В работе получены основные показатели надежности путевых выключателей одноступенчатого контроля. Приведена методика расчета показателей надежности и контроля качества путевых выключателей

УДК 621.316

В.П.Самошкин, к.т.н.,
Я.Б. Форкун, к.т.н.
Харьковская национальная академия городского хозяйства

ОДНОСТУПЕНЧАТЫЙ КОНТРОЛЬ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПУТЕВЫХ ВЫКЛЮЧАТЕЛЕЙ

Введение. Основными разновидностями контроля показателей надежности являются:
- контроль доли дефектных выключателей;
- контроль безотказности (наработка на отказ) восстанавливаемых выключателей.

При любой из этих разновидностей контроля партии выключателей и отдельные образцы чаще всего принято разделять на годные и дефектные.

К первой категории, или годным, обычно относят восстанавливаемые выключатели, имеющие:

$$0 \le S \le S_r \text{ или } T_r \le T \le \infty \qquad (1)$$

где S_r - граничная доля дефектных аппаратов в партии (r – количество аппаратов в партии);

T_r – граничная наработка на отказ восстанавливаемых аппаратов.

Соответственно ко второй группе, или дефектным, относят выключатели, у которых

$$S_r \le S \le 1 \text{ или } 0 \le T \le T_r \qquad (2)$$

Важнейшими показателями эффективности контроля является безусловный риск потребителя $\beta_{бу}$ и поставщика $\alpha_{бу}$.

Под безусловным риском потребителя $\beta_{бу}$ понимают вероятность того, что представляемая на контроль партия выключателей является дефектной и будет принята. Соответственно под безусловным риском поставщика $\alpha_{бу}$ понимают вероятность того, что предъявляемая на контроль партия выключателей является годной и будет забракована.

Наряду с безусловным риском потребителя $\beta_{бу}$ и поставщика $\alpha_{бу}$ при контроле показателей надежности приходится иметь дело еще с условным риском потребителя $\beta_у$ и поставщика $\alpha_у$.

Условный риск потребителя $\beta_у$ означает вероятность того, что предъявляемая на контроль партия будет принята, в то время как она является дефектной. В свою очередь, условный риск поставщика $\alpha_у$ означает вероятность того, что предъявляемая на контроль партия будет забракована, в то время как она является годной.

Изложение основного материала.

На основании приведенных определений безусловных и условных рисков потребителя и поставщика имеем:

$$\beta_{бу} = \varphi_д \cdot \beta_у \qquad (3)$$

$$\alpha_{бу} = \varphi_г \cdot \alpha_у \qquad (4)$$

где $\varphi_д$ – вероятность того, что предъявляемая на контроль партия выключателей является дефектной;

$\varphi_г$ – вероятность того, что предъявляемая на контроль партия выключателей является годной.

Очевидно, что в случае непрерывного распределения доли дефектных выключателей в предъявляемых на контроль партиях $\varphi(S)$ будем иметь:

$$\varphi_д = \int_{S_r}^{1} \varphi(S) dS \tag{5}$$

$$\varphi_г = \int_{0}^{S_r} \varphi(S)\, dS \tag{6}$$

И соответственно, при дискретном распределении годных и дефектных изделий:

$$\varphi_д = \sum_{i=r+1}^{n} q(S_i) \tag{7}$$

$$\varphi_r = \sum_{i=0}^{r} q(S_i) \tag{8}$$

где i = 0, 1, 2, 3, ….,r, …n,

$q(S_i)$ - сумма значений функции $\varphi(S)$.

В свою очередь при непрерывном распределении средней наработки на отказ предъявляемых на контроль образцов $\varphi(T)$ получаем:

$$\varphi_д = \int_{0}^{T_r} \varphi(T)\, dT \tag{9}$$

$$\varphi_r = \int_{T_r}^{\infty} \varphi(T)\, dT \tag{10}$$

И в случае дискретного распределения $q(T_i)$, i=0, 1, 2, 3, …,r,…n, имеем.

$$\varphi_д = \sum_{i=0}^{n-1} q(T_i) \tag{11}$$

$$\varphi_r = \sum_{i=r}^{n} q(T_i) \tag{12}$$

Как известно, математическое ожидание непрерывной случайной величины X, имеющей изменения в интервале $[A;B]$, находится из уравнения

$$M(X) = \int_A^B x\varphi(x)\,dx \tag{13}$$

И соответственно дискретной случайной величины X, принимающей дискретные значения x_i, где i= 0, 1, 2, …n. определяется выражением:

$$\mathrm{M(X)} = \sum_{\mathrm{i=0}}^{\mathrm{n}} \mathrm{X_i} \cdot \mathrm{P}\ (\mathrm{X_i}) \tag{14}$$

где $\varphi(\mathrm{X})-$ плотность распределения непрерывной величины X в интервале ее изменения $[A;B]$;

$\mathrm{P(X_i)}-$ распределение вероятностей дискретной случайной величины x в интервале ее изменения $[\mathrm{X_0};\mathrm{X_n}]$.

С учетом уравнений (13), (14) условные риски потребителя и поставщика при контроле доли дефектных выключателей будут определяться соотношениями:

при непрерывном распределении доли дефектных выключателей:

$$\beta_y = \int_{S_r}^{1} \beta_y(S) \cdot \varphi_\partial(S)\,dS \tag{15}$$

$$\alpha_y = \int_0^{S_r} \alpha_y(S) \cdot \varphi_г(S)\,dS \tag{16}$$

при дискретном распределении:

$$\beta_y = \sum_{i=r+1}^{n} \beta_y(S_i) \cdot q_\partial(S_i) \tag{17}$$

$$\alpha_y = \sum_{i=0}^{r} \alpha_y(S_i) \cdot q_г(S_i) \tag{18}$$

где $\beta_y(S)-$ вероятность того, что партия выключателей будет принята, при условии, что у нее доля дефектных изделий составит S;

$\alpha_y(S)-$ вероятность того, что партия выключателей будет забракована, если доля дефектных изделий составит S;

$\varphi_д(\mathrm{S})-$ плотность распределения доли дефектных изделий в дефектных партиях;

$\varphi_г(\mathrm{S})-$ плотность распределения доли дефектных изделий в годных партиях;

$\mathrm{q_д(S'i)}-$ распределение вероятностей доли дефектных изделий в дефектных партиях;

$\mathrm{q_г(Si)}-$ распределение вероятностей доли дефектных изделий в годных партиях.

В случае контроля безотказности образцов восстанавливаемых выключателей условные риски потребителя и поставщика находятся по уравнениям:

- при непрерывном распределении средней наработки на отказ предъявляемых на контроль выключателей:

$$\beta_y = \int_0^{T_r} \beta_y(T) \cdot \varphi_{\partial}(T)\, dT \tag{19}$$

$$\alpha_y = \int_{T_r}^{\infty} \alpha_y(T) \cdot \varphi_{г}(T)\, dT \tag{20}$$

- при дискретном распределении:

$$\beta_y = \sum_{i=0}^{r-1} \beta_y(T_i) \cdot q_{\partial}(T_i) \tag{21}$$

$$\alpha_y = \sum_{i=r}^{n} \alpha_y(T_i) \cdot q_{г}(T_i) \tag{22}$$

где $\beta_y(T)$ – вероятность того, что выключатели будут приняты при условии, что наработка на отказ составит Т;

$\alpha_i(T)$ – вероятность того, что выключатели будут забракованы при условии, что наработка на отказ составит Т;

$\varphi_д(T)$ – плотность распределения наработки на отказ дефектных образцов;

$\varphi_г(T)$ – плотность распределения наработки на отказ годных образцов;

$q_д(Ti)$ – распределение вероятностей наработки на отказ дефектных образцов;

$q_г(Ti)$ – распределение вероятностей наработки на отказ годных образцов;

Очевидно, распределения доли дефектных выключателей в годных и дефектных партиях, равно как и распределения наработки на отказ годных и дефектных образцов путевых выключателей, являются усеченными.

Известно, что плотность распределения $\varphi_y(X)$ усеченной непрерывной величины х с интервалом усечения $[a;b]$ определяется соотношением:

$$\varphi_y(X) = C_1 \varphi(X) \tag{23}$$

где:

$$C_1 = \frac{1}{\int_a^b \varphi(X)\, dX} \tag{24}$$

И соответственно, распределение вероятности усеченной дискретной случайной величины х с интервалом усечения $[X_k; X_m]$ находятся по уравнению:

$$P_y(X_i) = C_2 \cdot P(X_i) \tag{25}$$

где
$$C_2 = \frac{1}{\sum_{i=k}^{m} P(X_i)} \tag{26}$$

С учетом выражений (23) - (26) получаем соотношения, определяющие:

- плотность распределения доли дефектных выключателей в дефектных и годных партиях:

$$\varphi_{\partial}(S) = \frac{\varphi(S)}{\int_{S_r}^{1} \varphi(S)\, dS} \tag{27}$$

$$\varphi_{г}(S) = \frac{\varphi(S)}{\int_{0}^{S_r} \varphi(S)\, dS} \tag{28}$$

- распределение вероятностей доли дефектных выключателей в дефектных и годных партиях:

$$\varphi_{\partial} = \frac{q(S_i)}{\sum_{i=r+1}^{n} q(S_i)} \tag{29}$$

$$\varphi_{г} = \frac{q(S_i)}{\sum_{i=0}^{r} q(S_i)} \tag{30}$$

- плотность распределения наработки на отказ дефектных и годных образцов:

$$\varphi_{\partial}(T) = \frac{\varphi(T)}{\int_{0}^{T_r} \varphi(T)\, dT} \tag{31}$$

$$\varphi_{r}(T) = \frac{\varphi(T)}{\int_{T_r}^{0} \varphi(T)\, dT} \tag{32}$$

- распределения вероятностей наработки на отказ дефектных и годных образцов:

$$q_{\partial}(T_i) = \frac{q(T_i)}{\sum_{i=0}^{r-1} q(T_i)} \tag{33}$$

$$q_r(T_i) = \frac{q(T_i)}{\sum\limits_{i=r}^{n} q(T_i)} \tag{34}$$

С учетом соотношений (25) – (28) выражения (19) – (22), определяющие условные риски потребителя и поставщика при контроле доли дефектных выключателей принимают следующий вид:

- при непрерывном распределении :

$$\beta_y = \frac{\int\limits_{S_r}^{1} \beta_y(S) \cdot \varphi(S)\, dS}{\int\limits_{S_r}^{1} \varphi(S)\, dS} \tag{35}$$

$$\alpha_y = \frac{\int\limits_{0}^{S_r} \alpha_y(S) \cdot \varphi(S)\, dS}{\int\limits_{0}^{S_r} \varphi(S)\, dS} \tag{36}$$

- при дискретном распределении:

$$\beta_y = \frac{\sum\limits_{i=r+1}^{n} \beta_y(S_i) q(S_i)}{\sum\limits_{i=r+1}^{n} q(S_i)} \tag{37}$$

$$\alpha_y = \frac{\sum\limits_{i=0}^{r} \alpha_y(S_i) q(S_i)}{\sum\limits_{i=0}^{r} q(S_i)} \tag{38}$$

Аналогичным образом, с учетом уравнений (31) – (34) соотношения (19) – (22) определяющие условный риск потребителя и поставщика при контроле безотказности образцов путевых выключателей, представляются в виде:

- при непрерывном распределении:

$$\beta_y = \frac{\int\limits_{0}^{T_r} \beta_y(T) \cdot \varphi(T)\, dTi}{\int\limits_{0}^{T_r} \varphi(T) dT} \tag{39}$$

$$\alpha_y = \frac{\int\limits_{T_r}^{\infty} \alpha_y(T) \cdot \varphi(T)\, dTi}{\int\limits_{T_r}^{\infty} \varphi(T) dT} \tag{40}$$

- при дискретном распределении:

$$\beta_y = \frac{\sum\limits_{i=0}^{r-1} \beta_y(T_i) \cdot q(T_i)}{\sum\limits_{i=0}^{r-1} q(T_i)} \tag{41}$$

$$\alpha_y = \frac{\sum\limits_{i=r}^{n} \alpha_y(T_i) \cdot q(T_i)}{\sum\limits_{i=r}^{n} q(T_i)} \tag{42}$$

При помощи соотношений (3) – (8) и (35) – (38) находим уравнения, определяющие безусловные риски потребителя и поставщика при контроле доли дефектных выключателей:

- при непрерывном распределении:

$$\beta_{бу} = \int\limits_{S_r}^{1} \beta_y(S) \cdot \varphi(S) \cdot dS \tag{43}$$

$$\alpha_{бу} = \int\limits_{0}^{S_r} \alpha_y(S) \cdot \varphi(S) \cdot dS \tag{44}$$

- при дискретном распределении:

$$\beta_{бу} = \sum_{i=r+1}^{n} \beta_y(S_i) \cdot q(S_i) \tag{45}$$

$$\alpha_{бу} = \sum_{i=0}^{r} \alpha_y(S_i) \cdot q(S_i) \tag{46}$$

В свою очередь, с учетом выражений (3) – (4), (9) – (12), (39) – (42) получаем соотношения, определяющие безусловные риски потребителя и поставщика при контроле безотказности выключателей:

- при непрерывном распределении:

$$\beta_{бу} = \int_{0}^{T_r} \beta_y(T) \cdot \varphi(T)\, dT \tag{47}$$

$$\alpha_{бу} = \int_{T_r}^{\infty} \alpha_y(T) \cdot \varphi(T)\, dT \tag{48}$$

- при дискретном распределении:

$$\beta_{бу} = \sum_{i=0}^{r-1} \beta_y(T_i) \cdot q(T_i) \tag{49}$$

$$\alpha_{бу} = \sum_{i=r}^{n} \alpha_y(T_i) \cdot q(T_i) \tag{50}$$

В случае, когда число дефектных изделий в выборке распределяется по биноминальному закону, входящие в уравнения (43) – (46) величины $\beta_y(S_i)$ и $\alpha_y(S_i)$ при одноступенчатом контроле доли дефектных выключателей находятся по соотношениям:

$$\beta_y(S_i) = \sum_{k=0}^{c} C_n^k \cdot S_i^k \cdot (1 - S_i)^{n-k} \tag{51}$$

$$\alpha_y(S_i) = \sum_{k=c+1}^{n} C_n^k \cdot S_i^k \cdot (1 - S_i)^{n-k} \tag{52}$$

где

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \tag{53}$$

n – объем выборки;

c – оценочный норматив.

Если $S_i \leq 0{,}1$ и, следовательно, число дефектных выключателей в выборке распределяется по закону Пуассона, величины $\beta_y(S_i)$ и $\alpha_y(S_i)$ будут определяться выражениями:

$$\beta_y(S_i) = \sum_{k=0}^{c} \frac{(n \cdot S_i)^k \cdot e^{-nS^i}}{k!} \tag{54}$$

$$\alpha_y(S_i) = \sum_{k=c+1}^{\infty} \frac{(n \cdot S_i)^k \cdot e^{-nS^i}}{k!} \tag{55}$$

Выводы

Как показали результаты многочисленных теоретических и экспериментальных исследований, очень часто поток отказов восстанавливаемых путевых выключателей можно полагать распределенным по закону Пуассона. Поэтому, при одноступенчатом контроле безопасности выключателей входящие в уравнения (47) – (50) величины $\beta_y(T_i)$ и $\alpha_y(T_i)$ находятся по соотношениям:

$$\beta_y(T_i)=\sum_{k=0}^{c}\frac{(t_u/T_i)^k\cdot e^{-tu/Ti}}{k!} \tag{56}$$

$$\alpha_y(T_i)=\sum_{k=c+1}^{\infty}\frac{(t_u/T_i)^k\cdot e^{-tu/Ti}}{k!} \tag{57}$$

где t_u – наработка выключателей за время испытаний;

c – оценочный норматив.

При этом:

$$\beta_y(S_i)+\alpha_y(S_y)=1 \text{ и}$$

$$\beta_y(T_i)+\alpha_y(T_y)=1$$

Полученные в работе формулы характеризуют показатели эффективности (безусловный риск) потребителя $\beta_{бу}$, поставщика $\alpha_{бу}$ и объем испытаний t_n или n) одноступенчатого контроля надежности путевых выключателей.

Литература

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: «Наука», 1969 г.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика – М.: Высш. Шк., 2002 г.
3. Ширяев А.Н. «Статистический последовательный анализ». Издательство «Наука», 1969 г.
4. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Берлінська С.Ю. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційної технології. – К.: Вища школа, 1995 р.
5. Коваленко И.Н., Гнеденко Б.В. Теория вероятностей. – К.: Вища шк., 1990 р.
6. Шторм Р. «Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. Перевод с немецкого под редакцией Н.С. Райбман. Издательство «Мир», 1970 г.
7. Румшинский Л.З. «Математическая обработка результатов эксперимента». Издательство «Наука», 1971г.

ОДНОСТУПІНЧАТИЙ КОНТРОЛЬ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ШЛЯХОВИХ ВИМИКАЧІВ

В.П. Самошкін, Я.Б. Форкун

В роботі були отримані основні показники надійності шляхових вимикачів одноступінчатого контролю. Була наведена методика розрахунку показників надійності та контролю якості шляхових вимикачів.

SINGLE-STAGE CONTROL OF RELIABILITY INDEXES OF THE TRAVEL SWITCHES

V.P. Samoshkin, Y.B. Forkun

In work the basic reliability indexes of costing switches of single-stage control were got. The method of computation of reliability indexes and control of quality of costing switches was resulted.