

3. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ ФЕРМ

Усилия в статически неопределимых фермах, как правило, определяют методом сил. Последовательность расчета такая же, как и для рам.

1. *Степень статической неопределимости* для ферм удобно вычислять по формуле:

$$n = C + C_o - 2U, \quad (12)$$

где C - количество стержней фермы, C_o - количество опорных связей, U - количество узлов.

2. *Выбор основной системы* отличается от рам лишь вариантами удаления лишних связей. Внешние связи отбрасываются как в раме, а внутренние – только рассечением стержней. При этом рассечение стержня удаляет одну связь.

Для симметричных ферм удобно выбирать симметричную основную систему. Как и в рамах могут быть применены приемы разложения нагрузки на симметричную и кососимметричную, а также группировка неизвестных (см. например, рис.5).

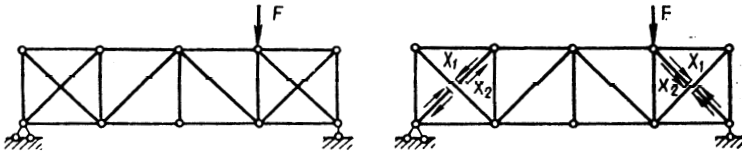


Рис.5

3. *Канонические уравнения* имеют такой же вид (2), как и для рам.

4. *Коэффициенты и свободные члены канонических уравнений* – единичные и грузовые перемещения – определяются по методу Мора:

$$\delta_{ik} = \sum \frac{\bar{N}_i \bar{N}_k l}{EA}; \quad (13)$$

$$\Delta_{if} = \sum \frac{\bar{N}_i N_f l}{EA}.$$

Как правило, для стержней задают не абсолютные значения их жесткостей, а их соотношения, поэтому пользуются масштабированными величинами перемещений:

$$EA_o \delta_{ik} = \sum \bar{N}_i \bar{N}_k \frac{A_o l}{A};$$

$$EA_o \Delta_{if} = \sum \bar{N}_i N_f \frac{A_o l}{A}.$$
(14)

где EA_o - жесткость какого-либо стержня или группы стержней, принимаемая за основную.

5. *Решение системы уравнений.*

6. *Определение усилий в стержнях заданной фермы* выполняют с использованием принципа независимости действия сил:

$$N = N_f + \bar{N}_1 X_1 + \bar{N}_2 X_2 + \dots + \bar{N}_n X_n.$$
(15)

7. *Проверка правильности вычислений* (кинематическая):

$$\Delta_i = \sum \frac{\bar{N}_i N l}{EA} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$
(16)

или при заданных отношениях жесткостей:

$$EA_o \Delta_i = \sum \bar{N}_i N \frac{A_o l}{A} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$
(17)

Расчет фермы методом сил, как правило, выполняют в табличной форме (см. пример выполнения расчетно-графической работы № 2).

Вопросы для самопроверки

1. Как найти степень статической неопределимости фермы?
2. Как отбрасывают лишние связи в ферме?
3. Почему лишний стержень необходимо разрезать, а не отбросить?

4. Каковы особенности определения коэффициентов и свободных членов канонических уравнений для ферм в отличие от рам?
5. Как определяют усилия в заданной ферме при найденных значениях лишних неизвестных?
6. Как выполняется проверка расчета статически неопределимой фермы?

4. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ АРОК

Для расчета статически неопределимых – двухшарнирной и бесшарнирной арок применяют метод сил.

4.1. Двухшарнирная арка

Двухшарнирная (рис.6, а) арка один раз статически неопределима. Основную систему для нее обычно выбирают, отбрасывая горизонтальную опорную связь (рис.6, б) и заменяя ее лишним неизвестным – распором X_1 .

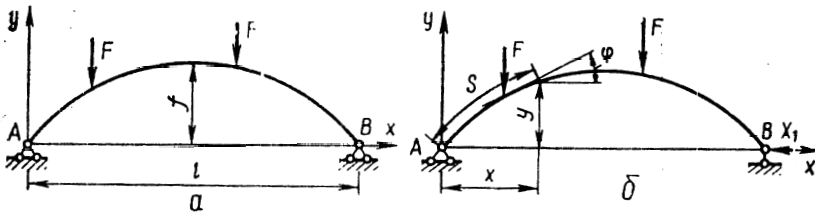


Рис.6

Единичные усилия:

$$\bar{M}_1 = -y, \quad \bar{Q}_1 = -\sin \varphi, \quad \bar{N}_1 = -\cos \varphi. \quad (18)$$

При вычислении перемещений в арках в общем случае нельзя пренебрегать поперечными и продольными деформациями, поэтому единичное и грузовое перемещения вычисляют по полной формуле Мора:

$$\begin{aligned}\delta_{II} &= \int \frac{\bar{M}_I \bar{M}_I ds}{EI} + \int \frac{\bar{N}_I \bar{N}_I ds}{EA} + \int \mu \frac{\bar{Q}_I \bar{Q}_I ds}{GA}, \\ \Delta_{If} &= \int \frac{\bar{M}_I M_f ds}{EI} + \int \frac{\bar{N}_I N_f ds}{EA} + \int \mu \frac{\bar{Q}_I Q_f ds}{GA},\end{aligned}\quad (19)$$

где s - координата точки арки, отсчитанная вдоль ее криволинейной оси.

Как правило, закон изменения моментов инерции сечения арки задают в виде соотношения I_o/I , где I_o - момент инерции сечения в замке. Тогда с учетом (18) получаем следующие выражения для перемещений

$$\begin{aligned}EI_o \delta_{II} &= \int y^2 \frac{I_o}{I} ds + \int \cos^2 \varphi \frac{I_o}{A} ds + \int \mu \sin^2 \varphi \frac{EI_o}{GA} ds, \\ EI_o \Delta_{If} &= - \int y M_f \frac{I_o}{I} ds - \int N_f \cos \varphi \frac{I_o}{A} ds - \\ &\quad - \int \mu Q_f \sin \varphi \frac{EI_o}{GA} ds.\end{aligned}\quad (19, a)$$

Аналитическое вычисление интегралов в (19, а) является трудоемкой, а иногда и неразрешимой задачей, поэтому интегрирование заменяют суммированием. Для этого арку разбивают на достаточно малые участки Δs и находят значения всех величин на границах участков. Далее применяют формулу прямоугольников численного интегрирования:

$$\begin{aligned}EI_o \delta_{II} &= \sum y^2 \frac{I_o}{I} \Delta s + \sum \cos^2 \varphi \frac{I_o}{A} \Delta s + \\ &\quad + \sum \mu \sin^2 \varphi \frac{EI_o}{GA} \Delta s, \\ EI \Delta_{If} &= - \sum y M_f \frac{I_o}{I} \Delta s - \sum N_f \cos \varphi \frac{I_o}{A} \Delta s - \\ &\quad - \sum \mu Q_f \sin \varphi \frac{EI_o}{GA} \Delta s.\end{aligned}\quad (19, б)$$

Интегрирование в формулах (19), (19, а) и суммирование в (19, б) удобно выполнять не по криволинейной координате s , а вдоль x . Для этого в перечисленных формулах необходимо заменить соответственно $ds = \frac{dx}{\cos \varphi}$ и $\Delta s = \frac{\Delta x}{\cos \varphi}$.

Расчет по формулам (19, б) удобно выполнять в табличной форме.

После подстановки перемещений δ_{II} и Δ_{If} в канонические уравнения получаем распор $X_I = -\Delta_{If} / \delta_{II}$. Дальше усилия легко получить с помощью принципа независимости действия сил:

$$\begin{aligned} M &= M_f + \bar{M}_I X_I = M_f - y X_I, \\ Q &= Q_f + \bar{Q}_I X_I = Q_f - X_I \sin \varphi, \\ N &= N_f + \bar{N}_I X_I = N_f - X_I \cos \varphi. \end{aligned} \quad (20)$$

При вертикальной нагрузке усилия в основной системе выражаются через балочные усилия:

$$M_f = M^o, \quad Q_f = Q^o \cos \varphi, \quad N_f = -Q^o \sin \varphi. \quad (21)$$

Как показывают расчеты, при вертикальной нагрузке грузовые перемещения мало зависят от поперечных и продольных сил и этими силами при вычислении Δ_{If} можно пренебречь. Для пологих

$\left(\frac{f}{l} < \frac{1}{3}\right)$ гибких $\left(\frac{h}{l} < \frac{1}{10}\right)$ арок при вычислении δ_{II} можно пренебречь поперечными силами, а при $\frac{f}{l} > \frac{1}{5}$ - и продольными.

Для пологих арок $\left(\frac{f}{l} < \frac{1}{4}\right)$ можно при вычислении перемещений принимать $ds \approx dx$.

Кинематическая проверка выполняется соответственно тем вы-

ражениям, по которым вычислялись перемещения, например, при использовании формулами (19, а):

$$-\int yM \frac{I_o}{I} ds - \int N \cos \varphi \frac{I_o}{F} ds - \int \mu Q \sin \varphi \frac{EI_o}{GA} ds = 0. \quad (22)$$

При расчете арки с затяжкой основную систему принимают, разрезая затяжку. Усилие X_1 в ней является лишним неизвестным. Тогда при вычислении δ_{11} необходимо учесть удлинение затяжки добавкой величины $\frac{l_3}{EA_3}$ в первой формуле (19) и соответствующих величин $-\frac{l_3 EI_o}{EA_3}$ в (19, а) и (19, б). От заданной нагрузки разрезанная затяжка не деформируется, поэтому выражения Δ_{1f} не изменяются. Деформацию затяжки необходимо учитывать и при проверке расчета. Например, в (22) при этом добавляется слагаемое $\frac{l_3 EI_o}{EA_3} X_1$.

4.2. Понятие о расчете бесшарнирной арки

Бесшарнирная арка (рис.7, а) трижды статически неопределима. Для ее расчета удобно применить способ упругого центра. Если в основной системе (рис.7, б) начало координат поместить в упругий центр и ось Y направить вниз, получаем следующие единичные усилия:

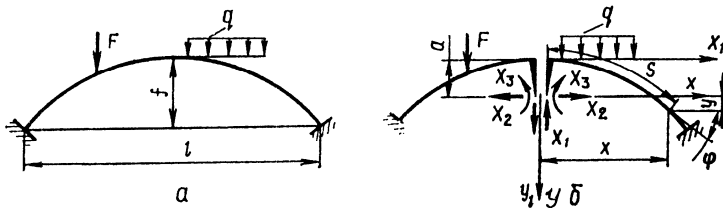


Рис.7

$$\begin{aligned}
\bar{M}_1 &= x, \quad \bar{Q}_1 = \cos \varphi, \quad \bar{N}_1 = \sin \varphi, \\
\bar{M}_2 &= y, \quad \bar{Q}_2 = \sin \varphi, \quad \bar{N}_2 = -\cos \varphi, \\
\bar{M}_3 &= 1, \quad \bar{Q}_3 = 0, \quad \bar{N}_3 = 0.
\end{aligned} \tag{23}$$

Длина жестких консолей определяется исходя из упругой интерпретации

$$a = \frac{S_{x_1}}{A} = \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} y_1 \frac{I_o}{I} ds}{\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{I_o}{I} ds}. \tag{24}$$

Теперь канонические уравнения принимают вид

$$\begin{aligned}
\delta_{11} X_1 + \Delta_{1f} &= 0, \\
\delta_{22} X_2 + \Delta_{2f} &= 0, \\
\delta_{33} X_3 + \Delta_{3f} &= 0.
\end{aligned} \tag{25}$$

Единичные и грузовые перемещения находят по формуле Мора.

С учетом соотношения I_o/I и усилий (23) их можно представить в таком виде:

$$\begin{aligned}
EI_o \delta_{11} &= \int x^2 \frac{I_o}{I} ds + \int \sin^2 \varphi \frac{I_o}{A} ds + \int \mu \cos^2 \varphi \frac{EI_o}{GA} ds \\
EI_o \delta_{22} &= \int y^2 \frac{I_o}{I} ds + \int \cos^2 \varphi \frac{I_o}{A} ds + \int \mu \sin^2 \varphi \frac{EI_o}{GA} ds, \\
EI_o \delta_{33} &= \int \frac{I_o}{I} ds, \\
EI_o \Delta_{1f} &= \int x M_f \frac{I_o}{I} ds + \int N_f \sin \varphi \frac{I_o}{A} ds +
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
& + \int \mu Q_f \cos \varphi \frac{EI_o}{GA} ds, \\
EI_o \Delta_{2f} &= \int y M_f \frac{I_o}{I} ds - \int N_f \cos \varphi \frac{I_o}{A} ds + \\
& + \int \mu Q_f \sin \varphi \frac{EI_o}{GA} ds, \\
EI_o \Delta_{3f} &= \int M_f \frac{I_o}{I} ds.
\end{aligned} \tag{26}$$

Как и в двухшарнирных арках, интегрирование в формулах (26), как правило, заменяют суммированием. При этом $ds = \frac{dx}{\cos \varphi}$, а

$$\Delta s = \frac{\Delta x}{\cos \varphi}.$$

После определения значений лишних неизвестных определяют внутренние усилия

$$\begin{aligned}
M &= M_f + x \overline{M}_1 + y X_2 + X_3, \\
Q &= Q_f X_1 \cos \varphi + X_2 \sin \varphi, \\
N &= N_f X_1 \sin \varphi - X_2 \cos \varphi.
\end{aligned} \tag{27}$$

Так же, как и в двухшарнирных арках, вычисление перемещений можно упростить. В частности, для пологих $\left(\frac{f}{l} < \frac{1}{3}\right)$ и гибких $\left(\frac{h}{l} < \frac{1}{10}\right)$ арок поперечными силами можно пренебречь. Продольные силы наиболее ощутимо сказываются на величине перемещения δ_{22} . Здесь ими можно пренебречь лишь при $\frac{1}{5} < \frac{f}{l} < \frac{1}{3}$.

Особенный подход к решению вопроса об учете продольных сил в перемещениях для арки, ось которой совпадает с рациональной

осью трехшарнирной арки. Как известно, в такой трехшарнирной арке изгибающие моменты и поперечные силы отсутствуют. Та же картина будет наблюдаться и в бесшарнирной арке, если не учесть действие продольных сил. В действительности же продольные силы вызовут обжатие оси арки и отклонение ее от рациональной оси, в результате чего в сечениях арки появятся изгибающие моменты. Учет обжатия обычно осуществляется в виде добавок усилий X_2 и моментов по отношению к безмоментному состоянию арки, соответствующему состоянию трехшарнирной арки.

Для пологих арок при вычислении перемещений вместо элемента ds можно принимать его горизонтальную проекцию dx .

Вопросы для самопроверки

1. Назовите типы статически неопределимых арок.
2. Какая основная система удобна для расчета двухшарнирной арки?
3. Как вычисляют перемещения в двухшарнирных арках? Когда можно пренебречь влиянием на перемещения продольных и поперечных сил?
4. Как определяют усилия в двухшарнирной арке при известном распоре?
5. Каковы особенности расчета двухшарнирной арки с затяжкой?
6. В какой из арок – с затяжкой или без – изгибающие моменты будут меньше?
7. Какую основную систему принимают при расчете бесшарнирной арки?
8. Как определяется положение упругого центра?
9. Как определяют перемещения в основной системе при расчете бесшарнирной арки?
10. Что такое упругое обжатие?
11. Когда необходимо учитывать упругое обжатие и почему?

5. МЕТОД ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

5.1. Основные допущения. Число неизвестных

Метод перемещений наиболее просто применяется для расчета статически неопределимых рам, состоящих из прямых стержней по-

стоянной жесткости. При этом вводят следующие допущения:

- продольными и поперечными деформациями стержней при определении перемещений пренебрегают;
- изменения расстояний между концами стержней за счет искривления их осей не принимают во внимание.

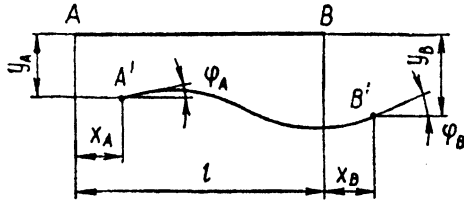


Рис.8

Напряженно-деформированное состояние отдельного стержня (рис.8) полностью определяется смещениями $x_A, x_B, u_A, u_B, \varphi_A,$

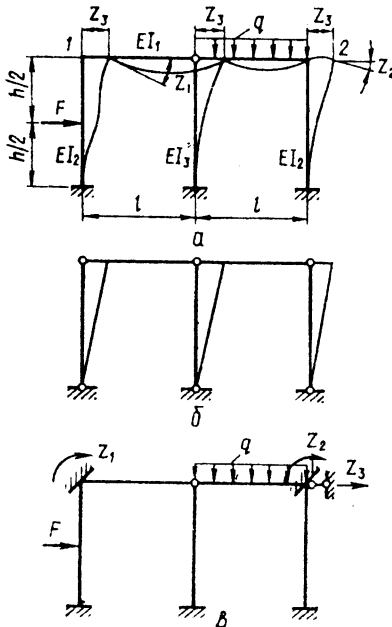


Рис.9

φ_B его концов. При жестком соединении стержней в узле рамы их концы поворачиваются совместно, поэтому здесь достаточно знать поворот любого из них, т.е. поворот узла. При шарнирном соединении стержней повороты их концов различны, однако они являются избыточными данными для определения усилий. При задании линейных смещений следует помнить о том, что в силу принятых допущений расстояние между концами стержней при всех деформациях остается неизменным. Поэтому, например, в раме на рис.9, а горизонтальные смещения всех узлов ригеля будут одинаковыми. С учетом изложенного выше в раме на рис.9, а для определения напряженно-деформированного состояния необходи-

мо задать повороты Z_1 и Z_2 узлов 1 и 2 и общее для всех узлов ригеля горизонтальное смещение Z_3 . Эти смещения и принимаются в качестве неизвестных метода перемещений. Таким образом, число неизвестных определяется суммой

$$n = n_y + n_l, \quad (28)$$

где n_y - число угловых перемещений узлов, равное количеству жестких узлов рамы, n_l - число линейных смещений узлов.

При определении числа линейных смещений примем во внимание, что изгиб стержней не меняет расстояние между его концами. Тогда количество линейных смещений можно определить, заменив жесткие узлы шарнирными (рис.9, б).

Число неизвестных (28) обычно называют *степенью кинематической неопределимости рамы*.

5.2. Порядок расчета

Последовательность расчета методом перемещений проследим на примере рамы (рис.9, а).

1. *Степень кинематической неопределимости* находим по (28).

Как показано выше $n_y = 2$, $n_l = 1$, $n = 2 + 1 = 3$, т.е. рама три раза кинематически неопределима.

2. *Основная система* (рис.9, в) метода перемещений – это кинематически определяемая система, полученная из заданной путем устранения перемещений узлов.

Угловые перемещения устраняются постановкой *плавающих заделок*. Особенностью этих заделок является то, что они препятствуют только повороту узлов, оставляя возможными их линейные смещения. По направлению линейных смещений узлов ставят опорные стержни.

Сообщая введенным связям перемещения Z_1, Z_2, \dots можно получить в основной системе различные, в том числе и заданное, напряженно-деформированные состояния.

3. *Канонические уравнения*. Так как в основной системе сохраняются все заданные связи, то условия совместности деформаций в ней не нарушаются. С другой стороны, в дополнительных связях появляются реакции, отсутствующие в заданной раме. Тогда статической

эквивалентности основной и заданной систем будут соответствовать условия равенства нулю реакций в добавленных связях:

$$R_1 = 0, R_2 = 0, R_3 = 0.$$

Используя, как и в методе сил, принцип суперпозиции, получаем эти условия в канонической форме

$$\begin{aligned} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + r_{13}Z_3 + R_{1f} &= 0, \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + r_{23}Z_3 + R_{2f} &= 0, \\ r_{31}Z_1 + r_{32}Z_2 + r_{33}Z_3 + R_{3f} &= 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Эти уравнения называют *каноническими уравнениями* метода перемещений. Коэффициентами и свободными членами этих уравнений являются реакции в дополнительных связях основной системы: r_{ik} - реакция в i -й связи от единичного смещения k -й связи - единичная реакция, R_{if} - реакция в i -й связи от заданной нагрузки - групповая реакция.

Каждое из канонических уравнений является уравнением равновесия, выражающим условие отсутствия реакции в соответствующей дополнительной связи основной системы.

4. *Эпюры изгибающих моментов в основной системе.* Благодаря введению дополнительных связей основная система рамы оказывается разбита на отдельные стержни, работающие независимо друг от друга как балки с различными закреплениями концов. Результаты расчета таких балок на отдельные простые воздействия при условии $EI = const$ приведены в табл.1.

Используя табл.1, легко построить эпюры $\overline{M}_1, \overline{M}_2, \overline{M}_3$ от единичных смещений связей 1, 2, 3 и эпюру M_f от заданной нагрузки (рис.10, а).

5. *Коэффициенты и свободные члены канонических уравнений* определяют из условий равновесия. Реакции в плавающих заделках находят из равновесия узлов на эпюрах моментов (10, д), реакции в опорных стержнях – из равновесия стержней рамы, удерживаемых от смещения данной опорой (рис.10, в):

$$r_{11} = \frac{3EI_1}{l} + \frac{4EI_2}{h}, \quad r_{12} = 0, \quad r_{13} = -\frac{6EI_2}{h^2}, \quad R_{1f} = \frac{Fh}{8};$$

$$r_{21} = 0, \quad r_{22} = \frac{3EI_1}{l} + \frac{4EI_2}{h}, \quad r_{23} = -\frac{6EI_2}{h^2}, \quad R_{2f} = \frac{ql^2}{8};$$

$$r_{31} = -\frac{6EI_2}{h^2}, \quad r_{32} = -\frac{6EI_2}{h^2}, \quad r_{33} = \frac{24EI_2}{h^3} + \frac{3EI_3}{h^3}, \quad R_{3f} = -\frac{F}{2}.$$

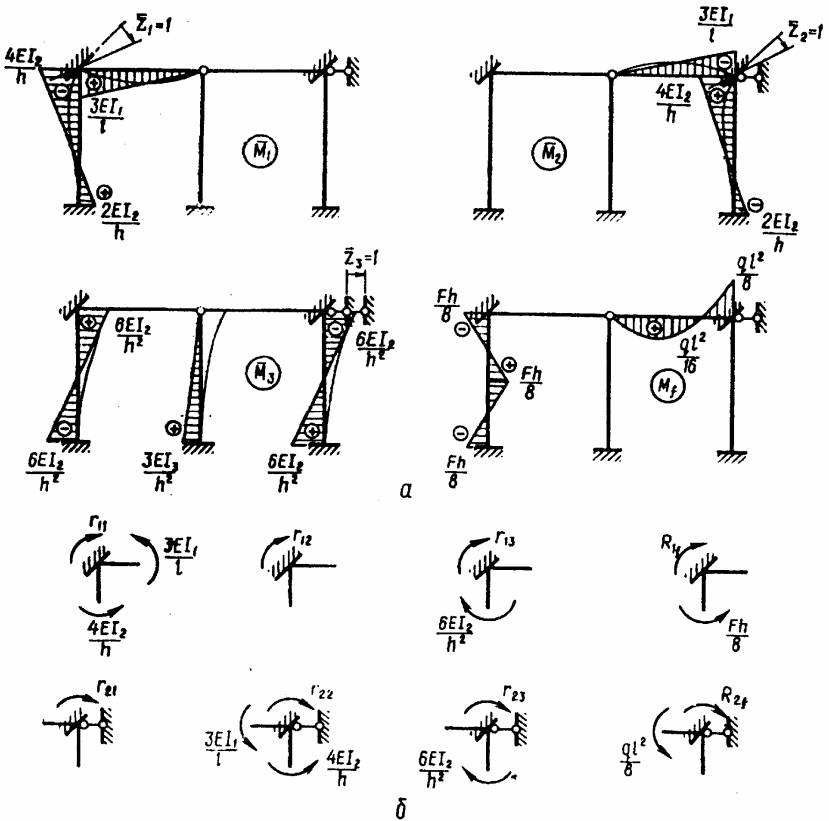


Рис.10

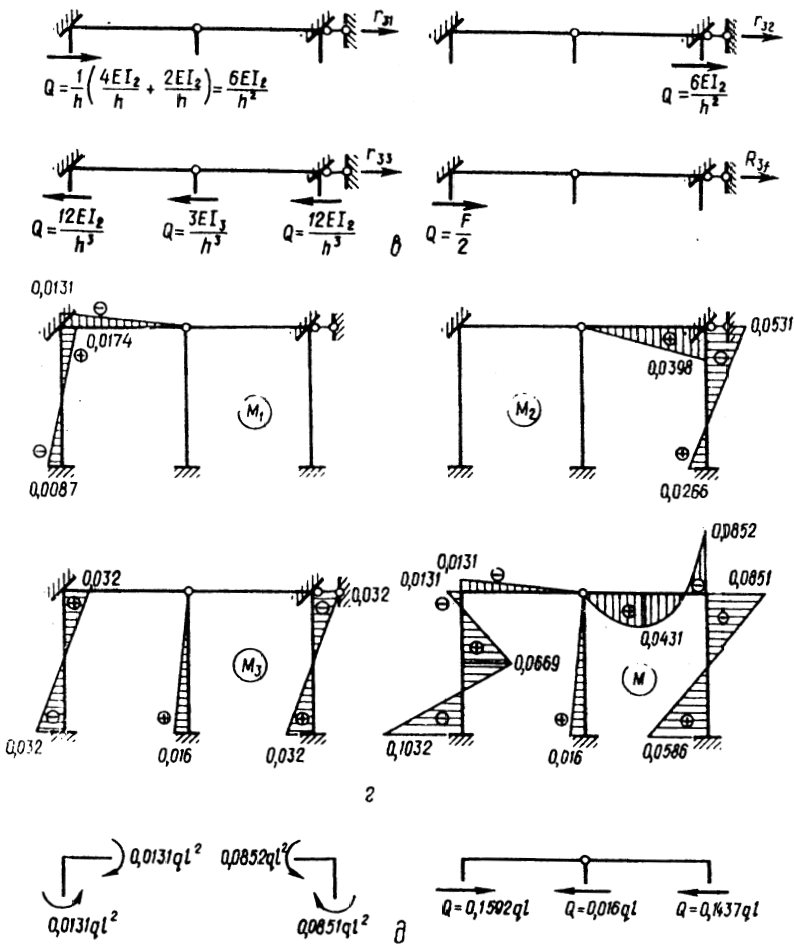
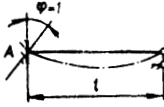
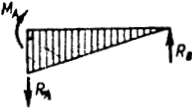




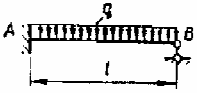

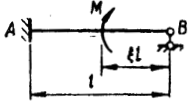



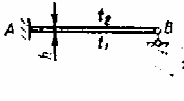

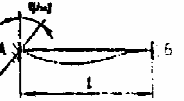



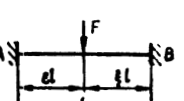
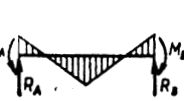
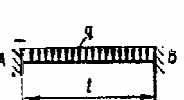
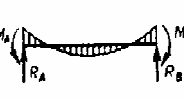
Рис.10 (окончание)

Для проверки нужно убедиться в выполнении теоремы о взаимности реакций. Действительно, $r_{12} = r_{21}$, $r_{13} = r_{31}$, $r_{23} = r_{32}$.

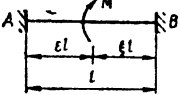

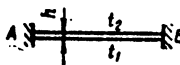

Таблица 1

№ п/п	Схема балки и воздействия на нее	Эпюра изгибающих моментов и реакции	Формулы для определения реакций
1			$M_A = 3EI/l$ $R_A = R_B = 3EI/l^2$
2			$M_A = 3EI/l^2$ $R_A = R_B = 3EI/l^3$
3			$M_A = \frac{Fl}{2} \xi(1 - \xi^2)$ $R_A = \frac{F}{2} \xi(3 - \xi^2)$ $R_B = \frac{F\xi^2}{2}(3 - \xi)$
4			$M_A = ql^2/8$ $R_A = 5ql/8$ $R_B = 3ql/8$
5			$M_A = \frac{M}{2}(1 - 3\xi^2)$ <p>(при $\xi^2 > 1/3$ M_A изменяет направление на противоположное)</p> $R_A = R_B = \frac{3M}{2l}(1 - \xi_2)$

Продолжение табл. 1

№ п/п	Схема балки и воздействия на нее	Эпюра изгибающих моментов и реакции	Формулы для определения реакций
6			$M_A = \frac{3EI\alpha(t_2 - t_1)}{2h}$ $R_A = R_B = \frac{3EI\alpha}{2l} \frac{t_2 - t_1}{h}$
7			$M_A = 2M_B = 4EI/l$ $R_A = R_B = 6EI/l^2$
8			$M_A = M_B = 6EI/l^2$ $R_A = R_B = 12EI/l^3$
9			$M_A = Fl\epsilon\xi^2$ $M_B = Fl\epsilon^2\xi$ $R_A = F\xi^2(1 + 2\epsilon)$ $R_B = F\epsilon^2(1 + 2\xi)$
10			$M_A = M_B = ql^2/12$ $R_A = R_B = ql/2$

Окончание табл. 1

№ п/п	Схема балки и воздействия на нее	Эпюра изгибающих моментов и реакции	Формулы для определения реакций
11			$M_A = M\xi(2 - 3\xi)$ $M_B = M\varepsilon(2 - 3\varepsilon)$ $R_A = R_B = M/l \cdot 6\varepsilon\xi$
12			$M_A = M_B = EI\alpha(t_2 - t_1)/h$

6. Решение системы канонических уравнений. Принимая для рассматриваемой рамы $h = l$, $EI_1 = EI_2 = EI_3 = EI$, $F = \frac{ql}{2}$, получаем

$$r_{11} = \frac{7EI}{l}, r_{13} = -\frac{6EI}{l^2}, R_{1f} = \frac{ql^2}{16}; r_{22} = \frac{7EI}{l},$$

$$r_{23} = -\frac{6EI}{l^2}, R_{2f} = \frac{ql^2}{8}; r_{33} = \frac{27EI}{l^3}, R_{3f} = -\frac{ql}{4}.$$

Подставляем эти реакции в канонические уравнения (29):

$$\frac{7EI}{l}Z_1 - \frac{6EI}{l^2}Z_3 + \frac{ql^2}{16} = 0,$$

$$\frac{7EI}{l}Z_2 - \frac{6EI}{l^2}Z_3 + \frac{ql^2}{8} = 0,$$

$$-\frac{6EI}{l^2}Z_1 - \frac{6EI}{l^2}Z_2 + \frac{27EI}{l^3}Z_3 - \frac{ql}{4} = 0.$$

Решая эти уравнения, получаем

$$Z_1 = -0,00432 \frac{ql^3}{EI}, \quad Z_2 = -0,01328 \frac{ql^3}{EI}, \quad Z_3 = 0,00534 \frac{ql^4}{EI}.$$

7. Построение эпюры моментов в заданной раме выполняется, как и в методе сил, с использованием исправленных эпюр:

$$M = M_f + M_1 + M_2 + M_3,$$

где $M_1 = \bar{M}_1 \cdot Z_1$, $M_2 = \bar{M}_2 \cdot Z_2$, $M_3 = \bar{M}_3 \cdot Z_3$ - исправленные эпюры.

Для рассматриваемой рамы эти эпюры приведены на рис.10, з.

8. *Проверка правильности расчета.* Как правило, при расчете методом перемещений выполняют только статическую проверку, так как кинематические условия выполняются при построении эпюр в основной системе. Количество проверяемых условий равновесия не должно быть меньше числа неизвестных. Удобно для проверки рассматривать те части рамы, которые рассматривались при определении коэффициентов и свободных членов – рис.10, д.

9. *Построение эпюр поперечных и продольных сил* выполняют так же, как и методе сил.

Вопросы для самопроверки

1. Какие допущения принимаются при расчете рам методом перемещений?
2. Что принимается за неизвестные метода перемещений?
3. Как определяется степень кинематической неопределимости рамы?
4. Какая система является кинематически определимой?
5. Как выбирается основная система?
6. Какая заделка называется плавающей? Какая реакция в ней возникает?
7. На какие элементы расчленяется основная система?
8. Как строят эпюры изгибающих моментов в основной системе?
9. Какие условия выражают канонические уравнения метода перемещений?
10. Каков механический смысл величин r_{ik} и R_{if} ?

11. Как определяют коэффициенты и свободные члены канонических уравнений?

12. Какие соотношения существуют между коэффициентами канонических уравнений?

13. Как после определения неизвестных строят эпюры внутренних усилий в заданной системе?

14. Как проверяют правильность расчета методом перемещений?

6. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ РАСЧЕТА РАМ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

6.1. Расчет симметричных рам

При расчете симметричных рам применяют такие упрощающие приемы как группировка неизвестных и разложение нагрузки на симметричную и кососимметричную составляющие.

Применение *групповых неизвестных* покажем на примере (рис.11, а). Данная рама является симметричной несмотря на несимметричные закрепления узлов ригеля. Это объясняется отсутствием линейных смещений всех узлов ригеля.

Поставив в жесткие узлы плавающие заделки, их повороты представим в виде двух групповых перемещений: симметричных Z_1 и кососимметричных - Z_2 (рис.11, б).

Построив в основной системе единичные эпюры моментов (рис.11, в) и эпюру от нагрузки (не приведена на рисунке), переходим к вычислению реакций. При этом необходимо помнить, что реакции, как и перемещения, являются групповыми и представляют собой алгебраическую сумму реакций в связях данной группы. Например, для определения r_{11} необходимо на эпюре \bar{M}_1 вырезать два узла (рис.11, г) так, чтобы $r_{11} = r'_{11} + r''_{11}$. Исходя из этого, симметричная групповая реакция от кососимметричного группового перемещения равна нулю: $r_{12} = 0$ и наоборот: $r_{21} = 0$.

При нагрузках частных видов расчет еще более упрощается. Так, при *симметричной нагрузке кососимметричные перемещения* обращаются в ноль, и наоборот.