

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківська національна академія міського господарства

М.А. Засядько, О.О. Чупринін

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної роботи, підготовки до практичних занять та виконання
розрахунково-графічних і контрольних робіт з розділу спецкурсу
будівельної механіки

«Розрахунок рами

методом переміщень»

(для студентів 3 курсу денної форми навчання бакалаврів
за напрямом 0921 (6.060101) - «Будівництво»
із професійного спрямування «Промислове і цивільне будівництво»)

Харків – ХНАМГ – 2009

Методичні вказівки до самостійної роботи, підготовки до практичних занять та виконання розрахунково-графічних і контрольних робіт з розділу спецкурсу будівельної механіки «Розрахунок методом переміщень» (для студентів 3 курсу денної форми навчання за напрямом 0921 (6.060101) - «Будівництво» із професійного спрямування «Промислове і цивільне будівництво»). / Укл. Засядько М.А, Чупринін О.О. – Х.: ХНАМГ, 2009. – 44 с.

Укладачі: М.А. Засядько, О.О. Чупринін

Рецензент: завідувач кафедри будівельних конструкцій
д.т.н., проф. Г.А. Молодченко

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 1 від 28.08.09.

1. Загальні вказівки

Перш за все необхідно ознайомитися з теоретичним матеріалом, викладеним у главах 5, 6 **Ошибка! Закладка не определена.** або у главі 9 [2]. Зокрема, треба звернути увагу на відміни від методу сил: послідовність розрахунку, межі застосування, розрахунок симетричних рам. Для перевірки засвоєння матеріалу бажано відповісти на наведені нижче запитання.

1. Які припущення приймаються при розрахунку рам методом переміщень?
2. З яких величин складається ступінь кінематичної невизначності рами?
3. Як визначають кількість кутових зміщень вузлів рами?
4. Як визначають кількість лінійних зміщень вузлів рами?
5. Що приймають за невідомі в методі переміщень?
6. Як обирають основну систему методу переміщень?
7. Яка система називається кінематично визначною?
8. Яка в'язь називається плаваючим затисненням?
9. Як працюють окремі стержні основної системи?
10. Наведіть розрахункові схеми окремих стержнів, які можуть зустрітися в основній системі методу переміщень?
11. Яким чином будують епюри згинаючих моментів в основній системі?
12. Які умови відображають канонічні рівняння методу переміщень?
13. Наведіть механічну суть лівої частини i -го канонічного рівняння?
14. Яка механічна суть величин r_{ik} та R_{if} ?
15. Як визначають реакцію в плаваючому защемленні?
16. Як визначають реакцію в рухомій шарнірній опорі?
17. Які співвідношення існують між коефіцієнтами канонічних рівнянь методу переміщень?
18. У чому різниця між величинами r_{ik} і R_{ik} ?

19. Як визначити коефіцієнти канонічних рівнянь за допомогою перемноження епюр?
20. Як після визначення невідомих будують епюру згинаючих моментів для заданої рами?
21. Як можна визначити поперечні сили за епюрою згинаючих моментів?
22. Як можна визначити поздовжні сили в рамі після визначення поперечних сил?
23. Як перевіряють розрахунки методу переміщень?
24. Які способи застосовують при розрахунку симетричних рам методом переміщень?
25. Яка особливість визначення реакцій у групових в'язях основної системи методу переміщень?
26. Яка особливість існує в побудові одиничних епюр в основній системі для рам із похилими стояками при наявності лінійних зміщень?
27. Як обирають основну систему методу переміщень при відмові від припущення про нехтування поздовжніх деформацій?

2. Практичні заняття

Приклад 1. Обрати основну систему для рами, наведеної на рис. 1.

Розв'язання

Визначимо ступінь кінематичної невизначності.

Кількість кутових зміщень вузлів (поворотів) дорівнює кількості жорстких вузлів рами. У розглянутому прикладі такими є вузли 1, 2, 3, 4 та 6 (зауважимо, що у вузлі 6 стержні 3-6 і 6-8 з'єднані жорстко, отже такий вузол також необхідно враховувати). Відповідно кількість кутових зміщень вузлів $n_y = 5$.

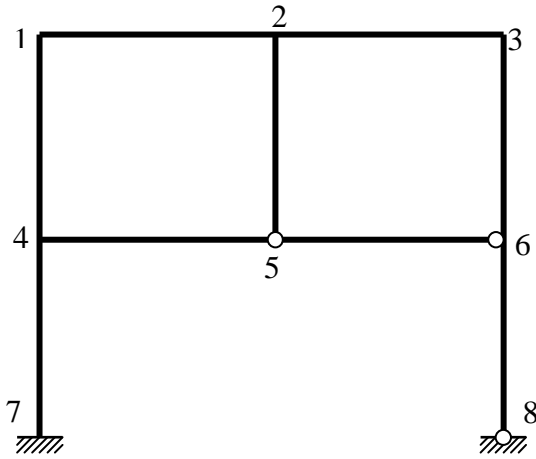


Рис. 1

Для визначення кількості лінійних зміщень перетворимо задану раму в шарнірно-стержневу схему. Для цього поставимо в усі вузли, разом з опорними, шарніри (рис. 2, а).

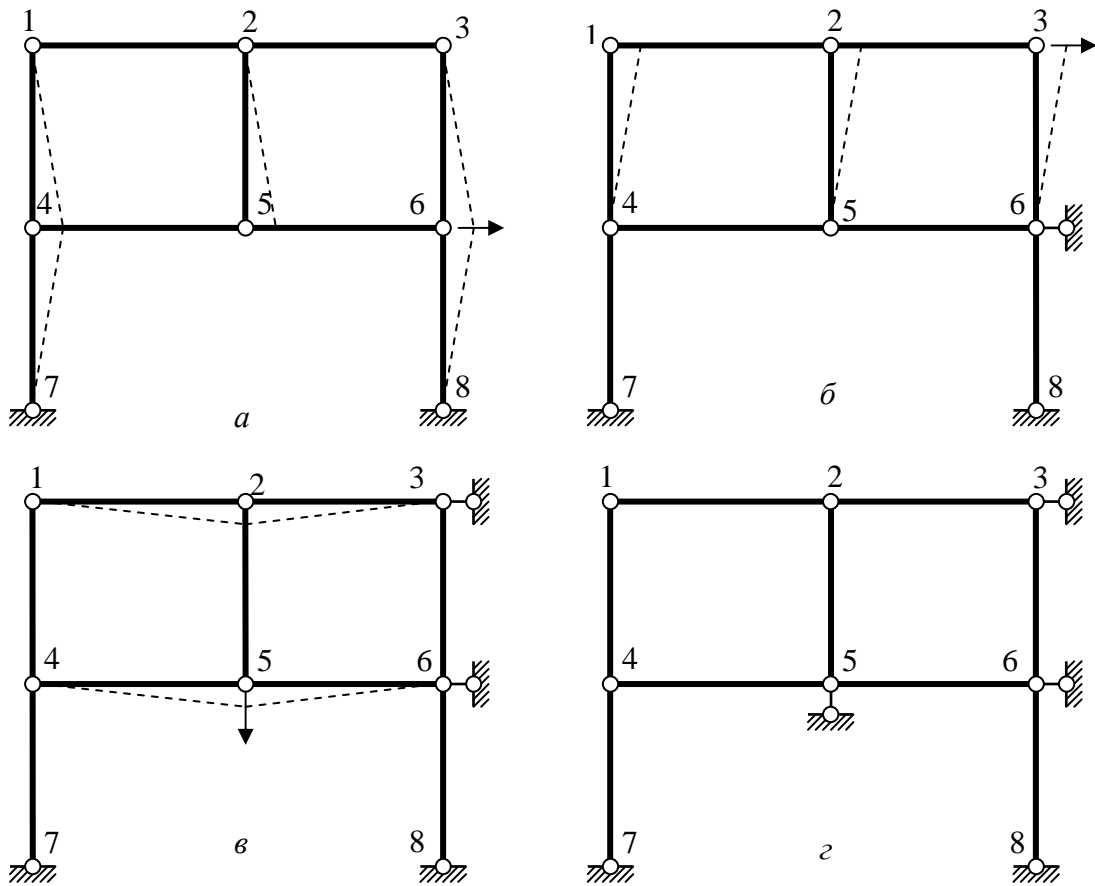


Рис.2

Як бачимо, вузли 4, 5, і 6 можуть зміщуватись уздовж горизонталі за рахунок повороту стержнів 4-7 і 6-8. Поставивши в'язь, наприклад, у вузлі 6 (рис. 2,б), це переміщення буде усунене. Аналізуючи схему на рис. 2,б,

бачимо, що можливим залишається переміщення вузлів 1, 2, 3 вздовж горизонталі. В'язь, поставлена, наприклад, у вузлі 3 (рис. 2,в), усуває це переміщення. Далі за рис. 2,в бачимо, що можливим залишається вертикальне переміщення вузлів 2 та 5. Після постановки в'язі, наприклад, у вузлі 5 (рис. 2,г), стає неможливим і це переміщення. Як показує аналіз схеми на рис. 2,г, при наявності поставлених трьох в'язей усі вузли шарнірно-стержневої схеми рами не можуть зміщуватися. Отже, кількість лінійних зміщень вузлів заданої рами становить $n_n = 3$.

Тепер можна визначити ступінь кінематичної невизначності рами:

$$n = n_y + n_n = 5 + 3 = 8.$$

Обираючи основну систему відповідно до виявлених можливих переміщень вузлів ставимо у вузли 1, 2, 3, 4, 6 плаваючі затиснення, а вздовж лінійних зміщень опорні в'язі. При цьому горизонтальне зміщення вузлів 4, 5, 6 можна усунути не обов'язково в'яззю у вузлі 6, як це було зроблено в шарнірно-стержневій схемі, а у вузлі 4 (рис. 4). Стрілками на одержаній таким чином основній системі показані прийняті додатні напрямки відповідних переміщень, а їхня нумерація (Z_1, Z_2, \dots, Z_8) має довільний порядок.

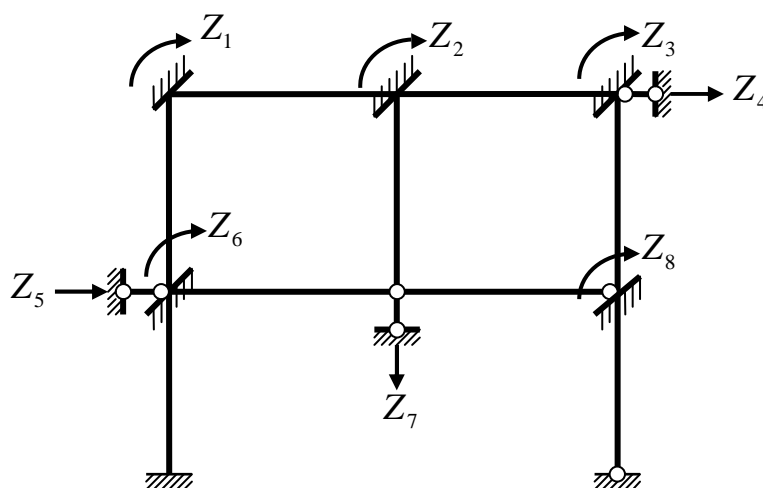


Рис.3

Приклад 2. Обрати основну систему для рами, наведеної на рис. 4.

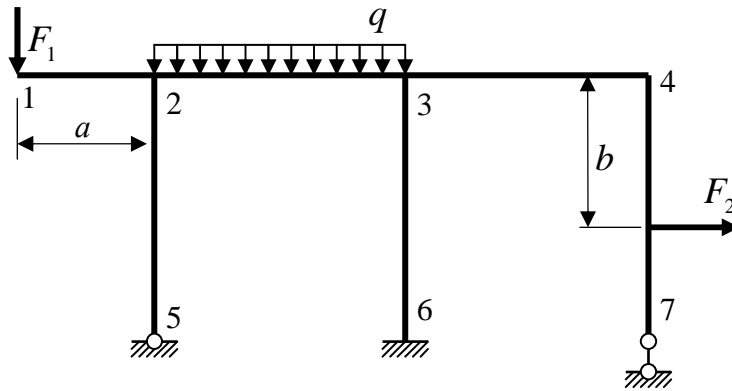


Рис.4

Розв'язання.

Для підрахунку кількості зміщень вузлів рами слід звернути увагу на деякі особливості цієї рами. Зауважимо, що консольна частина рами (стержень 1-2) є статично визначною й при підрахунку кількості невідомих переміщень на неї можна не звертати увагу. Крім того, реакція в рухомій шарнірній опорі (вузол 7) за умов малих переміщень спрямована вздовж стержня 4-7. Отже, з точки зору обчислення згинаючих моментів стержень 4-7 можна вважати шарнірно рухомою опорою. На підставі наведеного аналізу для визначення згинаючих моментів наведену раму можна замінити схемою, зображеною на рис. 5. Значення вузлових моментів будуть такі:

$$M_2 = F_1 a; \quad M_4 = F_2 b$$

Для розрахункової схеми (рис. 5) маємо два жорстких вузли 2 і 3, отже $n_y = 2$.

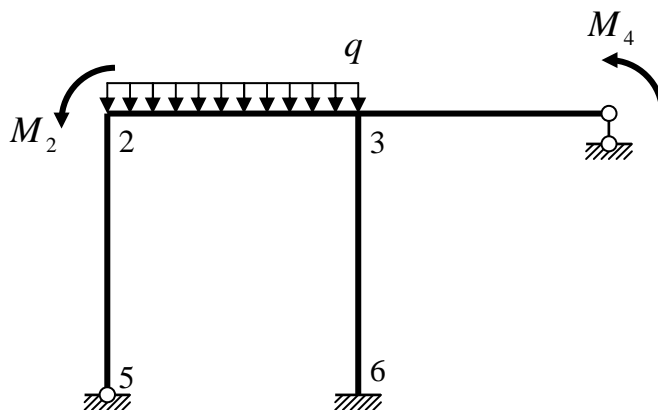


Рис.5

За шарнірно-стержневою схемою (рис. 6) маємо одне лінійне зміщення вузлів ригеля 2-3-4 вздовж горизонталі.

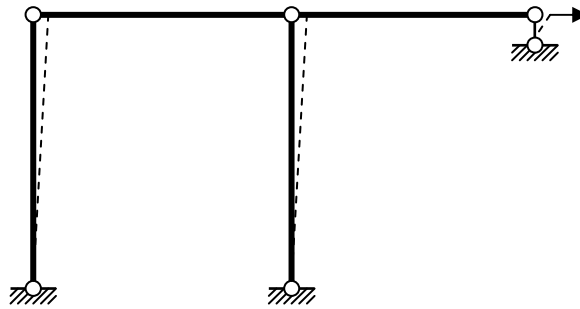


Рис.6

Отже, $n = 2 + 1 = 3$ і, обираючи основну систему, необхідно поставити два плаваючі затиснення: у вузлах 2 та 3 і один горизонтальний стержень, наприклад, у вузлі 4 (див. рис. 7).

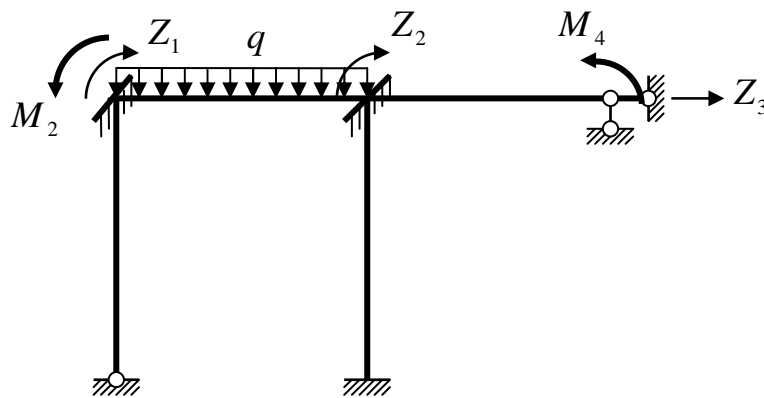


Рис.7

Z_1, Z_2, Z_3 - шукані переміщення вузлів – основні невідомі методу переміщень.

Приклад 3. Виконати розрахунок рами, наведеної на рис. 8.

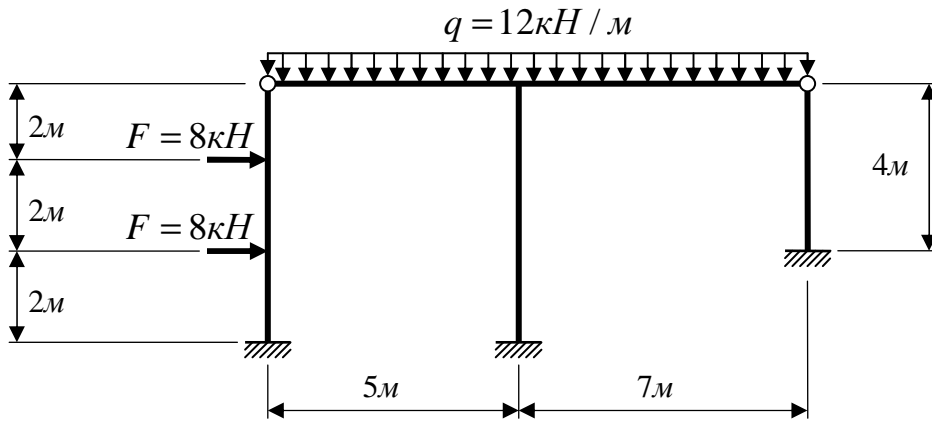


Рис.8

Розв'язання.

1. *Визначаємо ступінь кінематичної невизначності рами.*

Рама має один жорсткий вузол – середній вузол ригеля і одне лінійне зміщення – зміщення вузлів ригеля уздовж горизонталі. Отже ступінь кінематичної невизначності рами становить $n = 2$.

2. *Обираємо основну систему.*

Для цього ставимо плаваюче затиснення в жорсткому вузлі та горизонтальний опорний стержень, наприклад, у правому вузлі ригеля (рис. 9).

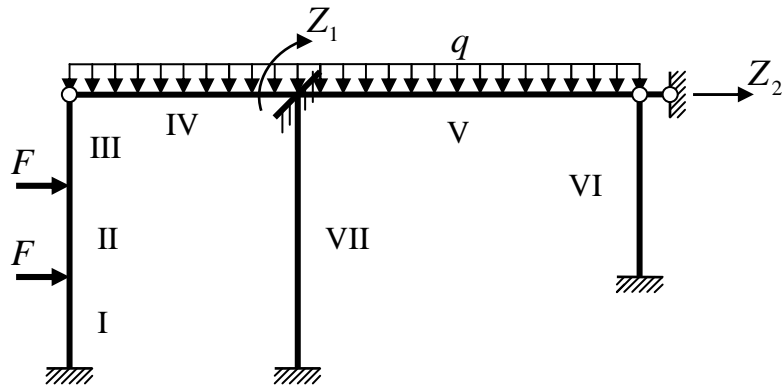


Рис.9

iv

3. *Записуємо канонічні рівняння.*

$$\begin{aligned} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + R_{1f} &= 0; \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + R_{2f} &= 0; \end{aligned} \quad (1)$$

4. Будуємо епюри згинаючих моментів в основній системі. Обираємо співвідношення жорсткостей ригеля і стаяків 4:1, тобто $EI_c = EI, EI_p = 4EI$.

а) Епюра згинаючих моментів від повороту плаваючого затиснення $Z_1 = 1$ (рис. 10). На рисунку пунктирними лініями показано деформації стержнів від повороту затиснення.

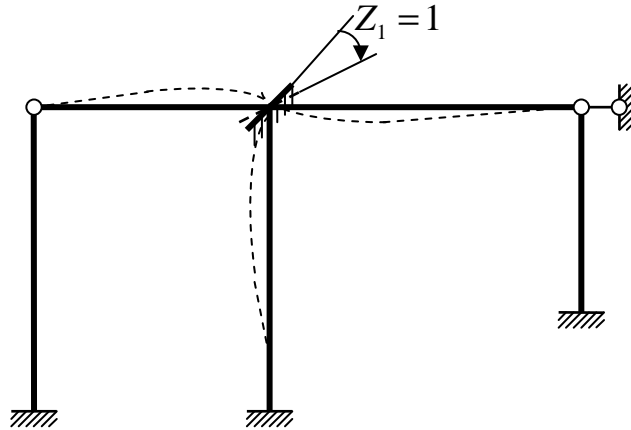


Рис.10

При побудові деформованої схеми рами бажано перш за все зобразити нове положення вузла після повороту, а потім, аналізуючи закріплення на нерухомих кінцях стержнів, з'єднувати найкоротшими кривими зміщені й нерухомі кінці кожного стержня.

На підставі одержаних деформацій для кожного стержня обираємо за табл. 1 додатку цих вказівок і відповідним чином розташовуємо епюри моментів. Так, для стержнів ригеля, що мають один кінець жорсткий, а інший шарнірно закріплений, при повороті жорсткого кінця маємо в табл. 1 додатку перший рядок. Для лівого стержня ригеля відповідно до його деформації розтягнуті верхні волокна й момент на жорсткому кінці необхідно відкласти доверху. Значення цього моменту за табл. 1 додатку буде таким: $M = 3EI_p / l_p$. З урахуванням прийнятого співвідношення жорсткостей і довжини стержня $l_p = 5m$ одержимо $M = 3 \cdot 4EI / 5 = 2,4EI$. Правий стержень ригеля має

розтягнуті волокна знизу, отже, момент на його лівому жорсткому кінці ($M = 3EI_p / l'_p = 3 \cdot 4EI / 7 = 1,714EI$) необхідно відкласти вгору.

Для середньої стійки рами, що має обидва жорстких кінці, за табл. 1 додатку при повороті кінця знаходимо епюру й значення моментів у шостому рядку. За деформованою схемою на рис. 10 верхня частина стійки має розтягнуті волокна з лівого боку, а нижня – з правого. За значеннями, наведеними в рядку 6 табл. 1 додатку, з урахуванням заданого співвідношення жорсткостей ($EI_c = EI$) і довжини стійки ($l_c = 6\text{м}$) одержимо: $M_{\text{верх}} = 4EI_c / l_c = 4EI / 6 = 0,667EI$; $M_{\text{нижн}} = M_{\text{верх}} / 2 = 0,333EI$.

Інші стержні рами, як видно з рис. 10, не деформуються. Епюра \overline{M}_1 від зміщення $Z_1 = 1$ наведена на рис. 11.

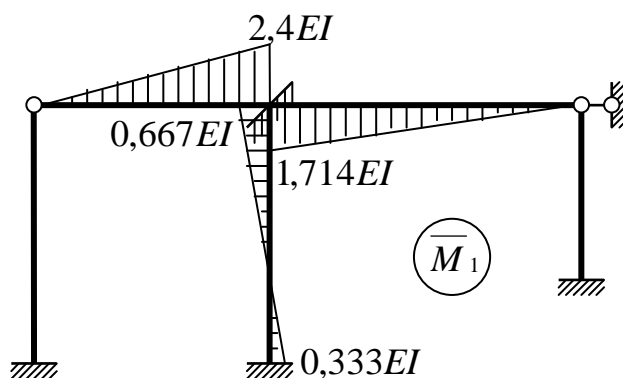


Рис.11

б) Епюра згинаючих моментів від зміщення опорного стержня $Z_2 = 1$ (рис. 12). Для побудови деформованої схеми рами, як і при повороті плаваючого затиснення, перш за все показуємо нове положення зміщених вузлів. Оскільки відстань між кінцями стержнів за введеними припущеннями залишається фіксованою, при зміщенні опорного стержня верхній кінець правого стояка може зміщуватися тільки перпендикулярно його осі, тобто вздовж горизонталі. Це зміщення викликає також зміщення верхніх кінців середнього й правого стояків також перпендикулярно до їхніх осей – уздовж горизонталі, при цьому наявність плаваючого затиснення не дозволяє

середньому вузлу ригеля повертатись. Далі, як і при попередньому повороті затиснення, наносимо деформовані осі стержнів (пунктирні лінії на рис. 12).

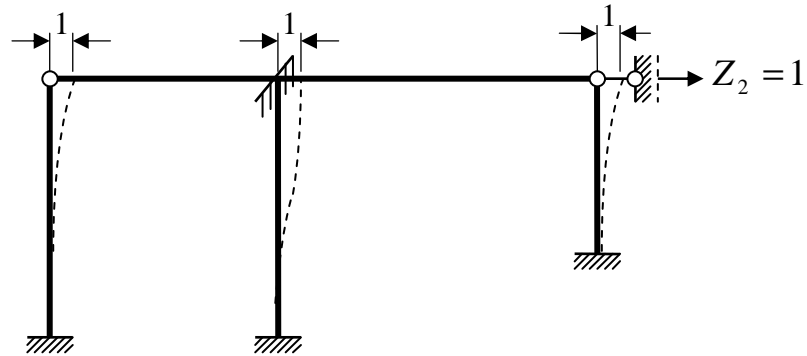


Рис.12

Крайні стояки рами мають один жорсткий і другий – шарнірний кінці. Їхнім деформаціям відповідають епюри, наведені в рядку 2 табл. 1 додатку. За характером згину в цих стояках розтягнутими будуть волокна, розташовані ліворуч від осі, отже моменти на їхніх жорстких (нижніх) кінцях повинні відкладатись вліво й за формулами, наведеними в табл. 1 додатку, мають такі значення: на лівому стояку $M = 3EI_c / l_c^2 = 3EI / 6^2 = 0,0833EI$ на правому - $M = 3EI / 4^2 = 0,1875EI$.

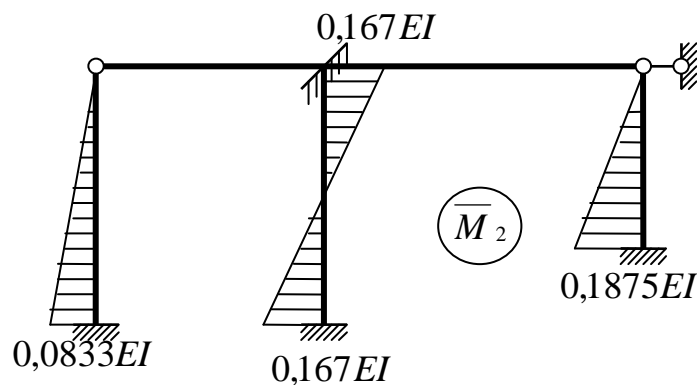


Рис.13

Середній стояк має обидва жорсткі кінці. Його деформації відповідає епюра, наведена в рядку 7 табл. 1 додатку. На верхньому кінці стояка розтягнуті праві волокна, а на нижньому – ліві. Відповідні значення моментів однакові на обох кінцях і становлять: $M = 6EI_c / l_c^2 = 6EI / 6^2 = 0,167EI$.

Епюра \overline{M}_2 від зміщення $Z_2 = 1$ наведена на рис. 13.

в) Епюра згинаючих моментів від заданого навантаження. Ще раз нагадаємо, що в основній системі методу переміщень кожен стержень працює окремо від інших. Отже при заданому навантаженні правий і середній стояки мають нульові епюри. На ригелях рами епюри від заданого розподіленого навантаження беремо з рядка 4 табл. 1 додатку. Значення моментів на жорстких кінцях цих стержнів біля середнього вузла обчислюємо за формулою $M = ql^2 / 8$. Для лівого стержня ця величина становить $12 \cdot 5^2 / 8 = 37,5 \text{кНм}$, для правого - $12 \cdot 7^2 / 8 = 73,5 \text{кНм}$. Епюру моментів на лівому стояку будуємо, складаючи епюри від кожної окремої сили, як показано на рис. 14.

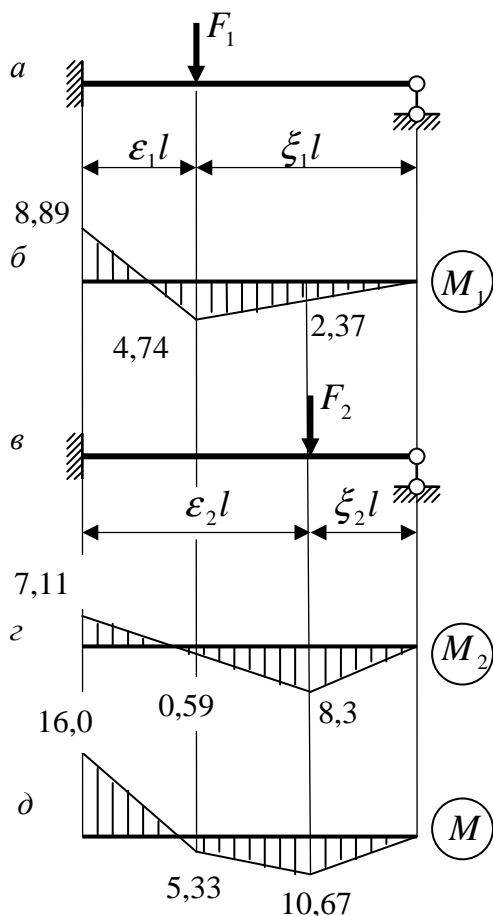


Рис.14

Положення нижньої сили стояка відповідає силі F_1 . Положення сили F_1 визначається відносними відстанями від лівого кінця $\epsilon_1 = 2 : 6 = \frac{1}{3}$ і від правого - $\xi_1 = 4 : 6 = \frac{2}{3}$. Отже відповідно до формул, наведених у рядку 3 табл. 1, обчислюємо:

$$M_A = \frac{F_1 l}{2} \xi (1 - \xi^2) = \frac{8 \cdot 6}{2} \cdot \frac{2}{3} \left(1 - \frac{2^2}{3^2}\right) = 8,89;$$

$$R_B = \frac{F_1 \epsilon_1^2}{2} (3 - \epsilon_1) = \frac{8 \cdot \frac{1}{3^2}}{2} \left(3 - \frac{1}{3}\right) = 1,185 \text{кН};$$

$$M_C = R_B \xi_1 \cdot l = 1,185 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 = 4,74 \text{кНм};$$

$$M_D = R_B \xi_2 \cdot l = 1,185 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6 = 2,37 \text{кНм}.$$

Епюра M_1 від сили F_1 наведена

на рис. 14,б.

Положення верхньої сили стояка відповідає силі F_2 на рис. 14,в. Для неї

$\varepsilon_2 = 4:6 = \frac{2}{3}$; $\xi_2 = 2:6 = \frac{1}{3}$. За тими самими формулами знаходимо:

$$M_A = \frac{F_2 l}{2} \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{8 \cdot 6 \cdot 8}{54} = 7,111 \text{кНм};$$

$$R_B = \frac{F_2 \varepsilon_2^2}{2} (3 - \varepsilon_2) = \frac{8 \cdot 2^2}{2 \cdot 3^2} \left(3 - \frac{2}{3} \right) = 4,148 \text{кН};$$

$$M_D = R_B \xi_2 l = 4,148 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6 = 8,296 \text{кНм};$$

$$M_C = \frac{M_D + M_A}{2} = \frac{8,296 - 7,111}{2} = 0,592 \text{кНм}.$$

Епюра M_2 від сили F_2 наведена на рис. 14,г.

Згинаючі моменти від сумісної дії сил F_1 та F_2 одержимо як суму моментів M_1 та M_2 (рис. 14,д).

Повна епюра M_f від заданого навантаження наведена на рис. 15.

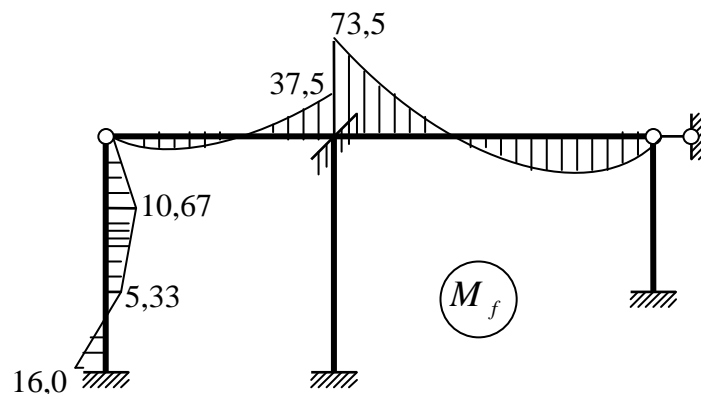


Рис.15

5. Обчислюємо коефіцієнти і вільні члени канонічних рівнянь.

Коефіцієнти r_{11} , r_{12} і вільний член R_{1f} першого канонічного рівняння є реакціями у першій в'язі основної системи, тобто реактивними моментами у плаваючому затисненні. Ці реактивні моменти можна обчислити з умов рівноваги того вузла, в якому знаходиться затиснення. Так, для визначення

реакції r_{11} у першій в'язі від зміщення цієї самої першої в'язі вирізуємо перший вузол на першій одиничній епюрі (рис. 16,а). З рівняння рівноваги $\sum M = r_{11} - 2,4EI - 1,714EI - 0,667EI = 0$ одержимо $r_{11} = (2,4 + 1,714 + 0,667)EI$.

Отже $r_{11} = 4,781EI$.

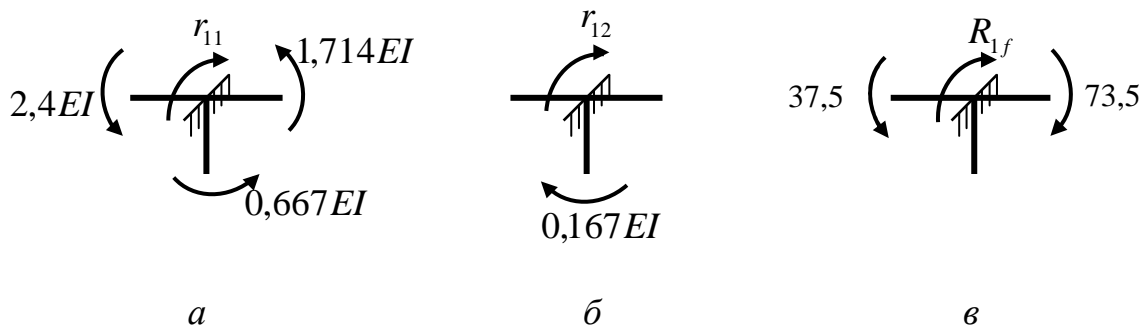


Рис.16

Аналогічно, для визначення реакції r_{12} у першій в'язі від зміщення другої в'язі визначаємо з рівноваги першого вузла на другій епюрі (рис. 16,б):

$$\sum M = r_{12} + 0,167EI = 0; r_{12} = -0,167EI.$$

Реакція R_{1f} у першій в'язі від заданого навантаження визначається з рівноваги першого вузла на епюрі M_f (рис. 16,в):

$$\sum M = R_{1f} + 73,5 - 37,5 = 0; R_{1f} = 37,5 - 73,5 = -36 \text{кНм}.$$

Коефіцієнтами r_{21} , r_{22} і вільним членом R_{2f} є реакції у додатковому опорному стержні основної системи. Для їхнього визначення можна розглянути рівновагу ригеля, що втримується від горизонтального зміщення цим опорним стержнем.

Розглянемо рівновагу ригеля на першій одиничній епюрі (рис. 17,а). Необхідно врахувати всі сили, що мають проекцію на вісь опорного стержня: У даному випадку це буде поперечна сила в середньому стояку -

$$Q = \frac{-0,667EI - 0,333EI}{6} = -0,167EI.$$

Зауважимо, що тут поперечна сила

визначена через згинаючі моменти на кінцях стержня, інакше її можна знайти

через значення реакції стержня у відповідному рядку табл. 1 додатку: $R = \frac{6EI}{l^2}$.

Ця реакція намагається повернути стояк проти годинникової стрілки. Про те саме свідчить і знак поперечної сили, обчисленої за епюрою моментів.

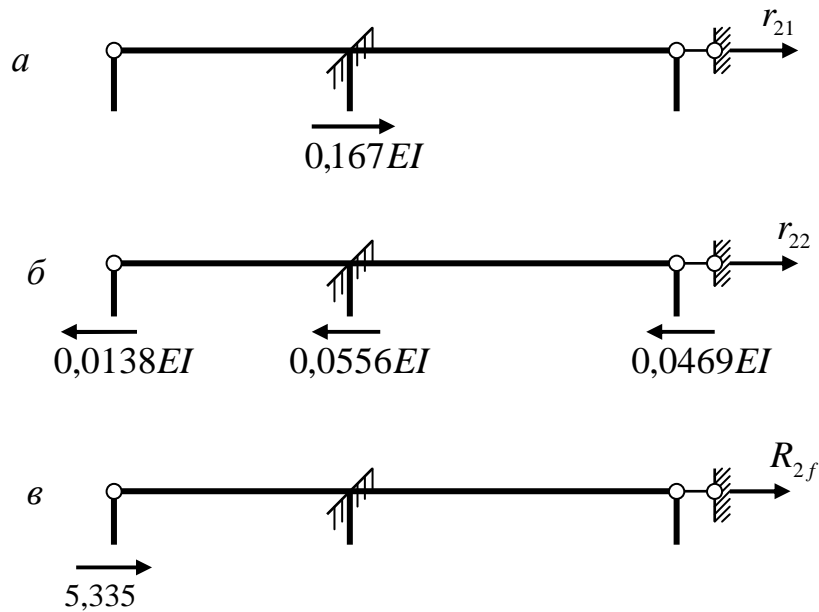


Рис.17

Проектуючи сили на вісь опорного стержня (горизонталь), одержимо:

$$\sum x = r_{21} + 0,167EI = 0,$$

звідки $r_{21} = -0,167EI$.

Нагадаємо, що для одиничних реакцій дійсною є теорема про взаємність: $r_{ik} = r_{ki}$. При розрахунках методом переміщень ця теорема звичайно використовується для перевірки реакцій. У нашому випадку ця властивість виконана: $r_{21} = r_{12} = -0,167EI$.

Далі вирізуємо ригель на епюрі \bar{M}_2 (рис. 17,б). Як і в першому разі, визначаємо поперечні сили через згинаючі моменти реакції або як реакції стержнів, наведені в табл. 1 додатку. Так, на лівому стояку за епюрою \bar{M}_2

маємо $Q = \frac{0,0833}{6} = 0,0138EI$, на середньому -

$Q = \frac{0,167EI + 0,167EI}{6} = 0,0556EI$ та на правому - $Q = \frac{0,1875EI}{4} = 0,0469EI$.

Далі з умови рівноваги ригеля $\sum x = r_{22} - 0,0138EI - 0,0556EI - 0,0469EI = 0$ одержимо $r_{22} = 0,1163EI$.

І, нарешті, розглядаємо рівновагу ригеля під дією навантаження (рис. 17,в). Поперечна сила виникає лише на лівому стояку (інші стояки не мають навантаження) і дорівнює $Q = \frac{0 - 10,67}{2} = -5,335\text{кН}$.

6. *Розв'язуємо систему рівнянь.* Підставляючи одержані реакції в канонічні рівняння одержимо таку систему:

$$\begin{aligned} 4,781EI \cdot Z_1 - 0,167EI \cdot Z_2 - 36 &= 0; \\ -0,167EI \cdot Z_1 + 0,1163EI \cdot Z_2 - 5,34 &= 0. \end{aligned}$$

Для розв'язання цієї системи можна застосувати будь-який відомий спосіб. У результаті одержуємо: $Z_1 = \frac{9,62}{EI}$; $Z_2 = \frac{59,63}{EI}$.

При ручному розрахунку бажано перевірити правильність розрахунку підстановкою одержаних невідомих у вихідні рівняння.

7. *Побудова остаточної епюри згинаючих моментів.* Для цього використовуємо принцип суперпозиції: $M = \bar{M}_1 \cdot Z_1 + \bar{M}_2 \cdot Z_2 + M_f$. «Виправлені» епюри $M_1 = \bar{M}_1 \cdot Z_1$ та $M_2 = \bar{M}_2 \cdot Z_2$ одержуємо відповідно множенням першої одиничної епюри на значення Z_1 та другої – на Z_2 (рис. 18,а,б).

Далі підсумовуємо значення моментів у відповідних перерізах кожної виправленої та вантажної епюр, наприклад, згинаючий момент у верхньому перерізі середнього стояка буде таким: $M = -6,41 + 9,94 = 3,53\text{кНм}$, у правому перерізі лівого ригеля: $M = -23,09 + 0 - 37,5 = -60,59\text{кНм}$; у лівому перерізі правого ригеля: $M = 16,49 + 0 - 73,5 = -57,01\text{кНм}$. Епюра моментів, що відповідає заданій рамі наведена на рис. 18,в. Зауважимо, що значення моментів у серединах ділянок із розподіленим навантаженням можна визначити так само підсумовуванням відповідних моментів на виправлених та вантажній епюрах.

Інакше їх можна одержати на підставі виразу $M_{сер} = \frac{M_{прав} + M_{лів}}{2} + \frac{ql^2}{8}$.

Нагадаємо, що значення моментів слід брати з урахуванням знаків, а знак перед другим доданком відповідає навантаженню, спрямованому донизу. Так, наприклад, для середнього перерізу правого ригеля маємо:

$$M_{сер} = \frac{0 - (-57,01)}{2} + \frac{12 \cdot 7^2}{8} = 44,54 \text{ кНм}$$

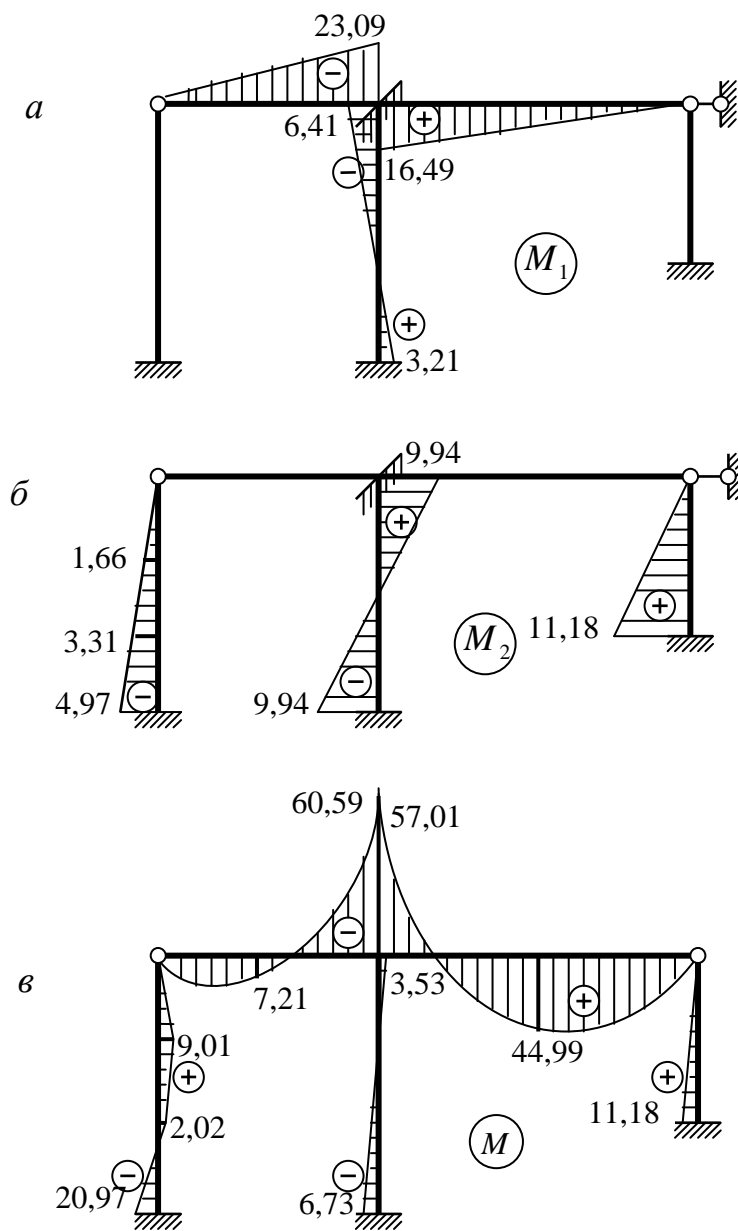


Рис.18

8. Побудова епюри поперечних сил. Поперечні сили зручно обчислювати через згинаючі моменти. Для загального випадку дії на ділянці рівномірно розподіленого навантаження маємо:

$$Q_{\text{лів}}^{\text{прав}} = \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лів}}}{l} \pm \frac{ql}{2}.$$

На лівому стояку маємо три ділянки навантаження, на кожній із них, починаючи знизу одержуємо:

$$Q_n = \frac{2,02 - (-20,97)}{2} = 11,5 \text{кН};$$

$$Q_c = \frac{9,01 - 2,02}{2} = 3,5 \text{кН};$$

$$Q_e = \frac{0 - 9,01}{2} = -4,5 \text{кН}.$$

На лівому ригелі:

$$Q_{\text{лів}}^{\text{прав}} = \frac{-60,59 - 0}{5} \pm \frac{12 \cdot 5}{2} = -12,12 \pm 30 = \begin{cases} 17,88 \text{кН}; \\ -42,12 \text{кН}. \end{cases}$$

На правому ригелі:

$$Q_{\text{лів}}^{\text{прав}} = \frac{0 + 57,01}{7} \pm \frac{12 \cdot 7}{2} = 8,28 \pm 42 = \begin{cases} 50,28 \text{кН}; \\ -33,72 \text{кН}. \end{cases}$$

На середньому стояку:

$$Q = \frac{3,53 - (-6,73)}{6} = 1,71 \text{кН}.$$

І, нарешті, на правому стояку:

$$Q = \frac{0 - 11,18}{4} = -2,8 \text{кН}.$$

Епюра Q наведена на рис. 19.

9. Побудова епюри поздовжніх сил. Поздовжні сили визначаємо з рівноваги вузлів рами з урахуванням поперечних сил.

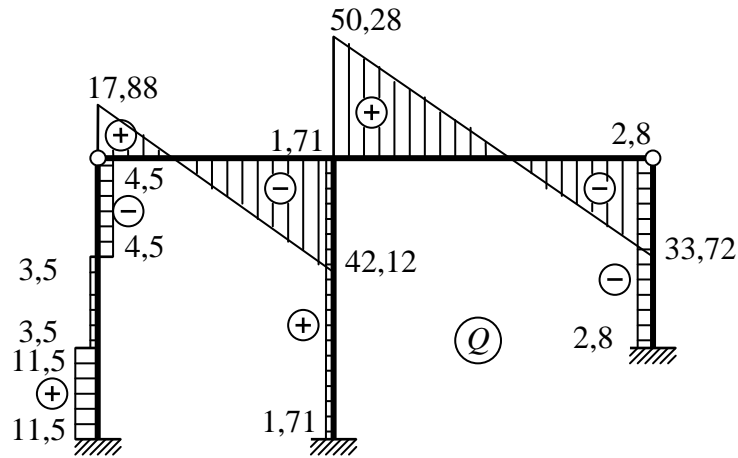


Рис.19

Починаємо з будь-якого двостержневого вузла, наприклад, з лівого вузла ригеля (рис. 20,*а*). Записуючи умови рівноваги, одержимо:

$$\sum y = -17,88 - N_1 = 0, \text{ звідки } N_1 = -17,88 \text{кН};$$

$$\sum x = 4,5 + N_2 = 0, \text{ звідки } N_2 = -4,5 \text{кН}.$$

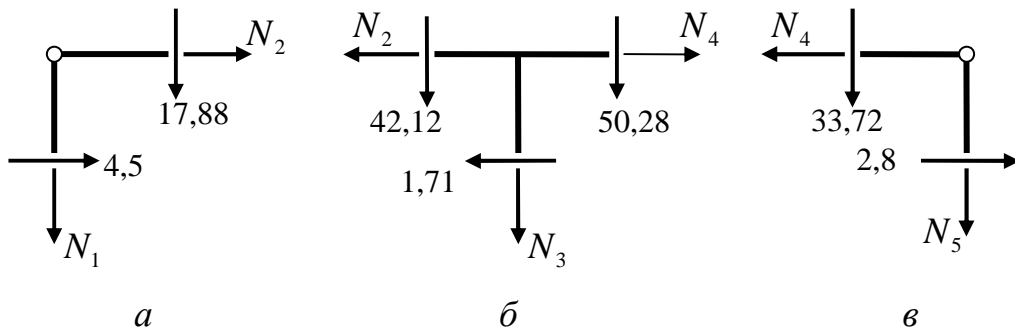


Рис.20

Далі розглянемо рівновагу середнього вузла ригеля (рис. 20,*б*):

$$\sum y = -42,12 - 50,28 - N_3 = 0, \text{ звідки } N_3 = -42,12 - 50,28 = -92,4 \text{кН};$$

$$\sum x = -N_2 - 1,71 + N_4 = 0, \text{ звідки } N_4 = 4,5 - 1,71 = 2,79 \text{кН}.$$

Нагадаємо, що поздовжня сила вздовж стержня не змінюється, якщо навантаження на цьому стержні перпендикулярне до його осі, тобто не дає проекцію на цю вісь.

Умови рівноваги останнього – правого – вузла ригеля (рис. 20,*в*) дають:

$$\sum y = -33,72 - N_5 = 0, \text{ звідки } N_5 = -33,72 \text{кН};$$

$$\sum x = 2,8 - N_4 = 2,8 - 2,79 = 0,01 \text{кН} \approx 0.$$

Останнє рівняння є перевіркою умов рівноваги ригеля вздовж горизонталі.

Епюра поздовжніх сил наведена на рис. 21.

10. *Перевірка розрахунків.* Перевірка розрахунків у методі переміщень виконується шляхом перевірки тих умов рівноваги, які використовувались для визначення реакцій у доданих в'язях основної системи.

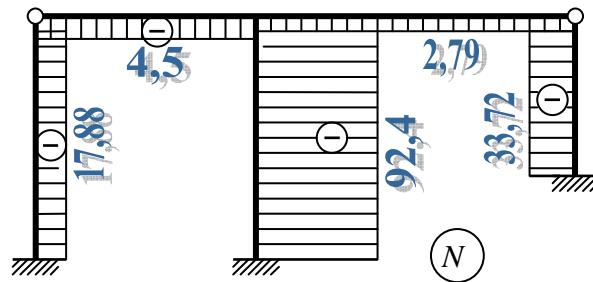


Рис.21

Розглянемо рівновагу середнього вузла ригеля під дією згинаючих моментів (рис. 22).

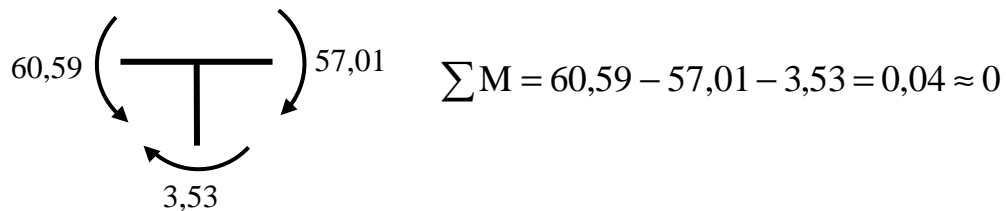


Рис.22

Вузол знаходиться в рівновазі.

Рівновага ригеля була перевірена при визначенні поздовжніх сил. Отже, статичні рівняння задовольняються, розрахунок виконано правильно.

11. *Розрахунок на комп'ютері.* Наведений алгоритм розрахунку реалізовано у файлі “Метод перемещений.xls”. Відкривши цей файл за допомогою програми MS Excel пакету MS Office або OpenOffice.org Calc пакету OpenOffice.org, одержуємо на екрані монітора таблиці (рис. 23).

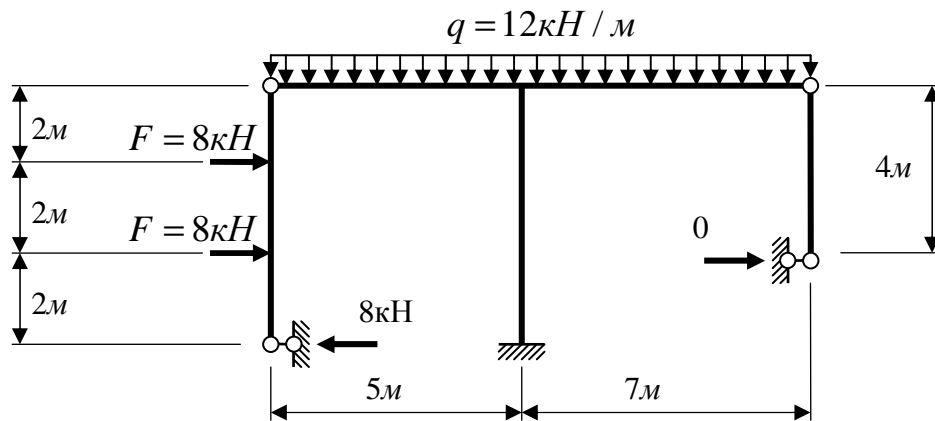


Рис.24

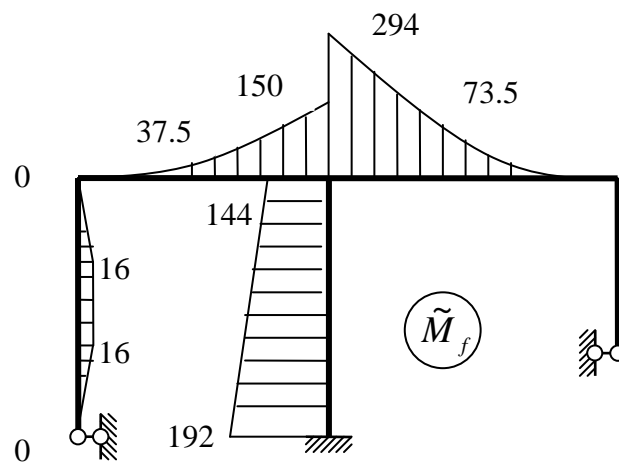


Рис.25

За допомогою миші й клавіатури заносимо у відповідні комірки (B3-B14) верхньої таблиці довжини ділянок – у прикладі це:

$$l_1 = 2; \quad l_2 = 2; \quad l_3 = 2; \quad l_4 = 5;$$

$$l_5 = 7; \quad l_6 = 4; \quad l_7 = 6.$$

а потім коефіцієнти жорсткості стержнів (комірки C3-C14), тобто коефіцієнти при EI для відповідних ділянок рами – у прикладі це:

$$1; \quad 1; \quad 1; \quad 4; \quad 4; \quad 1; \quad 1.$$

Далі відповідно до записів заносимо значення згинаючих моментів на початку, в середині й у кінці кожної ділянки, які наведено на рис. 9. У комірки

D3-F14 заносимо значення згинаючих моментів з епюри \tilde{M}_f (рис. 25) для будь якої статично визначеної системі (рис. 24).

Зазначимо, що результати розрахунку наводяться на екрані монітора у нижній правій таблиці у вигляді значень остаточних моментів у відповідних перерізах рами. Значення у таблиці результатів одержують при введенні кожного чергового числа у верхню таблицю без додаткових дій оператора. Отже після введення останнього вихідного даного у нижній правій таблиці одразу наводиться результат розрахунку рами. Для цього прикладу він поданий на рис. 23. Як бачимо, результати ручного розрахунку у межах прийнятої точності співпадають з результатами розрахунку на комп'ютері.

Увага! 1. Файл “Метод перемещений.xls” сформовано таким чином, що передбачається розрахунок рам, які містять не більше дванадцяти ділянок навантаження при максимальній кількості невідомих – три. 2. При меншій кількості ділянок та невідомих в усі комірки верхньої таблиці треба занести нулі. Виняток становлять значення коефіцієнтів жорсткості: в усіх випадках ці значення повинні відрізнятися від нуля, оскільки алгоритм розрахунку передбачає ділення на жорсткість.

12. Підбір перерізу стержнів. З умови міцності $W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$ знаходимо:

для стояків $W \geq \frac{14,75 \cdot 100}{16} = 92,2 \text{ см}^3$; за сортаментом обираємо двотавр

№ 16 з $W = 109 \text{ см}^3 > 92,2 \text{ см}^3$ та $I = 873 \text{ см}^4$.

для ригеля $W \geq \frac{60,59 \cdot 100}{16} = 379 \text{ см}^3$; за сортаментом обираємо двотавр

№ 27а з $W = 371 \text{ см}^3$, так, як $\left| \frac{379 - 371}{379} \right| \cdot 100\% = 2\% < 5\%$ та $I = 3800 \text{ см}^4$;

При розрахунках прийнято $[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 16 \text{ кГ / см}^2$.

Перевіряємо прийняте спочатку розрахунків співвідношення моментів інерції стержнів (жорсткостей): $EI_p : EI_c = I_p : I_c = 3800 : 873 = 4,35$. Це відношення незначно відрізняється від прийнятого на початку -

$\left| \frac{4,35 - 4}{4,35} \right| \cdot 100\% = 8,8\% < 25\%$. Якщо відхилення співвідношення жорсткостей перевищує 25% необхідно виконати перерахунок, задаючись новим відношенням жорсткостей ригеля та стояка.

Приклад 4. Побудувати епюри внутрішніх зусиль у рамі, наведеній на рис. 26 при заданих жорсткостях стержнів.

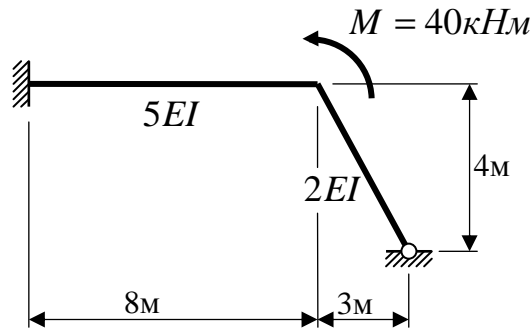


Рис.26

Розв'язання.

1. Ступінь кінематичної невизначності становить один (один жорсткий вузол, у шарнірно-стержневій схемі на рис 27,а лінійні зміщення відсутні).

2. Основна система рами наведена на рис. 27,б.

3. Канонічне рівняння:

$$r_{11} \cdot Z_1 + R_{1f} = 0.$$

4. Епюри згинаючих моментів в основній системі:

а) від одиничного зміщення першої в'язі (повороту плаваючого затиснення). Деформована схема основної системи наведена на рис. 25,а, відповідна епюра – на рис. 28.б.

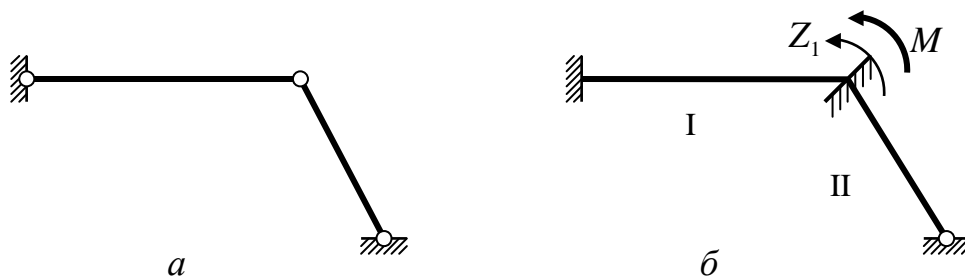


Рис.27

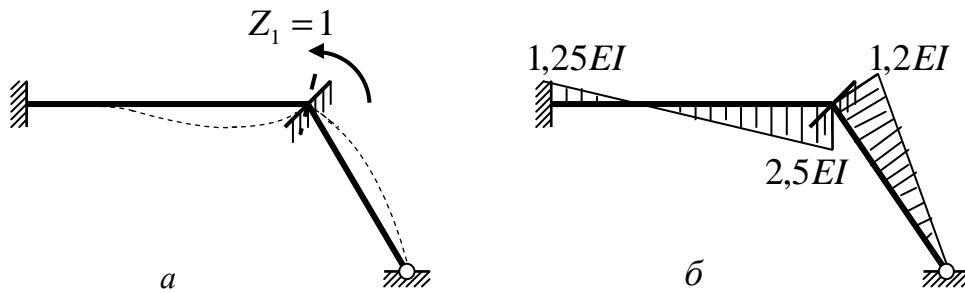


Рис.28

Зауважимо, що при визначенні згинаючого моменту на стояку враховано його довжину $l = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\text{ м}$;

б) від заданого навантаження моменти в основній системі відсутні, оскільки заданий момент діє у вузлі, тобто в напрямку поставленої в'язі – плаваючого затиснення.

5. Коефіцієнт та вільний член канонічного рівняння являють собою реакції в плаваючому затисненні. Їх визначаємо з умов рівноваги вузла (рис. 29):

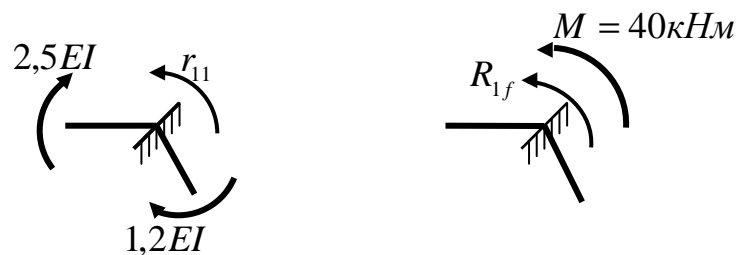


Рис.29

$$r_{11} = 2,5EI + 1,2EI = 3,7EI ; R_{1f} = -40\text{кНм} .$$

6. Розв'язання канонічного рівняння:

$$Z_1 = -\frac{R_{1f}}{r_{11}} = -\frac{-40}{3,7EI} = \frac{10,81}{EI} .$$

7. Побудова епюри згинаючих моментів для заданої рами.

Оскільки епюра M_f від заданого навантаження відсутня, моменти для заданої рами визначається множенням одиничної епюри на обчислене переміщення Z_1 (рис. 30,а).

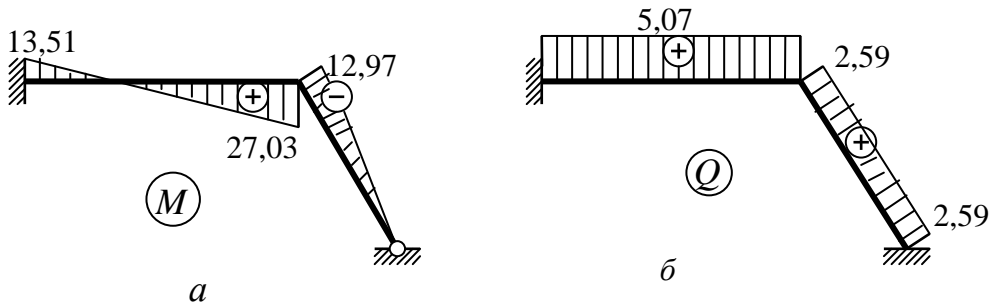


Рис.30

8. Побудова епюри поперечних сил (рис. 30,б):

$$Q_{\text{риз}} = \frac{27,03 + 13,51}{8} = 5,07 \text{кН}; \quad Q_{\text{ст}} = \frac{0 + 12,97}{5} = 2,59 \text{кН}.$$

9. Поздовжні сили визначаємо з умов рівноваги вузла під дією поперечних та поздовжніх сил (рис. 31,а):

$$\sum x = -N_p - 2,59 \cdot \sin \alpha = 0; \quad N_p = -2,59 \cdot 0,8 = -2,06 \text{кН};$$

$$\sum y = 5,07 - 2,59 \cdot \cos \alpha - N_c \sin \alpha = 0; \quad N_c = \frac{5,07 - 2,59 \cdot 0,6}{0,8} = 4,4 \text{кН}.$$

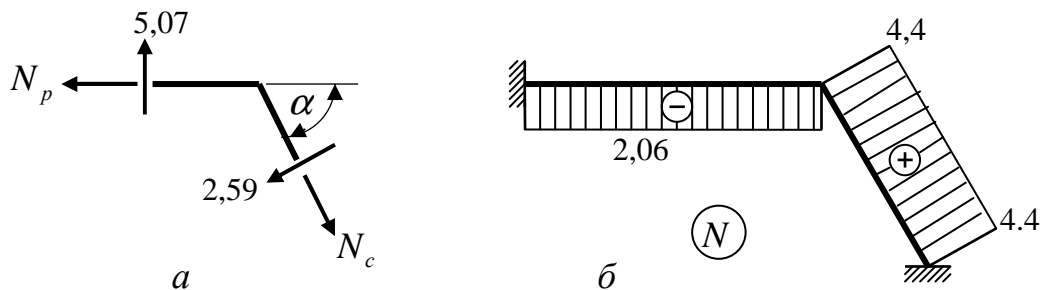


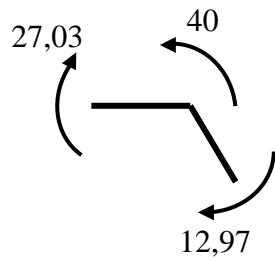
Рис.31

Тригонометричні функції кута нахилу стояка визначено через його довжину та проєкції на горизонтальну та вертикальну осі:

$$\sin \alpha = \frac{y_c}{l_c} = \frac{4}{5} = 0,8; \quad \cos \alpha = \frac{x_c}{l_c} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Епюра поздовжніх сил наведена на рис. 31,б.

10. Перевірку розрахунків виконуємо з умови рівноваги вузла рами на епюрі згинаючих моментів (рис. 32).



$$\sum M = 40 - 27,03 - 12,97 \equiv 0$$

Рис.32

Розрахунок виконано вірно.

11. Відкриваємо файл “Метод перемещений.xls” за допомогою програми MS Excel або OpenOffice.org Calc та

заносимо у відповідні комірки довжини ділянок – у прикладі це:

$$l_1 = 8; \quad l_2 = 5,$$

та коефіцієнти жорсткості для відповідних ділянок рами – у прикладі це:

$$5; \quad 2.$$

Далі заносимо значення згинаючих моментів на початку, в середині й у кінці кожної ділянки, які наведено на рис. 27, б та значення згинаючих моментів (рис. 34) будь якої статично визначеної системи (рис. 33).

Отже після введення останнього вихідного даного у нижній правій таблиці отримуємо результат розрахунку рами. Для цього прикладу він наданий на рис. 35.

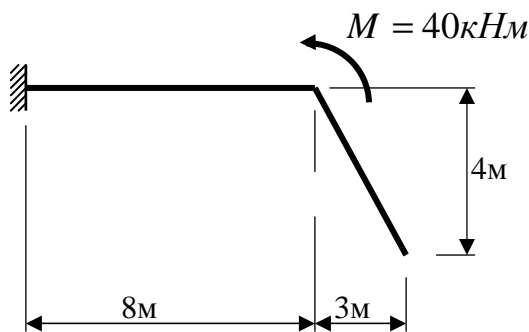


Рис.33

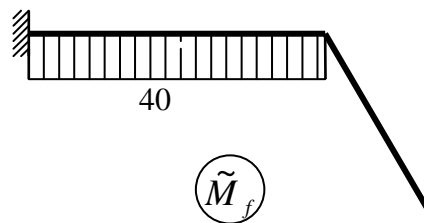


Рис.34

Microsoft Excel - Метод перемещений

Введите вопрос

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Arial Cyr 10 Ж К У

100%

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
	Моменты в стат. опр. сист.		1-й единичный момент		2-й единичный момент		3-й единичный момент		3-й единичный момент		3-й единичный момент		3-й единичный момент		3-й единичный момент	
	Слева	Центр	Справа	Слева	Справа	Слева	Справа	Слева	Справа	Слева	Справа	Слева	Справа	Слева	Справа	
1																
2	Длина	8	5	40	40	40	-1.25	2.5	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1-й уч.	5	2	0	0	0	-1.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	2-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	3-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	4-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	5-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	6-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	7-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	8-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	9-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	10-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	11-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	12-й уч.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	3700001	0	0				40									
16	0	0.000001	0	Моменты в кин. опр. сист.												
17	0	0	0.000001	Слева	Центр	Справа	Эюра моментов									
18				0	0	0	Слева	Центр	Справа	Слева	Центр	Справа				
19				0	0	0	0 1-й уч.	0	0	-13.5135	6.756755	27.02702				
20				0	0	0	0 2-й уч.	0	0	-12.973	-6.48648	0				
21				0	0	0	0 3-й уч.	0	0	0	0	0				
22				0	0	0	0 4-й уч.	0	0	0	0	0				
23				0	0	0	0 5-й уч.	0	0	0	0	0				
24				0	0	0	0 6-й уч.	0	0	0	0	0				
25				0	0	0	0 7-й уч.	0	0	0	0	0				
26				0	0	0	0 8-й уч.	0	0	0	0	0				
27				0	0	0	0 9-й уч.	0	0	0	0	0				
28				0	0	0	0 10-й уч.	0	0	0	0	0				
29				0	0	0	0 11-й уч.	0	0	0	0	0				
30				0	0	0	0 12-й уч.	0	0	0	0	0				
31																
32																
33																
34																

Лист1 / Лист2 / Лист3 /

Готово

Рис.35

Приклад 5. Побудувати епюру згинаючих моментів для рами, наведеної на рис. 36,а.

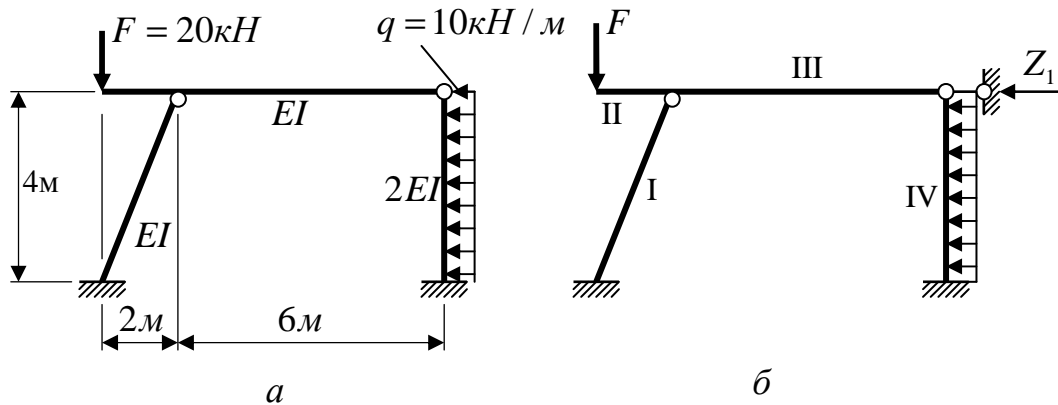


Рис.36

Розв'язання.

1. Ступінь кінематичної невизначності рами становить один – одне лінійне зміщення вузлів ригеля.
2. Обираючи основну систему ставимо горизонтальний опорний стержень у правому вузлі ригеля (рис. 36,б).
3. Канонічне рівняння:

$$r_{11} \cdot Z_1 + R_{1f} = 0.$$

4. Епюра згинаючих моментів в основній системі від одиничного зміщення доданого опорного стержня. Деформована схема рами наведена на рис. 37,а.

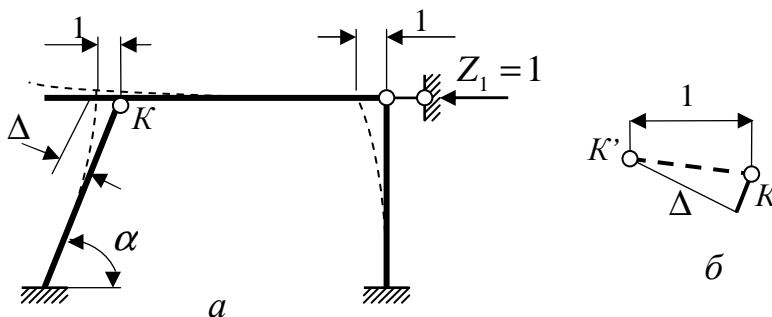


Рис. 37

к'

Як бачимо, горизонтальне зміщення в'язі таке саме як горизонтальне одиничне переміщення верхнього кінця правого стояка. Переміщення лівого

стояка тепер не буде горизонтальним, а здійснюється перпендикулярно до осі стержня. Складову переміщення Δ у напрямку перпендикуляра до осі визначимо з умови, що горизонтальна складова переміщення становить 1 (рис. 37,б):

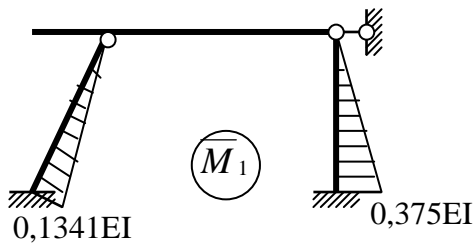


Рис.38

$$\Delta = 1 \cdot \sin \alpha = 0,894;$$

$$\sin \alpha = \frac{y_c}{l_c} = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = 0,894.$$

Значення моментів від одиничного зміщення кінця стояків обчислюємо за формулою рядка 2 табл. 1

додатку: $M = \frac{3EI}{l^2}$. Для правого стояка маємо: $M = \frac{3 \cdot 2EI}{4^2} = 0,375EI$;

$$\text{для лівого: } M = \frac{3EI}{l^2} \cdot \Delta = \frac{3EI}{(\sqrt{4^2 + 2^2})^2} \cdot 0,894 = 0,1341EI.$$

Епюра \bar{M}_1 наведена на рис. 38.

При побудові епюри згинаючих моментів від заданого навантаження (рис. 39,а) звертаємо увагу на те, що ригель рами являє собою балку на двох опорах з консоллю (рис. 39,б).

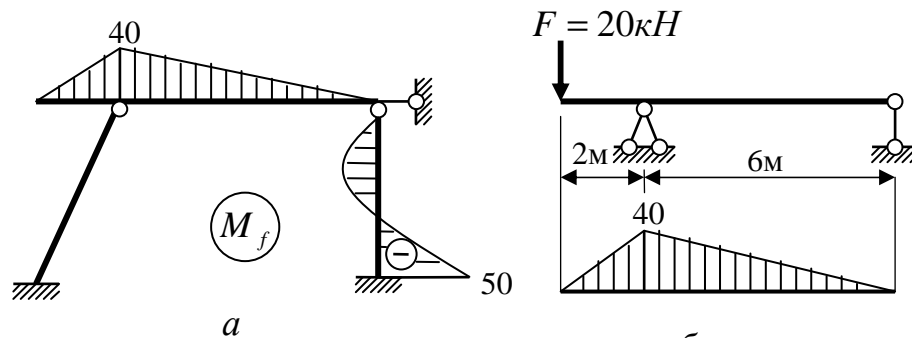


Рис.39

5. Коефіцієнт та вільний член канонічного рівняння визначаємо з умов рівноваги вузлів ригеля (рис. 40).

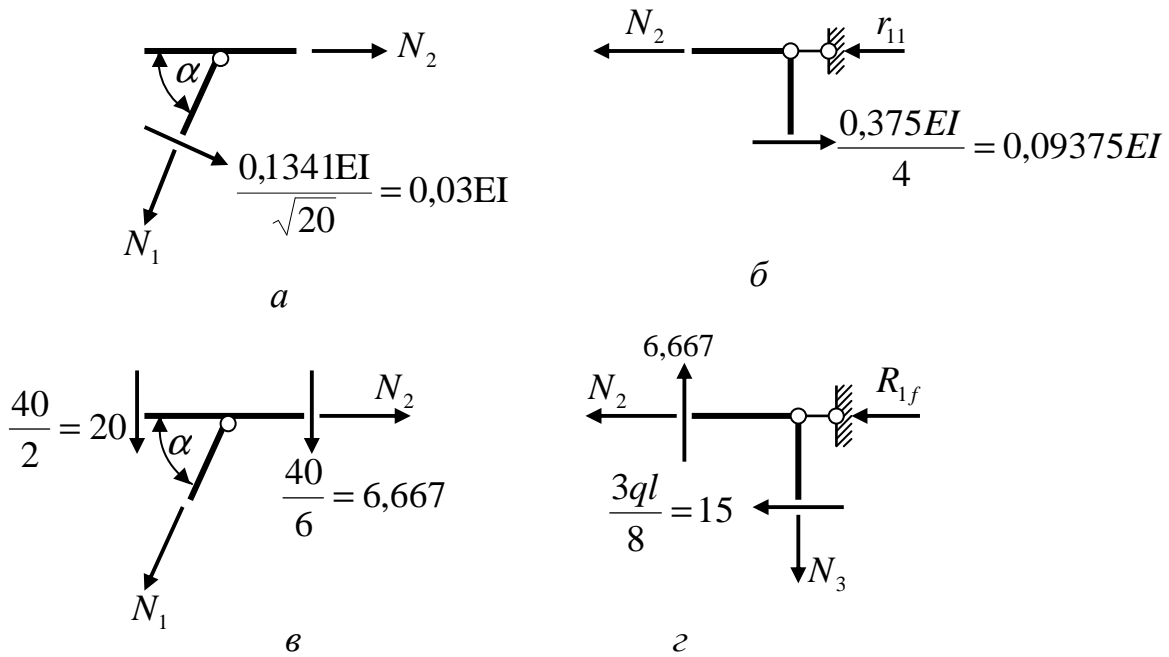


Рис.40

Вирізаючи лівий вузол на епюрі \overline{M}_1 (рис. 40,а), одержуємо:

$$\sum y = 0,03EI \cos \alpha - N_1 \sin \alpha = 0; N_1 = \frac{0,03EI \cdot 0,447}{0,894} = 0,015EI$$

$$(\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{20}} = 0,447);$$

$$\sum x = -N_1 \cos \alpha + 0,0375EI \sin \alpha + N_2 = 0;$$

$$N_2 = 0,015EI \cdot 0,447 - 0,0375EI \cdot 0,894 = -0,0268EI.$$

Далі з умови рівноваги правого вузла ригеля (рис 40,б) ($\sum x = 0$)
 $-r_{11} - N_2 + 0,09375EI = 0$ одержимо: $r_{11} = 0,09375EI + 0,02682EI = 0,1205EI$.

Для визначення вантажної реакції спочатку розглянемо рівновагу лівого вузла на епюрі M_f (рис. 40,в):

$$\sum y = -20 - 6,667 - N_1 \sin \alpha = 0; N_1 = \frac{-26,667}{0,894} = -29,83кН ;$$

$$\sum x = N_2 - N_1 \cos \alpha = 0; N_2 = -29,83 \cdot 0,447 = -13,33кН .$$

Тепер з умови рівноваги правого вузла (рис. 40,з) одержимо:

$$\sum x = -R_{1f} - N_2 - 15 = 0; R_{1f} = -15 + 13,33 = -1,67 \text{ кН}.$$

6. Розв'язуючи канонічне рівняння одержимо:

$$Z_1 = -\frac{R_{1f}}{r_{11}} = \frac{1,67}{0,1205EI} = \frac{13,83}{EI}.$$

7. Виправлена еюра згинаючих моментів наведена на рис. 41,а, а кінцева еюра – на рис. 41,б.

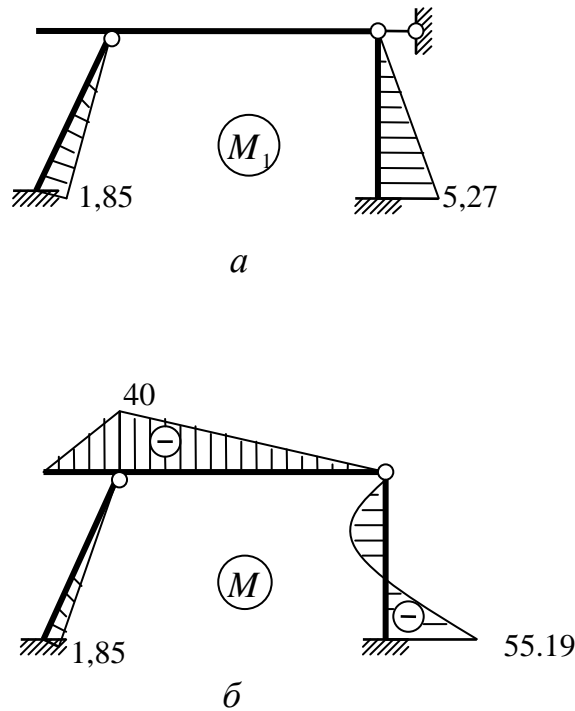


Рис.41

Перевірку розрахунку необхідно виконати як перевірку рівноваги вузлів під дією поперечних та поздовжніх сил.

Приклад 6. Обрати основну систему методу переміщень для симетричної рами, наведеної на рис. 42, у передбаченні симетричного та кососиметричного навантаження.

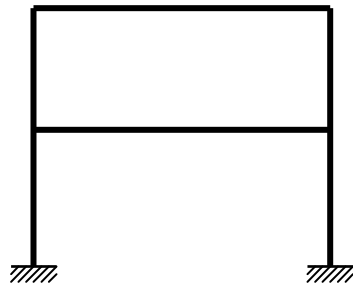


Рис.42

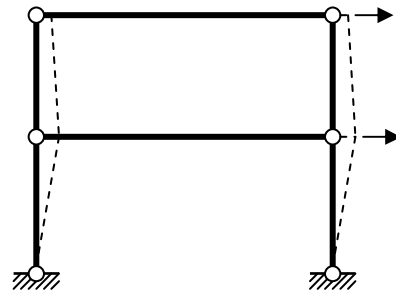


Рис.43

Розв'язання.

1. Ступінь кінематичної невизначності визначаємо незалежно від виду навантаження: кількість кутових зміщень вузлів n_y дорівнює 4; кількість лінійних зміщень $n_x = 2$ (див. рис. 43). Отже, $n = 6$.

2. Обираючи основну систему необхідно поставити чотири плаваючих затиснення та два опорних стержня.

При симетричному навантаженні деформації рами симетричні, отже, е повороти вузлів кожного ригеля будуть однакові, а лінійні зміщення відсутні. Застосовуючи групові невідомі одержимо основну систему, наведену на рис. 44. Тобто кількість невідомих при симетричному навантаженні становить 2.

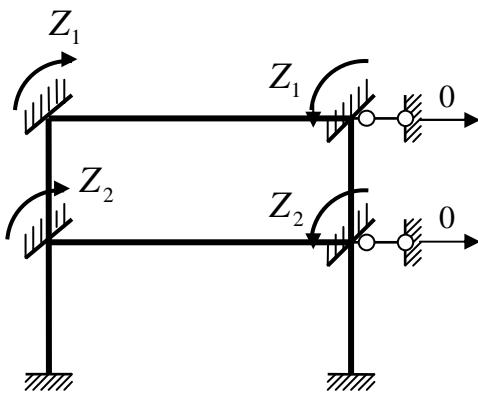


Рис.44

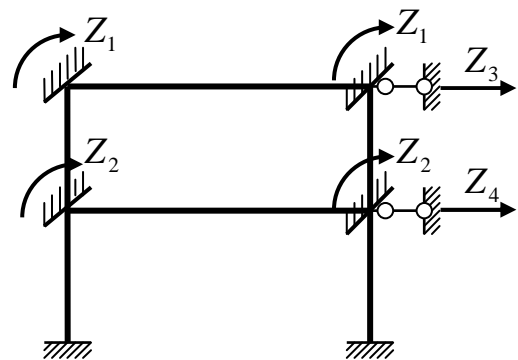


Рис.45

П

ри косиметричному навантаженні деформації косиметричні, отже, повороти вузлів кожного ригеля також однакові за величиною, але тепер вони спрямовані в одну сторону. Отже ці повороти Z_1 та Z_2 є груповими невідомими, а лінійні зміщення Z_3 та Z_4 вже не будуть нульовими (рис. 45).

Загальна кількість невідомих переміщень у заданій рамі при кососиметричному навантаженні дорівнює 4.

Зауваження 1. При побудові епюр згинаючих моментів від одночасного повороту кінців стержня слід користуватися принципом суперпозиції. Такі епюри при симетричному повороті наведені на рис. 46, а при кососиметричному – на рис. 47.

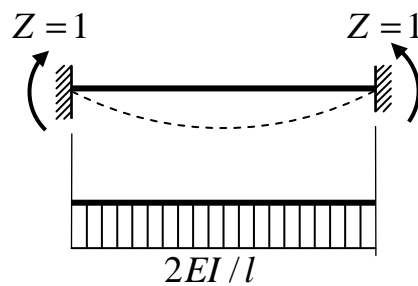


Рис.46

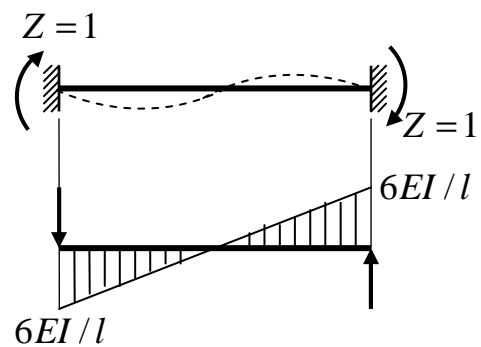


Рис.47

Зауваження 2. При визначенні реакції в груповому затисненні слід урахувати, що реакція, визначена з рівноваги одного із групових вузлів, повинна подвоюватися для одержання повної реакції.

Вихідні дані для розрахунково-графічного завдання

Схема рами та вихідні дані беруться з рис. 48 та табл.1 за вказівками викладача.

Таблиця 1

№ з/п	$l, м$	$h, м$	$F, кН$	$q, кН/м$	$I_p : I_c$
1	2	3	4	5	6
1	4	3	10	4	3:1
2	4	4	10	5	4:1
3	4	5	15	5	5:1
4	4	4	15	6	6:1
5	4	5	20	6	7:2
6	5	6	20	7	3:1
7	6	4	20	8	4:1
8	6	5	25	9	5:1
9	6	6	25	10	6:1
10	6	7	25	11	7:2
11	6	8	30	11	3:1
12	7	4	30	12	4:1
13	7	5	30	13	5:1
14	7	6	35	13	6:1
15	7	7	35	14	7:2
16	7	8	35	15	3:1
17	8	5	40	15	4:1
18	8	6	40	16	5:1
19	8	7	40	17	6:1
20	8	8	45	18	7:2

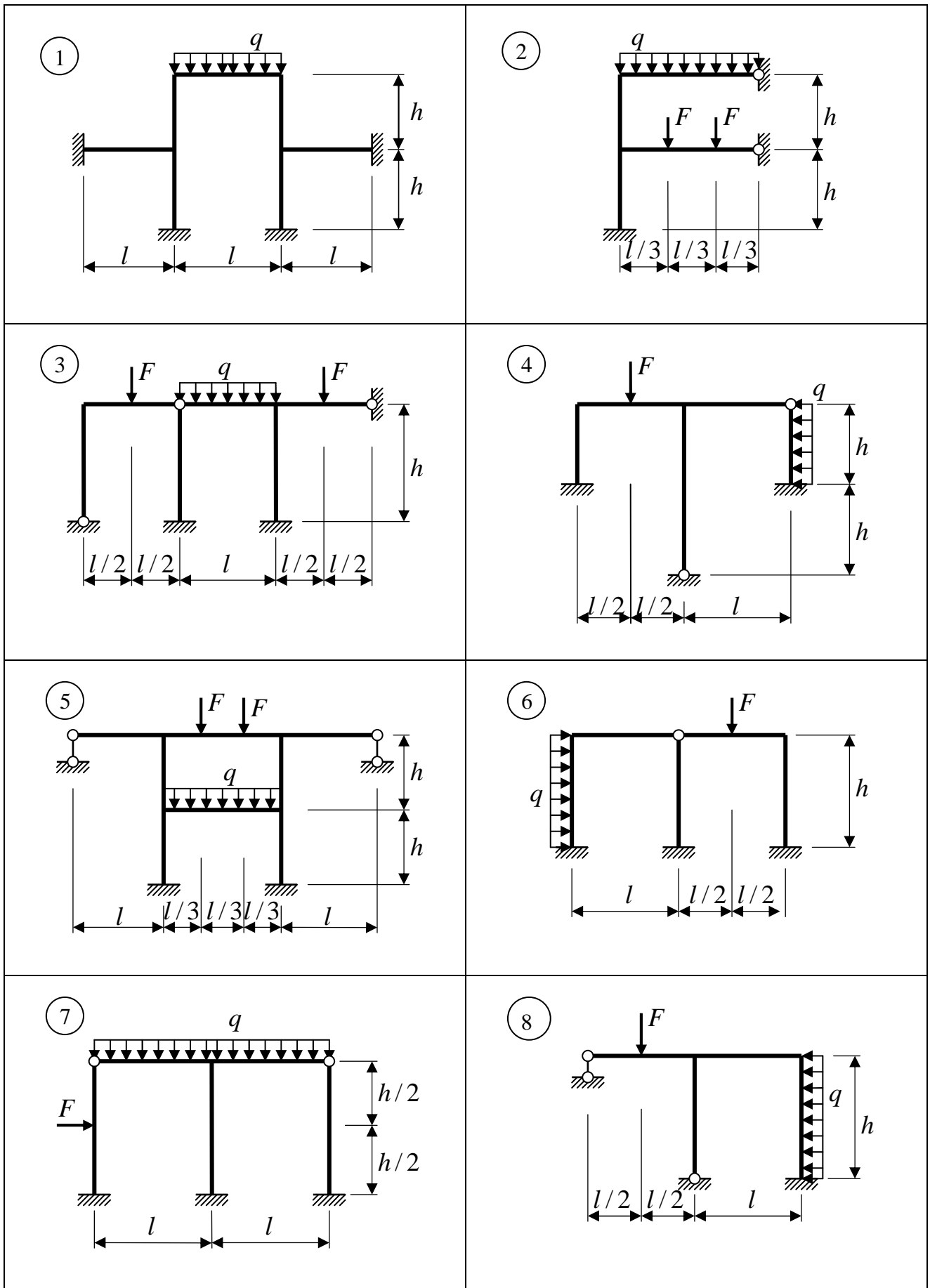


Рис.48

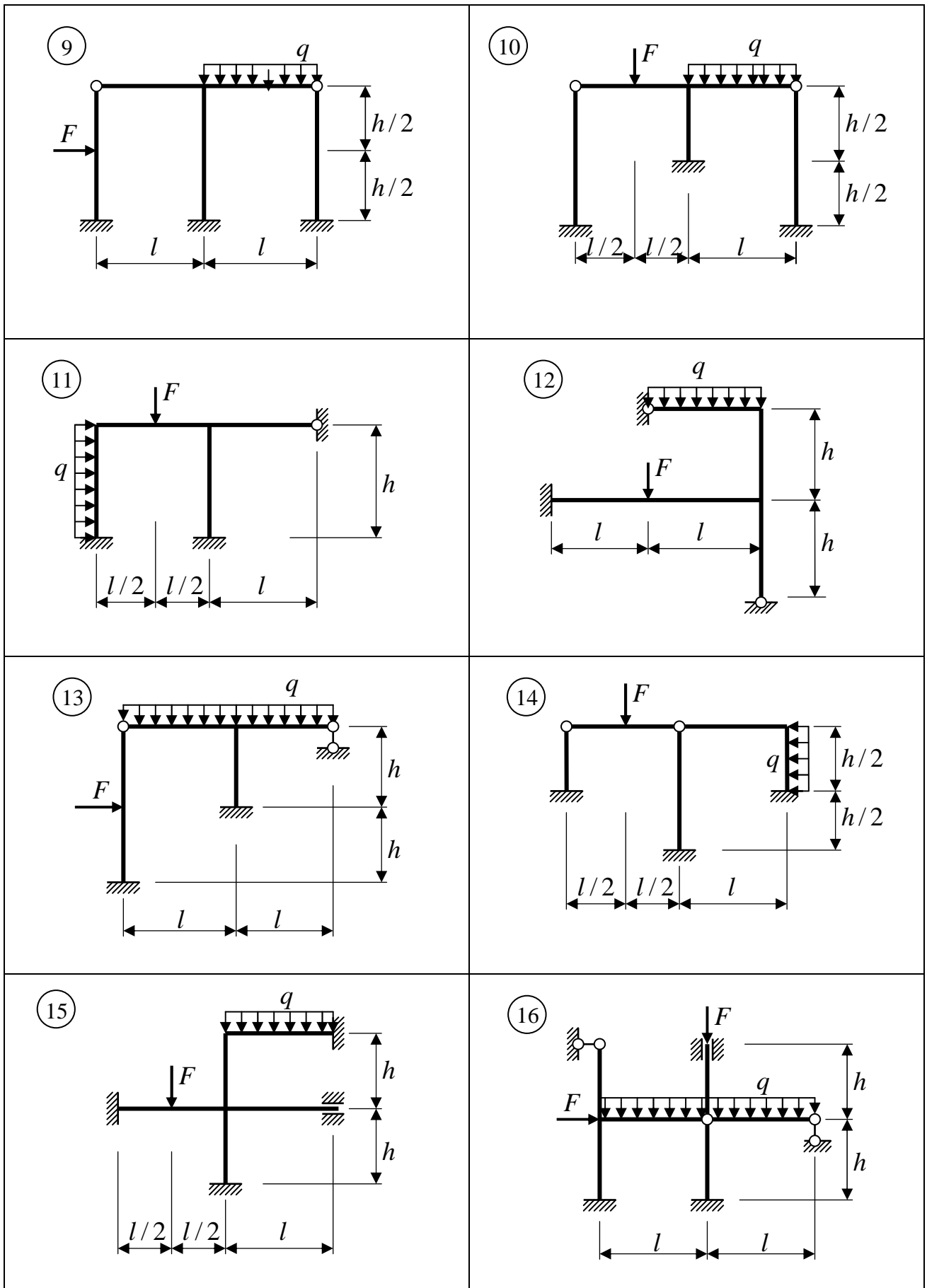


Рис. 48 (продовження)

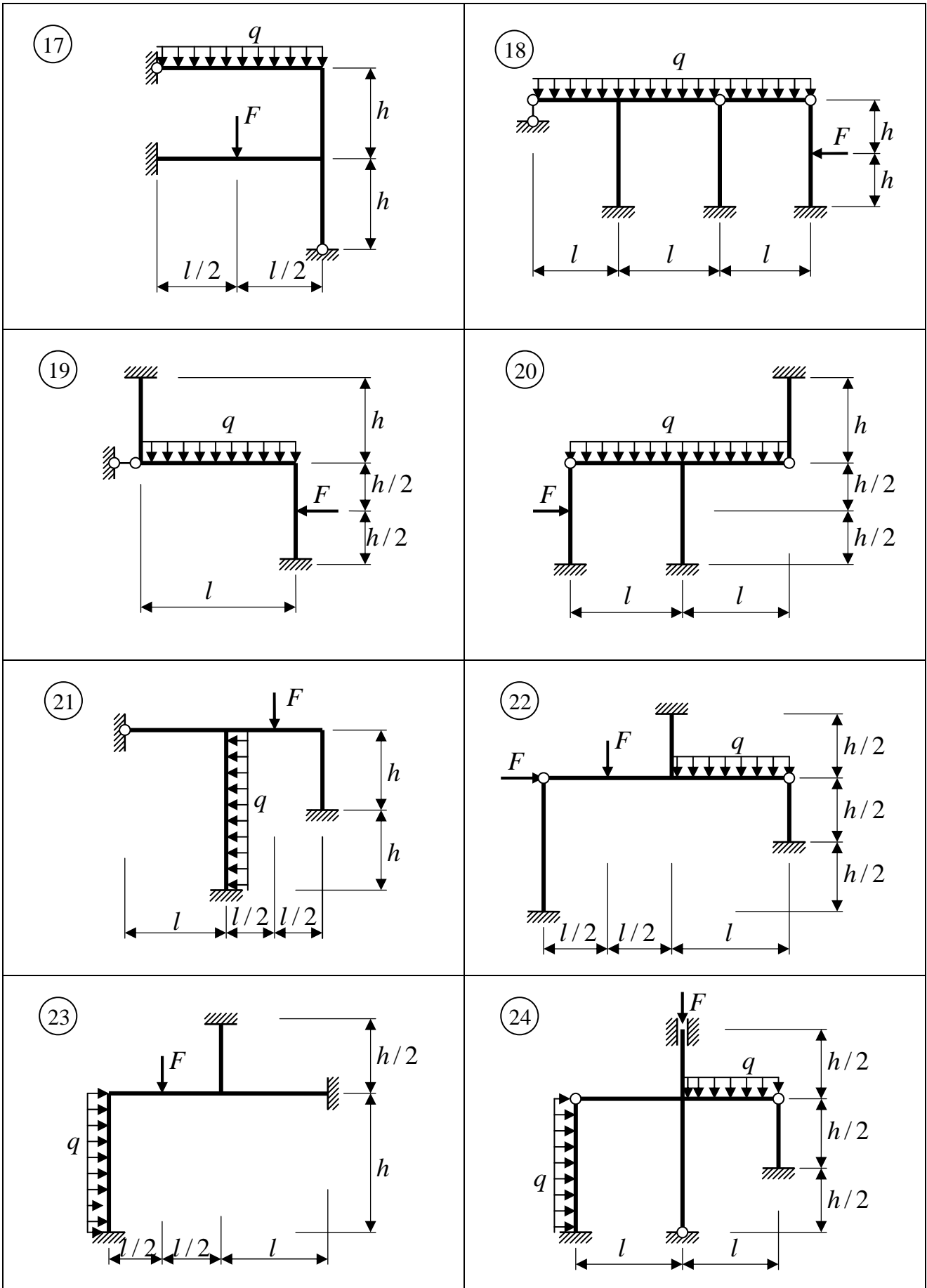


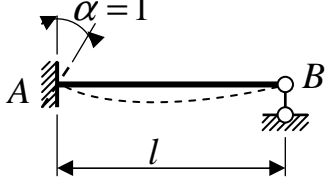
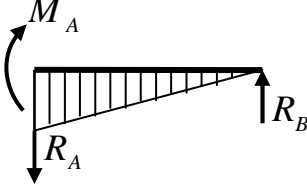
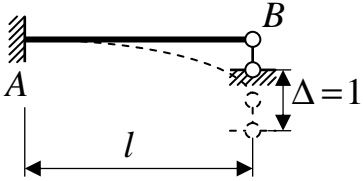
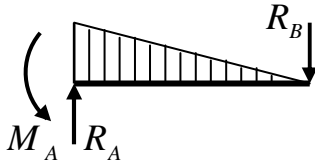
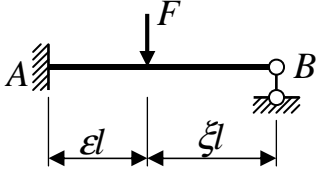
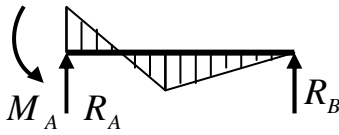
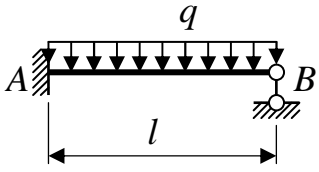
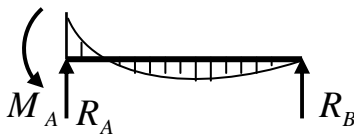
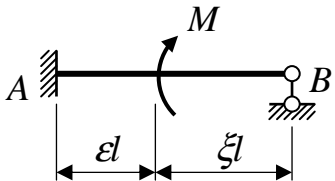
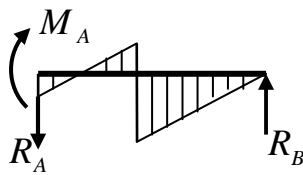
Рис. 48 (закінчення)

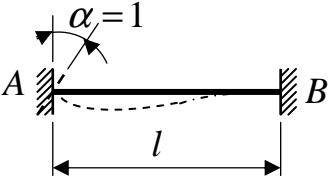
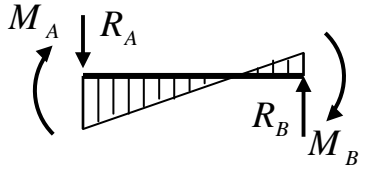
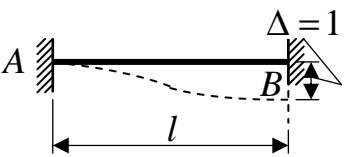
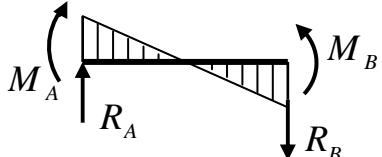
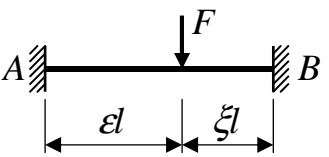
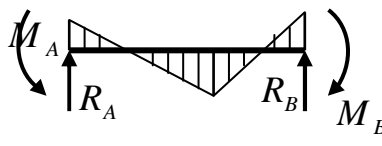
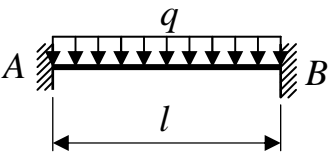
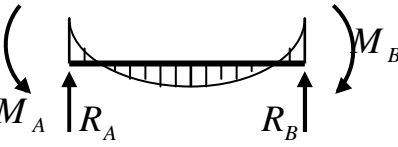
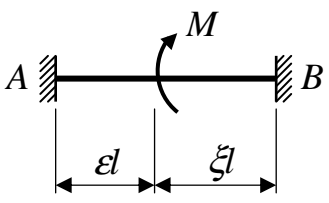
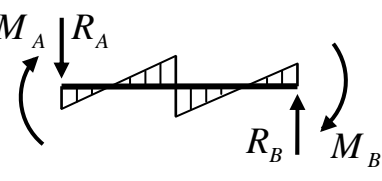
Для заданої рами необхідно:

- знайти ступінь кінематичної невизначності;
- обрати основну систему;
- записати канонічні рівняння;
- побудувати в основній системі епюри згинаючих моментів від заданого навантаження та від одиничних зміщень накладених в`язей;
- розв`язати систему канонічних рівнянь;
- побудувати епюру згинаючих моментів для заданої рами;
- перевірити рівновагу вузлів рами на епюрі моментів;
- побудувати епюру поперечних сил;
- побудувати епюру поздовжніх сил;
- перевірити рівновагу вузлів під дією поздовжніх та поперечних сил;
- з умов міцності за нормальними напруженнями підібрати переріз ригелів та стояків, прийнявши $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$;
- перевірити задане на початку розрахунків співвідношення $I_p : I_c$.

Додаток

Таблиця 1

№ з/п	Схема балки і вплив на неї	Елюра згинаючих моментів і реакції	Формули для визначення реакцій
1	2	3	4
1			$M_A = 3EI / l$ $R_A = R_B = 3EI / l^2$
2			$M_A = 3EI / l^2$ $R_A = R_B = 3EI / l^3$
3			$M_A = \frac{Fl}{2} \xi(1 - \xi^2)$ $R_A = \frac{F}{2} \xi(3 - \xi^2)$ $R_B = \frac{F}{2} \epsilon^2(3 - \epsilon)$
4			$M_A = ql^2 / 8$ $R_A = 5ql / 8$ $R_B = 3ql / 8$
5			$M_A = \frac{M}{2} (1 - 3\xi^2)$ <p>(при $\xi^2 > 1/3$ момент змінює напрямок на протилежний)</p> $R_A = R_B = \frac{3M}{2l} (1 - \xi^2)$

1	2	3	4
6			$M_A = 4EI / l$ $M_B = 2EI / l$ $R_A = R_B = 6EI / l^2$
7			$M_A = M_B = 6EI / l^2$ $R_A = R_B = 12EI / l^3$
8			$M_A = Fl\epsilon\xi^2$ $M_B = Fl\epsilon^2\xi$ $R_A = F\xi^2(1 + 2\epsilon)$ $R_B = F\epsilon^2(1 + 2\xi)$
9			$M_A = M_B = ql^2 / 12$ $R_A = R_B = ql / 2$
10			$M_A = M\xi(2 - 3\xi)$ $M_B = M\epsilon(2 - 3\epsilon)$ $R_A = R_B = \frac{M}{l} 6\epsilon\xi$

Список літератури

1. Шутенко Л.Н., Пустовойтов В.П., Засядько Н.А. Строительная механика: Краткий курс / Раздел 2. Статически неопределимые стержневые системы. - Харьков: ХГАГХ, 2003, - 85с.
2. Шутенко Л.М., Пустовойтов В.П., Засядько М.А. Механіка споруд: - Харків: ХДАМГ, 2001. – 234с.
3. Баженов В.А., Шишов О.В. Будівельна механіка: Електронний підручник /Під ред. Баженова В.А. К: - 2008.

Навчальне видання

Методичні вказівки до самостійної роботи, підготовки до практичних занять та виконання розрахунково-графічних і контрольних робіт з розділу спецкурсу будівельної механіки «Розрахунок методом переміщень» (для студентів 3 курсу денної форми навчання за напрямом 0921 (6.060101) - «Будівництво» із професійного спрямування «Промислове і цивільне будівництво»).

Укладачі: Микола Андрійович Засядько,
Олександр Олексійович Чупринін

Редактор: М.З.Аляб`єв

План 2009, поз. 243М

Підп. до друку 24.11.2009
Друк на ризографі
Зам. №

Формат 60x84 1/16
Ум.-друк. арк. 1,8
Тираж 100 прим.

Папір офісний
Ум.-вид. арк. 2,0

61002, Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії ЦНІТ ХНАМГ
61002, Харків, вул. Революції, 12