

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ  
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

**Центр довузівської підготовки**

**Контрольні роботи  
з математики  
для слухачів заочних  
підготовчих курсів**

**Харків – ХНАМГ – 2009**

«Контрольні роботи з математики» (для слухачів заочних підготовчих курсів.) Укл.: Бізюк В.В., Александрова Л.М., Грєвцова О.Ф. – Харків: Харківська національна академія міського господарства, 2009. – 16 с.

**Укладачі:** доц., к.ф.-м.н. В.В.Бізюк,  
Л.М.Александрова,  
О.Ф.Грєвцова

**Рецензент:** професор, д.ф.-м.н. А.І.Колосов

Рекомендовано кафедрою вищої математики,  
протокол № 11 від 25.05.09 р.

## *Рекомендації і методичні вказівки до виконання контрольних робіт з математики*

Контрольні роботи з математики складені відповідно до програмових вимог зовнішнього незалежного оцінювання 2009 року.

Програмою навчання на підготовчих курсах передбачено виконання 6 контрольних робіт.

Самостійна робота слухача заочних підготовчих курсів складається з опрацювання підручників, розв'язання задач згідно з рекомендованою літературою та виконання контрольних робіт. Кожна контрольна робота повинна бути виконана в окремому зошиті та подана до ЦДП до 15 березня поточного навчального року. Роботи можна надсилати поштою за адресою: 61002 м Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12. Підготовчі курси ЦДП.

При розв'язанні алгебраїчних задач необхідно:

- повністю записати умову задачі;
- провести дослідження розв'язку;
- вказати всі обмеження, що виходять як з умови задачі, так і в ході перетворень;
- провести перевірку рішення (якщо це необхідно);
- записати відповідь.

При розв'язанні задач з планіметрії та стереометрії пропонуємо дотримуватись такої послідовності дій:

- акуратно виконати рисунок, показуючи суцільними видимі лінії, а пунктиром невидимі ( для стереометричних задач);
- рисунок повинен обов'язково відповідати умові задачі, його не варто перевантажувати непотрібними деталями, але всі елементи, відомі з умови, а також ті, які треба знайти, повинні бути чітко означені;
- записати скорочену умову задачі («Дано:...», «Знайти:...»);
- позначки на рисунку повинні бути пояснені, а позначки в тексті з ними співпадати;
- якщо в процесі доведення застосовується будь-яка теорема або формула, то її потрібно назвати;
- звичайно стереометрична задача наближається до задачі з планіметрії, тому корисно виконувати окремі рисунки плоских фігур, зберігаючи при цьому позначення вихідного рисунка.

Контрольні роботи оцінюються викладачем за дванадцятибальною системою. Якщо слухач отримав оцінку «незадовільно», то роботу необхідно виконати ще раз і надіслати за вказаною адресою.

## ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ

Програма складена відповідно до чинних нормативних документів: навчальної програми для середніх загальноосвітніх навчальних закладів та відповідно до вимог зовнішнього незалежного оцінювання з математики згідно з Умовами прийому до вищих навчальних закладів України на 2009 р.

Основні математичні вміння і навички,  
якими мають володіти слухачі підготовчих курсів

1. Виконувати арифметичні дії над натуральними числами, десятковими і звичайними дробами.
2. Виконувати тотожні перетворення многочленів, алгебраїчних дробів, виразів, що містять степеневі, показникові, логарифмічні і тригонометричні функції.
3. Будувати і читати графіки лінійної, квадратичної, степеневої, показникової, логарифмічної та тригонометричних функцій.
4. Розв'язувати рівняння і нерівності першого і другого степенів, а також рівняння і нерівності, що зводяться до них; розв'язувати системи рівнянь та нерівностей першого і другого степенів і ті, що зводяться до них; найпростіші рівняння і нерівності, що мають степеневі, показникові, логарифмічні і тригонометричні функції.
5. Розв'язувати задачі за допомогою рівнянь і систем рівнянь.
6. Зображувати геометричні фігури на площині і виконувати найпростіші побудови на площині.
7. Використовувати відомості з геометрії для розв'язування алгебраїчних, а з алгебри і тригонометрії - геометричних задач.
8. Виконувати на площині операції над векторами (додавання і віднімання векторів, множення вектора на число) і використовувати їх під час розв'язування практичних задач і вправ.
9. Застосовувати похідну для дослідження функцій на зростання (спадання), на екстремуми, а також для побудови графіків функцій.

### *Арифметика, алгебра і початки аналізу*

1. Натуральні числа. Арифметичні дії над натуральними числами. Числові вирази. Послідовність арифметичних дій у числовому виразі. Ділення з остачею. Ознаки подільності натуральних чисел.
2. Розкладання натурального числа на прості множники. Найбільший спільний дільник, найменше спільне кратне.
3. Звичайні дроби. Правильні і неправильні дроби. Основна властивість дроби. Скорочення дроби. Періодичні дроби.
4. Відношення. Пропорція. Властивості пропорції.
5. Відсотки.
6. Цілі, раціональні та дійсні числа.
7. Модуль (абсолютна величина) дійсного числа.
8. Основні поняття теорії множин.
9. Види алгебраїчних виразів.
10. Степінь.
11. Одночлен і многочлен (загальні поняття). Формули скороченого множення. Розкладання многочлена на множники.
12. Тотожні перетворення раціональних виразів.
13. Корінь  $n$ -го степеня з дійсного числа (правила дій з радикалами).
14. Перетворення ірраціональних виразів. Середнє арифметичне і середнє геометричне.

15. Функції. Область визначення і область значень функції. Основні способи задання функції. Парні і непарні функції. Періодичні функції. Обмеженість функції. Монотонність функції. Проміжки знакосталості і корені функції. Екстремум функції. Обернена функція.
16. Основні елементарні функції та їх графіки.
17. Геометричні перетворення графіків функцій.
18. Алгебраїчні рівняння та їх класифікація.
19. Лінійні рівняння і рівняння, що до них зводяться.
20. Квадратні рівняння. Теорема Вієта і теорема, обернена до неї.
21. Двочленні рівняння.
22. Тричленні рівняння.
23. Біквадратні рівняння.
24. Цілі раціональні рівняння вищих степенів. Теорема Безу.
25. Симетричні рівняння третього та четвертого степеня.
26. Розв'язання раціональних і дробово-раціональних рівнянь методом введення нової змінної.
27. Рівняння, що містять зміну під знаком модуля: розкриття модуля за означенням, піднесення обох частин рівняння до квадрата, метод інтервалів (проміжків).
28. Ірраціональні рівняння. Основні методи розв'язання ірраціональних рівнянь.
29. Штучні методи розв'язання ірраціональних рівнянь.
30. Алгебраїчні рівняння з параметром.
31. Системи рівнянь. Основні методи розв'язання систем рівнянь.
32. Однорідні системи рівнянь.
33. Симетричні системи рівнянь.
34. Алгебраїчні нерівності: нерівності з однією змінною (основні поняття), лінійні нерівності, які зводяться до лінійних.
35. Системи і сукупність нерівностей з однією змінною.
36. Геометрична інтерпретація нерівностей.
37. Нерівності другого степеня. Графічне розв'язування нерівностей другого степеня.
38. Розв'язування раціональних нерівностей методом інтервалів. Узагальнений метод інтервалів.
39. Метод заміни змінної при розв'язуванні раціональних нерівностей.
40. Нерівності з модулем.
41. Ірраціональні нерівності.
42. Метод піднесення обох частин ірраціональних нерівностей до того ж самого натурального степеня.
43. Метод відділення радикалу при розв'язанні ірраціональних нерівностей.
44. Метод введення нових змінних при розв'язанні ірраціональних нерівностей.
45. Прогресії (поняття числової послідовності). Арифметична прогресія. Геометрична прогресія. Нескінченно спадна геометрична прогресія.
46. Комбіновані задачі на арифметичну і геометричну прогресії.
47. Тригонометрія: кути та їх виміри, означення тригонометричних функцій, основні тригонометричні тотожності.
48. Властивості тригонометричних функцій. Формули зведення. Основні формули тригонометрії.
49. Тотожні перетворення тригонометричних виразів.
50. Властивості і графік функції  $y = \sin x$ .
51. Властивості і графік функції  $y = \cos x$ .
52. Властивості і графік функції  $y = \operatorname{tg} x$ .
53. Властивості і графік функції  $y = \operatorname{ctg} x$ .
54. Обернені тригонометричні функції.
55. Найпростіші тригонометричні рівняння.
56. Розв'язування тригонометричних рівнянь методом розкладання на множники.
57. Спосіб зведення тригонометричного рівняння до однієї з функцій.

58. Розв'язування тригонометричних рівнянь, однорідних відносно синуса і косинуса, а також що зводяться до однорідних.
59. Розв'язування тригонометричних рівнянь за допомогою універсальної підстановки.
60. Метод введення допоміжного аргументу при розв'язуванні тригонометричних рівнянь.
61. Розв'язування тригонометричних рівнянь перетворенням суми (різниці) тригонометричних функцій у добуток.
62. Розв'язування тригонометричних рівнянь перетворенням добутку тригонометричних функцій у суму.
63. Тригонометричні рівняння, що розв'язуються із застосуванням формул зниження степеня.
64. Тригонометричні нерівності.
65. Показникова функція, її властивості і графік.
66. Логарифмічна функція, її властивості і графік.
67. Означення логарифма. Основна логарифмічна тотожність. Властивості логарифмів. Логарифмування і потенціювання.
68. Показникові рівняння та методи їх розв'язування.
69. Степенево-показникові рівняння.
70. Логарифмічні рівняння та методи їх розв'язування.
71. Системи показникових і логарифмічних рівнянь.
72. Показникові нерівності.
73. Степенево-показникові нерівності. Логарифмічні нерівності.
74. Похідна функції. Геометричний та механічний зміст похідної функції.
75. Таблиця похідних елементарних функцій.
76. Правила обчислення похідної суми, добутку й частки функцій.
77. Похідна складної функції.
78. Дослідження функції за допомогою похідної.
79. Побудова графіків функцій.
80. Розв'язання прикладних задач на знаходження найбільших і найменших значень. Первісна та визначений інтеграл.
81. Таблиця первісних елементарних функцій. Правила знаходження первісних. Формула Ньютона-Лейбніца.
82. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ та об'ємів.

### *Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики*

1. Перестановки (без повторень), кількість перестановок.
2. Розміщення (без повторень), кількість розміщень.
3. Комбінації (без повторень), кількість комбінацій.
4. Біном Ньютона. Поняття ймовірності випадкової події.
5. Найпростіші випадки підрахунку ймовірностей.
6. Поняття про статистику.
7. Статистичні характеристики рядів даних.

### *Планіметрія*

1. Геометричні фігури та їх властивості.
2. Аксиоми планіметрії.
3. Трикутник.
4. Подібність трикутників.
5. Основні співвідношення між елементами трикутника.
6. Обчислення площі трикутника.
7. Правильний трикутник. Розв'язування трикутників.
8. Чотирикутник та його елементи.
9. Паралелограм і його властивості. Прямокутник і його властивості.

10. Ромб і його властивості.
11. Квадрат і його властивості.
12. Площі чотирикутників.
13. Коло та круг.
14. Опуклі й неопуклі многокутники.
15. Вписані й описані многокутники.
16. Декартові координати на площі. Прямокутна система координат на площі.
17. Координати середини відрізка, відстань між двома точками із заданими координатами, рівняння кола й прямої.
18. Геометричні перетворення: переміщення та його властивості.
19. Симетрія відносно точки й прямої, поворот, паралельне перенесення, рівність фігур.
20. Перетворення подібності та його властивості.
21. Гомотетія. Подібність фігур. Площі подібних фігур.
22. Вектори на площині: модуль і напрям вектора, рівність векторів, координати вектора, додавання і віднімання векторів.
23. Множення вектора на число.
24. Колінеарні вектори.
25. Скалярний добуток векторів.

### *Стереометрія*

1. Аксиоми стереометрії та наслідки з них.
2. Паралельні прямі у просторі.
3. Ознаки паралельності прямої і площини.
4. Ознаки паралельності площин.
5. Властивості паралельних площин.
6. Зображення просторових фігур на площині.
7. Перпендикуляр та похила до площини.
8. Відстань від точки до площини.
9. Теорема про три перпендикуляри.
10. Перпендикулярність площин.
11. Відстань між мимобіжними прямими.
12. Декартові координати у просторі.
13. Перетворення симетрії у просторі.
14. Паралельне перенесення у просторі.
15. Кут між мимобіжними прямими.
16. Кут між прямою і площиною.
17. Кут між площинами.
18. Площа ортогональної проекції многокутника.
19. Вектори у просторі: рівність векторів, координати вектора, модуль вектора, додавання векторів, множення вектора на число.
20. Колінеарні вектори.
21. Скалярний добуток векторів.
22. Одиничні вектори.
23. Дії над векторами у просторі.
24. Многогранні кути.
25. Многогранники.
26. Паралелепіпед.
27. Призма. Перерізи призми.
28. Правильна піраміда.
29. Площа поверхні призми.
30. Правильні многогранники.
31. Циліндр. Перерізи циліндра.

32. Конус. Перерізи конуса.
33. Вписана та описана призми.
34. Вписана та описана піраміди.
35. Куля і сфера.
36. Вписані та описані многогранники.
37. Об'єм паралелепіпеда.
38. Об'єм призми.
39. Об'єм циліндра.
40. Об'єм піраміди.
41. Об'єм конуса.
42. Об'єм кулі та її частин.
43. Площа поверхні циліндра.
44. Площа поверхні конуса.
45. Площа сфери.
46. Тіла обертання.
47. Комбінації геометричних тіл.
48. Комбінації многогранників і тіл обертання.

## Контрольна робота №1

### Варіант 1

1. Обчисліть  $\sqrt[3]{(-1-\sqrt{3})^3} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ .
2. Знайдіть область визначення функції  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2+2x+1}$ .
3. Знайдіть область значень функції  $y = 5 - 2\sqrt{x}$ .
4. Вкладник поклав до банку на два різні рахунки загальну суму 1200 грн. По першому з рахунків банк виплачує 6% річних, а по другому – 8% річних. Через рік вкладник отримав 80 грн. відсоткових грошей. Скільки гривень він поклав на кожен рахунок?
5. Розв'яжіть рівняння  $\frac{3}{x^2+4x+4} + \frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2}$ .
6. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} x^2 + 3xy - 4y^2 = -9 \\ 2x^2 - 5xy + 3y^2 = 4 \end{cases}$ .
7. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} + \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} = 4$ .
8. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $x^2 + 2(a+1)x + 2a + 5 = 0$  має корені різного знаку?
9. Укажіть найбільше ціле число, яке є розв'язком рівняння  $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6$ .
10. Знайдіть найменше натуральне число, яке є розв'язком нерівності  $\frac{x^3(x-1)^4(x+5)}{(1-4x)(x+3)^2(x-8)} < 0$ .
11. Знайдіть суму всіх цілих розв'язків нерівності  $2x^2 + 9 \geq |x-2| + 9x$ , які належать проміжку  $(-3; 6]$ .
12. Знайдіть натуральні значення  $x$ , що задовольняють нерівність  $\sqrt{2x^2-3x-5} \leq x-1$ .



## Варіант 2

1. Обчисліть  $\sqrt{(\sqrt{5} - 2,5)^2} - \sqrt[3]{(1,5 - \sqrt{5})^3}$ .
2. Знайдіть область визначення функції  $y = \frac{\sqrt{5 - 4x - x^2}}{x + 2}$ .
3. Знайдіть область значень функції  $y = 3\sqrt{x} + 5$ .
4. Вкладник поклав до банку на два різні рахунки загальну суму 1500 грн. По першому з рахунків банк виплачує 7% річних, а по другому – 10% річних. Через рік вкладник отримав 120 грн. відсоткових грошей. Скільки гривень він поклав на кожен рахунок?
5. Розв'яжіть рівняння  $\frac{5}{x^2 - 4x + 4} - \frac{4}{x^2 - 4} = \frac{1}{x + 2}$ .
6. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 4 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 5 \end{cases}$ .
7. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{3x + 2 + 4\sqrt{3x - 2}} + \sqrt{3x - 1 + 2\sqrt{3x - 2}} = 5$ .
8. При яких значеннях параметра  $a$  обидва корені рівняння  $(a - 2)x^2 - 2ax - a + 3 = 0$  додатні?
9. Укажіть найбільше ціле число, яке є розв'язком рівняння  $(x + 1)\sqrt{x^2 + x - 2} = 2x + 2$ .
10. Знайдіть найменше натуральне число, яке є розв'язком нерівності  $\frac{(x - 1)^3(x + 2)^4(x - 5)}{(2x + 1)(x - 4)^2} < 0$ .
11. Знайдіть суму всіх цілих розв'язків нерівності  $x^2 + 6 \geq |3x + 2| - 7x$ , які належать проміжку  $[-12; 3)$ .
12. Знайдіть середнє арифметичне натуральних розв'язків нерівності  $\sqrt{-x^2 + 5x - 6} < 3 + 2x$ .

## **Контрольна робота №2**

### Варіант 1

1. Спростіть вираз  $3^{\frac{1}{2\log_7 3}} \cdot 3^{\log_3^2 8} - \sqrt{7} \cdot 8^{\log_3 8} + (\sqrt{3})^{\log_3 25}$ .
2. Знайдіть значення  $n$ , якщо  $\sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ .
3. Знайдіть найменший корінь рівняння  $4 \cdot 9^x - 7 \cdot 12^x + 3 \cdot 16^x = 0$ .
4. Розв'яжіть рівняння  $5^{\lg x} = 50 - x^{\lg 5}$ .
5. Розв'яжіть рівняння  $\lg 2 + \frac{1}{2} \lg(x - 4) = \lg \sqrt{x + 5}$ .
6. Розв'яжіть рівняння  $5^{1+x^2} - 5^{1-x^2} = 24$  та знайдіть різницю між більшим і меншим коренем.
7. Знайдіть натуральний розв'язок рівняння  $\left(\sqrt{2 + \sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^x = 4$ .
8. Знайдіть суму цілих розв'язків нерівності  $\frac{1}{16} \leq 2^{3-x} < 8$ .
9. Знайдіть найменше натуральне число, яке є розв'язком нерівності  $4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} < 4$ .

10. Знайдіть суму всіх цілих розв'язків нерівності  $4^x - 2 \cdot 5^{2x} + 10^x > 0$ , які належать проміжку  $(-6; -1]$ .
11. Розв'яжіть нерівність  $\log_x 3 + \log_3 x \leq \frac{5}{2}$ .
12. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} \log_y x + \log_x y = \frac{5}{2} \\ xy = 27 \end{cases}$$

### Варіант 2

1. Спростіть вираз  $5^{\frac{1}{2\log_3 5}} \cdot 5^{\log_5^2 8} - \sqrt{3} \cdot 8^{\log_5 8} + (\sqrt{5})^{\log_5 9}$ .
2. Знайдіть значення  $n$ , якщо  $\sqrt{\frac{1}{6}} \sqrt{6} \sqrt{\frac{1}{6}} = 6^n$ .
3. Знайдіть найменший корінь рівняння  $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x - 5 \cdot 36^x = 0$ .
4. Розв'яжіть рівняння  $7^{\lg x} = 98 - x^{\lg 7}$ .
5. Розв'яжіть рівняння  $\lg(x-4) + 2\lg\sqrt{2x-1} = \lg 9$ .
6. Розв'яжіть рівняння  $10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 99$  та знайдіть різницю між більшим і меншим коренем.
7. Знайдіть натуральний розв'язок рівняння  $(\sqrt{5+\sqrt{24}})^x + (\sqrt{5-\sqrt{24}})^x = 10$ .
8. Знайдіть суму цілих розв'язків нерівності  $5 \leq 5^{1-x} < 125$ .
9. Знайдіть найменше натуральне число, яке є розв'язком нерівності  $3 \cdot (\sqrt{2})^x - 7 \cdot 2^{\frac{x}{4}} \geq 20$ .
10. Знайдіть суму всіх цілих розв'язків нерівності  $2^{2x-1} + 3^{x+1} \cdot 2^{x-1} - 2 \cdot 3^{2x} < 0$ , які належать проміжку  $[1; 6)$ .
11. Розв'яжіть нерівність  $\log_x 0,2 + \log_{0,2} x \geq \frac{10}{3}$ .
12. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} \log_y x - \log_x y = \frac{8}{3} \\ xy = 16 \end{cases}$$

## Контрольна робота №3

### Варіант 1

1. Обчисліть  $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$ .
2. Обчисліть  $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ , якщо  $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$ .
3. Розв'яжіть рівняння  $3 \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 0$ .

4. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{\sin^2 x} = \frac{|\sin x|}{\sin x}$ .
5. Розв'яжіть рівняння  $\cos 3x + \sin 2x = \sin 4x$ .
6. Розв'яжіть рівняння  $\frac{3\cos^2 x - 4\cos x}{1 + \sin x} = 0$ .
7. Розв'яжіть нерівність  $\sin x < -\frac{1}{2}$ .
8. Скільки коренів рівняння  $\cos^2 2x + \cos^2 6x = 1$  належить проміжку  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .
9. Розв'яжіть рівняння  $\sin 3x \cdot \cos^3 x + \cos 3x \cdot \sin^3 x = \frac{3}{8}$ .
10. Розв'яжіть рівняння  $\frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} x} + \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 2x} = \frac{3}{2}$ .
11. Укажіть найбільший від'ємний корінь рівняння  $\sin^2 2x + \frac{1}{2} \sin 2x = 1$ .
12. Побудуйте графік функції  $f(x) = \frac{\cos x}{|\cos x|}$ .

### **Варіант 2**

1. Обчисліть  $\sin \frac{3\pi}{10} - \sin \frac{\pi}{10}$ .
2. Знайдіть значення виразу  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ , якщо  $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$ .
3. Розв'яжіть рівняння  $2\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$ .
4. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{\cos^2 x} = \frac{|\cos x|}{-\cos x}$ .
5. Розв'яжіть рівняння  $\sin 3x + \sin x = \sin 4x$ .
6. Розв'яжіть рівняння  $\frac{\sin 3x - \sin x}{1 + \cos x} = 0$ .
7. Розв'яжіть нерівність  $\operatorname{tg} 2x \leq -1$ .
8. Скільки коренів рівняння  $\sin^2 3x + \sin^2 5x = 1$  належить проміжку  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
9. Розв'яжіть рівняння  $\sin^3 x \cdot \sin 3x + \cos^3 x \cdot \cos 3x = \frac{1}{8}$ .
10. Розв'яжіть рівняння  $\frac{\operatorname{ctg} 2x}{\operatorname{ctg} x} + \frac{\operatorname{ctg} x}{\operatorname{ctg} 2x} = -2$ .
11. Укажіть найбільший від'ємний корінь рівняння  $\cos^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x = 1$ .
12. Побудуйте графік функції  $f(x) = \frac{|\sin x|}{\sin x}$ .

## Контрольна робота №4

### Варіант 1

1. Знайдіть перший член геометричної прогресії, яка складається з шести членів, якщо сума трьох перших її членів дорівнює 168, а сума трьох останніх дорівнює 21.
2. Побудуйте графік функції  $y = \left| 1 - \sqrt{|x| - 1} \right|$ .
3. Знайдіть абсцису точки, у якій дотична до графіка функції  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 8x + 9$  нахилена до осі абсцис під кутом  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .
4. Знайдіть найбільше та найменше значення функції  $f(x) = x^3 - 2x \cdot |x - 2|$  на проміжку  $[0; 3]$ .
5. Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою  $y = 2 - x^2$ , дотичною, проведеною до даної параболи в точці з абсцисою  $x_0 = 2$ , та віссю ординат.
6. В одній коробці 8 білих, 8 червоних і 4 жовті грудочки крейди, в іншій – 4 білі, 4 червоні і 8 жовтих. Навмання беруть по одній грудочці крейди з кожної коробки. Яка ймовірність того, що вони одного кольору?
7. Скількома способами із групи в 20 осіб можна вибрати 4 делегати на конференцію, якщо всі делегати мають рівні повноваження?
8. Дослідити функцію  $y = \frac{x^2}{x-1}$  та побудувати її графік.
9. Відрізок завдовжки 18 см поділили на дві частини так, щоб сума площ квадратів, побудованих на цих частинах, була найменшою. Обчисліть суму площ квадратів.
10. Обчисліть невизначений інтеграл  $\int \frac{dx}{(2x+3)^5}$ .
11. Знайдіть загальний вигляд первісної для функції  $f(x) = \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}} + \sin \frac{x}{2} - 3^x$ .
12. Розв'яжіть рівняння  $2^8 \cdot 2^{16} \cdot 2^{24} \cdot \dots \cdot 2^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ .

### Варіант 2

1. Сума другого і третього членів геометричної прогресії дорівнює 30, а різниця четвертого і другого дорівнює 90. Знайдіть перший член прогресії.
2. Побудуйте графік функції  $y = \left| 1 - \sqrt{|x-1|} \right|$ .
3. Знайдіть абсцису точки, у якій дотична до графіка функції  $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 7$  нахилена до осі абсцис під кутом  $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ .
4. Знайдіть найбільше та найменше значення функції  $f(x) = -x^3 + 3x \cdot |x - 3|$  на проміжку  $[0; 4]$ .

5. Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою  $y = 3x - x^2$ , дотичною, проведеною до даної параболи в точці з абсцисою  $x_0 = 3$ , та віссю ординат.
6. У ящику 4 білі кулі, 3 чорні й декілька червоних. Імовірність того, що навмання вибрані кулі виявляться червоною дорівнює  $\frac{5}{12}$ . Скільки червоних куль у ящику?
7. Скількома способами можна скласти чотирицифровий код сейфа, якщо в коді використовуються різні цифри від 0 до 9?
8. Дослідити функцію  $y = \frac{x^2}{x+1}$  та побудувати її графік.
9. На лузі біля річки треба обгородити ділянку прямокутної форми, що прилягає до прямолінійного берега річки (з боку річки огорожа не встановлюється). Завезено 200 погонних метрів огорожі. Якими повинні бути розміри відповідного прямокутника, щоб його площа була найбільшою?
10. Обчисліть невизначений інтеграл  $\int \frac{dx}{(7-3x)^8}$ .
11. Знайдіть загальний вигляд первісної для функції  $f(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} + \cos \frac{x}{2} - 2^x$ .
12. Розв'яжіть рівняння  $2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^7 \cdot \dots \cdot 2^x = 16^{20}$ .

## Контрольна робота №5

### Варіант 1

1. Бісектриса кута прямокутника ділить його діагональ у відношенні 2:7. Знайдіть площу прямокутника, якщо його периметр дорівнює 108 см.
2. Діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні, одна з них дорівнює 48 см, а середня лінія трапеції – 25 см. Знайдіть висоту трапеції.
3. Довжини сторін трикутника дорівнюють відповідно 11 см, 12 см і 13 см. Знайдіть довжину медіани, яка проведена до більшої сторони.
4. Висота ромба, яка проведена з вершини тупого кута, ділить його сторону на відрізки завдовжки  $m$  і  $n$ , починаючи з вершини гострого кута. Знайдіть діагональ ромба.
5. Перпендикуляр, опущений із вершини паралелограма, ділить цю діагональ на відрізки, що дорівнюють 6 см і 15 см. Різниця між довжинами сторін паралелограма дорівнює 7 см. Знайдіть сторони паралелограма та його діагональ.
6. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 8 см і 15 см. Знайдіть відстань від вершини більшого гострого кута трикутника до центра вписаного кола.
7. У прямокутну трапецію  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ,  $AB \perp AD$ ) вписано коло з центром  $O$ . Знайдіть площу трапеції, якщо  $OC = 6$  см,  $OD = 8$  см.
8. У трикутнику  $ABC$  точка  $O$  – центр вписаного кола. Знайдіть радіус кола, описаного навколо цього трикутника, якщо  $BO = 2\sqrt{3}$  см,  $CO = 3$  см та  $\angle BAC = 120^\circ$ .

## Варіант 2

1. Бісектриса кута прямокутника ділить його діагональ у відношенні 1:4. Знайдіть периметр прямокутника, якщо його площа дорівнює  $36 \text{ см}^2$ .
2. Діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні і дорівнюють  $12 \text{ см}$  і  $16 \text{ см}$ . Знайдіть висоту трапеції.
3. Дві сторони трикутника дорівнюють  $15 \text{ см}$  і  $25 \text{ см}$ , а медіана, проведена до третьої сторони, –  $16 \text{ см}$ . Знайдіть довжину третьої сторони трикутника.
4. Сума довжин діагоналей ромба дорівнює  $m$ , а його площа дорівнює  $S$ . Знайдіть сторону ромба.
5. Міра одного з кутів паралелограма дорівнює  $60^\circ$ , а менша діагональ дорівнює  $2\sqrt{31} \text{ см}$ . Довжина перпендикуляра, проведеного з точки перетину діагоналей до більшої сторони, дорівнює  $\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ см}$ . Знайдіть довжини сторін та більшу діагональ паралелограма.
6. Катети прямокутного трикутника дорівнюють  $6 \text{ см}$  і  $8 \text{ см}$ . Знайдіть відстань від вершини меншого гострого кута трикутника до центра вписаного кола.
7. У прямокутну трапецію  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ,  $AB \perp AD$ ) вписано коло з центром  $O$ . Знайдіть площу трапеції, якщо  $OC = 12 \text{ см}$ ,  $CD = 20 \text{ см}$ .
8. У трикутнику  $ABC$  точка  $O$  – центр вписаного кола. Знайдіть радіус кола, описаного навколо цього трикутника, якщо  $AO = 6 \text{ см}$ ,  $BO = 10 \text{ см}$  та  $\angle ACB = 60^\circ$ .

## Контрольна робота №6

### Варіант 1

1. Знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(-2; 3; 5)$  і  $B(3; 2; -3)$  та розташовану на осі  $Oy$ .
2. Знайдіть кут між стороною  $AC$  і медіаною  $BB_1$  трикутника  $ABC$ , якщо  $A(3; 5; 0)$ ,  $B(0; -6; 0)$  і  $C(3; 1; 0)$ .
3. Обчисліть площу паралелограма  $ABCD$ , якщо  $A(9; 0; 2)$ ,  $B(6; 0; -2)$  і  $C(0; 3; 0)$ .
4. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник з гострим кутом  $\alpha$ . Діагональ більшої бічної грані дорівнює  $d$  і утворює з бічним ребром кут  $\beta$ . Знайдіть об'єм призми.
5. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $d$  і утворює з площиною основи кут  $\alpha$ , а з площиною бічної грані – кут  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.
6. Через дві твірні конуса, кут між якими дорівнює  $\alpha$ , проведено переріз, який утворює з площиною основи конуса кут  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо його висота дорівнює  $H$ .
7. Через сторону нижньої основи і середину протилежного бічного ребра правильної трикутної призми проведено переріз під кутом  $45^\circ$  до площини основи. Знайдіть об'єм призми, якщо площа перерізу дорівнює  $16\sqrt{6} \text{ см}^2$ .
8. Основою піраміди є правильний трикутник зі стороною  $6 \text{ см}$ . Одна бічна грань піраміди перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до неї під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть об'єм піраміди.

9. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $b$  і утворює з висотою піраміди кут  $\beta$ . Знайдіть площу поверхні сфери, описаної навколо даної піраміди.

### Варіант 2

1. Знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(4; -1; 3)$  і  $B(1; 3; 0)$  та розташовану на осі  $Oy$ .
2. Знайдіть кут між стороною  $AC$  і медіаною  $BM$  трикутника  $ABC$ , якщо  $A(-3; -5; 1)$ ,  $B(-4; -1; -2)$  і  $C(3; 3; 1)$ .
3. Обчисліть площу трикутника  $ABC$ , якщо  $A(9; 0; 2)$ ,  $B(6; 0; -2)$  і  $C(0; 3; 0)$ .
4. Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник з кутом  $\alpha$  при вершині. Діагональ грані, протилежна даному куту, дорівнює  $\ell$  і утворює з площиною основи кут  $\beta$ . Знайдіть об'єм призми.
5. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $d$  і утворює з площиною однієї бічної грані кут  $\alpha$ , а іншої – кут  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.
6. Через дві твірні конуса проведено площину, яка нахилена до площини його основи під кутом  $\alpha$ . Ця площина перетинає основу конуса по хорді, яку видно із центра його основи під кутом  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо його твірна дорівнює  $m$ .
7. Основа прямої призми – ромб з більшою діагоналлю  $d$  і гострим кутом  $\alpha$ . Через меншу діагональ нижньої основи і вершину гострого кута верхньої основи проведено переріз, який утворює з площиною основи кут  $\gamma$ . Знайдіть об'єм призми.
8. Основа піраміди – рівнобедрений трикутник з бічною стороною  $a$  і кутом  $\alpha$  при основі. Бічна грань піраміди, що містить основу цього трикутника, перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до неї під кутом  $\beta$ . Знайдіть об'єм піраміди.
9. Кут між площиною основи і бічною гранню правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $\varphi$ . Площа поверхні сфери, вписаної в піраміду, дорівнює  $S$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

### Список літератури

1. Забелишинська М.Я. Зовнішнє оцінювання (підготовка). Математика. 5-11 класи: Довідник. – Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2007.
2. Збірник тренувальних завдань з математики для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / О.Ю.Максименко, О.О.Тарасенко та ін. – Харків: Торсінг плюс, 2007.
3. Роганін О.М. Збірник тренувальних вправ з математики. – Харків: Весна, 2008.
4. Математика. Самовчитель майбутнього студента / О.М.Титаренко, О.М.Роганін. – Харків: Форсінг плюс, 2007.
5. Карагодова О.О., Черняк О.І. Збірник задач з математики з аналізом розв'язків: Посібн. для старшокласників та абітурієнтів. – К.: Тов. «Знання», КОО, 2000. – 332с.
6. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. – М., Просвещение, 1990. - 416с.
7. Куланин Е.Д. и др. 3000 конкурсных задач по математике. – М.: Рольф, 1997. – 608с.
8. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения: Справочник. – М.: Изд. «Факториал», 1997. – 216с.
9. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы. Под редакцией М.И.Сканави. – М.: Высшая школа, 1995. – 432с.

**Начальне видання**

**Контрольні роботи з математики  
для слухачів заочних підготовчих курсів**

**Укладачі:**

Валерій Васильович Бізюк,  
Людмила Михайлівна Александрова,  
Олена Федорівна Гревцова

**Редактор:**

М.З.Аляб'єв

План 2009, поз. 677М

---

Підп. до друку 16.06.2009  
Друк на різнографі  
Тираж 200 прим.

Формат 60x84 1/16  
Умов.-друк. арк..1,2  
Зам. №

Папір офісний  
Обл.-вид. арк. 1,5

---

61002, Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12  
Сектор оперативної поліграфії ЦНІТ ХНАМГ  
61002, Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12