

РАБОТА № 3 РАСЧЕТ ДВУХШАРНИРНОЙ АРКИ

Задание и исходные данные

Схема арки и нагрузки выбираются по рис.30, а числовые данные по табл.5 в соответствии с заданием преподавателя. Двухшарнирная арка имеет постоянное сечение. При вычислении перемещений поперечными и продольными деформациями арки пренебречь и считать $ds \approx dx$. В арке с затяжкой для всех вариантов принять $EA_3/EI_0 = 0,4 \text{ м}^2$.

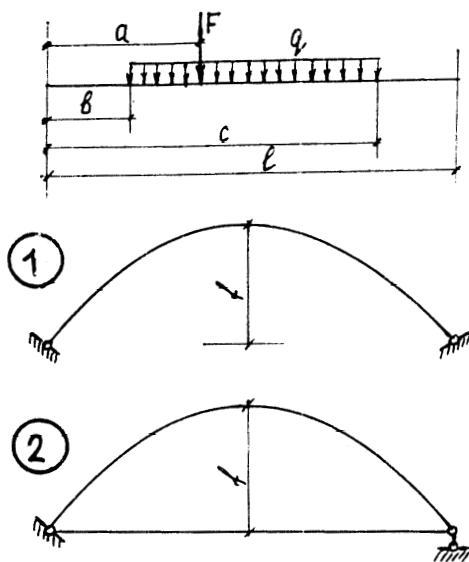


Рис.30

Для заданной арки необходимо построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил. Расчет выполнять в табличной форме, используя для вычисления перемещений численное интегрирование. Для этого арку вдоль пролета разбить не менее, чем на 10 равных участков.

Таблица 5

Группа данных	I					II			
	№ п/п	схема по рис.30	f , м	l , м	F , кН	a , м	b/l	c/l	q , кН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	3	12	30	10	0,1	1	10	$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$
2	2	3	14	28	2	0,15	0,8	11	$y = \frac{2f}{l} \sqrt{x(l-x)}$
3	1	4	16	26	10	0,2	0,6	12	дуга окружности
4	2	4	18	14	6	0,25	0,4	13	$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$
5	1	5	20	22	8	0,2	0,5	14	$y = \frac{2f}{l} \sqrt{x(l-x)}$
6	2	5	22	20	10	0	0,35	15	дуга окружности
7	1	5	24	18	4	0,2	0,4	16	$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$

Окончание табл.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	2	6	26	16	20	0,1	0,45	17	$y = \frac{2f}{l} \sqrt{x(l-x)}$
9	1	6	28	188	16	0,5	1	18	дуга окружности
10	2	6	30	20	10	0,4	0,8	19	$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$
11	1	7	32	22	8	0,6	1	20	$y = \frac{2f}{l} \sqrt{x(l-x)}$
12	2	7	34	24	20	0,5	0,9	19	дуга окружности
13	1	8	36	26	14	0,3	0,6	18	$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$
14	2	9	38	28	15	0	-0,6	17	$y = \frac{2f}{l} \sqrt{x(l-x)}$
15	1	10	40	30	25	0,2	0,8	16	дуга окружности
16	2	10	42	32	15	0	0,8	15	$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$

Пример расчета

Построить эпюры M , Q , N в двухшарнирной арке с затяжкой (рис.31, а). Ось арки очерчена по кривой $y = \frac{2f}{l} \sqrt{x(l-x)}$.

Решение

Основная система приведена на рис.31, б. Здесь же (рис.31, в) показаны балочные эпюры M^o и Q^o .

Разбивая пролет на 10 равных частей, вычисляем геометрические величины и балочные усилия на границах участков:

$$y = \frac{2f}{l} \sqrt{x(l-x)};$$

$$y_o = 0;$$

$$y_1 = \frac{2 \cdot 4}{18} \sqrt{1,8(18-1,8)} = 2,4 \text{ м};$$

$$y_2 = \frac{2 \cdot 4}{18} \sqrt{3,6(18-3,6)} = 3,2 \text{ м};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{f}{l} \cdot \frac{l-2x}{\sqrt{x(l-x)}};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_o = \infty; \sin \varphi_o = 1; \cos \varphi_o = 0;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{4}{18} \frac{18-2 \cdot 1,8}{\sqrt{1,8(18-1,8)}} = 0,593; \sin \varphi_1 = 0,510 \cos \varphi_1 = 0,860;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{4}{18} \frac{18-2 \cdot 3,6}{\sqrt{3,6(18-3,6)}} = 0,333; \sin \varphi_1 = 0,316; \cos \varphi_1 = 0,949;$$

$$V_A = \frac{5 \cdot 11 \cdot 9,5 + 20 \cdot 12}{18} = 42,36 \text{ кН};$$

$$V_B = \frac{5 \cdot 11 \cdot 8,5 + 20 \cdot 6}{18} = 32,64 \text{ кН};$$

$$M_o^o = 0; Q_o^o = 42,36 \text{ кН};$$

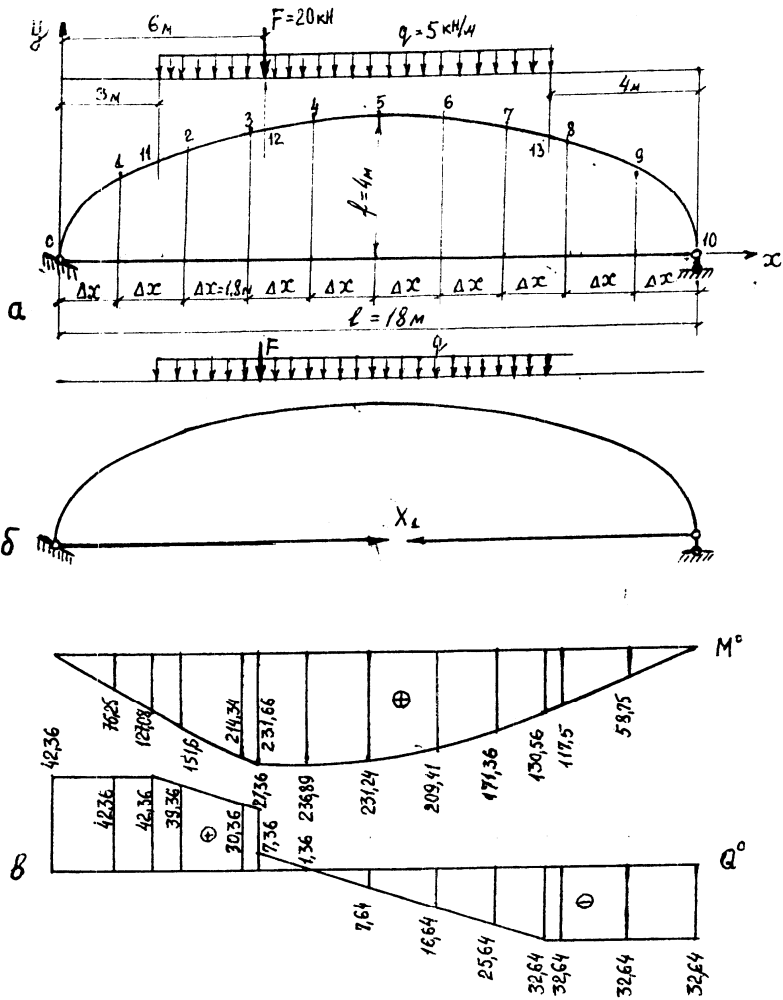


Рис.31

$$M_1^0 = 42,36 \cdot 1,8 = 76,25 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad Q_1^0 = 42,36 \text{ кН};$$

$$M_2^0 = 42,36 \cdot 3,6 - 5 \cdot 0,6 \cdot 0,3 = 151,6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_2^0 = 42,36 - 5 \cdot 0,6 = 39,36 \text{ кН};$$

.....

Полученные значения заносим в колонки 3...8 табл.6.

Для арки постоянного сечения с затяжкой при разбиении на равные отрезки имеем

$$\frac{EI_o}{\Delta x} \delta_{11} = \sum y^2 + \frac{l_3}{\Delta x} \frac{EI_o}{EA_3}, \quad \frac{EI_o}{\Delta x} \Delta_{1f} = -\sum yM^0.$$

По итогам вычислений в колонках 9 и 10 табл.6 получаем

$$\frac{EI_o}{\Delta x} \delta_{11} = 105,68 + \frac{18}{1,8} \cdot 0,4 = 109,68; \quad \frac{EI_o}{\Delta x} \Delta_{1f} = -5275,1.$$

Усилие в затяжке находим из канонического уравнения

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1f}}{\delta_{11}} = \frac{5275,1}{109,68} = 48,10 \text{ кН}.$$

Вычислив окончательные значения изгибающих моментов в арке (колонки 11, 12) $M = M^0 - H \cdot y$, проверяем их, используя значения колонки 13:

$$\frac{EI_o}{\Delta x} \Delta_1 = -\sum yM + \frac{l_3}{\Delta x} \frac{EI_o}{EA_3} X_1 = 0,$$

$$373,05 - 565,38 + \frac{18}{1,8} \cdot 0,4 \cdot 48,10 = 565,45 - 565,38 = 0,07.$$

Погрешность расчета

$$\varepsilon = \frac{0,07}{565,38} \cdot 100 = 0,01\% < 3\%.$$

Далее вычисляем поперечные и продольные силы (колонки 14...19) по формулам

$$Q = Q^0 \cos \varphi - X_1 \sin \varphi, \quad N = -(Q^0 \sin \varphi + X_1 \cos \varphi)$$

и выполняем вычисления усилий в дополнительных сечениях 11...13 на границах участков нагружения (начало и конец распределенной на-

Таблица 6

№ сеч.	x , м	y , м	$tg\varphi$	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	M^o , кН·м	Q^o , кН	y^2	yM^o
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	∞	1	0	0	42,36	0	0
1	1,8	2,4	0,593	0,510	0,860	76,25	42,36	5,76	183
2	3,6	3,2	0,333	0,316	0,949	151,6	39,36	10,24	485,12
3	5,4	3,67	0,194	0,190	0,982	214,34	30,36	13,47	786,63
4	7,2	3,92	0,091	0,090	0,996	236,89	1,36	15,37	928,61
5	9	4	0	0	1	231,24	-7,64	16	924,96
6	10,8	3,92	-0,091	-0,090	0,996	209,41	-16,64	15,37	820,89
7	12,6	3,67	-0,194	-0,190	0,982	171,36	-25,64	13,47	628,89
8	14,4	3,2	-0,333	-0,316	0,949	117,5	-32,64	10,24	376
9	16,2	2,4	-0,593	-0,510	0,860	58,75	-32,64	5,76	141
10	18	0	$-\infty$	-1	0	0	-32,64	0	0
Σ								105,68	5275,1
11	3	0,398	0,398	0,369	0,929	127,08	42,36	-	-
12	6	3,77	0,157	0,155	0,988	231,66	$\frac{27,36}{7,36}$	-	-
13	14	3,33	-0,297	-0,285	0,959	130,56	-32,64	-	-

Окончание табл. 6

№ сеч.	$X_I \cdot y$	M , кН·м	$y \cdot M$	$Q^o \cos \varphi$	$X_I \sin \varphi$	Q , кН	$Q^o \sin \varphi$	$X_I \cos \varphi$	N , кН
1	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	0	0	0	0	48,10	-48,10	42,36	0	-42,36
1	115,44	-39,19	-94,06	36,43	24,53	11,90	21,60	41,37	-62,97
2	153,92	-2,32	-7,42	37,35	15,20	22,15	12,44	45,65	-58,09
3	176,53	37,81	138,76	29,81	9,14	20,67	5,77	47,23	-53,00
4	188,55	48,34	189,49	1,35	4,33	-2,98	0,12	47,91	-48,03
5	192,4	38,84	155,36	-7,64	0	-7,64	0	48,10	-48,10
6	188,55	20,86	81,77	-16,57	-4,33	-12,24	1,50	47,91	-49,41
7	176,53	-5,17	-18,97	-25,18	-9,14	-16,04	4,87	47,23	-52,10
8	153,92	-36,42	-116,54	-30,98	-15,20	-15,78	10,31	45,65	-55,96
9	115,44	-56,69	-136,06	-28,07	-24,53	-3,54	16,65	41,37	-58,02
10	0	0	0	0	-48,10	48,10	32,64	0	-32,64
			565,38 -373,05						
11	143,33	-16,25	-	39,35	17,75	21,60	15,65	44,68	-60,31
12	181,33	50,33	-	$\frac{27,03}{7,27}$	7,46	$\frac{19,57}{-0,19}$	$\frac{4,24}{1,14}$	47,52	$\frac{-51,76}{-48,66}$
13	160,17	-29,61	-	-31,30	-13,71	-17,59	9,30	46,13	-55,43

грузки, точка приложения сосредоточенной силы).

По значениям табл.6 на рис.32 построены эпюры M , Q , N для заданной арки.

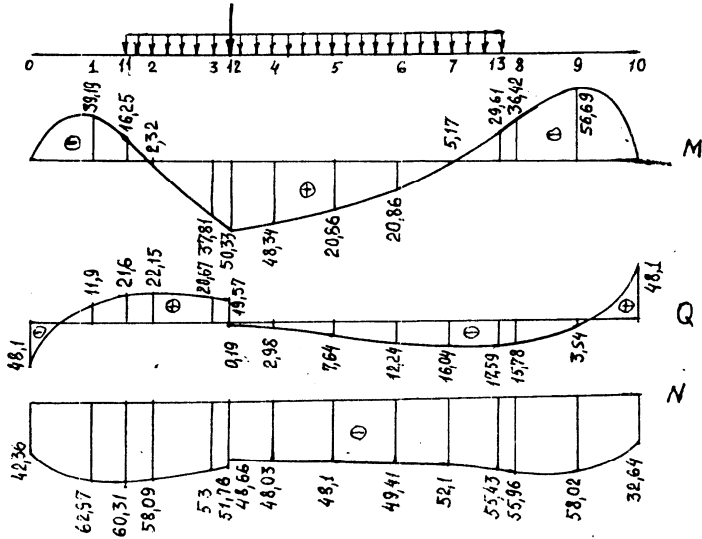


Рис.32