

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять за темою
**«РОЗРАХУНОК ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ З ДЖЕРЕЛАМИ
ПОСТІЙНОЇ НАПРУГИ І СТРУМУ»**

з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки"
(для студентів усіх форм навчання напрямів
6.050701 - "Електротехніка та електротехнології",
6.050702 - "Електромеханіка", 6.030601 - "Менеджмент")

Методичні вказівки до практичних занять за темою «Розрахунок лінійних електричних кіл з джерелами постійної напруги і струму» з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки" (для студентів усіх форм навчання напрямів 6.050701 - "Електротехніка та електротехнології ", 6.050702 - "Електромеханіка", 6.030601 - "Менеджмент"). Укл.: Форкун Я.Б., Самошкін В.П., Капустін Г.В., Тугай Д.В. – Харків: ХНАМГ, 2009 – 43 с.

Укладачі: доц., к.т.н. Я.Б. Форкун,
доц., к.т.н. В.П. Самошкін,
доц., к.т.н. Г.В. Капустін,
к.т.н. Д.В. Тугай

Рецензент: проф., д.т.н. А.Г. Сосков

**Рекомендовано кафедрою теоретичної і загальної електротехніки,
протокол № 6 від 29.01. 2009 р.**

ВСТУП

Електротехнікою називається широка область науки і техніки, що розглядає закони функціонування та методи розрахунку різних електричних кіл. Теоретичні основи електротехніки (ТОЕ) - дисципліна, що займається питаннями розрахунку і вивчення явищ, що характеризуються поняттями електричних струмів, напруг, потужностей, магнітних потоків, а також поняттями напруженості електричного та індукції магнітного полів. Таким чином, ТОЕ є теоретичною базою усіх електротехнічних спеціальностей.

Метою дисципліни є оволодіння фундаментальними поняттями, теорією та методологією сучасної теоретичної електротехніки, засвоєння фундаментальних знань, які є необхідною базою для подальшого вивчення електротехнічних дисциплін.

Видами аудиторних занять дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» (ТОЕ) є лекції, лабораторні й практичні заняття. Методичні вказівки «Розрахунок лінійних електричних кіл з постійними джерелами напруги і струму» призначені для проведення практичних занять з першої частини курсу ТОЕ для студентів усіх форм навчання вказаних напрямів. Практичні заняття є дуже важливими для засвоєння теоретичного матеріалу, що розглядається на лекціях. У вказівках подано загальні теоретичні відомості й приклади вирішення практичних задач за шістьма темами, що пов'язані з розрахунком електричних кіл постійного струму, а саме розглянуті основні методи розрахунку електричних кіл постійного струму: за законами Кірхгофа, методом вузлових потенціалів, методом контурних струмів, методом накладання, методом еквівалентного генератора.

Ці вказівки допоможуть студентам напрямів 6.050701 - "Електротехніка та електротехнології", 6.050702 - "Електромеханіка", набути навиків самостійного вирішення задач з дисципліни ТОЕ, підготуватися до лабораторних робіт і до розрахунково-графічної роботи №1 (частина1) за темою „Аналіз складного кола постійного струму”.

Крім того, ці методичні вказівки, що містять стислі роз'яснення деяких теоретичних положень розділу «Лінійні електричні кола постійного струму», будуть особливо корисними студентам напряму 6.030601 - "Менеджмент", яким дисципліна ТОЕ викладається протягом тільки одного семестру і містить у якості аудиторних тільки лекційні й практичні заняття.

ТЕМА І. РОЗРАХУНОК ПРОСТИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ. ВИЗНАЧЕННЯ СТРУМУ НА ДІЛЯНЦІ КОЛА ЗА ЗАКОНОМ ОМА. ЕКВІВАЛЕНТНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ДЖЕРЕЛ ЕНЕРГІЇ

Загальні відомості

Електричне коло – сукупність пристроїв, призначених для передачі, розподілу й взаємного перетворення електромагнітної та інших видів енергії та інформації, якщо процеси, що відбуваються у пристроях, можуть бути описані за допомогою понять про електрорушійну силу (ЕРС), струм і напругу.

Основні елементи електричного кола:

- джерела електричної енергії – пристрої, що перетворюють механічну, теплову, хімічну та інші види енергії в електромагнітну (генератор, акумуляторна батарея тощо);
- перетворювачі електромагнітної енергії (трансформатори, перетворювачі частоти тощо);
- пристрої передачі електромагнітної енергії (лінії передачі);
- споживачі електромагнітної енергії, що перетворюють електромагнітну енергію в механічну, теплову, хімічну та інші види (двигуни, лампи розжарювання, резистори тощо).

Кола, в яких процеси отримання електричної енергії в джерелах, передача та перетворення в споживачах відбуваються при незмінних у часі струмах і напругах, називаються *колами постійного струму*.

У дисципліні ТОЕ електричне коло заміняють моделлю (графічним зображенням), яка називається *електричною схемою*. Елементами електричної схеми є *активні* й *пасивні* елементи.

До пасивних елементів (аналог споживачів електромагнітної енергії) відносять (рис.1.1):

- опір [Ом] - ідеалізований елемент, що приблизно замінює резистор, в якому відбувається перетворення електричної енергії в теплову;
- ємність [Ф] - ідеалізований елемент, що приблизно замінює конденсатор, в якому накопичується енергія електричного поля;
- індуктивність [Гн] - ідеалізований елемент, що приблизно замінює котушку індуктивності, в якій може накопичуватися енергія магнітного поля.



Рис.1.1

До активних елементів (аналог джерел електромагнітної енергії) відносять джерела електрорушійної сили і джерела струму.

Еквівалентне перетворення електричного кола – це заміна всього кола або його частини еквівалентною схемою, що спрощує подальший розрахунок кола. Опори розгалуженого електричного кола можна замінити одним опором, який називають *еквівалентним*, або *вхідним*.

У табл.1 наведено різновиди з'єднань пасивних елементів.

Таблиця 1 – Різновиди з'єднань елементів схеми та їх графічні зображення

Вид з'єднання	Графічне зображення на схемі	Еквівалентний опір
Послідовне		 $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}; \quad R_e = R_{ab} = \sum_{i=1}^n R_i$
Паралельне		 $I_{заг} = \sum_{i=1}^n I_i; \quad R_e = R_{ab} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$
Змішане		 $R_e = R_{ab} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$

Закон Ома пов'язує між собою струм I , що протікає через опір R ділянки електричного кола (рис.1.2,а), і напругу цієї ділянки U_{ab} .

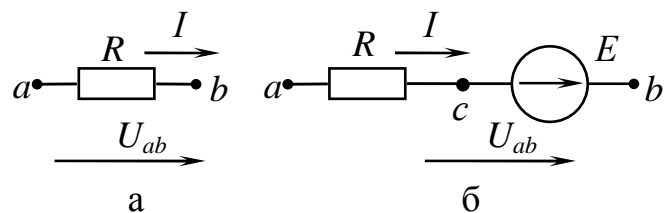


Рис.1.2

$$I = \frac{U_{ab}}{R}. \quad (1.1)$$

Якщо ділянка електричного кола містить джерело ЕРС E (рис.1.2,б), закон Ома матиме вигляд

$$I = \frac{U_{ab} + E}{R}. \quad (1.2)$$

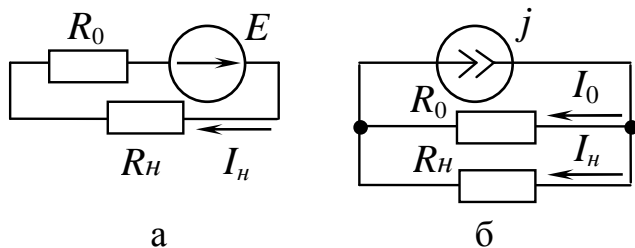


Рис.1.3.

При розрахунку електричних кіл *реальне джерело напруги* з ЕРС E_0 і внутрішнім опором R_0 , що з'єднане з навантаженням, може бути представлено двома способами (рис.1.3,а і рис.1.3,б). Ці схеми еквівалентні щодо потужності, яка споживається навантаженням, але нееквівалентні щодо потужності, яка споживається внутрішнім опором R_0 .

ЗАДАЧА 1

Розрахунок струмів методом еквівалентних перетворень

Електрична схема, зображена на рис.1.4,а, має наступні параметри: $E = 100$ В, $R_1 = R_3 = R_5 = R_7 = 5$ Ом, $R_2 = R_4 = R_6 = R_8 = R_9 = 10$ Ом.

Визначити струми у вітках схеми методом еквівалентних перетворень.

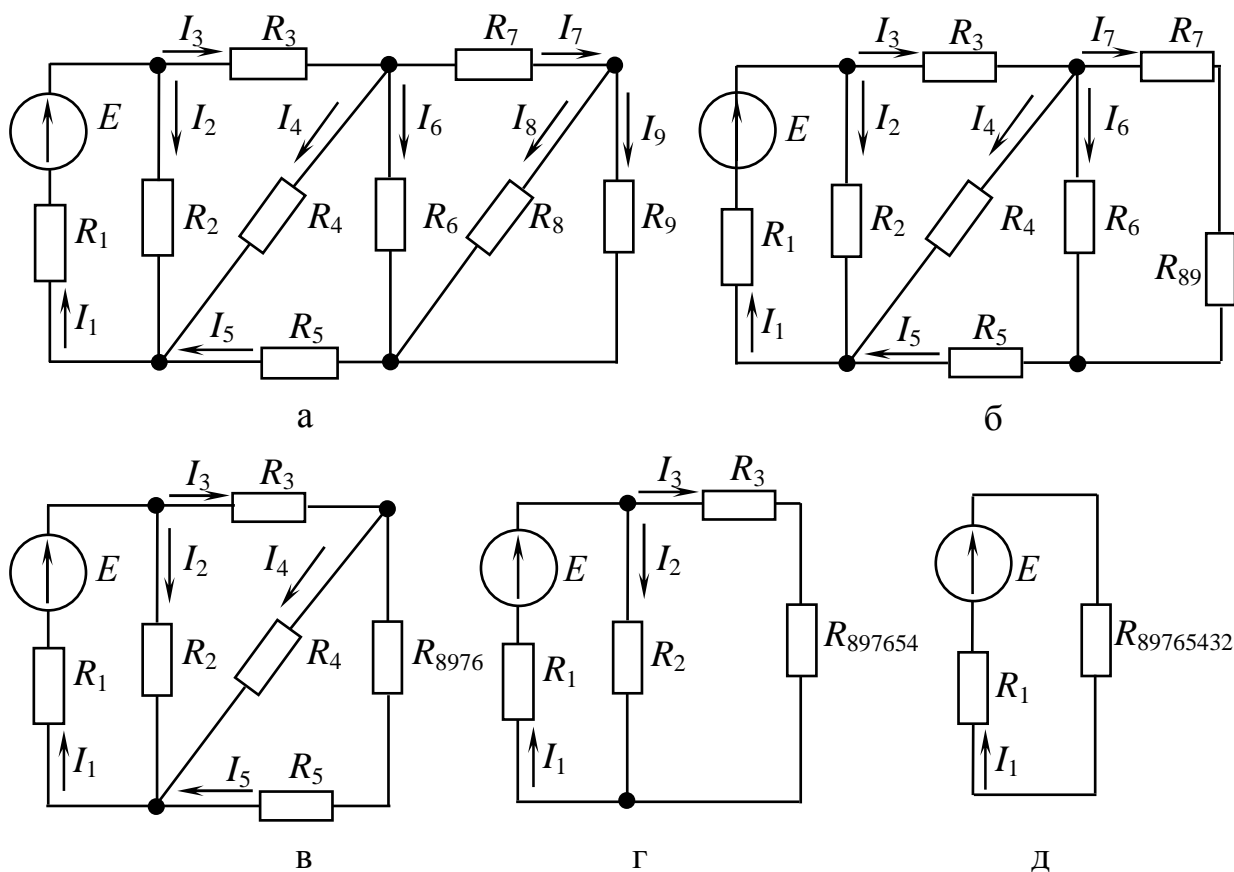


Рис.1.4

Для вирішення задачі необхідно:

- знати методикку еквівалентного перетворення електричного кола, а також закон Ома й «золоте» правило;
- вміти визначати послідовні й паралельні з'єднання елементів схеми.

Вирішення

1. У схемі є одне джерело, тому вкажемо дійсні напрямки струмів у вітках. Починати еквівалентні перетворення схеми слід з найвіддаленішої від джерела вітки (з кінця схеми) і поступово рухатися до джерела. У схемі рис.1.4,а опори R_8 і R_9

з'єднані паралельно, тому їх еквівалентний опір $R_{89} = \frac{R_8 \cdot R_9}{R_8 + R_9} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом}$.

Після заміни R_8 і R_9 одним опором одержимо схему рис.1.4,б. Опори R_7 і R_{89} з'єднані послідовно, тому $R_{897} = R_7 + R_{89} = 5 + 5 = 10 \text{ Ом}$.

Вітки з R_6 і R_{897} включені паралельно: $R_{8976} = \frac{R_6 \cdot R_{897}}{R_6 + R_{897}} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом}$.

Після перетворення послідовного й паралельного з'єднань одержимо схему рис.1.4,в. Послідовно включені опори R_5 і R_{8976} об'єднаємо в еквівалентний $R_{89765} = R_5 + R_{8976} = 5 + 5 = 10 \text{ Ом}$, при цьому R_4 і R_{89765} виявляються включеними паралельно:

$R_{897654} = \frac{R_4 \cdot R_{89765}}{R_4 + R_{89765}} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом}$, тобто одержимо схему

рис.1.4,г.

Послідовне з'єднання R_3 і R_{897654} перетворимо в $R_{8976543}$, а потім паралельне з'єднання R_2 і $R_{8976543}$ у $R_{89765432}$, після чого одержимо схему рис.1.4,д:

$R_{8976543} = R_3 + R_{897654} = 5 + 5 = 10 \text{ Ом}$; $R_{89765432} = \frac{R_2 \cdot R_{8976543}}{R_2 + R_{8976543}} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом}$.

У цій схемі опори R_1 і $R_{89765432}$ з'єднані послідовно. Поєднуючи їх, одержимо: $R_e = R_1 + R_{89765432} = 5 + 5 = 10 \text{ Ом}$.

2. Струм на вході схеми $I_1 = \frac{E}{R_e} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А}$.

3. Для розрахунку всіх інших струмів поступово повернемося до вихідної схеми. За схемою рис.1.4,г знайдемо струми I_2 і I_3 за так званим «золотим» правилом:

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{R_{8976543}}{R_2 + R_{8976543}} = 10 \cdot \frac{10}{10 + 10} = 5 \text{ А}; \quad I_3 = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_{8976543}} = 5 \text{ А}.$$

За схемою рис.1.4,в аналогічно знайдемо струми I_4 і I_5 :

$$I_4 = I_3 \cdot \frac{R_{89765}}{R_4 + R_{89765}} = 5 \cdot \frac{10}{10 + 10} = 2,5 \text{ А}; \quad I_5 = I_3 \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_{89765}} = 2,5 \text{ А}.$$

У схемі рис.1.4,б $I_6 = I_5 \cdot \frac{R_{897}}{R_{897} + R_6} = 2,5 \cdot \frac{10}{10 + 10} = 1,25 \text{ А}$;

$I_7 = I_6 = 1,25 \text{ А}$ (тому що $R_6 = R_{897}$).

У схемі рис.1.4,а опір $R_8 = R_9$, тому $I_8 = I_9 = \frac{I_7}{2} = \frac{1,25}{2} = 0,625 \text{ А}$.

ЗАДАЧА 2

Еквівалентне перетворення джерел енергії

Схема, наведена на рис.1.5,а, має параметри елементів: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $j = 5 \text{ А}$.

Перетворити схему з джерелом струму в схему з джерелом ЕРС. Порівняти струми в обох схемах.

Визначити:

- струми у вітках схеми;
- струм в еквівалентній схемі;
- потужність, що споживається опорами цих схем.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати принцип еквівалентного перетворення джерел енергії;
- вміти користуватися законом Ома і «золотим» правилом.

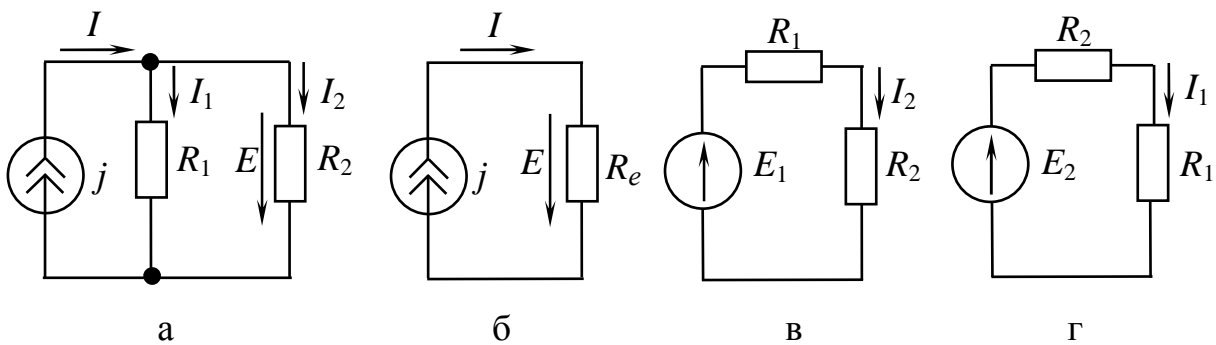


Рис.1.5

Вирішення

1. Вкажемо дійсні напрямки струмів у вітках схеми. Виконаємо розрахунок схеми рис.1.5,а методом еквівалентного перетворення, для чого замінимо паралельне з'єднання R_1 і R_2 одним еквівалентним опором:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}; R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{150}{25} = 6 \text{ Ом} \text{ і одержимо схему рис.1.5,б.}$$

Струм у цій схемі дорівнює струму джерела $I = j = 5 \text{ А}$, напруга $U = R_e \cdot I = 6 \cdot 5 = 30 \text{ В}$. Напруга на паралельному з'єднанні в схемі рис.1.5,а також дорівнює U , тому струми у вітках визначають за законом Ома:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{30}{10} = 3 \text{ А}; I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{30}{15} = 2 \text{ А.}$$

2. Потужність, що віддається джерелом струму j у схемі рис.1.5,а:

$$P = R_e \cdot I^2 = 6 \cdot 25 = 150 \text{ Вт.}$$

3. Перетворимо схему з джерелом струму в схему з джерелом ЕРС. Це перетворення можна виконати за схемою рис.1.5,в або за схемою рис.1.5,г. У схемі рис.1.5,в у якості внутрішнього опору джерела R_e прийняте R_1 , тоді $E_1 = R_1 \cdot j = 10 \cdot 5 = 50$ В. При цьому струм I_1 не є істинним, а струм I_2 залишається незмінним $I_2 = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = 2$ А.

$$I_2 = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = 2 \text{ А}.$$

4. Потужність, що віддається джерелом ЕРС E_1 (яка споживається опорами) - $P = (R_1 + R_2) \cdot I_2^2 = 25 \cdot 4 = 100$ Вт.

5. У схемі рис.1.5,г у якості R_e прийняте R_2 , тоді $E_2 = R_2 \cdot j = 15 \cdot 5 = 75$ В, струм I_2 не є істинним, а струм I_1 залишається незмінним - $I_1 = \frac{E_2}{R_1 + R_2} = 3$ А.

6. Потужність, що віддається джерелом ЕРС E_2 :

$$P = (R_1 + R_2) \cdot I_1^2 = 25 \cdot 9 = 225 \text{ Вт}.$$

Слід звернути увагу на те, що потужність, яка віддається джерелом струму в схемі рис.1.5,а не дорівнює потужностям, які віддаються джерелами ЕРС у схемах рис.1.5,в і рис.1.5,г. Таким чином з енергетичного погляду заміна нееквівалентна. При заміні джерела напруги джерелом струму потужність, що віддається джерелом, змінюється.

ЗАДАЧА 3

Еквівалентне перетворення джерел енергії

Ділянка електричного кола (рис.1.6,а) має два джерела струму і джерело ЕРС. Перетворити схему на ділянці 1 - 2, замінивши всі джерела одним джерелом:

- еквівалентним джерелом ЕРС;
- еквівалентним джерелом струму.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати принцип еквівалентного перетворення джерел енергії;
- вміти користуватися законом Ома.

Вирішення

1. Перетворимо схему рис.1.6,а з джерелами струму в схему з джерелами ЕРС (рис.1.6,б) $E_1' = R_1' \cdot j_1'$; $E_1'' = R_1'' \cdot j_1''$.

Знайдемо еквівалентний опір $R_e = R_1' + R_1'' + R_2$ і еквівалентну ЕРС

$$E_e = E_1' + E_2' + E_2'' - E_1''.$$

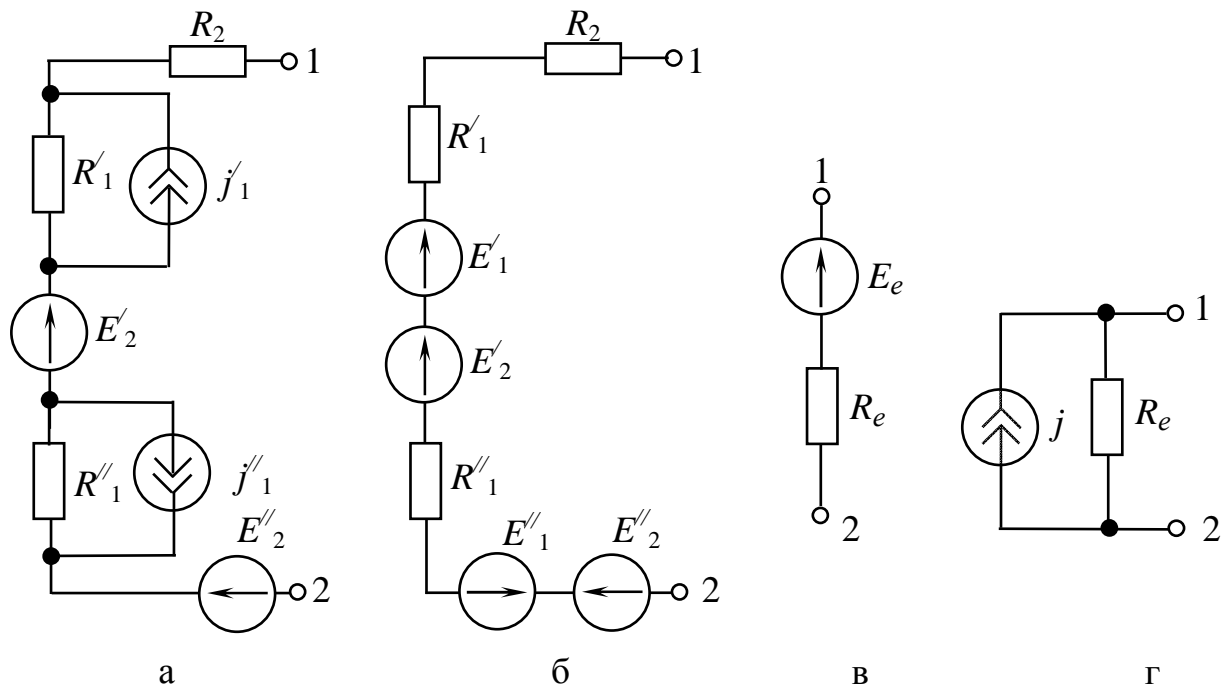


Рис.1.6

2. Еквівалентна схема наведена на рис.1.6,в. Від схеми рис.1.6,в легко перейти до схеми з джерелом струму рис.1.6,г. $j = \frac{E_e}{R_e}$.

ТЕМА 2. РОЗРАХУНОК РОЗГАЛУЖЕНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ ЗА ЗАКОНАМИ КІРХГОФА. СКЛАДАННЯ БАЛАНСУ ПОТУЖНОСТЕЙ. ПОБУДОВА ПОТЕНЦІЙНОЇ ДІАГРАМИ

Загальні відомості

Для вирішення задачі методом рівнянь Кірхгофа необхідно розібратися в топології схеми, визначити кількість віток і вузлів, обчислити кількість і скласти незалежні рівняння за першим і другим законами Кірхгофа, вказати додатні напрямки струмів у вітках схеми, визначити незалежні контури в схемі і вказати напрямки обходу контурів.

Перший закон Кірхгофа виражає закон збереження заряду: алгебраїчна сума струмів віток, що сходяться у вузлі, в будь-який момент часу дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (2.1)$$

де k – номери віток, які зв'язані з даним вузлом. Якщо струм спрямований до вузла, то він входить у рівняння (2.1) зі знаком "+".

Другий закон Кірхгофа виражає закон збереження енергії: алгебраїчна сума напруг ділянок замкнутого контуру дорівнює нулю в будь-який момент часу:

$$\sum_{i=1}^m U_i = 0, \quad (2.2)$$

де i – номер ділянки, що входить у контур.

За першим законом Кірхгофа для схеми треба складати $n-1$ рівнянь, де n – кількість вузлів у схемі.

За другим законом Кірхгофа треба складати $(m-n+1)$ рівнянь, де m – кількість віток у схемі з невідомими струмами (якщо вітка містить джерело струму, то струм цієї вітки відомий). Отже, система рівнянь за законами Кірхгофа повинна мати стільки рівнянь, скільки невідомих струмів (віток).

Порядок розрахунку струмів схеми за законами Кірхгофа.

1. Визначаємо кількість вузлів і віток у схемі, а отже кількість рівнянь за першим і другим законами Кірхгофа.
2. Довільно вибираємо напрямки струмів у вітках і напрямки обходу контурів.
3. Складаємо і розв'язуємо систему відносно невідомих струмів.

Баланс потужностей електричної схеми складають на підставі закону збереження енергії: кількість тепла, що виділяється в опорах схеми, повинна дорівнювати кількості енергії, яка постачається за той самий час джерелами енергії, тобто потужність джерел енергії (напруги і струму) дорівнює потужності, що споживається опорами схеми:

$$\sum_{i=1}^k (\pm E_i \cdot I_i) + \sum_{i=1}^p J_i \cdot U_{ab} = \sum_{i=1}^l I_i^2 \cdot R_i, \quad (2.3)$$

де k – кількість ЕРС у схемі; p – кількість джерел струму у схемі; l – кількість опорів у схемі; U_{ab} – напруга між умовною точкою a , куди втікає струм джерела струму J_i , і умовною точкою b , звідки струм цього джерела струму витікає.

Правило складання балансу: якщо напрямок джерела ЕРС E_i і напрямок струму I_i , що протікає через нього, збігаються, то додаток $E_i \cdot I_i$ беремо зі знаком "+", якщо навпаки - зі знаком "-".

Потенційна діаграма – це графік розподілу потенціалу вздовж замкнутого контуру або ділянки кола. По осі абсцис відкладають опори вздовж контуру, один за одним, починаючи від довільно обраної точки, потенціал якої приймають рівним нулю. По осі ординат відкладають потенціали точок контуру.

ЗАДАЧА 1

Визначення струмів розгалуженої схеми за законами Кірхгофа

Електрична схема, зображена на рис.2.1, має наступні параметри елементів: $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$, $E_1 = 10 \text{ В}$, $E_2 = 5 \text{ В}$, $J_3 = 1 \text{ А}$, $J_4 = 2 \text{ А}$.

Визначити струми у всіх вітках дом рівнянь Скласти тужностей.

Для випаді необхід-

- знати гофа і поря-хунку струмів за цими законами;

- вміти користуватися методом виключень для вирішення систем лінійних рівнянь.

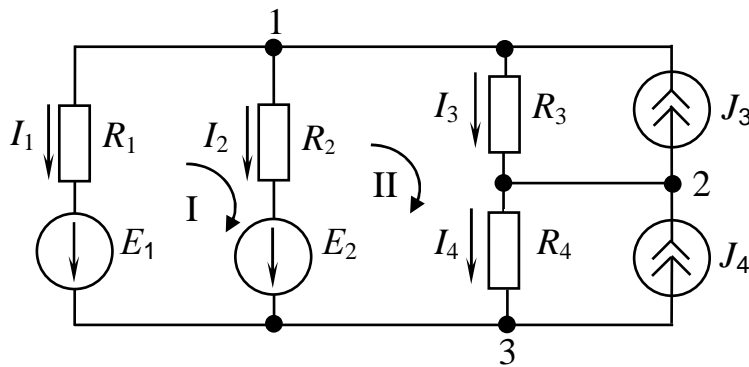


Рис.2.1

чити струми схеми мето-Кірхгофа. баланс по-

рішення за-но: закони Кірх-док розра-

Вирішення

1. Визначимо число віток і вузлів у схемі і вкажемо додатні напрямки струмів у вітках. Число віток без урахування віток з джерелами струму $m = 4$, число вузлів $n = 3$.

2. Для визначення чотирьох невідомих струмів за законами Кірхгофа потрібно скласти чотири рівняння:

за першим законом - $n - 1 = 3 - 1 = 2$ рівняння;

за другим законом - $m - (n - 1) = 2$ рівняння.

Кількість незалежних контурів $k = 2$. Незалежні рівняння першого закону

Кірхгофа запишемо для 1-го і 2-го вузлів:

$$\begin{aligned} -I_1 - I_2 - I_3 + J_3 &= 0; \\ I_3 - I_4 - J_3 + J_4 &= 0. \end{aligned}$$

Виберемо незалежні контури: R_1, R_2, E_2, E_1 та R_2, R_3, R_4, E_2 і вкажемо напрямок обходу (за годинниковою стрілкою). Рівняння для цих контурів мають

вигляд:
$$\begin{cases} -R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = -E_1 - E_2; \\ R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4 - R_2 \cdot I_2 = E_2. \end{cases}$$

3. Джерела струму не входять у рівняння для контурів. Підставивши числові значення, одержимо чотири рівняння з чотирма невідомими струмами:

$$\begin{cases} -I_1 - I_2 - I_3 + 1 = 0; \\ I_3 - I_4 - 1 + 2 = 0; \\ -2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 = -10 - 5; \\ 1 \cdot I_3 + 2 \cdot I_4 - 3 \cdot I_2 = 5. \end{cases}$$

Отримана система з чотирьох рівнянь не є повною, тому її зручно розв'язувати методом виключень.

4. Визначимо з останнього і передостаннього рівнянь струми I_1 і I_4 і підставимо їх у рівняння, що залишилися: $I_1 = \frac{15 + 3 \cdot I_2}{2}$; $I_4 = I_3 + 1$.

5. Одержимо систему двох рівнянь з двома невідомими I_2 і I_3

$$\begin{cases} 15 + 3 \cdot I_2 + 2 \cdot I_2 + 2 \cdot I_3 = 2; \\ I_3 + 2 \cdot I_3 + 2 - 3 \cdot I_2 = 5; \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} 5 \cdot I_2 + 2 \cdot I_3 = -13; \\ -3 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 = 3. \end{cases}$$

6. Поділивши друге рівняння на 3, розв'яжемо систему за методом Крамера:

$$I_2 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -13 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}} = -2,14 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -13 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}} = -1,14 \text{ А}.$$

Визначимо струми I_1 і I_4 :

$$I_1 = \frac{15 + 3 \cdot (-2,14)}{2} = 4,29 \text{ А}; \quad I_4 = -1,14 + 1 = -0,14 \text{ А}.$$

7. Виконаємо перевірку розв'язання за першим законом Кірхгофа. Для перевірки слід використовувати рівняння для виключеного вузла, в даному випадку - це вузол 3:

$$I_1 + I_2 + I_4 - J_4 = 0;$$

$$4,29 - 2,14 - 0,14 - 2 = 0.$$

8. Складемо рівняння балансу потужностей:

$$E_1 \cdot I_1 - E_2 \cdot I_2 + J_3 \cdot (R_3 \cdot I_3) + J_4 \cdot (R_4 \cdot I_4) = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2.$$

Підставивши числові значення, одержимо:

$$10 \cdot 4,29 - 5 \cdot (-2,14) + 1 \cdot 1 \cdot (-1,14) + 2 \cdot 2 \cdot (-0,14) = 2 \cdot (4,29)^2 + 3 \cdot (2,14)^2 + 1 \cdot (1,14)^2 + 2 \cdot (0,14)^2, \quad \text{або} \quad 51,9 \text{ Вт} \approx 51,88 \text{ Вт}.$$

Тобто баланс виконується з достатньою для інженерних розрахунків точністю.

ЗАДАЧА 2

Визначення параметрів розгалуженої схеми методом рівнянь Кірхгофа

У схемі рис.2.2 параметри елементів мають такі значення: $R_1=4$ Ом, $R_3=R_4=R_5=3$ Ом, $R_6=1$ Ом, $R_7=4$ Ом. Відомі струми у вітках: $I_1=5$ А, $I_6=1$ А, $I_7=2$ А (для зазначених на схемі напрямків).

Визначити:

- ЕРС E_1, E_6 ;

- опір R_2 .

Для вирішення задачі необхідно:

- знати закони Кірхгофа та порядок розрахунку за ними;

- вміти складати рівняння балансу потужностей.

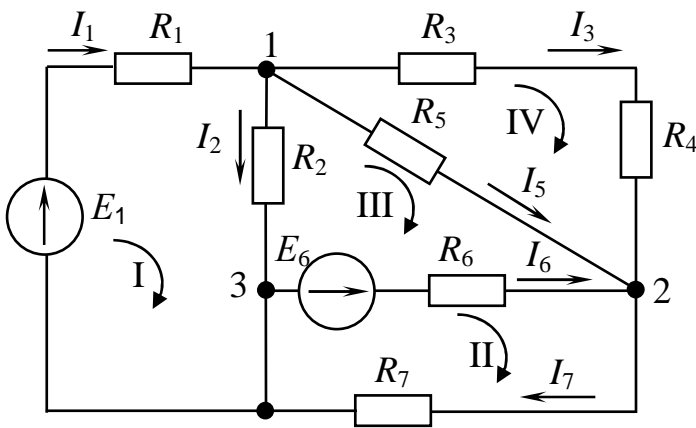


Рис.2.2

Вирішення

1. Розв'яжемо задачу методом рівнянь Кірхгофа. Позначимо вузли схеми і вкажемо додатні напрямки невідомих струмів. У схемі 3 вузли і 6 віток. За законами Кірхгофа можна скласти шість незалежних рівнянь. Невідомих величин у задачі також шість: $E_1; E_6; R_2; I_1; I_3; I_5$.

За першим законом Кірхгофа треба скласти $n - 1 = 2$ рівняння; за другим - $\kappa = 6 - 2 = 4$ рівняння.

Для першого вузла: $I_1 - I_2 - I_3 - I_5 = 0$.

Для другого вузла: $I_3 + I_5 + I_6 - I_7 = 0$.

2. Запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для I - IV контурів:

$$\begin{array}{ll} I & - R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = E_1; \\ II & - R_6 \cdot I_6 + R_7 \cdot I_7 = E_6; \\ III & - R_5 \cdot I_5 - R_2 \cdot I_2 - R_6 \cdot I_6 = -E_6; \\ IV & - (R_4 + R_3) \cdot I_3 - R_5 \cdot I_5 = 0. \end{array}$$

3. Знайдемо E_6 з рівняння для другого контуру:

$$E_6 = R_6 \cdot I_6 + R_7 \cdot I_7 = 1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 9 \text{ В.}$$

4. Розв'язуючи спільно рівняння для IV контуру і 2-го вузла знайдемо I_3 і I_5 :

$$\begin{cases} (R_3 + R_4) \cdot I_3 - R_5 \cdot I_5 = 0, \\ I_3 + I_5 + I_6 - I_7 = 0, \end{cases} \text{ або } \begin{cases} 6 \cdot I_3 - 3 \cdot I_5 = 0, \\ I_3 + I_5 = 1, \end{cases} \text{ звідси } I_5 = \frac{2}{3} \text{ А, } I_3 = \frac{1}{3} \text{ А.}$$

5. З рівняння для контуру III знайдемо R_2 : $R_5 \cdot I_5 - R_2 \cdot I_2 - R_6 \cdot I_6 = -E_6$,

або в числах: $3 \cdot \frac{2}{3} - 1 \cdot 1 - R_2 \cdot 5 = -9$, звідки $R_2 = \frac{10}{5} = 2 \text{ Ом}$.

6. З рівняння для 1-го вузла знайдемо струм I_1 : $I_1 - I_2 - I_3 - I_5 = 0$, звідки $I_1 = 5 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 6 \text{ А}$.

7. Рівняння для контуру I дозволяє знайти ЕРС E_1 : $E_1 = 4 \cdot 6 + 2 \cdot 5 = 34 \text{ В}$.

8. Перевірка розрахунку за рівнянням балансу потужностей:

$$E_1 \cdot I_1 + E_6 \cdot I_6 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + (R_3 + R_4) \cdot I_3^2 + R_5 \cdot I_5^2 + R_6 \cdot I_6^2 + R_7 \cdot I_7^2$$

$$34 \cdot 6 + 9 \cdot 1 = 4 \cdot 6^2 + 2 \cdot 5^2 + 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1 \cdot 1^2 + 4 \cdot 2^2.$$

$$213 \text{ Вт} \approx 213,2 \text{ Вт}.$$

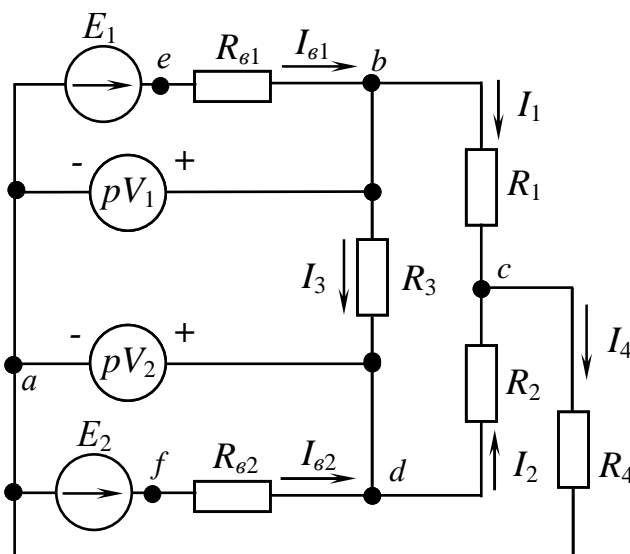
ЗАДАЧА 3

Побудова потенційної діаграми

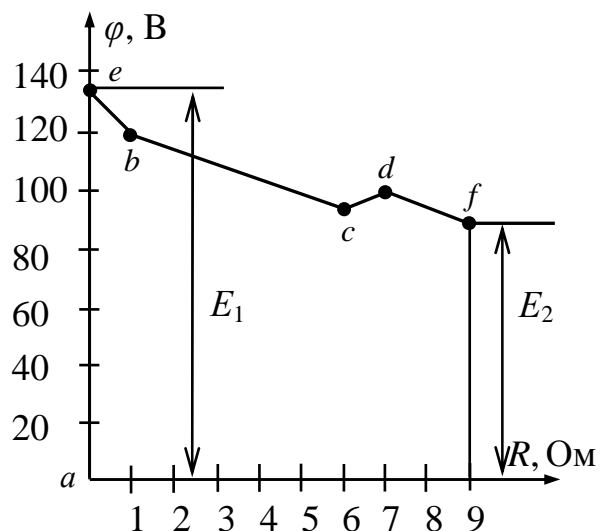
У схемі рис.2.3,а дано: $R_{\epsilon 1} = 1 \text{ Ом}$, $R_{\epsilon 2} = 2 \text{ Ом}$, $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 9,5 \text{ Ом}$. $U_{ea} = 120 \text{ В}$, $U_{ca} = 95 \text{ В}$, $U_{da} = 100 \text{ В}$.

Визначити:

- покази вольтметрів pV_1 і pV_2 ;
- величини ЕРС E_1 і E_2 ;
- скласти рівняння балансу потужностей;
- побудувати графік розподілу потенціалів уздовж для контуру a - b - c - d - a (потенційну діаграму).



а



б

Рис.2.3

Для вирішення задачі необхідно:

- знати закони Ома і Кірхгофа й порядок розрахунку за ними;
- вміти складати рівняння балансу потужностей і будувати потенційну діаграму.

Вирішення

1. Вольтметр pV_1 покаже напругу $U_{ea} = 120$ В, а вольтметр pV_2 - напругу $U_{da} = 100$ В. Струми у вітках знайдемо за законом Ома:

$$I_1 = \frac{U_{ec}}{R_1} = \frac{U_{ea} - U_{ca}}{R_1} = \frac{120 - 95}{5} = 5 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U_{dc}}{R_2} = \frac{U_{da} - U_{ca}}{R_2} = \frac{100 - 95}{1} = 5 \text{ А};$$
$$I_3 = \frac{U_{bd}}{R_3} = \frac{U_{ba} - U_{da}}{R_3} = \frac{120 - 100}{2} = 10 \text{ А}; \quad I_4 = \frac{U_{ca}}{R_4} = \frac{95}{9,5} = 10 \text{ А}.$$

2. З першого закону Кірхгофа:

$$I_{e1} = I_3 + I_1 = 10 + 5 = 15 \text{ А}; \quad I_{e2} = I_2 - I_3 = 5 - 10 = -5 \text{ А}.$$

3. З другого закону Кірхгофа:

$$E_1 = U_{ea} + R_{e1} \cdot I_{e1} = 120 + 15 \cdot 1 = 135 \text{ В}; \quad E_2 = U_{da} + R_{e2} \cdot I_{e2} = 100 + 2 \cdot (-5) = 90 \text{ В}.$$

Потужність джерел ЕРС:

$$P_{дж} = E_1 \cdot I_{e1} + E_2 \cdot I_{e2} = 135 \cdot 15 + 90(-5) = 1575 \text{ Вт}.$$

4. Потужність, що споживається приймачами енергії:

$$P_{пр} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_{e1} \cdot I_{e1}^2 + R_{e2} \cdot I_{e2}^2 =$$
$$= 5 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 10^2 + 9,5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 15^2 + 2 \cdot 5^2 = 1575 \text{ Вт}.$$

З порівняння $P_{дж}$ і $P_{пр}$ випливає, що баланс потужностей у колі виконується, отже розрахунки проведені правильно.

5. На рис.2.3,б наведена потенційна діаграма. На потенційній діаграмі показаний розподіл потенціалів уздовж контуру a - b - c - d - a . Потенціал точки a прийнятий рівним нулю.

Потенціали інших точок контуру щодо точки a :

$$\varphi_e = E_1 = 135 \text{ В}; \quad \varphi_b = U_{ea} = 120 \text{ В}; \quad \varphi_c = U_{ca} = 95 \text{ В}; \quad \varphi_d = U_{da} = 100 \text{ В}; \quad \varphi_f = E_2 = 90 \text{ В}.$$

За віссю ординат відкладаємо величину потенціалу, за віссю абсцис - величину опору даної ділянки кола.

Стислий алгоритм розрахунку розгалуженого електричного кола за допомогою рівнянь Кірхгофа наведено в кінці цих методичних вказівок у додатку А.

ТЕМА 3. РОЗРАХУНОК РОЗГАЛУЖЕНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ МЕТОДОМ КОНТУРНИХ СТРУМІВ

Загальні відомості

Метод контурних струмів базується на другому законі Кірхгофа. Кількість рівнянь за цим методом дорівнює кількості незалежних контурів $k = m - (n - 1)$. Доцільно складати рівняння для головних контурів. Оскільки в рівняннях за другим законом Кірхгофа джерела струму не враховуються, рекомендовано перетворити вихідну схему з джерелами струму в схему з джерелами ЕРС. Однак можна і не перетворювати схему з джерелами струму. В такому випадку потрібно вважати, що струм джерела струму замикається по якомусь контуру, тобто є його контурним струмом. При цьому не слід записувати рівняння для контурів, що включають джерела струму, через те, що їх контурний струм вважається відомим.

Невідомими величинами на першому етапі є контурні струми. Контурний струм – це умовний розрахунковий струм, що нібито обтікає весь контур. Напрямки контурних струмів вибирають довільно. Система розрахункових рівнянь, наприклад, для трьох незалежних контурів має вигляд

$$\begin{cases} I_{11} \cdot R_{11} + I_{22} \cdot R_{12} + I_{33} \cdot R_{13} = E_{11} \\ I_{11} \cdot R_{21} + I_{22} \cdot R_{22} + I_{33} \cdot R_{23} = E_{22} \\ I_{11} \cdot R_{31} + I_{22} \cdot R_{32} + I_{33} \cdot R_{33} = E_{33}. \end{cases} \quad (3.1)$$

Тут I_{11}, I_{22}, I_{33} – невідомі контурні струми; R_{11}, R_{22}, R_{33} – власні контурні опори (у рівняння входять завжди зі знаком плюс); $R_{12} = R_{21}, R_{13} = R_{31}, R_{23} = R_{32}$ – спільні контурні опори (у рівняння входять зі знаком плюс, якщо в спільних вітках контурні струми збігаються за напрямком, і зі знаком мінус, якщо не збігаються). E_{11}, E_{22}, E_{33} – контурні ЕРС – алгебраїчна сума ЕРС, що входять в i -ий контур, взята за напрямком контурного струму.

Загальне вирішення системи має вигляд

$$\begin{cases} I_{11} = E_{11} \cdot \frac{\Delta_{11}}{\Delta} + E_{22} \cdot \frac{\Delta_{12}}{\Delta} + E_{33} \cdot \frac{\Delta_{13}}{\Delta} \\ I_{22} = E_{11} \cdot \frac{\Delta_{21}}{\Delta} + E_{22} \cdot \frac{\Delta_{22}}{\Delta} + E_{33} \cdot \frac{\Delta_{23}}{\Delta} \\ I_{33} = E_{11} \cdot \frac{\Delta_{31}}{\Delta} + E_{22} \cdot \frac{\Delta_{32}}{\Delta} + E_{33} \cdot \frac{\Delta_{33}}{\Delta}, \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\text{де } \Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} - \text{головний визначник системи (3.2);}$$

$\Delta_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} R_{22} & R_{23} \\ R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}$ - алгебраїчне доповнення, яке отримують з головного визначника системи шляхом викреслювання першого стовпця і першого рядка і помноження отриманого результату на $(-1)^{1+1}$;

$\Delta_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} R_{12} & R_{13} \\ R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}$ - алгебраїчне доповнення, яке отримують з головного визначника системи шляхом викреслювання першого стовпця і другого рядка і помноження отриманого результату на $(-1)^{1+2}$ і т. ін.

При розв'язанні задач методом контурних струмів рекомендується користуватися наступним алгоритмом:

1. Довільно обрати додатні напрямки струмів у вітках.
2. Перетворити схему з джерелами струму в схему з джерелами ЕРС.
3. Вибрати незалежні контури і вказати напрямки контурних струмів.
4. За кількістю контурних струмів записати в загальному вигляді систему розрахункових рівнянь.
5. Визначити власні й спільні опори контурів, контурні ЕРС і підставити їх числові значення в систему рівнянь.
6. Розв'язати систему відносно контурних струмів.
7. За знайденими контурними струмами розрахувати струми віток.
8. Провести баланс потужностей для перевірки правильності розрахунку.

Стислий алгоритм розрахунку електричного кола за допомогою методу контурних струмів наведено в кінці цих методичних вказівок у додатку А.

ЗАДАЧА 1

Визначення струмів розгалуженої схеми методом контурних струмів

Розгалужена електрична схема, зображена на рис.3.1,а, має параметри елементів: $E_1 = 24$ В, $E_2 = 12$ В, $J_4 = 2$ А, $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 3$ Ом.

Визначити струми в схемі.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу контурних струмів та його особливості;
- вміти розв'язувати систему лінійних рівнянь за допомогою визначників,

а також перетворювати схему з джерелом струму на еквівалентну схему з джерелом ЕРС і складати баланс потужностей.

Вирішення

1. Перетворимо схему з джерелом струму J_4 (R_4 - внутрішній опір) в еквівалентну схему з джерелом ЕРС. ЕРС еквівалентного джерела $E_4 = J_4 \cdot R_4 = 2 \cdot 3 = 6$ В.

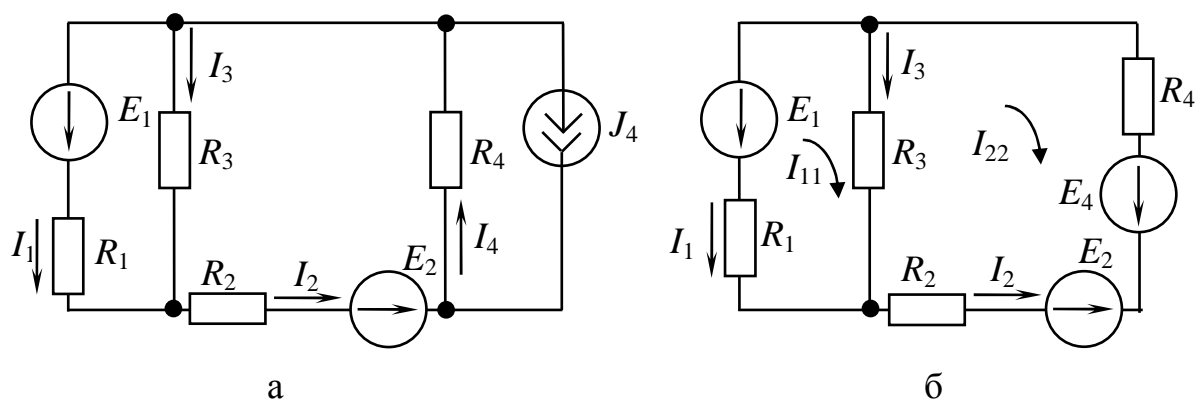


Рис.3.1

2. Після перетворення одержимо схему рис.3.1,б. Виберемо незалежні контури і вкажемо (довільно) напрямки контурних струмів. За числом контурних струмів запишемо в загальному вигляді систему рівнянь:

$$\begin{cases} R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} = E_{11} \\ R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} = E_{22} \end{cases}$$

3. Визначимо контурні, спільні опори і контурні ЕРС за схемою:

$$R_{11} = R_1 + R_3 = 6 + 6 = 12 \text{ Ом}; R_{22} = R_3 + R_2 + R_4 = 6 + 3 + 3 = 12 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_3 = -6 \text{ Ом}; E_{11} = -E_1 = -24 \text{ В}; E_{22} = E_4 - E_2 = 6 - 12 = -6 \text{ В}.$$

4. Знайдені числові значення підставимо в систему рівнянь:

$$\begin{cases} 12 \cdot I_{11} - 6 \cdot I_{22} = -24 \\ -6 \cdot I_{11} + 12 \cdot I_{22} = -6 \end{cases} \quad \text{Приведемо систему до вигляду} \quad \begin{cases} 2 \cdot I_{11} - I_{22} = -4 \\ -I_{11} + 2 \cdot I_{22} = -1 \end{cases}$$

5. Розв'яжемо систему за допомогою визначників: $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 1 = 3$;

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -8 - 1 = -9 \text{ Ом} \cdot \text{В}; \quad \Delta_{22} = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 4 = -6 \text{ Ом} \cdot \text{В};$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-9}{3} = -3 \text{ А}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{-6}{3} = -2 \text{ А}.$$

6. Вкажемо додатні напрямки струмів у вітках і визначимо їх за контурними струмами: $I_1 = -I_{11} = 3 \text{ А}; \quad I_2 = -I_{22} = 2 \text{ А}; \quad I_3 = I_{11} - I_{22} = -1 \text{ А}.$

7. Струм I_4 знайдемо з рівняння, складеного за першим законом Кірхгофа для вихідної схеми: $I_4 = J + I_2 = 2 + 2 = 4 \text{ А}.$

8. Складемо рівняння балансу потужностей для перевірки правильності розрахунків:

$$E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + R_4 \cdot I_4 \cdot J_4 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2;$$

$$P_{\text{дж}} = 24 \cdot 3 + 12 \cdot 2 + 3 \cdot 4 \cdot 2 = 120 \text{ Вт};$$

$$P_{\text{пр}} = 6 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2 + 6 \cdot 1^2 + 3 \cdot 4^2 = 120 \text{ Вт} \Rightarrow P_{\text{дж}} = P_{\text{пр}} \text{ (баланс виконується).}$$

З А Д А Ч А 2

Визначення струмів розгалуженої схеми з джерелами струму методом контурних струмів

У схемі рис.3.2 задано: $E_3 = 30$ В, $E_4 = 40$ В, $J_1 = 10$ А, $J_2 = 20$ А, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 5$ Ом, $R_5 = 4$ Ом.

Визначити струми у вітках схеми, не перетворюючи схему з джерелами струму в схему з джерелами ЕРС.

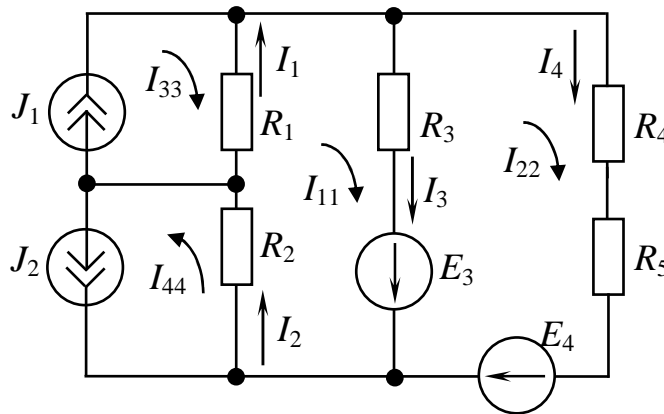


Рис.3.2

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу контурних струмів та його особливості;
- вміти розв'язувати систему лінійних рівнянь.

Вирішення

1. Схема має 4 вітки і 3 вузли, тому незалежних контурів буде два.
2. Вкажемо додатні напрямки струмів у вітках схеми і напрямки контурних струмів I_{11} та I_{22} .

Два незалежні контури виберемо таким чином, щоб до них не входили вітки з джерелами струму. Далі будемо вважати, що в опорі R_1 крім контурного струму I_{11} протікає і контурний струм I_{33} , який дорівнює J_1 , а в опорі R_2 крім контурного струму I_{11} – контурний струм I_{44} , який дорівнює J_2 . Напрямки I_{33} та I_{44} виберемо так, щоб вони співпадали з напрямками джерел струму.

3. Складемо систему рівнянь тільки для контурів I і II:

$$\begin{cases} R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} + R_{13} \cdot I_{33} + R_{14} \cdot I_{44} = E_{11} \\ R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} + R_{23} \cdot I_{33} + R_{24} \cdot I_{44} = E_{22} \end{cases}, \text{ де } I_{33} = J_1 = 10 \text{ А}; I_{44} = J_2 = 20 \text{ А}.$$

4. Визначимо контурні, спільні опори і контурні ЕРС за схемою:

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_3 = 2 + 1 + 3 = 6 \text{ Ом}; R_{22} = R_3 + R_4 + R_5 = 3 + 5 + 4 = 12 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_3 = -3 \text{ Ом}; R_{13} = R_{31} = -R_1 = -2 \text{ Ом}; R_{23} = R_{32} = 0;$$

$$R_{14} = R_{41} = R_2 = 1 \text{ Ом}; R_{24} = R_{42} = 0; E_{11} = E_3 = 30 \text{ В}; E_{22} = E_4 - E_3 = 10 \text{ В}.$$

5. Підставивши в систему числові значення, одержимо:

$$\begin{cases} 6 \cdot I_{11} - 3 \cdot I_{22} - 2 \cdot 10 + 1 \cdot 20 = 30 \\ -3 \cdot I_{11} + 12 \cdot I_{22} = 10 \end{cases}.$$

6. Вирішення системи дає наступні значення контурних струмів:

$$I_{11} = 6,19 \text{ A}; \quad I_{22} = 2,38 \text{ A}.$$

7. Знайдемо струми у вітках схеми: $I_1 = I_{11} - I_{33} = 6,19 - 10 = -3,81 \text{ A}$;

$$I_2 = I_{11} + I_{44} = 6,19 + 20 = 26,19 \text{ A}; \quad I_3 = I_{11} - I_{22} = 6,19 - 2,38 = 3,81 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{22} = 2,38 \text{ A}.$$

ЗАДАЧА 3

Визначення потужності джерел ЕРС і струму
з використанням методу контурних струмів

Задано параметри схеми рис.3.3,а: $E_1 = 30 \text{ В}$, $E_2 = 10 \text{ В}$, $J_6 = 10 \text{ А}$, $E_3 = 6 \text{ В}$,
 $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 7 \text{ Ом}$, $R_4 = 5 \text{ Ом}$, $R_5 = 15 \text{ Ом}$, $R_6 = 10 \text{ Ом}$.

Визначити потужності джерел ЕРС і струму.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу контурних струмів та його особливості;
- вміти розв'язувати систему лінійних рівнянь за допомогою визначників, а також складати рівняння балансу потужностей.

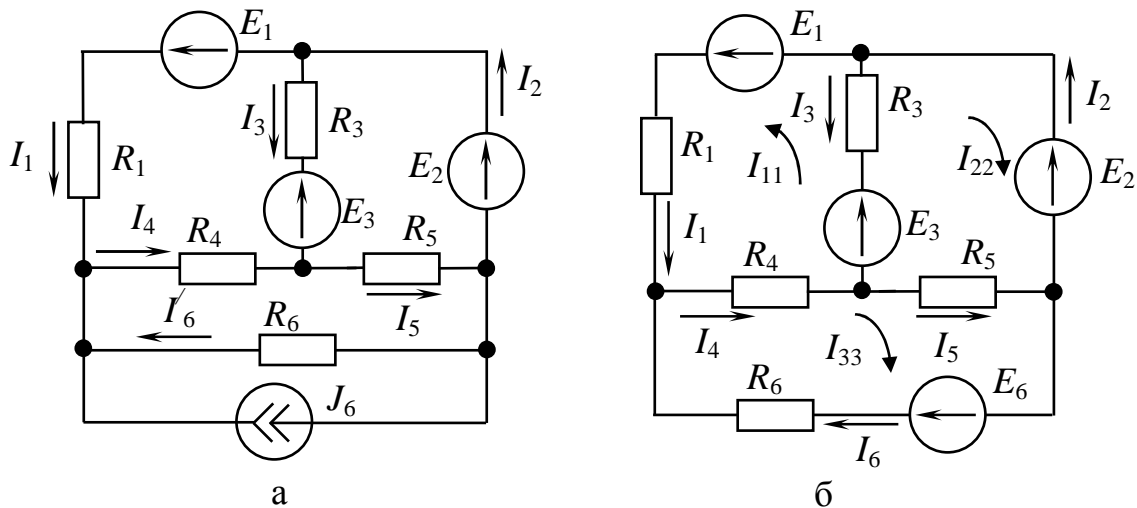


Рис.3.3

Вирішення

1. Для розрахунку потужностей необхідно обчислити струми у вітках. Розрахунок струмів виконаємо методом контурних струмів, перетворивши схему з джерелом струму J_6 в еквівалентну схему з джерелом ЕРС E_6 (рис.3.3,б). Схема рис.3.3,б має три незалежні контури.

2. Система рівнянь для трьох контурів має вигляд

$$\begin{cases} I_{11} \cdot R_{11} + I_{22} \cdot R_{12} + I_{33} \cdot R_{13} = E_{11} \\ I_{11} \cdot R_{21} + I_{22} \cdot R_{22} + I_{33} \cdot R_{23} = E_{22} \\ I_{11} \cdot R_{31} + I_{22} \cdot R_{32} + I_{33} \cdot R_{33} = E_{33} \end{cases}$$

3. Визначимо контурні, спільні опори і контурні ЕРС за рис3.3,б:

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_3 + R_4 = 10 + 7 + 5 = 22 \text{ Ом}, \quad R_{22} = R_3 + R_5 = 7 + 15 = 22 \text{ Ом}, \\ R_{33} &= R_4 + R_5 + R_6 = 5 + 15 + 10 = 30 \text{ Ом}, \quad R_{12} = R_{21} = R_3 = 7 \text{ Ом}, \\ R_{13} &= R_{31} = R_4 = 5 \text{ Ом}, \quad R_{23} = R_{32} = -R_5 = -15 \text{ Ом}, \quad E_{11} = E_1 + E_3 = 36 \text{ В}, \\ E_{22} &= E_3 - E_2 = 6 - 10 = -4 \text{ В}, \quad E_{33} = E_6 = 100 \text{ В}. \end{aligned}$$

4. Підставивши числові значення, одержимо систему

$$\begin{cases} 22 \cdot I_{11} + 7 \cdot I_{22} + 5 \cdot I_{33} = 36 \\ 7 \cdot I_{11} + 22 \cdot I_{22} - 15 \cdot I_{33} = -4 \\ 5 \cdot I_{11} - 15 \cdot I_{22} + 30 \cdot I_{33} = 100 \end{cases}$$

5. Розв'язавши систему, знайдемо контурні струми за допомогою визначників:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 22 & 7 & 5 \\ 7 & 22 & -15 \\ 5 & -15 & 30 \end{vmatrix} = 6500 \text{ Ом}^2; \quad \Delta_{11} = \begin{vmatrix} 36 & 7 & 5 \\ -4 & 22 & -15 \\ 100 & -15 & 30 \end{vmatrix} = -4700 \text{ Ом} \cdot \text{В}; \\ \Delta_{22} &= \begin{vmatrix} 22 & 36 & 5 \\ 7 & 4 & -15 \\ 5 & 100 & 30 \end{vmatrix} = 23700 \text{ Ом} \cdot \text{В}; \quad \Delta_{33} = \begin{vmatrix} 22 & 7 & 36 \\ 7 & 22 & -4 \\ 5 & -15 & 100 \end{vmatrix} = 34300 \text{ Ом} \cdot \text{В}. \end{aligned}$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = -0,723 \text{ А}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = 3,646 \text{ А}; \quad I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = 5,277 \text{ А}.$$

6. Струми у вітках:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} = -0,723 \text{ А}; \quad I_2 = -I_{22} = -3,646 \text{ А}; \quad I_3 = -I_{22} - I_{11} = -3,646 + 0,723 = -2,923 \text{ А}; \\ I_4 &= I_{33} + I_{11} = 5,277 - 0,723 = 4,554 \text{ А}; \\ I_5 &= I_{33} - I_{22} = 5,277 - 3,646 = 1,631 \text{ А}; \quad I_6 = I_{33} = 5,277 \text{ А}. \end{aligned}$$

7. Визначимо струм I'_6 у вихідній схемі $I'_6 = I_6 - J_6 = 5,277 - 10 = -4,723 \text{ А}$.

$$\begin{aligned} 8. \text{ Знайдемо потужності джерел: } P_1 &= E_1 \cdot I_1 = 30 \cdot (-0,723) = -21,69 \text{ Вт}; \\ P_2 &= E_2 \cdot I_2 = 10 \cdot (-3,646) = -36,46 \text{ Вт}; \quad P_3 = -E_3 \cdot I_3 = -6 \cdot (-2,923) = 17,54 \text{ Вт}; \\ P_6 &= -(J_6 \cdot R_6 \cdot I'_6) = -10 \cdot 10 \cdot (-4,723) = 472,3 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

9. Сумарна потужність джерел

$$P_{\text{джер}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_6 = -21,69 - 36,46 + 17,54 + 472,3 = 431,7 \text{ Вт}.$$

10. Потужність теплових втрат в опорах (приймачах енергії)

$$\begin{aligned} P_{\text{тр}} &= R_1 \cdot I_1^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2 + R_6 \cdot (I'_6)^2 = \\ &= 10 \cdot 0,723^2 + 7 \cdot 2,923^2 + 5 \cdot 4,554^2 + 15 \cdot 1,631^2 + 10 \cdot 4,723^2 = 431,7 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

ТЕМА 4. РОЗРАХУНОК РОЗГАЛУЖЕНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ МЕТОДОМ ВУЗЛОВИХ ПОТЕНЦІАЛІВ. МЕТОД ДВОХ ВУЗЛІВ

Загальні відомості

Метод вузлових потенціалів базується на першому законі Кірхгофа. Кількість розрахункових рівнянь для нього дорівнює кількості рівнянь, складених за першим законом Кірхгофа ($n - 1$). Один з вузлів схеми приймаємо за базовий, його потенціал приймаємо нульовим. Невідомими величинами на першому етапі розрахунку є вузлові потенціали, тобто напруги між відповідним вузлом схеми і базовим. Вузлові потенціали завжди спрямовані від кожного вузла до базового.

Система розрахункових рівнянь, наприклад, для схеми з чотирма вузлами, має вигляд

$$\begin{cases} G_{11} \cdot \varphi_1 - G_{12} \cdot \varphi_2 - G_{13} \cdot \varphi_3 = J_{11}; \\ -G_{21} \cdot \varphi_1 + G_{22} \cdot \varphi_2 - G_{23} \cdot \varphi_3 = J_{22}; \\ -G_{31} \cdot \varphi_1 - G_{32} \cdot \varphi_2 + G_{33} \cdot \varphi_3 = J_{33}. \end{cases} \quad (4.1)$$

Тут $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ - невідомі вузлові напруги (потенціали відповідних) вузлів; G_{11}, G_{22}, G_{33} - власні вузлові провідності; $G_{12} = G_{21}, G_{23} = G_{32}, G_{13} = G_{31}$ - взаємні вузлові провідності; J_{11}, J_{22}, J_{33} - вузлові струми, що враховують джерела струму та джерела ЕРС віток, що підходять до вузла.

Вузлові струми визначають за формулою

$$J_{mn} = \sum_{k=1}^n \pm J_k + \sum_{k=1}^m \pm E_k \cdot G_k. \quad (4.2)$$

Іноді вихідну схему з джерелами ЕРС перетворюють у схему з джерелами струму, тоді не потрібно враховувати доданки виду $G_m E_m$, що фактично є еквівалентними джерелами струму.

Загальне вирішення системи має вигляд

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= J_{11} \cdot \frac{\Delta_{11}}{\Delta} + J_{22} \cdot \frac{\Delta_{12}}{\Delta} + J_{33} \cdot \frac{\Delta_{13}}{\Delta}; \quad \varphi_2 = J_{11} \cdot \frac{\Delta_{21}}{\Delta} + J_{22} \cdot \frac{\Delta_{22}}{\Delta} + J_{33} \cdot \frac{\Delta_{23}}{\Delta} \\ \varphi_3 &= J_{11} \cdot \frac{\Delta_{31}}{\Delta} + J_{22} \cdot \frac{\Delta_{32}}{\Delta} + J_{33} \cdot \frac{\Delta_{33}}{\Delta}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\text{де } \Delta = \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{vmatrix} - \text{головний визначник системи (4.1);}$$

$$\Delta_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} G_{22} & G_{23} \\ G_{32} & G_{33} \end{vmatrix} - \text{алгебраїчне доповнення, яке отримують з головного}$$

визначника системи шляхом викреслювання першого стовпця і першого рядка і помноження отриманого результату на $(-1)^{1+1}$;

$$\Delta_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} G_{12} & G_{13} \\ G_{32} & G_{33} \end{vmatrix} - \text{алгебраїчне доповнення, яке отримують з головного}$$

визначника системи шляхом викреслювання першого стовпця і другого рядка та помноження отриманого результату на $(-1)^{1+2}$ і т. ін.

Після визначення із системи (4.3) потенціалів вузлів $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ знаходимо струми віток за законом Ома. Приклад складання рівнянь за законом Ома наведений нижче при розв'язанні конкретних задач.

При розв'язанні задачі методом вузлових потенціалів доцільно використовувати наступний алгоритм:

1. Вибираємо (довільно) базовий вузол і нумеруємо інші вузли.
2. Відповідно до кількості пронумерованих вузлів записуємо в загальному вигляді систему рівнянь.
3. Визначаємо власні й взаємні вузлові провідності, вузлові струми (за схемою або в матричній формі) і підставляємо в систему рівнянь їх числові значення.
4. Будь-яким способом розв'язуємо систему рівнянь щодо вузлових потенціалів.
5. Вказуємо додатні напрямки струмів у вітках схеми і знаходимо їх за законом Ома через вузлові потенціали.
6. Складаємо рівняння балансу потужностей і перевіряємо правильність розрахунків.

Коли у схемі два вузли – потрібне тільки одне рівняння для визначення потенціалу одного з вузлів:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sum_{k=1}^m \pm E_k G_k + \sum_{i=1}^m \pm J_k}{\sum_{k=1}^m G_k}, \quad (4.4)$$

де E_k, J_k, G_k – відповідно напруги ЕРС, струми джерел струму і провідності віток, що увімкнені між вузлами 1 та 2.

Останнє рівняння є основою *методу двох вузлів*, що застосовується для знаходження струмів у розгалужених схемах з двома вузлами. Після визначення напруги між двома вузлами струми віток визначають за законом Ома.

Стислий алгоритм розрахунку електричного кола за допомогою методів вузлових потенціалів і двох вузлів наведено в кінці цих методичних вказівок у додатку А.

ЗАДАЧА 1

Визначення струмів розгалуженої схеми методом вузлових потенціалів

У схемі рис.4.1 дано: $E_1 = 120$ В, $E_2 = 170$ В, $E_4 = 80$ В, $J_3 = 1,5$ А, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = R_5 = 40$ Ом.

Визначити струми у вітках методом вузлових потенціалів.

Виконати перевірку результатів за:

- рівняннями Кірхгофа;
- балансом потужностей.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу вузлових потенціалів та його особливості;
- вміти розв'язувати систему лінійних рівнянь за допомогою визначників,

використову-
Кірхгофа, а
дати рівняння
тужностей.

Вирішення

1. Нуме-
й вибираємо
вузол 3.

2. За кі-
нумерованих
суємо в зага-
гляді вузлові

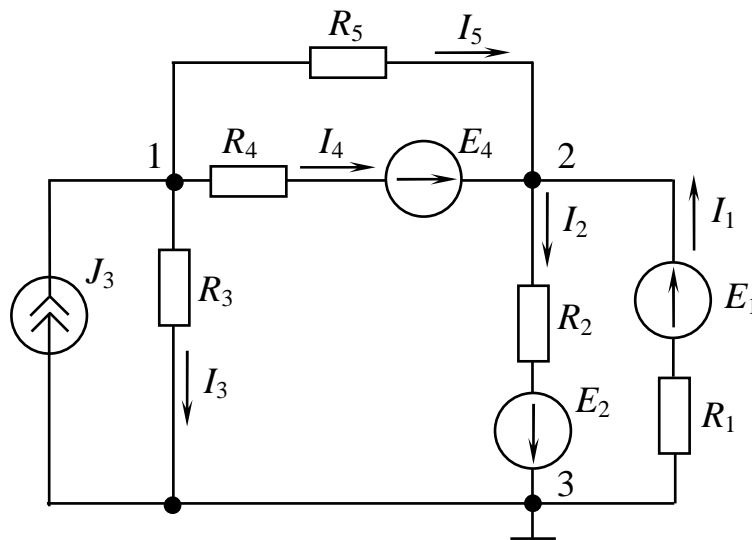


Рис.4.1

вати закони
також скла-
балансу по-

руємо вузли
за базовий

лькістю про-
вузлів запи-
льному ви-
рівняння у

скалярній формі
$$\begin{cases} G_{11} \cdot \varphi_1 - G_{12} \cdot \varphi_2 = J_{11} \\ -G_{21} \cdot \varphi_1 + G_{22} \cdot \varphi_2 = J_{22} \end{cases}$$

3. Визначимо вузлові провідності за схемою рис.4.1.

Власні вузлові провідності:

$$G_{11} = G_3 + G_4 + G_5 = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{40} = 0,1 \text{ См};$$

$$G_{22} = G_1 + G_2 + G_4 + G_5 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{40} = 0,2 \text{ См}.$$

Взаємна вузлова провідність:

$$G_{12} = G_{21} = G_4 + G_5 = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = 0,05 \text{ См}.$$

Вузлові струми також знайдемо за схемою рис.4.1:

$$J_{11} = J_3 - E_4 \cdot G_4 = 1,5 - \frac{80}{40} = -0,5 \text{ A};$$

$$J_{22} = E_4 \cdot G_4 + E_1 \cdot G_1 - E_2 \cdot G_2 = \frac{80}{40} + \frac{120}{10} - \frac{170}{20} = 5,5 \text{ A}.$$

Для визначення вузлових струмів можна було б схему рис.4.1 перетворити в еквівалентну схему з джерелами струму. Тоді у вузлових струмах замість доданків виду $E \cdot G$ були б записані струми джерел струму: $J_1 = E_1 \cdot G_1$; $J_2 = E_2 \cdot G_2$; $J_4 = E_4 \cdot G_4$.

4. Знайдені значення коефіцієнтів підставимо в систему вузлових рівнянь:

$$\begin{cases} 0,1 \cdot \varphi_1 - 0,05 \cdot \varphi_2 = -0,5 \\ -0,05 \cdot \varphi_1 + 0,2 \cdot \varphi_2 = 5,5 \end{cases}, \text{ або } \begin{cases} \varphi_1 - 0,5 \cdot \varphi_2 = -5 \\ -0,5 \cdot \varphi_1 + 2 \cdot \varphi_2 = 55 \end{cases}$$

З отриманої системи рівнянь визначимо φ_1 і φ_2 , розв'язавши систему методом визначників.

$$\text{Визначник системи } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -0,5 \\ -0,5 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 0,25 = 1,75 \text{ См}^2.$$

Обчислимо визначники Δ_{11} і Δ_{22} :

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} -5 & -0,5 \\ 55 & 2 \end{vmatrix} = -10 + 27,5 = 17,5 \text{ А} \cdot \text{См};$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -0,5 & 55 \end{vmatrix} = 55 - 2,5 = 52,5 \text{ А} \cdot \text{См}.$$

$$\text{Знайдемо вузлові напруги: } \varphi_1 = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{17,5}{1,75} = 10 \text{ В}, \quad \varphi_2 = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{52,5}{1,75} = 30 \text{ В}.$$

5. Вказуємо додатні напрямки струмів у вітках і визначаємо їх за законом Ома:

$$I_1 = \frac{-\varphi_2 + E_1}{R_1} = \frac{-30 + 120}{10} = 9 \text{ А}, \quad I_2 = \frac{\varphi_2 + E_2}{R_2} = \frac{170 + 30}{20} = 10 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{\varphi_1}{R_3} = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ А}, \quad I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_4}{R_4} = \frac{10 - 30 + 80}{40} = 1,5 \text{ А},$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_5} = \frac{10 - 30}{40} = -0,5 \text{ А}.$$

6. Виконаємо перевірку за законами Кірхгофа:

Для вузла 1 перший закон Кірхгофа має вигляд: $J_3 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$, або $1,5 - 0,5 - 1,5 + 0,5 = 0$.

Для вузла 2: $I_5 + I_4 - I_2 + I_1 = 0$, або $-0,5 + 1,5 - 10 + 9 = 0$.

Для контуру R_3, R_4, E_4, R_2, E_2 другий закон Кірхгофа має вигляд:
 $-R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4 + R_2 \cdot I_2 = E_4 + E_2$,

або $-20 \cdot 0,5 + 40 \cdot 1,5 + 20 \cdot 10 = 80 + 170$, $-10 + 60 + 200 = 250$.

Для контуру R_4, E_4, R_5 : $E_4 = R_4 \cdot I_4 - R_5 \cdot I_5$, або $80 = 40 \cdot 1,5 - 40 \cdot (-0,5)$.

Для контуру R_1, E_1, R_2, E_2 : $E_1 + E_2 = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2$, тобто $190 = 190$.

7. Правильність розрахунків можна перевірити за рівнянням балансу потужностей: $P_{дж} = P_{пр}$.

Складемо рівняння балансу потужностей:

$$E_4 \cdot I_4 + E_2 \cdot I_2 + E_1 \cdot I_1 + J \cdot U_1 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2.$$

$$P_{дж} = 80 \cdot 1,5 + 170 \cdot 10 + 120 \cdot 9 + 1,5 \cdot 10 = 2915 \text{ Вт.}$$

$$P_{пр} = 10 \cdot 9^2 + 20 \cdot 10^2 + 20 \cdot 0,5^2 + 40 \cdot 1,5^2 + 40 \cdot 0,5^2 = 2915 \text{ Вт.}$$

Баланс потужностей виконується, вирішення правильне.

ЗАДАЧА 2

Визначення струмів розгалуженої схеми методом вузлових потенціалів

Параметри схеми рис.4.2 мають наступні значення: $J = 5 \text{ А}$, $E_1 = 50 \text{ В}$, $E_4 = 100 \text{ В}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, $R_5 = 10 \text{ Ом}$.

Визначити струми у вітках методом вузлових потенціалів.

Виконати перевірку вирішення за допомогою балансу потужностей.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу вузлових потенціалів та його особливості;
 - вміти розв'язувати систему лінійних рівнянь за допомогою визначників,
- а також складати рівняння балансу потужностей.

Вирішення

1. Пронумеруємо вузли, прийемо нижній вузол 4 за базовий.

2. Відповідно до кількості пронумерованих вузлів запишемо в загальному вигляді вузлові рівняння:

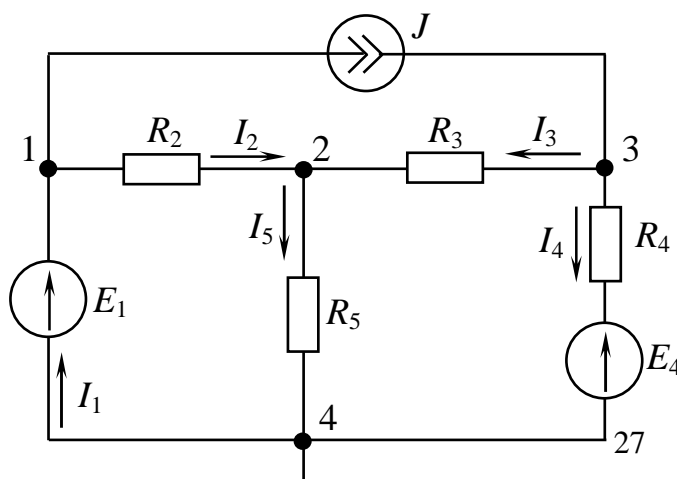


Рис.4.2

$$\begin{cases} G_{11} \cdot \varphi_1 - G_{12} \cdot \varphi_2 - G_{13} \cdot \varphi_3 = J_{11} \\ -G_{21} \cdot \varphi_1 + G_{22} \cdot \varphi_2 - G_{23} \cdot \varphi_3 = J_{22} \\ -G_{31} \cdot \varphi_1 - G_{32} \cdot \varphi_2 + G_{33} \cdot \varphi_3 = J_{33} \end{cases}$$

У вітці з ЕРС E_1 відсутній опір, тому провідність першої

вітки $G_1 = \infty$, а відповідно і $G_{11} = G_1 + G_2 = \infty$, тобто коефіцієнт G_{11} - невизначений. Однак $\varphi_1 = E_1$, тобто в системі вузлових рівнянь тільки два невідомих потенціали: φ_2 та φ_3 . Для їх визначення досить двох рівнянь, що залишилися:

$$\begin{cases} -G_{21} \cdot E_1 + G_{22} \cdot \varphi_2 - G_{23} \cdot \varphi_3 = J_{22} \\ -G_{31} \cdot E_1 - G_{32} \cdot \varphi_2 + G_{33} \cdot \varphi_3 = J_{33} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G_{22} \cdot \varphi_2 - G_{23} \cdot \varphi_3 = J_{22} + G_{21} \cdot E_1 \\ -G_{32} \cdot \varphi_2 + G_{33} \cdot \varphi_3 = J_{33} + G_{31} \cdot E_1 \end{cases}$$

3. Знайдемо вузлові провідності і вузлові струми за схемою кола:

$$G_{22} = G_2 + G_3 + G_5 = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = 0,4 \text{ См}; \quad G_{33} = G_3 + G_4 = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = 0,25 \text{ См};$$

$$G_{23} = G_{32} = G_3 = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ См}; \quad G_{12} = G_{21} = G_2 = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См}; \quad G_{13} = G_{31} = 0 \text{ См};$$

$$J_{22} = 0 \text{ А}; \quad J_{33} = J + G_4 \cdot E_4 = 5 + \frac{100}{20} = 10 \text{ А}.$$

4. Підставивши знайдені числові значення в систему, одержимо:

$$0,4 \cdot \varphi_2 - 0,2 \cdot \varphi_3 = 5; \quad -0,2 \cdot \varphi_2 + 0,25 \cdot \varphi_3 = 10.$$

Розв'язуючи систему, знайдемо: $\varphi_2 = 54,17 \text{ В}; \quad \varphi_3 = 83,33 \text{ В}.$

5. Струми у вітках схеми для зазначених додатних напрямків:

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_2} = \frac{50 - 54,17}{10} = -0,417 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{R_3} = \frac{83,33 - 54,17}{5} = 5,832 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{R_4} = \frac{83,33 - 100}{20} = -0,833 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{\varphi_2}{R_5} = \frac{54,17}{10} = 5,417 \text{ А};$$

$$I_1 = I_2 + J = -0,417 + 5 = 4,583 \text{ А}.$$

6. Виконаємо перевірку за балансом потужностей $P_{дж} = P_{пр}$:

$$E_1 \cdot I_1 - E_4 \cdot I_4 + J \cdot U_{31} = R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2.$$

$$P_{дж} = 50 \cdot 4,583 - 100(-0,833) + 5 \cdot (83,33 - 50) = 479,1 \text{ Вт}.$$

$$P_{пр} = 10 \cdot 0,417^2 + 5 \cdot 5,832^2 + 20 \cdot 0,833^2 + 10 \cdot 5,417^2 = 479,1 \text{ Вт}.$$

Вирішення правильне.

ЗАДАЧА 3

Визначення струмів розгалуженої схеми
методом двох вузлів

У схемі рис.4.3 дано: $E_1 = 50 \text{ В}, \quad E_2 = 40 \text{ В}, \quad E_3 = 100 \text{ В}, \quad R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом},$
 $R_3 = 20 \text{ Ом}, \quad R_4 = 5 \text{ Ом}.$

Визначити струми у вітках схеми методом двох вузлів.

Виконати перевірку вирішення за допомогою балансу потужностей.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу двох вузлів і його особливості;
- вміти розв'язувати систему лінійних рівнянь за допомогою визначників, а також складати рівняння балансу потужностей.

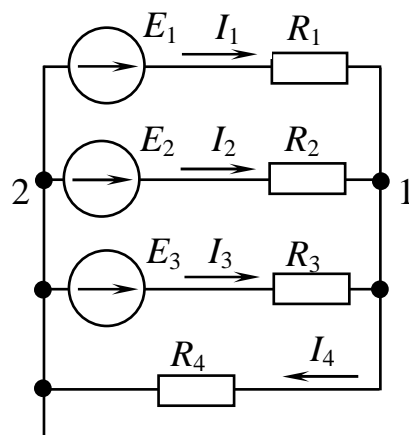


Рис.4.3

Вирішення

1. Для вирішення задачі доцільно скористатися методом двох вузлів. За формулою (4.4) напруга між вузлами 1 і 2 схеми рис.4.3 дорівнює

$$U_{12} = \frac{E_1 \cdot G_1 + E_2 \cdot G_2 + E_3 \cdot G_3}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4} = \frac{\frac{50}{10} + \frac{40}{10} + \frac{100}{20}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{5}} = 31,11 \text{ В.}$$

$$2. \text{ Струми у вітках схеми: } I_1 = \frac{E_1 - U_{12}}{R_1} = \frac{50 - 31,11}{10} = 1,89 \text{ А;}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{12}}{R_2} = \frac{40 - 31,11}{10} = 0,89 \text{ А; } I_3 = \frac{E_3 - U_{12}}{R_3} = \frac{100 - 31,11}{20} = 3,44 \text{ А;}$$

$$I_4 = \frac{U_{12}}{R_4} = \frac{31,11}{5} = 6,22 \text{ А.}$$

3. Перевіримо розв'язок за рівнянням балансу потужностей:

$$E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2;$$

$$P_{дж} = 50 \cdot 1,89 + 40 \cdot 0,89 + 100 \cdot 3,44 = 474,1 \text{ Вт;}$$

$$P_{пр} = 10 \cdot 1,89^2 + 10 \cdot 0,89^2 + 20 \cdot 3,44^2 + 5 \cdot 6,22^2 = 473,7 \text{ Вт.}$$

Таким чином, $P_{дж} = P_{пр}$ і вирішення виконане правильно.

ТЕМА 5. ВХІДНІ Й ВЗАЄМНІ ПРОВІДНОСТІ. ЗАСТОСУВАННЯ ЗАМІНИ КІЛЬКОХ ПАРАЛЕЛЬНИХ ВІТОК, ЩО МІСТЯТЬ ДЖЕРЕЛА ЕРС ТА ОПОРИ, ОДНІЮ ЕКВІВАЛЕНТНОЮ

Загальні відомості

Вхідна провідність – відношення струму однієї вітки (вітка має номер k) до ЕРС цієї ж вітки за умови закорочення ЕРС в інших вітках (позначення – G_{kk}). *Взаємна провідність* (G_{km}) – відношення струму однієї вітки (вітка має номер k) до ЕРС іншої вітки (вітка має номер m) за умови закорочення ЕРС в інших вітках. Визначають вхідні й взаємні провідності розрахунковим і експериментальним шляхами. Вхідні й взаємні провідності не залежать від величини джерел.

Принцип лінійності: якщо в лінійному електричному колі змінюється ЕРС однієї вітки (наприклад, ЕРС E_1) або її опір (наприклад, R_1), то струми чи напруги будь-яких віток схеми зв'язані між собою лінійними залежностями:

$$\begin{cases} I_{k(1)} = E'_1 \cdot G_{k1} + A \\ I_{k(2)} = E''_1 \cdot G_{k1} + A \end{cases}, \quad \begin{cases} I_{k(1)} = E'_k \cdot G_{kk} + B \\ I_{k(2)} = E''_k \cdot G_{kk} + B \end{cases} \quad (5.1)$$

де A, B – сталі величини, що не залежать від E_1 і E_k .

$I_{k(1)}, I_{k(2)}$ – струм k -ї вітки при значенні $E_1 = E'_1$ та $E_1 = E''_1$ відповідно,

З отриманих співвідношень можна визначити вхідні й взаємні провідності віток:

$$G_{k1} = \frac{I_{k(1)} - I_{k(2)}}{E'_1 - E''_1} = \frac{\Delta I_k}{\Delta E_1}, \quad G_{kk} = \frac{I_{k(1)} - I_{k(2)}}{E'_k - E''_k} = \frac{\Delta I_k}{\Delta E_k} \quad (5.2)$$

де G_{k1} – взаємна провідність k -ї та першої віток.

Принцип взаємності: для будь-якого лінійного кола струм I_k в k -й вітці,

який викликаний ЕРС E_m , що знаходиться в m -й вітці, $I_k = E_m \cdot G_{km}$, буде

дорівнювати струму I_m в m -й вітці, що викликаний ЕРС E_k , яка знаходиться в k -й вітці за умови, що $E_k = E_m$ чисельно.

Принцип взаємності визначається з рівності $G_{mk} = G_{km}$ і $E_k = E_m$. Тобто: $I_m = E_k \cdot G_{mk}$, $I_k = E_m \cdot G_{km}$, а отже $I_k = I_m$.

Припустимо, що ділянки схем рис.5.1,а і рис.5.1,б еквівалентні щодо струму I і потенціалів вузлів a, b . Тоді рівняння для $G_{екв}$ і $E_{екв}$ мають вигляд

$$E_{екв} = \frac{E_1 \cdot G_1 + E_2 \cdot G_2 + E_3 \cdot G_3}{(G_1 + G_2 + G_3)}; \quad G_{екв} = G_1 + G_2 + G_3. \quad (5.3)$$

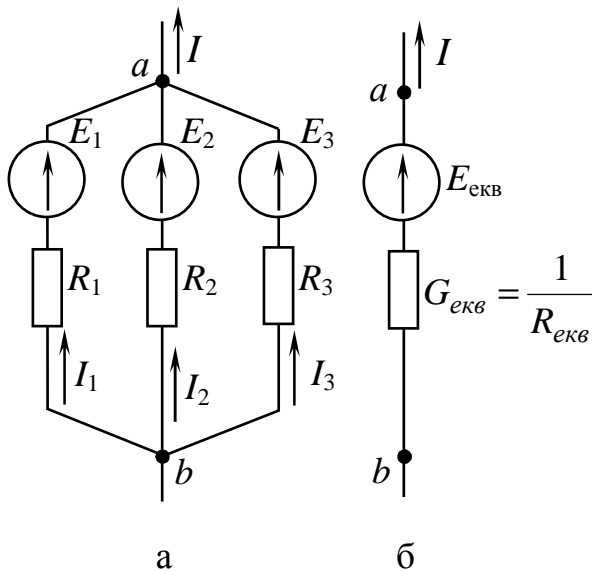


Рис.5.1

Якщо деяка ЕРС E_i спрямована у протилежну сторону, ніж $E_{\text{екв}}$, то в чисельнику правої частини рівняння (5.2) добуток $E_i \cdot G_i$ беремо зі знаком «-».

Примітка: якщо між вузлами a і b також ввімкнене джерело струму J , то в чисельник правої частини рівняння (5.2) додаємо « $+J$ » (якщо струм джерела струму J втікає у вузол a) або « $-J$ » (якщо витікає з вузла).

ЗАДАЧА 1

Визначення вхідної і взаємної провідності схеми

Схема рис.5.2 містить чотири джерела ЕРС $E_1 \dots E_4$. Виміряні струми у вітках цього кола для двох значень джерела ЕРС E_2 ; при цьому значення всіх інших джерел ЕРС не змінювалися.

При $E'_2=20$ В: $I'_1=1,2$ А; $I'_2=2,3$ А; $I'_3=3,5$ А; $I'_4=1,9$ А; $I'_5=1,6$ А.

При $E''_2=30$ В: $I''_1=0,8$ А; $I''_2=2,8$ А;

$I''_3=3,6$ А; $I''_4=2,2$ А; $I''_5=1,4$ А.

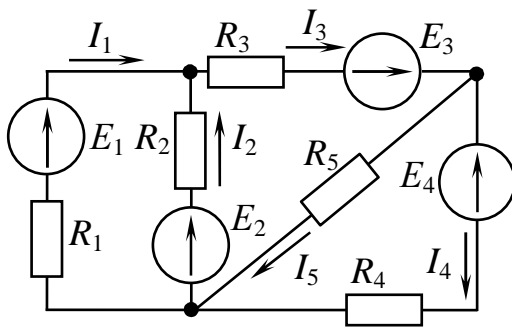


Рис.5.2

Визначити вхідну й взаємні провідності другої вітки.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати поняття вхідної і взаємної провідності і принцип взаємності;
- вміти використовувати закон Ома.

Вирішення

1. Вхідна провідність другої вітки:

$$G_{22} = \frac{I''_2 - I'_2}{E''_2 - E'_2} = \frac{\Delta I_2}{\Delta E_2} = \frac{2,8 - 2,3}{10} = 0,05 \text{ См.}$$

2. Взаємні провідності другої вітки і всіх інших віток схеми:

$$G_{12} = G_{21} = \frac{I''_1 - I'_1}{E''_2 - E'_2} = \frac{|\Delta I_1|}{\Delta E_2} = \frac{|0,8 - 1,2|}{10} = 0,04 \text{ См.};$$

$$G_{32} = G_{23} = \frac{I''_3 - I'_3}{E''_2 - E'_2} = \frac{|\Delta I_3|}{\Delta E_2} = \frac{0,1}{10} = 0,01 \text{ См.};$$

$$G_{42} = G_{24} = \frac{\Delta I_4}{\Delta E_2} = \frac{0,3}{10} = 0,03 \text{ См.}; \quad G_{52} = G_{25} = \frac{\Delta I_5}{\Delta E_2} = \frac{0,2}{10} = 0,02 \text{ См.}$$

ЗАДАЧА 2

Визначення струму розгалуженої схеми методом
заміни кількох віток, що містять ЕРС та опори, однією еквівалентною

Електрична схема, зображена на рис.5.3,а, має наступні параметри: $E_1=70$ В, $E_2=5$ В, $E_3=15$ В, $E_4=10$ В, $R_1=5$ Ом, $R_2=R_3=10$ Ом, $R_4=5$ Ом, $R_5=3$ Ом.

Знайти струм I_1 , користуючись заміною паралельних віток, що містять ЕРС та опори, однією еквівалентною.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу заміни паралельних віток однією еквівалентною;
- вміти знаходити струм вітки за допомогою закону Ома.

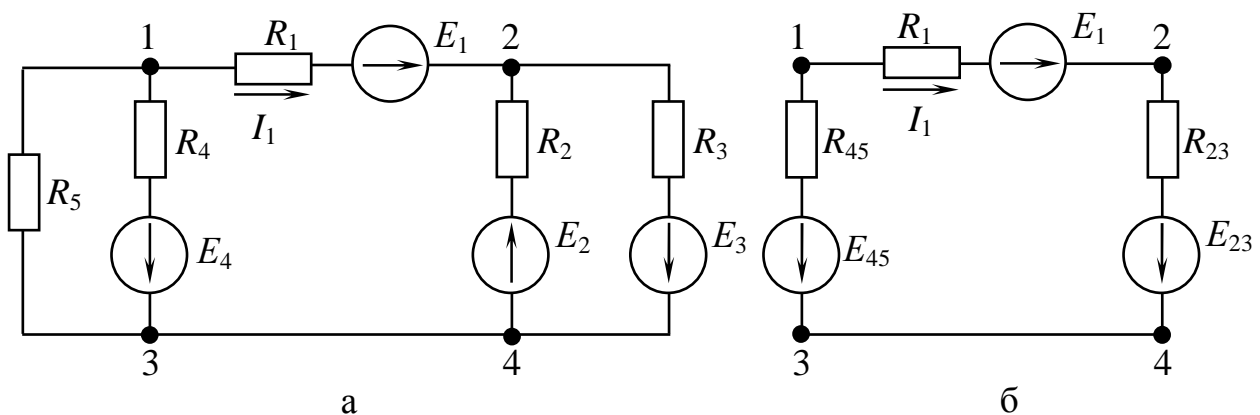


Рис.5.3

Вирішення

1. Зробимо заміну паралельних віток схеми рис.5.3,а зліва й справа від вітки зі струмом I_1 еквівалентними вітками, що містять еквівалентні опори і джерела ЕРС. Еквівалентна схема після заміни зображена на рис.5.3,б.

2. Знайдемо еквівалентні значення опорів R_{23} і R_{45} , а також напруги еквівалентних джерел ЕРС E_{23} і E_{45} , користуючись принципом взаємності:

$$G_{23} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 0,2 \text{ См}; \Rightarrow R_{23} = \frac{1}{G_{23}} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ Ом};$$

$$G_{45} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = 0,533 \text{ См}; \Rightarrow R_{45} = \frac{1}{G_{45}} = \frac{1}{0,533} = 1,875 \text{ Ом};$$

$$E_{23} = \frac{-\frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{-\frac{5}{10} + \frac{15}{10}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}} = 5 \text{ В}; \quad E_{45} = \frac{\frac{E_4}{R_4}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \frac{\frac{10}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}} = 3,8 \text{ В}.$$

$$3. \text{ За законом Ома струм } I_1: I_1 = \frac{E_1 + E_{23} - E_{45}}{R_1 + R_{23} + R_{45}} = \frac{70 + 5 - 3,8}{5 + 5 + 1,875} = 5,996 \approx 6 \text{ А}.$$

ЗАДАЧА 3

Визначення струму розгалуженої схеми за допомогою принципу взаємності

У схемі рис.5.4,а дано: $E = 24$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $R_3 = 7$ Ом, $R_4 = 3$ Ом, $R_5 = 2,3$ Ом.

Визначити струм I_5 у схемі за допомогою принципу взаємності.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу заміни паралельних віток однією еквівалентною;
- вміти знаходити струм вітки за допомогою законів Ома і Кірхгофа.

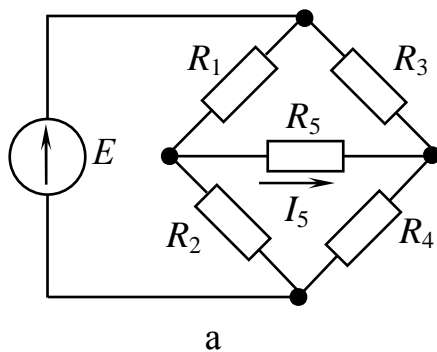
Вирі-

1.

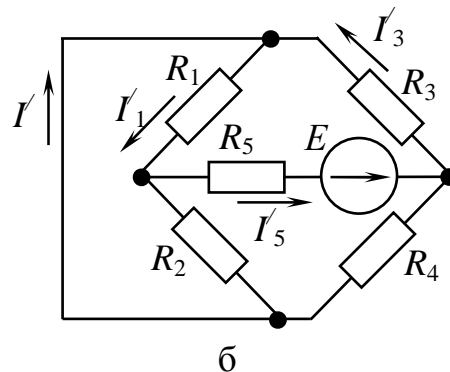
дній
немає ні
лельно,
лідовно
них

і струм

цій схе-



а



б

Рис.5.4

шення
У вихі-
схемі
пара-
ні пос-
з'єдна-
опорів
 I_5 у
мі роз-

раховувати незручно. На підставі принципу взаємності задачу можна простіше розв'язати в такий спосіб. Перенесемо ЕРС E у вітку з R_5 , а струм будемо шукати у вітці, де раніше була включена ЕРС E (рис.5.4,б). У новій схемі з'явилися паралельні вітки з R_1 та R_2 , а також з R_3 та R_4 . При цьому струм I' буде дорівнювати струму I_5 . За законом Ома:

$$I_5' = \frac{E}{R_5 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}} = \frac{24}{2,3 + \frac{2 \cdot 8}{10} + \frac{3 \cdot 7}{10}} = 4 \text{ А.}$$

2. Знайдемо струми в паралельних вітках: $I_1' = I_5' \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 4 \cdot \frac{8}{10} = 3,2 \text{ А};$

$$I_3' = I_5' \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 4 \cdot \frac{3}{10} = 1,2 \text{ А.}$$

3. За першим законом Кірхгофа визначимо струм I' , який дорівнює струму I_5 вихідної схеми: $I' = I_5 = I_1' - I_3' = 3,2 - 1,2 = 2 \text{ А.}$

ТЕМА 6. РОЗРАХУНОК РОЗГАЛУЖЕНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ МЕТОДОМ НАКЛАДАННЯ. РОЗРАХУНОК РОЗГАЛУЖЕНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ МЕТОДОМ ЕКВІВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Загальні відомості

В основі *методу накладання* лежить принцип суперпозиції. Розрахунок кола цим методом роблять у такий спосіб: по черзі розраховують струми у вітках, що виникають при дії кожного джерела окремо (часткові струми), а потім знаходять струми у вітках вихідної схеми шляхом алгебраїчного додавання часткових струмів. При розв'язанні рекомендується зображувати часткові схеми з одним джерелом для розрахунку часткових струмів. У цих схемах тільки одне джерело, через те їх розрахунок доцільно виконувати, використовуючи еквівалентні перетворення і закон Ома, при цьому на схемах необхідно вказувати дійсні напрямки струмів. При визначенні сумарного струму в кожній вітці слід порівнювати напрямки струмів часткових схем з напрямком струму у вітці вихідної схеми.

Струм будь-якої вітки можна подати у вигляді суми часткових струмів:

$$I_k = E_1 \cdot G_{k1} + E_2 \cdot G_{k2} + \dots + E_k \cdot G_{kk}, \quad (6.1)$$

де $G_{kk} = \frac{I_k^k}{E_k}$ - вхідна провідність k -ї вітки; $G_{k1} = \frac{I_k'}{E_1}$ - взаємна провідність k -ї

та 1-ї вітки; $G_{k2} = \frac{I_k''}{E_2}$ - взаємна провідність k -ї і 2-ї вітки.

Порядок розрахунку за методом накладання

1. Довільно направляємо струми у вітках.
2. Розраховуємо часткові струми від дії кожної ЕРС чи кожного джерела струму окремо. При цьому треба закорочувати інші джерела напруги й розмикаєти джерела струму (враховуємо також, що не треба закорочувати внутрішній опір джерела напруги, якщо останній заданий).
3. Алгебраїчно підсумовуємо часткові струми, орієнтуючись при цьому на обрані напрямки струмів у вихідній схемі.

Примітка: частковими струмами не можна користуватися при розрахунку потужностей - $I_1^2 \cdot R_1 \neq I_1'^2 \cdot R_1 + I_1''^2 \cdot R_1 + I_1'''^2 \cdot R_1$.

Метод еквівалентного генератора (метод активного двополюсника) найбільше доцільно використовувати для визначення струму в одній з віток складного електричного кола. Цей метод заснований на двох теоремах про активний двополюсник – *Тевенена* і *Нортон*.

Теорема Тевенена (послідовна схема заміщення): будь-який активний двополюсник можна замінити еквівалентним джерелом напруги, ЕРС якого дорівнює напрузі неробочого ходу на затискачах двополюсника, а внутрішній опір – вхідному опору відповідного пасивного двополюсника.

Теорема Нортон (паралельна схема заміщення): будь-який активний двополюсник можна замінити паралельним з'єднанням джерела струму й провідності. Величина струму джерела струму J дорівнює струму короткого замикання, а внутрішня провідність – вхідній провідності відповідного пасивного двополюсника.

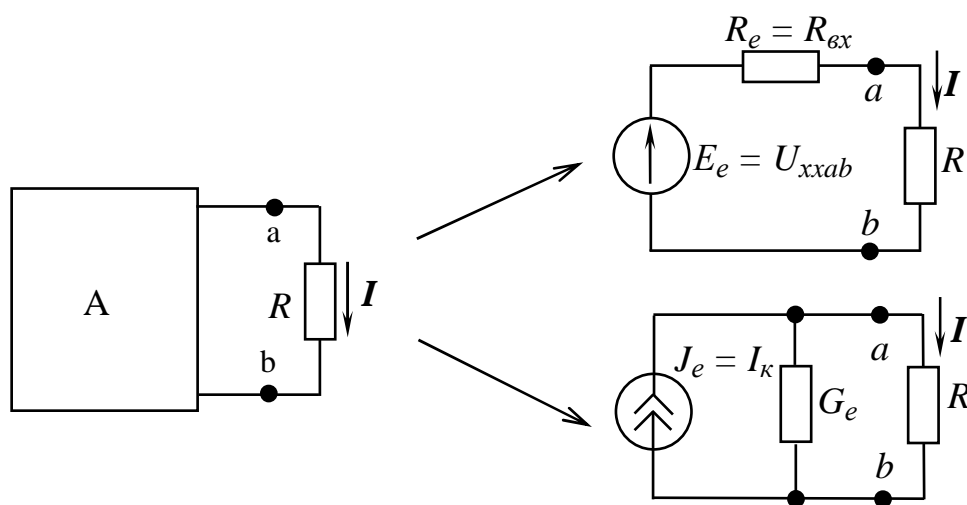


Рис.6.1

При розв'язанні задачі методом активного двополюсника рекомендується наступний алгоритм:

1. Виділити вітку, в якій визначають струм, і замінити частину схеми, що залишилася (активний двополюсник), послідовною або паралельною схемою заміщення (рис.6.1). Визначити параметри еквівалентної схеми заміщення: E_e або J_e ; R_e або G_e .

2. Для розрахунку R_e або G_e зобразити схему відповідного пасивного двополюсника. Для цього в схемі активного двополюсника джерела ЕРС закортити, а джерела струму відключити. Після цього, застосувавши еквівалентні перетворення в електричному колі, знайти вхідний опір (провідність) двополюсника.

Для розрахунку U_{xxab} або I_k необхідно зобразити схему активного двополюсника (рис.6.2) (при цьому розімкнути або закортити вітку з опором R).

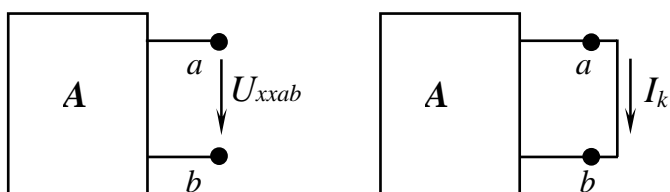


Рис.6.2

У цих схемах необхідно розрахувати струми у вітках будь-яким

зручним методом, а потім знайти U_{xxab} з рівняння другого закону Кірхгофа або струм I_k у вітці, що короткозамкнена.

3. Обчислити струм I у виділеній вітці за законом Ома або за «золотим» правилом:

$$I = \frac{U_{xxab}}{R_{ax} + R}, \quad (6.2)$$

або

$$I = I_k \cdot \frac{R_{6x}}{R_{6x} + R}. \quad (6.3)$$

Стислий алгоритм розрахунку електричного кола за допомогою методів накладання і еквівалентного генератора наведено в кінці цих вказівок у додатку А.

ЗАДАЧА 1

Визначення струмів розгалуженої схеми методом накладання

Для розгалуженої схеми рис.6.3,а задано: $E_1 = 45$ В, $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $J = 6$ А.

Визначити струми в схемі методом накладання.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу накладання і алгоритм розрахунку за ним;
- вміти використовувати закони Ома і Кірхгофа.

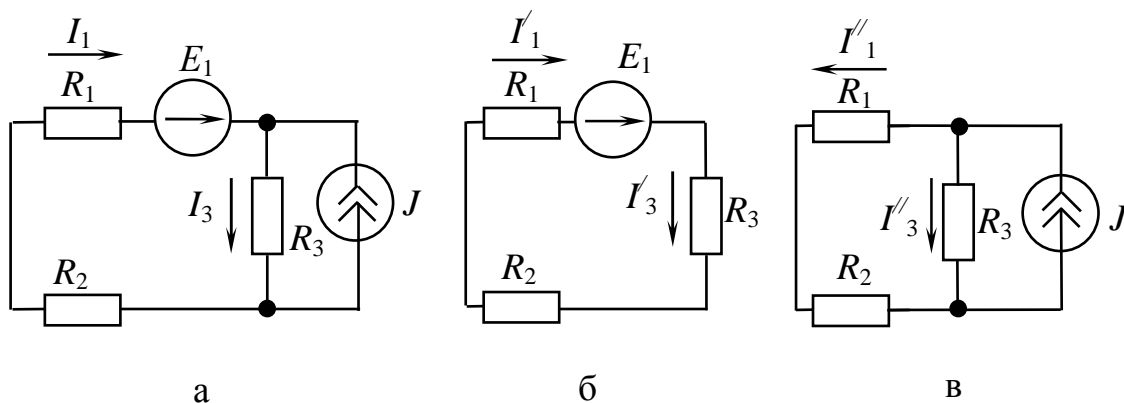


Рис.6.3

Вирішення

1. Вкажемо додатні напрямки струмів у вітках вихідної схеми. Зобразимо дві часткові схеми: з джерелом ЕРС E_1 (рис.6.3,б) і з джерелом струму (рис.6.3,в).

2. Вкажемо дійсні напрямки часткових струмів у схемах і визначимо їх. У схемі рис.6.3,б з другого закону Кірхгофа знаходимо:

$$I'_1 = I'_3 = \frac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{45}{15} = 3 \text{ А.}$$

3. У схемі рис.6.3,в за «золотим» правилом:

$$I''_1 = J \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 6 \cdot \frac{10}{15} = 4 \text{ А; } I''_3 = J - I''_1 = 6 - 4 = 2 \text{ А.}$$

4. Знайдемо струми у вихідній схемі. Порівнюючи напрямки струмів у кожній вітці вихідної схеми з напрямками часткових струмів, можна записати:

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 3 - 4 = 1 \text{ А; } I_3 = I'_3 + I''_3 = 3 + 2 = 5 \text{ А.}$$

ЗАДАЧА 2

Визначення струмів розгалуженої схеми методом накладання

У схемі рис.6.4,а задано: $E_1 = 100 \text{ В}$, $E_2 = 50 \text{ В}$, $J_2 = 15 \text{ А}$, $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$.

Визначити струми у всіх вітках методом накладання.

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу накладання і алгоритм розрахунку за ним;
- вміти використовувати закони Ома і Кірхгофа.

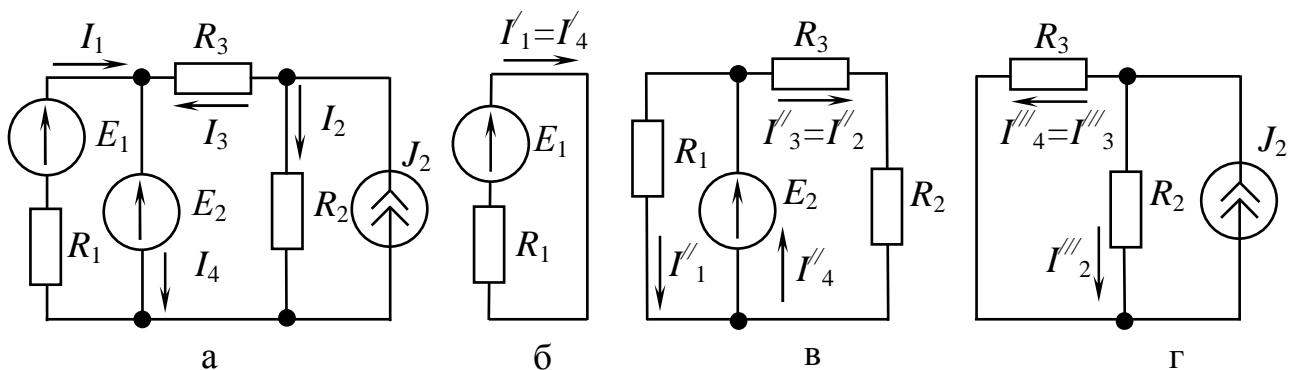


Рис.6.4

Вирішення

1. Складемо три часткові схеми (рис.6.4,б, в, г).

2. У схемі рис.25,б опори R_2 та R_3 не зображуємо, тому що вони відокремлені від джерела E_1 перемичкою і струму в них не буде, тоді:

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А; } I'_4 = I'_1 = 10 \text{ А; } I'_3 = I'_2 = 0 \text{ А.}$$

$$\text{У схемі рис.6.4,в: } I''_1 = \frac{E_2}{R_1} = \frac{50}{10} = 5 \text{ А; } I''_2 = I''_3 = \frac{E_2}{R_2 + R_3} = \frac{50}{15} = 3,33 \text{ А;}$$

$$I''_4 = I''_1 + I''_2 = 5 + 3,33 = 8,33 \text{ А.}$$

У схемі рис.6.4,г:

$$I_1''' = 0; I_2''' = J_2 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 15 \cdot \frac{5}{15} = 5 \text{ A}; I_3''' = I_4''' = J_2 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 15 \cdot \frac{10}{15} = 10 \text{ A}.$$

3. Знайдемо струми вихідної схеми:

$$I_4 = I_4' - I_4'' + I_4''' = 10 - 8,33 + 10 = 11,67 \text{ A}; I_1 = I_1' - I_1'' = 10 - 5 = 5 \text{ A};$$

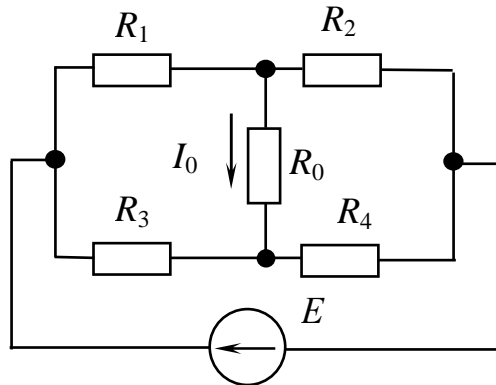
$$I_2 = I_2'' + I_2''' = 3,33 + 5 = 8,33 \text{ A}; I_3 = I_3''' - I_3'' = 10 - 3,33 = 6,67 \text{ A}.$$

ЗАДАЧА 3

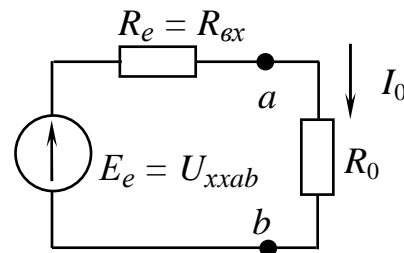
Визначення невідомого струму вітки розгалуженої схеми
методом еквівалентного генератора

Електрична схема рис.6.5,а, має наступні параметри елементів: $E = 240 \text{ В}$,
 $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_0 = 50 \text{ Ом}$.

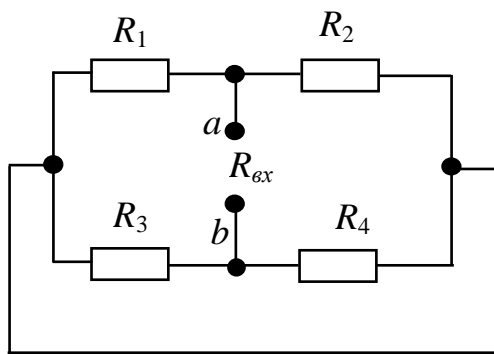
Визначити струм I_0 в діагоналі моста.



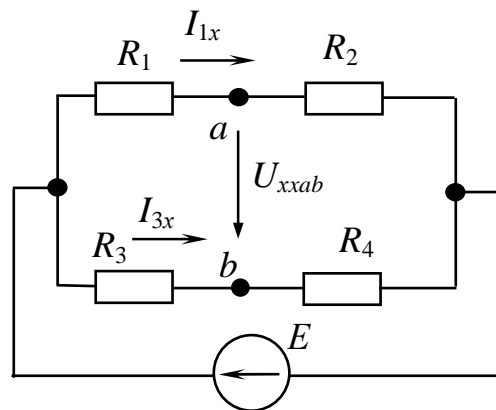
а



б



в



г

Рис.6.5

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методу еквівалентного генератора і алгоритм розрахунку за ним;
- вміти використовувати закони Ома і Кірхгофа.

Вирішення

Для вирішення задачі доцільно використовувати метод еквівалентного генератора, тому що для безпосереднього розрахунку вихідної схеми необхідно або розв'язувати систему рівнянь, або перетворити трикутник опорів (зірку) в еквівалентну зірку (трикутник).

1. Відокремимо вітку з R_0 і замінимо частину схеми, що залишилася (активний двополусник), послідовною схемою заміщення (рис.6.5,б).

$$\text{У схемі рис.6.5,б струм } I_0 = \frac{U_{xx}}{R_{\text{ex}} + R_0}.$$

2. Знайдемо параметри U_{xx} та R_{ex} . Зобразимо схему для визначення R_{ex} (рис.6.5,в). Джерело ЕРС замкнемо. У схемі рис.6.5,в опори R_1 та R_2 , а також R_3 та R_4 включені паралельно, тому вхідний опір:

$$R_{\text{ex}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 40}{20 + 40} + \frac{30 \cdot 10}{30 + 10} = \frac{125}{6} \text{ Ом.}$$

Зобразимо схему для розрахунку U_x (рис.6.5,г). Для цього з вихідної схеми відключимо вітку з R_0 . Струми в схемі рис.6.5,г знайдемо за законом Ома:

$$I_{1x} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{240}{20 + 40} = 4 \text{ А; } I_{3x} = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{240}{30 + 10} = 6 \text{ А.}$$

Напругу U_x знайдемо з другого закону Кірхгофа:

$$R_1 \cdot I_{1x} + U_{xxab} - R_3 \cdot I_{3x} = 0, \text{ звідки } U_{xxab} = R_3 \cdot I_{3x} - R_1 \cdot I_{1x} = 30 \cdot 6 - 20 \cdot 4 = 100 \text{ В.}$$

$$3. \text{ Струм у діагоналі моста } I_0 = \frac{U_{xxab}}{R_{\text{ex}} + R_0} = \frac{100}{\frac{125}{6} + 50} = 1,41 \text{ А.}$$

ЗАДАЧА 4

Визначення невідомого опору вітки розгалуженої схеми
за допомогою методу еквівалентного генератора

У схемі рис.6.6: $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$. Відомі покази приладів для двох положень ключа К: 1-е положення $U_{pV1} = 10 \text{ В}$; 2-е положення $U_{pV2} = 5 \text{ В}$, $I_{pA} = 1 \text{ А}$.

Визначити опір R_4 (прилади вважати ідеальними).

Для вирішення задачі необхідно:

- знати основи методів еквівалентного генератора і накладання та алгоритм розрахунку за ними;
- вміти використовувати закони Ома і Кірхгофа.

Вирішення

1. Задачу легко розв'язати, використовуючи метод активного двополюсника. Опір R_4 можна знайти з виразу вхідного опору стосовно вітки з опором R_5 . Вхідний опір $R_{\text{вх}}$ визначимо, використовуючи теорему про активний двополюсник для струму I_5 у другому положенні ключа, $I_5 = I_{pA} = \frac{U_{xx}}{R_{\text{вх}} + R_5}$,

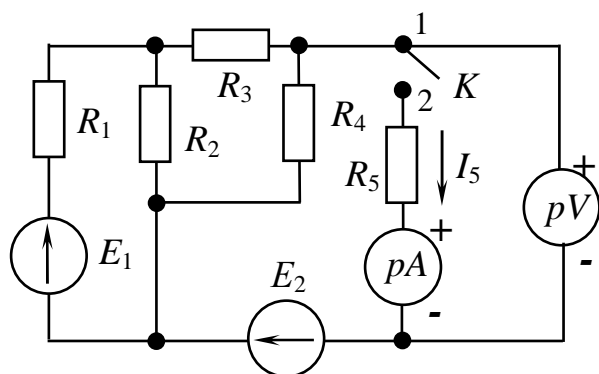


Рис.6.6

$$I_5 = I_{pA} = \frac{U_{xx}}{R_{\text{вх}} + R_5},$$

де $U_{xx} = U_{pV1} = 10$ В, а опір R_5 знайдемо за законом Ома:

$$R_5 = \frac{U_{pV2}}{I_{pA2}} = 5 \text{ Ом.}$$

2. Підставимо числові значення у вираз для струму I_5 , одержимо:

$$1 = \frac{10}{R_{\text{вх}} + 5}, \text{ звідки } R_{\text{вх}} = 5 \text{ Ом.}$$

З іншої сторони $R_{\text{вх}}$, можна знайти за схемою рис.6.6, якщо $E_1 = E_2 = 0$:

$$R_{\text{вх}} = \frac{\left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \right) \cdot R_4}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_4} = \frac{\left(\frac{10 \cdot 10}{10 + 10} + 5 \right) \cdot R_4}{\frac{10 \cdot 10}{10 + 10} + 5 + R_4} = \frac{10 \cdot R_4}{10 + R_4}.$$

3. Прирівнюючи отриманий вираз до раніше обчисленого значення $R_{\text{вх}}$, одержимо: $\frac{10 \cdot R_4}{10 + R_4} = 5$, звідки знайдемо R_4 :

$$10 \cdot R_4 = 50 + 5 \cdot R_4, \Rightarrow R_4 = 10 \text{ Ом.}$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 528 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник.- М.: Гардарики, 2002 – 640 с.
3. Паначевний Б.І., Свергун Ю.Ф. Загальна електротехніка: теорія і практикум: Підручник. – К.: Каравела, 2004 - 440 с.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник. - М.: Гардарики, 2001 – 317 с.
5. Перхач В.С. Теоретична електротехніка. Лінійні кола. - К: Вища школа, 1992 – 439 с.
6. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. 4-е издание, дополненное для самостоятельного изучения курса, в 3-х томах. – Л.: «Питер», 2004.
8. М.П. Рибалко, В.О.Есауленко, В.І. Костенко. Теоретичні основи електротехніки. Лінійні електричні кола: Підручник. – Донецьк: Новий світ, 2003 -513 с.
9. Збірник задач з теоретичних основ електротехніки. Ч. 1: Навч. посібник. – К.: «Магнолія плюс», 2004 - 224 с.

Стислий аналіз способів і методів розрахунку лінійних електричних кіл постійного струму

№ п/п	Назва способу (методу)	Кількість рівнянь у системі (кроків вирішення)	Особливості
1	Закони Кірхгофа	Загальна кількість m -рівнянь, з яких: n-1 – рівнянь за першим законом Кірхгофа, m-n+1 – рівнянь за другим законом Кірхгофа (где m – кількість віток схеми, у яких невідомі струми, тобто тих, що не мають джерел струму; n -кількість вузлів у схемі)	Класичний метод, що дозволяє безпосередньо визначити струми. Недолік – велика кількість рівнянь у системі.
2	Метод контурних струмів (МКС)	m-n+1 – (за кількістю незалежних контурів у схемі)	Визначають контурні струми, а вже за ними визначають струми у вітках. Перевага – кількість рівнянь у системі скорочується з m до m-n+1
3	Метод вузлових потенціалів (МВП)	n-1	Визначають потенціали вузлів, при цьому потенціал одного з вузлів приймається рівним нулю. Далі використовуючи закон Ома для ділянки кола, що має джерело ЕРС або не має його, визначають струми у вітках. Доцільно використовувати для розрахунку електричних схем, в яких кількість віток значно більша за кількість вузлів
4	Метод двох вузлів (МДВ)	За формулою: $U_{av} = \frac{\sum E_k \cdot G_k}{\sum G_k}$ визначається напруга між двома вузлами	Далі використовуючи закон Ома для ділянки кола, що має джерело ЕРС або не має його, визначають струми у вітках. Використовується для розрахунку електричних схем, що мають лише два вузла і кілька віток
5	Метод накладання	Етапів розрахунку стільки, скільки джерел живлення. Використовують прийоми еквівалентного перетворення при дії в електричному колі лише одного джерела живлення	Струми у вітках визначають як суму часткових струмів від дії кожного з джерел живлення, при цьому інші джерела напруги закорочують, а вітки з джерелами струму розривають
6	Метод еквівалентного генератора (МЕГ)	Визначають напругу холостого ходу і внутрішній опір. Далі за формулою $I = \frac{U_{xxab}}{R_{ax} + R}$ визначають струм вітки.	Метод використовують, коли необхідно визначити струм тільки в одній вітці електричної схеми

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Методичні вказівки до практичних занять за темою «Розрахунок лінійних електричних кіл з джерелами постійної напруги і струму» з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки" (для студентів усіх форм навчання напрямів 6.050701 - "Електротехніка та електротехнології", 6.050702 - "Електромеханіка", 6.030601 - "Менеджмент").

Укладачі: Яна Борисівна Форкун,
Володимир Петрович Самошкін,
Геннадій Валентинович Капустін,
Дмитро Васильович Тугай

Редактор: М.З. Аляб'єв

План 2009, поз.315М

Підп. до друку 09.02.2009 р.	Формат 60x84 1/16	Папір офісний
Друк на ризографі	Умовн.-друк.арк. 1,8	Обл.-вид. арк. 2,0
Замовл. № .	Тираж 100 прим.	

61002, Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії ЦНІТ ХНАМГ

61002, Харків, вул. Революції, 12