

ПРИЛОЖЕНИЕ

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

РАБОТА № 1 РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ СИЛ

Задание и исходные данные для работы

Схема рамы и числовые данные выбираются по рис.21 и табл.2 по указанию преподавателя.

Таблица 2

№ п/п	l , м	h , м	Нагрузки			Соотношения жесткостей ригелей и стоек $EI_p : EI_c$
			F , кН	M , кН·м	q , кН/м	
1	3,6	3	30	30	30	1:1
2	3,6	4	20	30	30	2:1
3	4,8	4	30	20	30	3:1
4	4,8	5	30	30	20	4:1
5	6	5	20	20	20	3:2
6	6	6	10	20	20	1:1
7	7,2	6	20	10	20	2:1
8	7,2	7	20	20	10	3:1
9	8,4	7	10	10	10	4:1
10	8,4	8	5	10	10	3:2
11	9,6	8	10	5	10	1:1
12	9,6	9	10	10	5	2:1
13	10,8	9	5	5	5	3:1
14	10,8	10	2	5	5	4:1
15	12	10	5	2	5	3:2
16	12	8	5	5	2	1:1

Для заданной рамы необходимо:

- найти степень статической неопределенности;
- наметить два-три варианта основной системы и выбрать наиболее удобный для расчета;

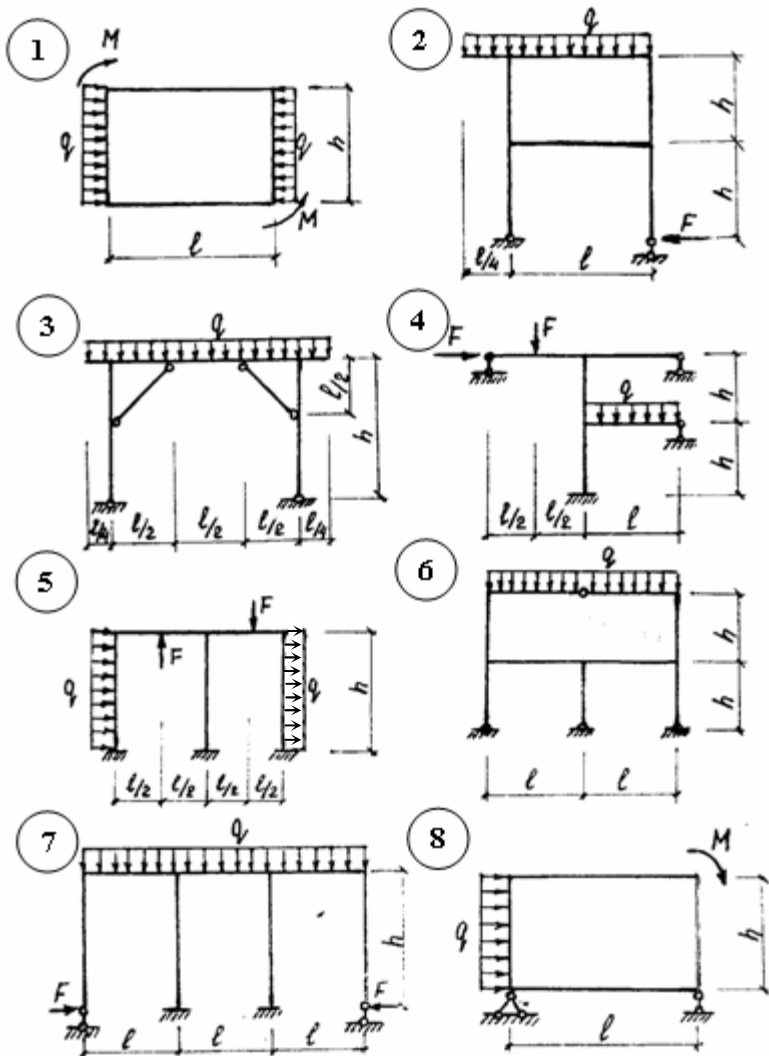


Рис.21

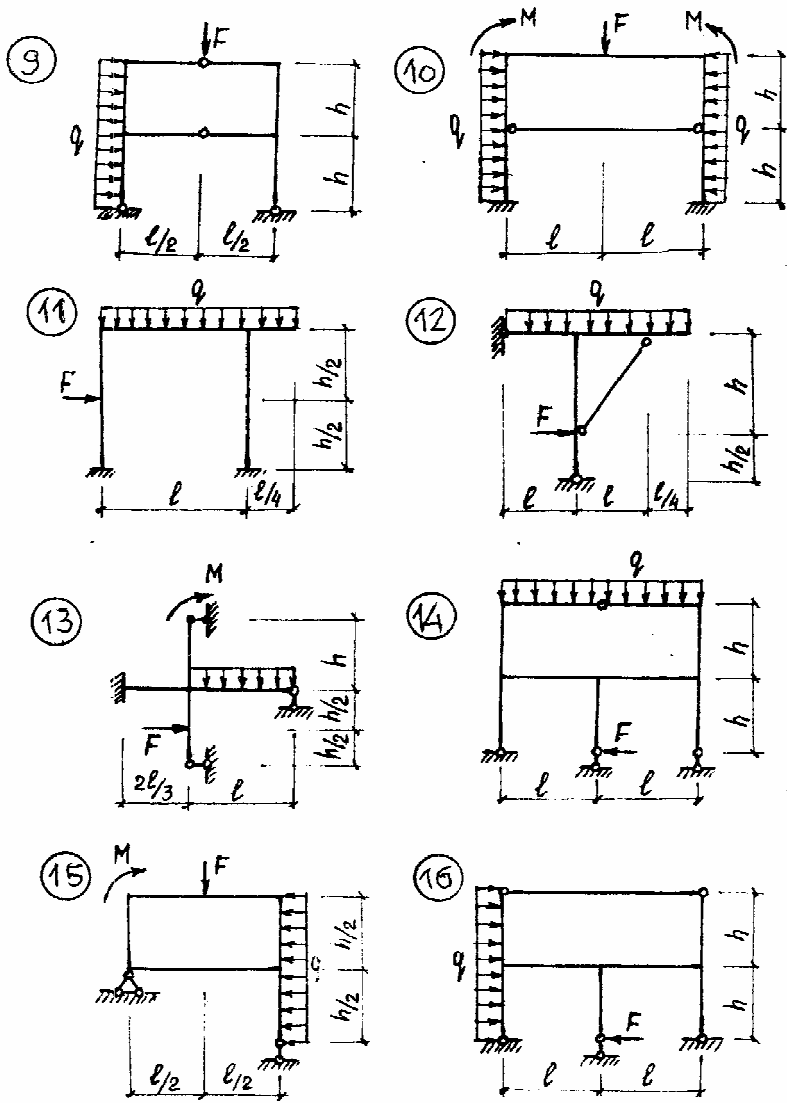


Рис.21 (окончание)

- для симметричных рам учесть возможность сокращения числа лишних неизвестных за счет обращения в ноль некоторых из них и за счет применения групповых неизвестных;
- записать канонические уравнения;
- построить единичные и грузовую эпюры изгибающих моментов в основной системе;
- определить коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверить их;
- решив систему уравнений, найти значения лишних неизвестных, проверив правильность решения подстановкой;
- построить эпюру моментов в заданной раме и выполнить ее статическую и кинематическую проверки;
- построить эпюру поперечных сил;
- построить эпюру продольных сил.

Пример расчета

Рассчитать методом сил раму, приведенную на рис.22, а.

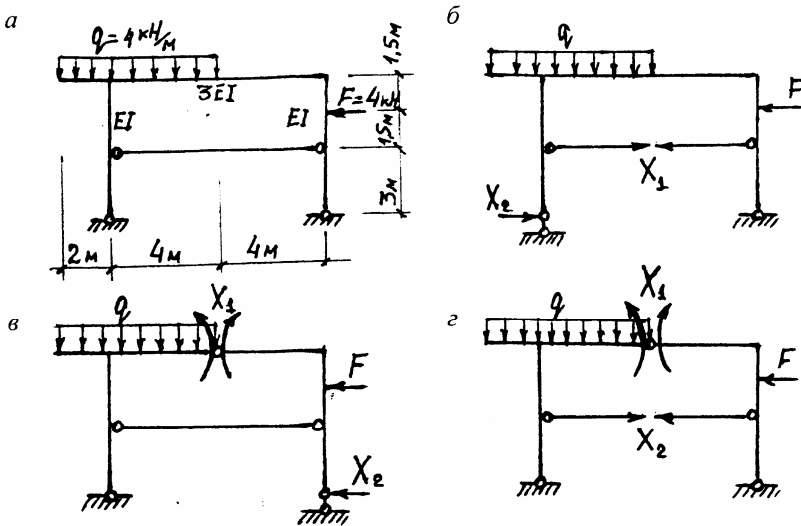


Рис.22

Решение

1. Степень статической неопределимости определяем по формуле (1):

$$n = 3K - Ш + C_o - 3 = 3 \cdot 1 - 2 + 4 - 3 = 2.$$

Рама дважды статически неопределима.

2. Выбор основной системы. Намечаем три различных варианта устранения двух ($n = 2$) лишних связей (рис.22, б, в, г). По сравнению с вариантами в и г рама на рис.22, б не содержит замкнутого контура, поэтому она удобнее для расчета. Так как рама не имеет симметрии, сокращение числа неизвестных для нее невозможно.

3. Канонические уравнения для $n = 2$ запишутся так:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1f} = 0,$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2f} = 0.$$

4. Построение эпюр изгибающих моментов в основной системе. Единичные (\bar{M}_1, \bar{M}_2) и грузовая (M_f) эпюры моментов в основной системе соответственно от действия $X_1 = 1, X_2 = 1$ и нагрузки приведены на рис.23. Здесь же приведена суммарная единичная эпюра $\bar{M}_s = \bar{M}_1 + \bar{M}_2$.

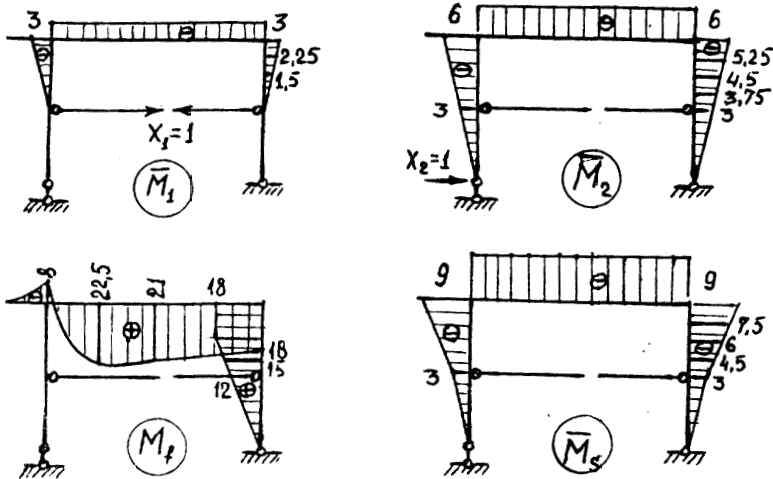


Рис.23

5. Определение коэффициентов и свободных членов канонических уравнений выполняем методом Мора, перемножая эпюры моментов в основной системе по правилу Верещагина и по формуле Симпсона (в квадратных скобках после обозначения перемещения условно показаны эпюры, перемножаемые для вычисления данного перемещения):

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= [\bar{M}_1 \times \bar{M}_1] = \frac{1}{EI} \frac{3 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 2 + \frac{1}{3EI} 3 \cdot 8 \cdot 3 = \frac{42}{EI}, \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= [\bar{M}_1 \times \bar{M}_2] = \\ &= \frac{1}{EI} \frac{3 \cdot 3}{2} \left(\frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 3 \right) \cdot 2 + \frac{1}{3EI} 3 \cdot 8 \cdot 6 = \frac{93}{EI}, \\ \delta_{22} &= [\bar{M}_2 \times \bar{M}_2] = \frac{1}{EI} \frac{6 \cdot 6}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot 2 + \frac{1}{3EI} 6 \cdot 8 \cdot 6 = \frac{240}{EI}, \\ \Delta_{1f} &= [\bar{M}_1 \times M_f] = -\frac{1}{EI} \frac{1,5 \cdot 1,5}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 18 + \frac{1}{3} \cdot 12 \right) - \\ &\quad - \frac{1}{EI} \frac{3 + 1,5}{2} \cdot 1,5 \cdot 18 - \frac{1}{3EI} \frac{21 + 18}{2} \cdot 4 \cdot 3 + \\ &\quad + \frac{1}{3EI} \frac{4}{6} (3 \cdot 8 - 4 \cdot 3 \cdot 22,5 - 21 \cdot 3) = -\frac{225,42}{EI}, \\ \Delta_{2f} &= -\frac{1}{EI} \frac{18 \cdot 4,5}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4,5 - \frac{1}{EI} \frac{6 + 4,5}{2} \cdot 1,5 \cdot 18 - \\ &\quad - \frac{1}{3EI} \frac{21 + 18}{2} \cdot 4 \cdot 6 + \frac{1}{3EI} \frac{4}{6} (6 \cdot 8 - 4 \cdot 6 \cdot 22,5 - 21 \cdot 6) = -\frac{556,58}{EI}. \end{aligned}$$

6. Проверка правильности вычисления коэффициентов и свободных членов канонических уравнений.

Построчная проверка единичных перемещений.

$$\begin{aligned} \delta_{1s} &= [\bar{M}_1 \times \bar{M}_s] = \frac{1}{EI} \frac{3 \cdot 3}{2} \left(\frac{2}{3} \cdot 9 + \frac{1}{3} \cdot 3 \right) \cdot 2 + \frac{1}{3EI} 3 \cdot 8 \cdot 9 = \frac{135}{EI}, \\ \delta_{11} + \delta_{12} &= \frac{42}{EI} + \frac{93}{EI} = \frac{135}{EI}. \end{aligned}$$

Коэффициенты первого уравнения определены правильно.

$$\delta_{2s} = [\bar{M}_2 \times \bar{M}_s] = \frac{1}{EI} \frac{3 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 2 +$$

$$\frac{1}{EI} \frac{3}{6} (3 \cdot 3 + 4 \cdot 6 \cdot 4,5 + 9 \cdot 6) \cdot 2 + \frac{1}{3EI} 6 \cdot 8 \cdot 9 = \frac{333}{EI},$$

$$\delta_{21} + \delta_{22} = \frac{93}{EI} + \frac{240}{EI} = \frac{333}{EI}.$$

Коэффициенты второго уравнения определены правильно.
Проверка грузовых перемещений.

$$\delta_{sf} = [\bar{M}_s \times M_f] = -\frac{1}{EI} \frac{12 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 -$$

$$-\frac{1}{EI} \frac{1,5}{6} (12 \cdot 3 + 4 \cdot 15 \cdot 4,5 + 18 \cdot 6) - \frac{1}{EI} \frac{9+6}{2} \cdot 1,5 \cdot 18 -$$

$$-\frac{1}{3EI} \frac{21+18}{2} \cdot 4 \cdot 9 + \frac{1}{3EI} (8 \cdot 9 - 4 \cdot 22,5 \cdot 9 - 21 \cdot 9) = -\frac{782}{EI},$$

$$\Delta_{1f} + \Delta_{2f} = -\frac{225,42}{EI} - \frac{556,58}{EI} = -\frac{782}{EI}.$$

Свободные члены определены правильно.

7. Решение системы уравнений.

$$\begin{cases} \frac{42}{EI} \cdot X_1 + \frac{93}{EI} \cdot X_2 - \frac{225,42}{EI} = 0, \\ \frac{93}{EI} \cdot X_1 + \frac{240}{EI} \cdot X_2 - \frac{556,48}{EI} = 0, \Rightarrow X_2 = -0,3785 \cdot X_1 + 2,319; \end{cases}$$

$$42 \cdot X_1 + 93(-0,3785 \cdot X_1 + 2,319) - 225,42 = 0,$$

$$6,8 \cdot X_1 - 9,15 = 0; \quad X_1 = 1,346; \quad X_2 = 1,81.$$

Проверяем решение системы:

$$42 \cdot 1,346 + 93 \cdot 1,81 - 225,42 = 224,86 - 225,42 = -0,56 \approx 0,$$

$$93 \cdot 1,346 + 240 \cdot 1,81 - 556,58 = 559,58 - 556,58 = 3 \approx 0.$$

8. Построение эпюры изгибающих моментов в заданной раме.

Строим исправленные эпюры моментов $M_1 = \bar{M}_1 \cdot X_1$ и $M_2 = \bar{M}_2 \cdot X_2$ (рис.24, а). Затем, суммируя исправленные эпюры и

эпюру M_f , получаем окончательную эпюру изгибающих моментов

$$M = M_1 + M_2 + M_f \text{ (рис.24, б).}$$

9. Проверка эпюры моментов:

статическая: узлы рамы (рис.24, в) находятся в равновесии под действием моментов;

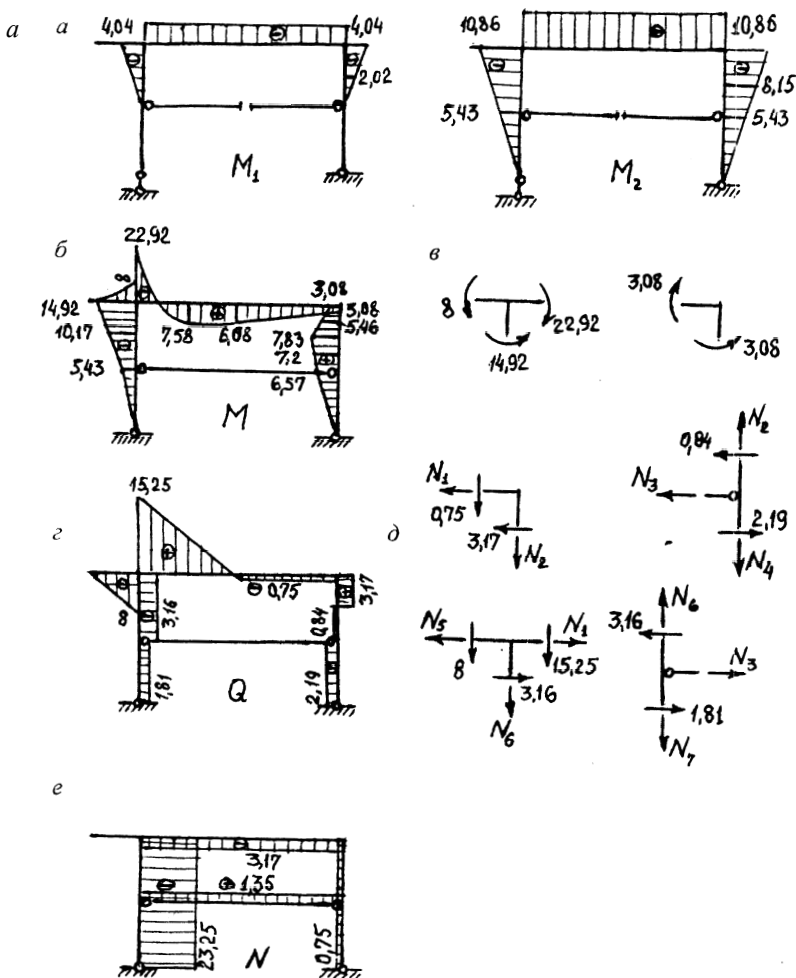


Рис.24

кинематическая: перемножаем эпюры \bar{M}_s и M

$$\begin{aligned} \Delta_s &= [\bar{M}_s \times M] = \frac{1}{EI} \frac{5,43 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + \\ &+ \frac{1}{EI} \cdot \frac{3}{6} (5,43 \cdot 3 + 4 \cdot 10,17 \cdot 6 + 14,92 \cdot 9) + \\ &+ \frac{1}{3EI} \cdot \frac{4}{6} (22,92 \cdot 9 - 4 \cdot 7,58 \cdot 9 - 6,08 \cdot 9) - \frac{1}{3EI} \frac{6,08 + 3,08}{2} \cdot 4 \cdot 9 - \\ &- \frac{1}{EI} \frac{1,5}{6} (3,08 \cdot 9 + 4 \cdot 5,46 \cdot 7,5 + 7,83 \cdot 6) - \\ &- \frac{1}{EI} \frac{1,5}{6} (7,83 \cdot 6 + 4 \cdot 7,2 \cdot 4,5 + 6,57 \cdot 3) - \frac{1}{EI} \frac{6,57 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = \\ &= \frac{1}{EI} (16,29 + 197,32 - 26,96 - 54,96 - 59,62 - 49,07 - 19,71) = \\ &= \frac{1}{EI} (213,61 - 210,32) = \frac{3,29}{EI}. \end{aligned}$$

Относительная погрешность составляет

$$\varepsilon = \frac{3,29}{210,32} \cdot 100 = 1,6\% < 3\%.$$

10. Построение эпюры поперечных сил. Поперечные силы на участках рамы:

консоль: $Q_{лев} = 0$, $Q_{пр} = -q \cdot 2 = -4 \cdot 2 = -8 \text{ кН}$;

левая стойка: верх $Q = \frac{-14,92 + 5,43}{3} = -3,16 \text{ кН}$,

низ $Q = \frac{-5,43 - 0}{3} = -1,81 \text{ кН}$;

правая стойка: верх $Q_в = \frac{7,83 - 3,08}{1,5} = 3,17 \text{ кН}$,

$Q_н = \frac{6,57 - 7,83}{1,5} = -0,84 \text{ кН}$,

$$\text{низ } Q = \frac{0 - 6,57}{3} = -2,19 \text{ кН};$$

ригель:

левая половина:

$$Q_{\text{лев}} = \frac{6,08 + 22,92}{4} \pm \frac{4 \cdot 4}{2} = 7,25 \pm 8 = \begin{cases} 15,25 \text{ кН}, \\ -0,75 \text{ кН}, \end{cases}$$

$$\text{правая половина: } Q = \frac{3,08 - 6,08}{4} = -0,75 \text{ кН}.$$

По полученным значениям на рис.24, з построена эпюра Q .

11. Построение эпюры продольных сил. Продольные силы находим из равновесия узлов (рис.24, д).

$$\begin{aligned} N_1 &= -3,17 \text{ кН}, \quad N_2 = -0,75 \text{ кН}, \quad N_4 = N_2 = -0,75 \text{ кН}, \\ N_3 &= -0,844 + 2,19 = 1,35 \text{ кН}, \quad N_5 = N_1 + 3,16 = -0,01 \text{ кН} \approx 0, \\ N_6 &= -8 - 15,25 = -23,25 \text{ кН}, \quad N_7 = N_6 = -23,25 \text{ кН}. \end{aligned}$$

По полученным данным строим эпюру N (рис.24, е).