^2+3z^2)\,dydz$, де σ^+ – зовнішня сторона частини конуса $y=\sqrt{x^2+z^2}$, відсіченої площиною $y=2$ і розташованої у півпросторі $x\geq 0$.

V1. $I=40$. V2. $I=-27\pi$. V3. $I=64\pi$. V4. $I=128\pi$.

Q5.15. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^-}(4x^2+4y-5z^2)\,dxdz$, де σ^- – внутрішня сторона частини параболічного циліндра $x^2=4y$, відсіченої площинами $y=4$, $z=0$, $z=3$.

V1. $I=-20$. V2. $I=154$. V3. $I=280$. V4. $I=0$.

Q5.16. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^-}(3x^2+7y+7z^2)\,dxdy$, де σ^- – внутрішня сторона частини півсфери $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$, вирізаної конусом $x^2+y^2=z^2$.

V1. $I=-40\pi$. V2. $I=-52\pi$. V3. $I=15\pi$. V4. $I=74\pi$.

Q5.17. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}y^2\,dxdz+z^2dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини сфери $x^2+y^2+z^2=5$, розташованої в першому октанті $(x\geq 0,\ y\geq 0,\ z\geq 0)$.

V1. $I=4\pi/3$. V2. $I=36\pi/5$. V3. $I=25\pi/4$. V4. $I=-5\pi$.

Q5.18. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^-}yz\,dydz+x^2\,dxdz-yz\,dxdy$, де σ^- – внутрішня сторона частини сфери $x^2+y^2+z^2=4$, розташованої в першому октанті

$(x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0)$.

V1. $I=-4$. V2. $I=18\pi$. V3. $I=6\pi$. V4. $I=-2$.

Q5.19. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(3/y)\,dxdz$, де σ^+ – зовнішня сторона частини еліпсоїда $x^2/4+y^2/9+z^2/4=1,\ y \geq 0$.

V1. $I=-36\pi$. V2. $I=-4\pi$. V3. $I=8\pi$. V4. $I=12\pi$.

Q5.20. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(xy/z)\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини параболоїда обертання $4z=x^2+y^2$, відсіченої площиною $z=4$.

V1. $I=-16$. V2. $I=21$. V3. $I=4\pi$. V4. $I=-2\pi$.

Q5.21. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(z^2-y^2)\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини конуса $z^2=x^2+y^2,\ 0 \leq z \leq 2$.

V1. $I=-4\pi$. V2. $I=6\pi$. V3. $I=-12\pi$. V4. $I=16$.

Q5.22. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=60\iint_{\sigma^+}xdydz+dxdz+z^2xdxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини сфери $x^2+y^2+z^2=1$, що лежить у першому октанті $(x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0)$.

V1. $I=15\pi+4$. V2. $I=-7\pi$. V3. $I=21\pi-16$. V4. $I=25\pi+8$.

Q5.23. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(x^2+3y^2+z^2)\,dxdz$, де σ^+ – зовнішня сторона частини конуса $y^2=x^2+z^2$, відсіченої площинами $y=0$, $y=2$.

V1. $I=-8\pi$. V2. $I=-32\pi$. V3. $I=48\pi$. V4. $I=7\pi$.

Q5.24. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(y^2+z^2)\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини кругового циліндра $z=\sqrt{9-x^2}$, $0 \leq y \leq 2$.

V1. $I = 18\pi$. V2. $I = 88$. V3. $I = -36$. V4. $I = 116$.

Q5.25. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint_{\sigma^-} (2x + 5y^2 - 6z^2)\,dydz$, де σ^- – внутрішня сторона частини параболічного циліндра $y^2 = 2x$, відсіченої площинами $x = 2$, $z = 0$, $z = 1$.

V1. $I = 24$. V2. $I = 88$. V3. $I = -36$. V4. $I = -12$.

Q5.26. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint_{\sigma^+} (x^2 / z^2 + 1)\,dydz$, де σ^+ – зовнішня сторона частини кругового циліндра $x = \sqrt{4 - y^2}$, $1 \le z \le 4$.

V1. $I = -48$. V2. $I = -15\pi$. V3. $I = 28$. V4. $I = 132$.

Q5.27. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = 2 \iint_{\sigma^+} (3x^2 + y^2 + z^2)\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини півсфери $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$, вирізаної параболоїдом обертання $z = x^2 + y^2$.

V1. $I = 5\pi$. V2. $I = 7\pi$. V3. $I = -15\pi$. V4. $I = 27\pi$.

Q5.28. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint\limits_{\sigma^+} \frac{(4 - z^2)y^2}{(x^2 + y^2)^2}\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини еліпсоїда $x^2/9 + y^2/9 + z^2/4 = 1$, $z \ge 0$.

V1. $I = 6\pi$. V2. $I = -28\pi$. V3. $I = 14\pi$. V4. $I = 2\pi$.

Q5.29. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = 6 \iint_{\sigma^+} (x^2 + y^2) z^2\,dxdy$, де σ^+ – нижня сторона півсфери $z = -\sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

V1. $I = 5\pi$. V2. $I = -7\pi$. V3. $I = 14\pi$. V4. $I = -\pi$.

Q5.30. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = 8\iint_{\sigma^+} xy\,dydz + yz\,dxdz + xz\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона основи ABC піраміди з вершинами у точках $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$.

V1. $I=0$. V2. $I=1$. V3. $I=3$. V4. $I=-3$.

Q5.31. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint\limits_{\sigma^+}\frac{z\,dxdy}{x^2+y^2}$, де σ^+ – зовнішня сторона частини гіперболічного параболоїда $z=xy$, що лежить у першому октанті ($x\ge 0$, $y\ge 0$, $z\ge 0$) і вирізається круговим циліндром $x^2+y^2=4$.

V1. $I=1$. V2. $I=-2$. V3. $I=6\pi$. V4. $I=-12\pi$.

Q5.32. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(y+z^2)\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини параболоїда обертання $y=x^2+z^2$, $z\ge 0$, $y\le 4$.

V1. $I=27/2$. V2. $I=21/4$. V3. $I=128/3$. V4. $I=145/3$.

Q5.33. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}(z^2+1)\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини однопорожнинного гіперболоїда $x^2/4+y^2/4-z^2=1$, $0\le z\le 1$.

V1. $I=-2\pi$. V2. $I=6\pi$. V3. $I=-24\pi$. V4. $I=15\pi$.

Q5.34. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint_{\sigma^+}z^2\,dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини двопорожнинного гіперболоїда $x^2/4+y^2/4-z^2=-1$, $1\le z\le 2$.

V1. $I=-21\pi/2$. V2. $I=-39\pi/8$. V3. $I=\pi/3$. V4. $I=45\pi/2$.

Q5.35. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I=\iint\limits_{\sigma^+}\frac{x^2+y^2}{z^2-4}dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини двопорожнинного гіперболоїда $x^2/9+y^2/9-z^2/4=-1$, $2\le z\le 10/3$.

V1. $I=-21\pi$. V2. $I=15\pi/2$. V3. $I=-48\pi$. V4. $I=36\pi$.

Q5.36. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду

$I = \iint\limits_{\sigma^+} \frac{y\,dxdy}{x^2+z^2}$, де σ^+ – зовнішня сторона частини однопорожнинного гіперболоїда $x^2/9 + z^2/9 - y^2 = 1,\ 0 \le y \le 4/3,\ z \ge 0$.

V1. $I = 27/4$. V2. $I = -2/3$. V3. $I = 6$. V4. $I = 10/9$.

Q5.37. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint\limits_{\sigma^+} \frac{x^2+z^2+9}{y} dxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона частини двопорожнинного гіперболоїда $x^2/9 + z^2/9 - y^2 = -1,\quad 1 \le y \le \sqrt{2}$, $z \ge 0$.

V1. $I = 36$. V2. $I = 9$. V3. $I = 2\sqrt{2}/3$. V4. $I = 6\sqrt{2}$.

6. Теорема Стокса. Теорема Остроградського – Гаусса

Q6.1. Який вигляд має у векторній формі формула Стокса, що зв'язує між собою потік вихору $rot\,\vec{F}$ векторного поля $\vec{F}$ через вибрану сторону σ^+ поверхні σ, розташованої у цьому полі, з одиничним вектором відповідної нормалі $\vec{n}$ і циркуляцію самого поля $\vec{F}$ вздовж межі L поверхні σ?

V1. $\oint_L \vec{F}\,d\vec{l} = \iint_{\sigma^+} rot\vec{F}\cdot\vec{n}\,d\sigma$. V2. $\oint_L \vec{F}\,d\vec{l} = \left|\iint_{\sigma^+} rot\vec{F}\cdot\vec{n}\,d\sigma\right|$.

V3. $\oint_L \vec{F}\,d\vec{l} = \iint_{\sigma^+} rot\vec{F}\times\vec{n}\,d\sigma$. V4. $\oint_L div\vec{F}\,dl = \iint_{\sigma^+} rot\vec{F}\cdot\vec{n}\,d\sigma$.

Q6.2. Який вигляд має у прямокутній системі координат $Oxyz$ формула Стокса, що зв'язує між собою потік вихору $rot\,\vec{F}$ векторного поля $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ через вибрану сторону σ^+ поверхні σ, розташованої у цьому полі, з одиничним вектором відповідної нормалі $\vec{n}$ і циркуляцію самого поля $\vec{F}$ вздовж межі L поверхні σ?

V1. $\oint_L \frac{\partial P}{\partial x}dx+\frac{\partial Q}{\partial y}dy+\frac{\partial R}{\partial z}dz=\iint_{\sigma^+}\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)dydz+$

$+\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)dxdz+\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$.

V2. $\oint_L Pdx+Qdy+Rdz=\iint_{\sigma^+}\frac{\partial P}{\partial x}dydz+\frac{\partial Q}{\partial y}dxdz+\frac{\partial R}{\partial z}dxdy$

V3. $\oint_L Pdx+Qdy+Rdz=\iint_{\sigma^+}\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)dydz+$

$+\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)dxdz+\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$.

V4. $\oint_L \left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)dx+\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)dy+\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dz=$

$=\iint_{\sigma^+}Pdydz+Qdxdz+R\,dxdy$.

Q6.3. Який вигляд має у векторній формі формула Остроградського – Гаусса, що зв'язує між собою потік векторного поля $\vec{F}$ через зовнішню сторону σ^+ замкненої поверхні σ, яка обмежує просторову область V у цьому полі, з одиничним вектором відповідної нормалі $\vec{n}$ і потрійний інтеграл від дивергенції $div\vec{F}$ по області V?

V1. $\iint_{\sigma^+}\vec{F}\times\vec{n}\,d\sigma=\iiint_V div\vec{F}\,dV$. V2. $\iint_{\sigma^+}\vec{F}\,\vec{n}\,d\sigma=\left|\iiint_V div\vec{F}\,dV\right|$.

V3. $\iint_{\sigma^+}\vec{F}\,\vec{n}\,d\sigma=\iiint_V div\vec{F}\,dV$. V4. $\iint_{\sigma^+}|\,\vec{F}\,|d\sigma=\iiint_V div\vec{F}\,dV$.

Q6.4. Який вигляд має у прямокутній системі координат $Oxyz$ формула Остроградського – Гаусса, що зв'язує між собою потік векторного поля $\vec{F}=P\vec{i}+Q\vec{j}+R\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ замкненої поверхні σ, яка обмежує просторову область V у цьому полі, з одиничним вектором відповідної нормалі $\vec{n}$ і потрійний інтеграл від дивергенції $div\vec{F}$ по області V ?

V1. $\iint_{\sigma^+} P\,dydz + Q\,dxdz + R\,dxdy = \iiint_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right) dV$.

V2. $\iint_{\sigma^+} P\,dxdy + Q\,dydz + R\,dxdz = \iiint_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right) dV$.

V3. $\iint_{\sigma^+} P\,dydz + Q\,dxdz + R\,dxdy = \iiint_V \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{\partial Q}{\partial y} \cdot \frac{\partial R}{\partial z} dV$.

V4. $\iint_{\sigma^+} P\,dydz + Q\,dxdz + R\,dxdy = \iiint_V \left|\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right| dV$.

Q6.5. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = x\vec{i} + 2y\vec{j} + 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/2 + y/3 + z/4 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 24$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 12$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 18$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 35$.

Q6.6. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 2y\vec{i} + x\vec{j} + 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x + y/3 + z/4 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 12$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 6$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 18$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 5$.

Q6.7. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 3z\vec{i} + 2y\vec{j} + z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/5 + y/1 + z/2 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 25$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 6$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 10$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 27$.

Q6.8. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 3x\vec{i} + 2y\vec{j} + 4\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/5 + y/2 + z/3 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 25$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 6$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 30$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 27$.

Q6.9. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 3y\vec{i} + x\vec{j} + 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/3 + y/4 + z/5 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 15$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 26$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 8$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 30$.

Q6.10. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 3x\vec{i} + 2z^2\vec{j} + 5z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/3 + y/2 + z/1 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 4$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 16$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 8$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 30$.

Q6.11. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 3z\vec{i} + 2y\vec{j} + z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/5 + y/2 + z/3 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 32$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 15$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 9$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 36$.

Q6.12. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 6x\vec{i} - 3y\vec{j} + 2z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/2 + y/4 + z/6 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 32$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 15$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 53$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 40$.

Q6.13. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 2x\vec{i} - y\vec{j} + 5z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/4 + y/3 + z/2 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 43$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 18$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 24$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 10$.

Q6.14. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 7x\vec{i} + 2y\vec{j} - 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/3 + y/2 + z/7 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 27$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 12$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 56$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 42$.

Q6.15. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 2y\vec{i} - x\vec{j} + 6z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/2 + y/1 + z/4 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 9$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 8$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 56$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 31$.

Q6.16. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 3x\vec{i} - z\vec{j} + 2y\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/5 + y/4 + z/2 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 20$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 41$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 30$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 5$.

Q6.17. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = x\vec{i} + 2y\vec{j} + 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/3 + y/2 + z/6 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 17$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 40$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 5$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 36$.

Q6.18. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 8x\vec{i} - 2y\vec{j} + z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/1 + y/7 + z/2 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 120$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 14$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 57$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 36$.

Q6.19. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 4x\vec{i} + 5y\vec{j} + 7z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/4 + y/5 + z/3 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 85$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 43$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 160$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 130$.

Q6.20. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j} - 4z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/3 + y/2 + z/7 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 18$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 180$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 7$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 3$.

Q6.21. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 2x\vec{i} - y\vec{j} + 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/4 + y/3 + z/2 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 33$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 70$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 7$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 16$.

Q6.22. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 4x\vec{i} + 2y\vec{j} + 5z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/2 + y/3 + z/1 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 28$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 49$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 11$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 6$.

Q6.23. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 2xz\vec{i} - 2yz\vec{j} + 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/2 + y/7 + z/3 = 1$.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 44$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 60$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 9$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 21$.

Q6.24. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 2x\vec{i} + 5y\vec{j} - 4z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ піраміди, обмеженої координатними площинами і площиною $x/2 + y/1 + z/4 = 1$.

V1. $\prod_{\sigma^+} = 4$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 72$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 3$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 29$.

Q6.25. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = 5\vec{i}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 2, 3 і 4, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = -7$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 53$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 12$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 0$.

Q6.26. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = -3\vec{j}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 1, 2 і 3, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = 32$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 20$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 0$. V4. $\prod_{\sigma^+} = -3$.

Q6.27. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = 2\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 2, 1 і 2, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = 0$. V2. $\prod_{\sigma^+} = -4$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 28$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 30$.

Q6.28. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = -4\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 3, 2 і 1, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = -4$. V2. $\prod_{\sigma^+} = -6$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 36$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 0$.

Q6.29. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j} - 6z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 3, 2 і 1, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = -4$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = -6$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 38$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 0$.

Q6.30. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = -4x\vec{i} + 3y\vec{j} - 2z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 5, 2 і 1, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = -18$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 24$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = -10$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 0$.

Q6.31. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 7x\vec{i} - 2y\vec{j} - 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 3, 1 і 5, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 30$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = -12$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = -10$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 6$.

Q6.32. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 6x\vec{i} - 4z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 7, 1 і 3, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = -30$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = 54$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 8$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 42$.

Q6.33. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = -2y\vec{j} + 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 4, 2 і 5, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\Pi_{\sigma^+} = 40$. V2. $\Pi_{\sigma^+} = -32$. V3. $\Pi_{\sigma^+} = 24$. V4. $\Pi_{\sigma^+} = 18$.

Q6.34. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік Π_{σ^+} векторного поля $\vec{F} = 2xy\vec{i} - 6\vec{j} - 2yz\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 3, 2 і 8, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = 28$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 10$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 0$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 44$.

Q6.35. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = 3xz\vec{i} - 3yz\vec{j} - 2z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 5, 2 і 1, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = -20$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 40$. V3. $\prod_{\sigma^+} = -12$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 36$.

Q6.36. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = x^2z\vec{i} - 2xyz\vec{j} + 2z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 5, 1 і 7, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = -35$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 140$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 0$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 70$.

Q6.37. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = x^2\vec{i} - 2xy\vec{j} + 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 6, 1 і 2, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = 0$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 36$. V3. $\prod_{\sigma^+} = -90$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 12$.

Q6.38. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = 3xz^2\vec{i} - 2y\vec{j} - z^3\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 6, 1 і 3, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = 18$. V2. $\prod_{\sigma^+} = -36$. V3. $\prod_{\sigma^+} = -90$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 0$.

Q6.39. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = xz^2\vec{i} - yz^2\vec{j} + 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 7, 1 і 3, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = 21$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 0$. V3. $\prod_{\sigma^+} = -36$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 63$.

Q6.40. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = x^2yz\vec{i} - xy^2z\vec{j} - 3z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 4, 1 і 2, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = 8$. V2. $\prod_{\sigma^+} = -32$. V3. $\prod_{\sigma^+} = -24$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 42$.

Q6.41. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = x^2yz\vec{i} - 3y\vec{j} - xyz^2\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 3, 4 і 1, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = -24$. V2. $\prod_{\sigma^+} = -36$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 0$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 6$.

Q6.42. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = -x^3z^2\vec{i} - y\vec{j} + x^2z^3\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 2, 2 і 7, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = -42$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 14$. V3. $\prod_{\sigma^+} = -28$. V4. $\prod_{\sigma^+} = -6$.

Q6.43. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = x(y+1)\vec{i} + xy\vec{j} - (x+y)z\vec{k}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 1, 2 і 4, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = -4$. V2. $\prod_{\sigma^+} = 8$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 24$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 32$.

Q6.44. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити потік $\prod_{\sigma^+}$ векторного поля $\vec{F} = (x^2 + 2xz)\vec{i} - 2(x+z)y\,\vec{j}$ через зовнішню сторону σ^+ поверхні σ прямокутного паралелепіпеда з ребрами 3, 2 і 4, що паралельні відповідно координатним осям Ox, Oy і Oz.

V1. $\prod_{\sigma^+} = 0$. V2. $\prod_{\sigma^+} = -36$. V3. $\prod_{\sigma^+} = 24$. V4. $\prod_{\sigma^+} = 48$.

Q6.45. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint_{\sigma^+} xdydz + ydxdz + zdxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона куба, утвореного площинами $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 1$, $y = 1, z = 1$.

V1. $I = 8$. V2. $I = 6$. V3. $I = 14$. V4. $I = 3$.

Q6.46. Користуючись формулою Остроградського – Гаусса, обчислити поверхневий інтеграл другого роду $I = \iint_{\sigma^+} xydydz + yzdxdz + xzdxdy$, де σ^+ – зовнішня сторона піраміди, утвореної площинами $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$.

V1. $I = 1/6$. V2. $I = 1/8$. V3. $I = 3/4$. V4. $I = 16/3$.

Q6.47. Користуючись формулою Стокса, обчислити криволінійний інтеграл за координатами $I = \oint_L (y+z)dx + (z+x)dy + (x+y)dz$, де L – коло перетину сфери $x^2 + y^2 + z^2 = 7$ з площиною $x + y + z = 0$.

V1. $I = 6$. V2. $I = -2$. V3. $I = 0$. V4. $I = -4$.

Q6.48. Користуючись формулою Стокса, обчислити криволінійний інтеграл за координатами $I = 8\oint_L x^2y^3dx + dy + z\,dz$, де L – коло перетину циліндра $x^2 + y^2 = 3$ з площиною $z = 0$.

V1. $I = -27\pi$. V2. $I = 7\pi$. V3. $I = -21\pi$. V4. $I = 15\pi$.

З М І С Т

Передмова 3
1. Скалярне поле. Лінії та поверхні рівня.
Похідна за напрямом і градієнт 3
2. Векторне поле. Векторні лінії.
Дивергенція. Ротор 10
3. Оператор Гамільтона. Векторні диференціальні
операції другого порядку 47
4. Поверхневий інтеграл за площею
(першого роду) 50
5. Поверхневий інтеграл за координатами
(другого роду) 56
6. Теорема Стокса.
Теорема Остроградського – Гаусса 63
Додаток-вкладиш: Правильні відповіді
до завдань. Частина п’ята 74

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Анатолій Іванович Колосов,
Анатолій Вікторович Якунін,
Юлія Валеріївна Ситникова

ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ. ЧАСТИНА П’ЯТА: ТЕОРІЯ ПОЛЯ. ПОВЕРХНЕВІ ІНТЕГРАЛИ

Відповідальний за випуск: С.О. Станішевський

Редактор: М.З. Аляб’єв

План 2009, поз. 185 М

Підп. до друку Формат 60х84 1/16 Папір офісний
Друк на ризографі. Умовн.-друк.арк 3,6 Обл.-вид.арк. 3,8
Тираж 100 прим. Зам. №

ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії ЦНІТ ХНАМГ
ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12