

## РАБОТА № 2 РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ

### Задание и исходные данные

Схема фермы и исходные данные выбираются соответственно на рис.25 и в табл.3 по заданию преподавателя.

Таблица 3

Группа данных	I		II	
	$d$ , м	$h$ , м	$A_{в.п.} : A_{н.п.} : A_{реш} : A_{шпр}$	$q$ , кН/м
1	3,0	3,5	1,8:1,2:1:0,8	10
2	3,1	3,4	1,8:1,3:1:0,9	11
3	3,2	3,3	1,8:1,3:0,9:0,9	12
4	3,3	3,2	1,8:1,5:1:0,8	12
5	3,4	3,1	1,8:1,5:0,9:0,7	14
6	3,5	3,0	1,8:1,6:1,2:1	15
7	3,6	4,1	1,8:1,6:1:1,1	16
8	3,7	4,0	1,8:1,6:1,1:0,8	17
9	3,8	3,9	2:1,5:1:1	18
10	3,9	3,8	2:1,5:1,1:0,9	19
11	4,0	3,7	2:1,6:1:0,9	20
12	4,1	3,6	2:1,6:1,2:1	21
13	4,2	4,5	2:1,6:0,9:1	22
14	4,3	4,3	2:1,7:1:0,9	23
15	4,4	4,4	2:1,5:0,9:0,9	24
16	4,5	4,5	2:2:1,3:1,1	25

Для заданной фермы:

- найти степень статической неопределимости;
- выбрать основную систему (для схем 14, 16 применить групповое неизвестное);
- записать каноническое уравнение;
- определить усилия в основной системе от единичного неизвестного и от нагрузки (предварительно, распределенную по верхнему поясу нагрузку заменить узловой);

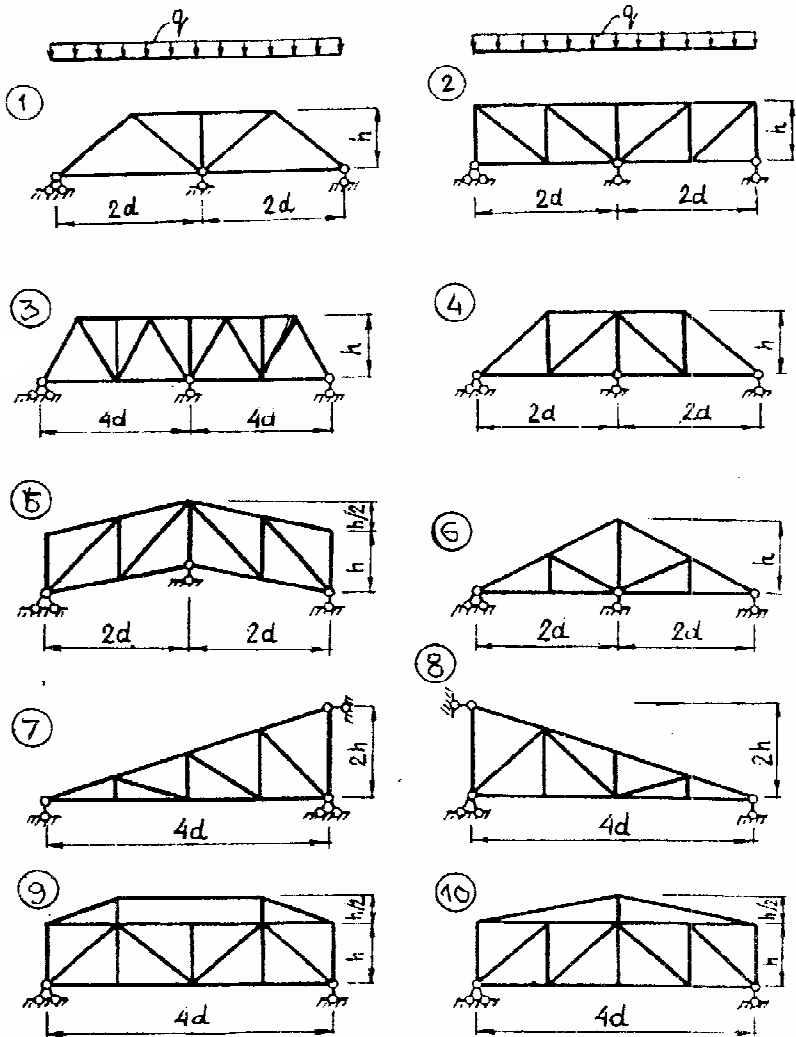
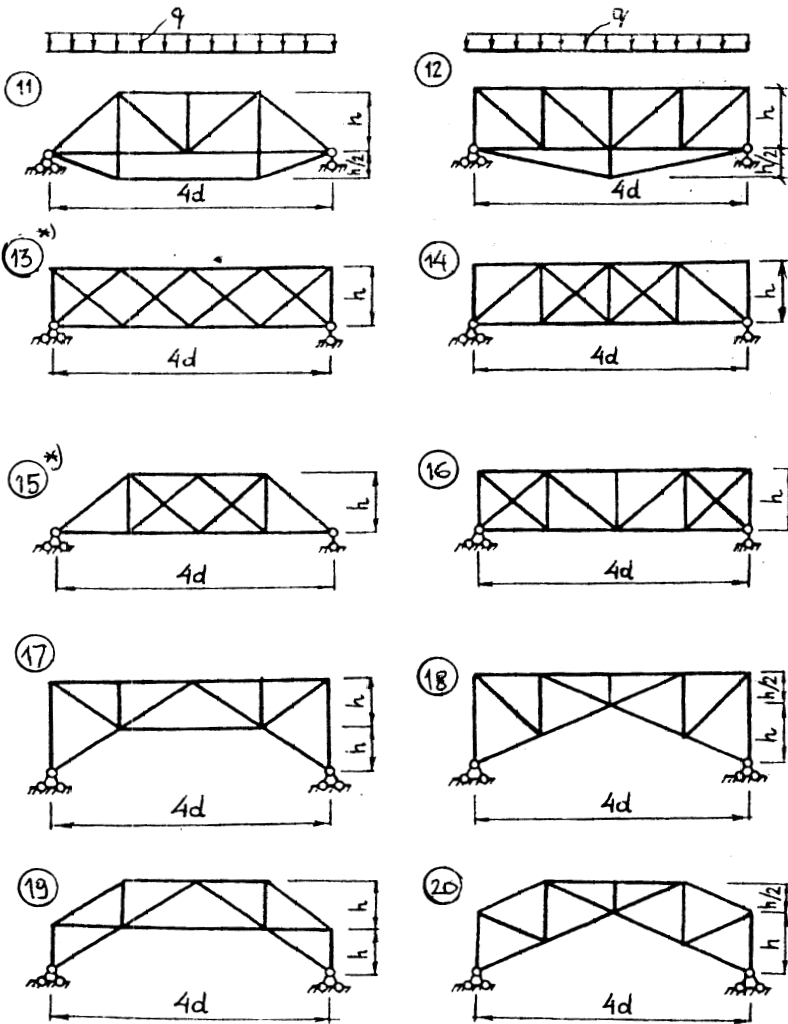


Рис.25



\* Для схем 13 и 15 нагрузки принять на половине пролета

Рис.25 (окончание)

- вычислить единичное и грузовое перемещения в направлении отброшенной связи;
- найти значение лишнего неизвестного;
- определить усилия в заданной ферме;
- выполнить кинематическую проверку.

Расчет выполнить в таблице.

### Пример расчета

Расчитать ферму, приведенную на рис.26.

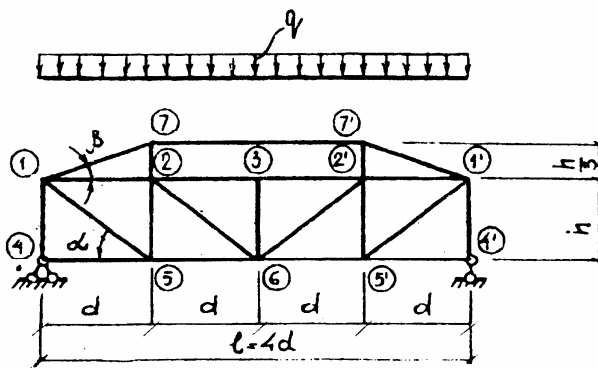


Рис.26

Исходные данные:

$$d = 4 \text{ м}; h = 3 \text{ м}; q = 12 \text{ кН / м};$$

$A_{в.п.} : A_{н.п.} : A_{реш} : A_{шпр} = 3 : 2 : 2 : 1$ , где  $A_{в.п.}$ ,  $A_{н.п.}$ ,  $A_{реш}$ ,  $A_{шпр}$  - площади сечений соответственно элементов верхнего пояса, нижнего пояса, решетки, шпренгеля.

### Решение

#### 1. Определяем число лишних связей

$$n = C + C_o - 2y.$$

Здесь  $C = 22$  - число стержней фермы;  $C_o = 3$  - число опорных связей;  $y = 12$  - число узлов фермы.

Тогда  $n = 22 + 3 - 2 \cdot 12 = 1$ .

Ферма имеет одну лишнюю связь (один раз статически неопределима).

**2. Выбираем основную систему.**

Ферма внешне статически определима (3 опорные связи), следовательно, при выборе основной системы необходимо отбрасывать внутреннюю связь (разрезать один из стержней).

Заданная система представляет собой обычную раскосную ферму  $1-1'-4'-4$  со шпренгелем  $1-7-7'-1'-2'-2$ , поэтому удобно отбросить связь в шпренгеле. Учитывая симметрию фермы, разрежем стержень  $7-7'$  (рис.27).

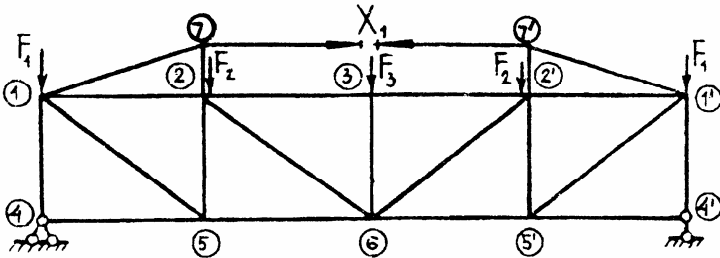


Рис.27

**3. Выполняем расчет основной системы на заданную нагрузку (рис.28).**

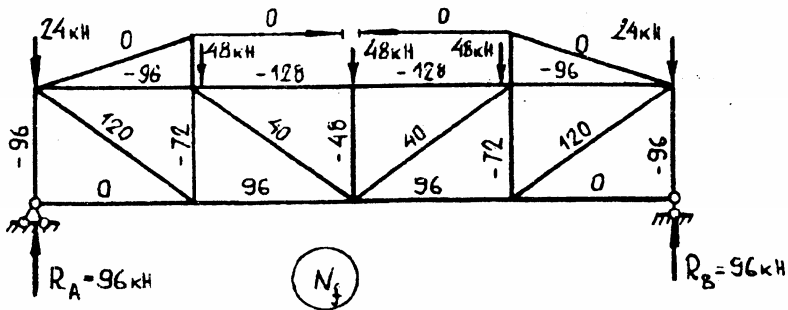


Рис.28

Предварительно, заданную на верхнем поясе (не на шпренгеле) равномерно распределенную нагрузку приводим к узловой:

$$F_1 = \frac{qd}{2} = \frac{12 \cdot 4}{2} = 24 \text{ кН};$$

$$F_2 = F_3 = qd = 12 \cdot 4 = 48 \text{ кН}.$$

Опорные реакции

$$R_A = R_B = \frac{2 \cdot 24 + 2 \cdot 48 + 48}{2} = 96 \text{ кН}.$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0,6; \quad \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = 0,243;$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0,8; \quad \cos \beta = \frac{4}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = 0,970.$$

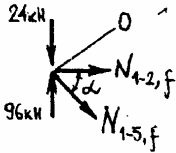
Усилия в разрезанном стержне 7-7'  $N_{7-7',f} = 0$ .

Вырезаем узлы.

Узел 7: так как  $N_{7-7',f} = 0$ , то  $N_{1-7,f} = N_{2-7,f} = 0$ .

Узел 4:  $N_{1-4,f} = -R_A = -96 \text{ кН}$ ;  $N_{4-5,f} = 0$ .

Узел I:  $\sum y = 96 - 24 - N_{1-5,f} \cdot \sin \alpha = 0$ .



$$N_{1-5,f} = \frac{96 - 24}{0,6} = 120 \text{ кН};$$

$$\sum x = N_{1-5,f} \cdot \cos \alpha + N_{1-2,f} = 0;$$

$$N_{1-2,f} = -120 \cdot 0,8 = -96 \text{ кН}.$$

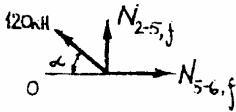
Узел 5:

$$\sum x = -120 \cdot \cos \alpha + N_{5-6,f} = 0;$$

$$N_{5-6,f} = 120 \cdot 0,8 = 96 \text{ кН};$$

$$\sum y = 120 \cdot \sin \alpha + N_{2-5,f} = 0;$$

$$N_{2-5,f} = -120 \cdot 0,6 = -72 \text{ кН}$$

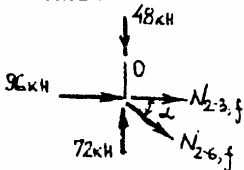


Узел 2:

$$\sum y = 72 - 48 - N_{2-6,f} \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$N_{2-6,f} = \frac{72 - 48}{0,8} = 40 \text{ кН};$$

$$\sum x = 96 + N_{2-6,f} \cdot \cos \alpha + N_{2-3,f} = 0;$$



$$N_{2-3, f} = -96 - 40 \cdot 0,8 = -128 \text{ кН}.$$

Узел 3:  $N_{3-6, f} = -48 \text{ кН}.$

Остальные усилия найдем из условия симметрии, проверку выполняем по условию равновесия узла б:



$$\begin{aligned} \sum x &= 0; \\ \sum y &= -48 + 2 \cdot 40 \cdot \sin \alpha = \\ &= -48 + 2 \cdot 40 \cdot 0,6 = 0. \end{aligned}$$

4. Выполняем расчет основной системы на действие лишнего неизвестного  $\bar{X}_1 = I$  (рис.29).

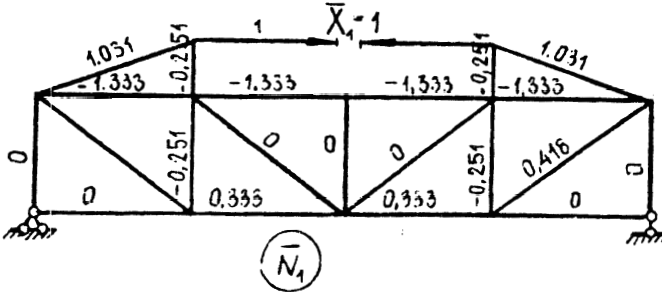


Рис.29

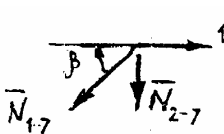
Опорные реакции

$$\bar{H}_A = 0; \quad \bar{R}_A = \bar{R}_B = 0.$$

Вырезаем узлы.

Узел 4:  $\bar{N}_{4-5} = \bar{N}_{1-4} = 0.$

Узел 7:  $\sum x = 1 - \bar{N}_{1-7} \cdot \cos \beta = 0;$

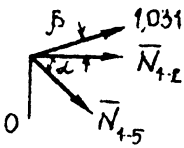


$$\bar{N}_{1-7} = \frac{1}{0,97} = 1,031;$$

$$\sum y = \bar{N}_{1-7} \cdot \sin \beta + \bar{N}_{2-7} = 0;$$

$$\bar{N}_{2-7} = -1,031 \cdot 0,243 = -0,251$$

Узел 1 :  $\sum y = 1,031 \cdot \sin \beta - \bar{N}_{1-5} \cdot \sin \alpha = 0 ;$



$$\bar{N}_{1-5} = \frac{1,031 \cdot 0,243}{0,6} = 0,418 ;$$

$$\sum x = 1,031 \cdot \cos \beta + \bar{N}_{1-2} + \bar{N}_{1-5} \cdot \sin \alpha = 0 ;$$

$$\bar{N}_{1-2} = -1,031 \cdot 0,97 - 0,418 \cdot 0,8 = -1,334 .$$

Узел 5 :  $\sum y = 0,418 \cdot \sin \alpha + \bar{N}_{2-5} = 0 ;$

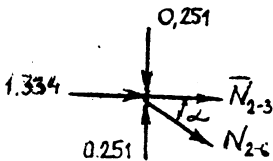


$$\bar{N}_{2-5} = -0,418 \cdot 0,6 = -0,251 ;$$

$$\sum x = \bar{N}_{5-6} - 0,418 \cdot 0,8 = 0 ;$$

$$\bar{N}_{5-6} = 0,334 .$$

Узел 2 :  $\sum y = 0,251 - 0,251 - \bar{N}_{2-6} \cdot \sin \alpha = 0 ;$



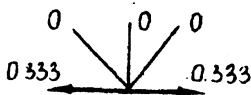
$$\bar{N}_{2-6} = 0 ;$$

$$\sum x = 1,334 + \bar{N}_{2-3} = 0 ;$$

$$\bar{N}_{2-3} = -1,334 .$$

Узел 3 :  $\bar{N}_{3-6} = 0 .$

Проверка по равновесию узла б :



$$\sum x = 0,333 - 0,333 = 0 ;$$

$$\sum y = 0 .$$

Вычисленные усилия удобно записать на соответствующих стержнях фермы (см. рис.28, 29). Каждую из этих схем фермы с написанными на стержнях усилиями можно считать числовым аналогом эпюры продольных сил.

Дальнейший расчет выполняем в табл.4.

При заполнении табл.4 необходимо иметь в виду следующее. При расчете симметричной фермы на симметричную нагрузку можно учитывать не все стержни, а только до оси симметрии. Для того, чтобы при суммировании получать половину суммы, соответствующей всей ферме, необходимо длину стержней, расположенных на оси симметрии (в рассматриваемом примере стержни 3-6 и 7-7') брать поло-



Таблица 4

Элементы фермы	Стержни	$l, \text{ м}$	$\frac{A_o}{A}$	$\bar{N}_I$	$N_f$	$\bar{N}_I l \frac{A_o}{A}$	$\bar{N}_I^2 l \frac{A_o}{A}$	$\bar{N}_I N_f l \frac{A_o}{A}$	$\bar{N}_I X_I$	$N$	Проверка $\frac{\bar{N}_I N_f l \frac{A_o}{A}}{A}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Верхний пояс	1-2	4	1	-1,333	-96	-5,332	7,108	511,9	58,8	-37,2	198,4
	2-3	4	1	-1,333	-128	-5,332	7,108	682,5	58,8	-69,2	369,0
Нижний пояс	4-5	4	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0
	5-6	4	1,5	0,333	96	1,998	0,665	191,8	-14,7	81,3	162,4
Раскосы	1-5	5	1,5	0,418	120	3,135	1,310	376,2	-18,4	101,6	318,5
	2-6	5	1,5	0	40	0	0	0	0	40	0
Стойки	1-4	3	1,5	0	-96	0	0	0	0	-96	0
	2-5	3	1,5	-0,251	-72	-1,130	0,284	81,4	11,1	-60,9	68,8
	3-6	3/2	1,5	0	-48	0	0	0	0	0/48	0
Шпренгель	1-7	4,123	3	1,031	0	12,752	13,147	0	-45,5	-45,5	-580,2
	2-7	1	3	-0,251	0	-0,753	0,189	0	11,1	11,1	-8,4
	7-7'	8/2	3	1	0	12,0	12,0	0	-44,1	-44,1	-529,2

$$\sum \begin{array}{r} 41,811 \\ 1843,8 \\ 1117,1 \\ \underline{-1117,8} \\ -0,7 \end{array}$$

винную. При вычислении отношений  $A_o/A$  в качестве  $A_o$  можно брать площадь сечения любой группы стержней (в рассматриваемом примере взята площадь сечения элементов верхнего пояса).

Вычисление единичного и грузового перемещений выполняется в табл.4 (колонки 8, 9) суммированием в соответствии с формулами

$$EA_o\delta_{11} = \sum \bar{N}_I^2 l \frac{A_o}{A},$$

$$EA_o\Delta_{1f} = \sum \bar{N}_I N_f l \frac{A_o}{A}.$$

Из канонического уравнения метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1f} = 0$$

получаем лишнее неизвестное

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1f}}{\delta_{11}} = -\frac{EA_o\Delta_{1f}}{EA_o\delta_{11}} = -\frac{1843,8}{41,811} = -44,10 \text{ кН}.$$

Определение окончательных усилий в заданной ферме выполнено в колонках 10, 11 табл.4 в соответствии с выражением

$$N = \bar{N}_I X_1 + N_f.$$

В заключение в колонке 12 табл.4 выполнена кинематическая проверка в соответствии с формулой

$$\sum \frac{\bar{N}_I N l}{EA} = 0 \text{ или } \sum \bar{N}_I N l \frac{A_o}{A} = 0.$$

Абсолютная погрешность расчета составляет – 0,7, относительная

$$\varepsilon = \frac{0,7}{1117,1} 100\% = 0,6\% < 3\%.$$