

Приложение

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

Целью работ является закрепление навыков расчета статически определимых систем на неподвижную и подвижную нагрузки. Исходные данные выбираются в соответствии с шифром. Шифром являются три последние цифры номера зачетной книжки. Все расчеты выполняются с точностью 3...4-х значащих цифр (независимо от положения запятой, считая слева от первой ненулевой цифры). Каждая работа оформляется на листе формата А2. Вся текстовая информация должна быть приведена четко, все рисунки – в масштабе.

РАБОТА № 1 "РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ"

Задание для работы № 1

Исходные данные для работы выбираются из табл.1 и рис.46 в соответствии с шифром. Нагрузка q для всех схем ферм на рис.46 расположена на правой половине пролета.

Таблица 1

1-я цифра шифра	q , кН/м	2-я цифра шифра	d , м	№ панели, считая слева	3-я цифра шифра	№ схемы на рис.46	h , м
1	2	1	2,5	2	1	1	2,4
2	2,2	2	2,6	3	2	2	2,6
3	2,4	3	2,7	4	3	3	2,8
4	2,6	4	2,8	5	4	4	3
5	2,8	5	2,9	3	5	5	3,2
6	3	6	3	3	6	6	3,4
7	3,2	7	3,1	4	7	7	3,6
8	3,4	8	3,2	5	8	8	3,8
9	3,6	9	3,3	2	9	9	4
0	3,8	0	3,4	3	0	10	4,2

Для заданной фермы необходимо:

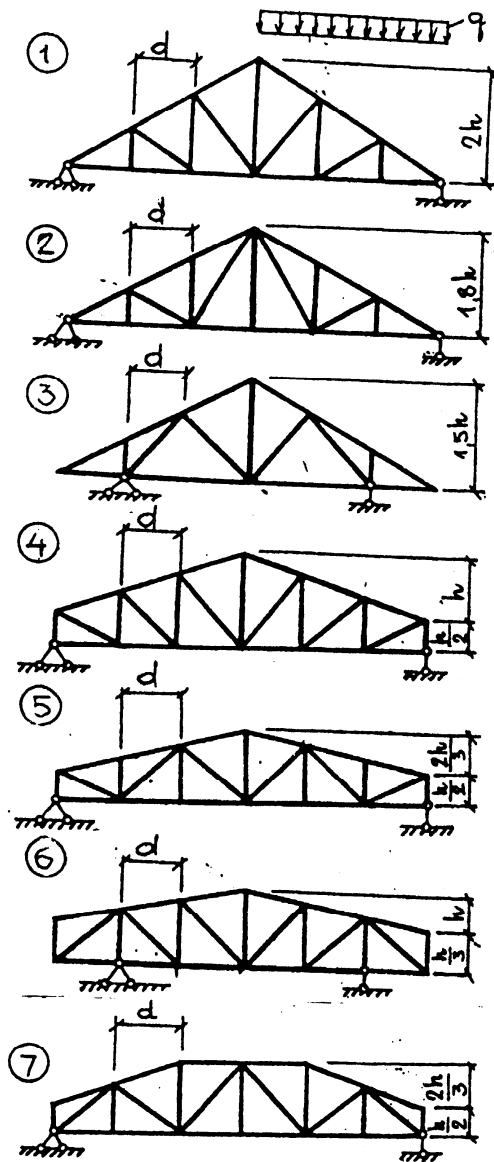
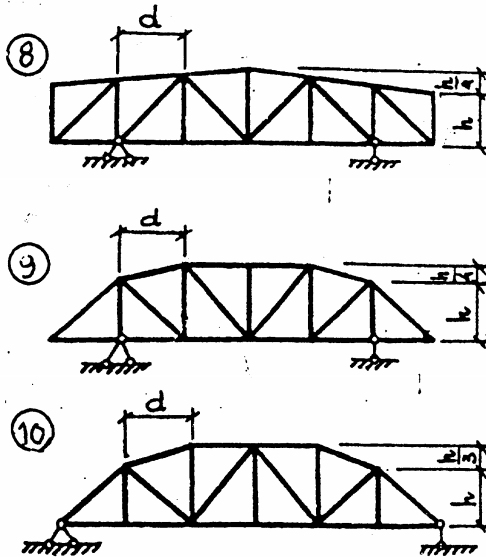


Рис.46



Окончание рис.46

- вычислить усилия в стержнях заданной панели (верхний пояс, нижний пояс, раскос и правая, а если ее нет - левая стойка) от заданной нагрузки методом сечений;
- построить линии влияния усилий в тех же стержнях;
- по линиям влияния вычислить усилия от заданной нагрузки и сравнить их с усилиями, полученными методом сечений;
- найти наибольшее по модулю усилие в раскосе заданной панели от подвижной системы сил, приведенной на рис.47.

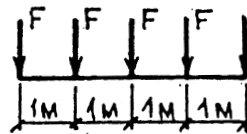


Рис.47

Пример расчета к работе № 1

Определить усилия в стержнях фермы, отмеченных на рис.48, от заданной нагрузки. Построить линии влияния усилий в тех же стержнях. Найти усилия в стержнях от заданной нагрузки и сравнить их с

полученными методом сечений. Определить $|N_2|_{max}$ от подвижной системы сил, приведенной на рис.47.

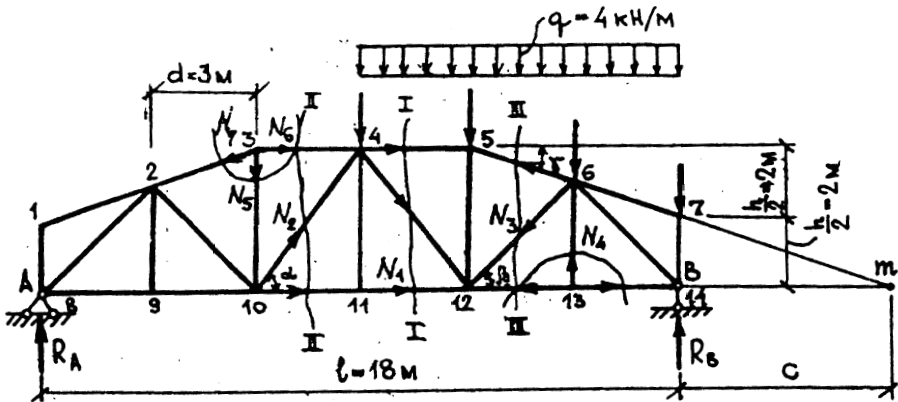


Рис.48

Решение

1. Расчет на заданную неподвижную нагрузку.
Распределим заданную нагрузку q в узлы фермы:

$$F_4 = F_7 = \frac{q \cdot d}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ кН};$$

$$F_5 = F_6 = q \cdot d = 4 \cdot 3 = 12 \text{ кН}.$$

Определим опорные реакции:

$$\sum M_A = R_B \cdot 18 - F_4 \cdot 9 - F_5 \cdot 12 - F_6 \cdot 15 - F_7 \cdot 18 = 0;$$

$$R_B = \frac{6 \cdot 9 + 12 \cdot 12 + 12 \cdot 15 + 6 \cdot 18}{18} = 27 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = F_4 \cdot 9 + F_5 \cdot 6 + F_6 \cdot 3 - R_A \cdot 18 = 0;$$

$$R_A = \frac{6 \cdot 9 + 12 \cdot 6 + 12 \cdot 3}{18} = 9 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum y = R_A + R_B - F_4 - F_5 - F_6 - F_7 = 9 + 27 - 6 - 12 - 12 - 6 = 0.$$

Горизонтальная реакция опоры A равна нулю – ферма балочная.

Вычисляем усилия в стержнях методом сечений.

Выбираем способ определения **усилия N_1** . Для этого, прежде всего, проверяем, можно ли найти это усилие из равновесия узлов 11 или 12 на его концах. В данном случае это невозможно. Поэтому находим сечение I-I, которое разрезает ферму на две части через три стержня. При этом оси разрезанных стержней $4-5$ и $4-12$ пересекаются в точке 4 . Эта точка является моментной точкой для усилия N_1 , и его определение выполняем **способом моментной точки**.

Рассматриваем равновесие левой части фермы, так как здесь меньше сил, чем на правой:

$$\sum M_4 = R_A \cdot 9 - N_1 \cdot 4 = 0; N_1 = \frac{9 \cdot 9}{4} = 20,25 \text{ кН}.$$

Усилие N_2 определяем, проводя сечение II-II. Так как разрезанные стержни $3-4$ и $10-11$ параллельны друг другу, применяем **способ проекций**. Для этого проектируем левые силы (их меньше, чем правых) на ось, перпендикулярную параллельным стержням:

$$\sum y = R_A + N_2 \cdot \sin \alpha = 0.$$

Значение $\sin \alpha$ определяем, рассматривая прямоугольный треугольник с катетами $h = 4 \text{ м}$ и $d = 3 \text{ м}$:

$$\sin \alpha = 4 / \sqrt{4^2 + 3^2} = 0,8.$$

Тогда

$$N_2 = -\frac{9}{0,8} = -11,25 \text{ кН}.$$

Усилие N_3 найдем с помощью сечения III-III. Расположение

моментной точки m - точки пересечения осей разрезанных стержней 5-6 и 12-13, определяем из подобия треугольников:

$$c/2 = (c + 6)/4, \text{ откуда } c = 6 \text{ м.}$$

Теперь, рассматривая правые силы, получим

$$\sum M_m = -N_3 \cdot \sin \beta \cdot 12 - F_6 \cdot 9 - F_7 \cdot 6 + R_B \cdot 6 = 0,$$

где $\sin \beta = 3/\sqrt{3^2 + 3^2} = 0,707$.

$$N_3 = \frac{27 \cdot 6 - 6 \cdot 6 - 12 \cdot 9}{12 \cdot 0,707} = 2,12 \text{ кН.}$$

При определении **усилия N_4** отметим, что в узле 13 два стержня (12-13 и 13-14) лежат на одной прямой. Тогда усилие N_4 можно найти из равновесия этого узла:

$$\sum y = N_4 = 0.$$

Для вычисления **усилия N_5** применим **способ двух сечений**. Сначала воспользуемся сечением II-II и найдем вспомогательное усилие N_6 :

$$\sum M_{10} = R_A \cdot 6 + N_6 \cdot 4 = 0; \quad N_6 = -\frac{9 \cdot 6}{4} = -13,5 \text{ кН.}$$

Далее вырежем узел 3 и рассмотрим его равновесие:

$$\sum x = N_6 - N_7 \cdot \cos \gamma = 0; \quad \cos \gamma = 3/\sqrt{3^2 + 1^2} = 0,949;$$

$$N_7 = -\frac{13,5}{0,949} = -14,22 \text{ кН.}$$

$$\sum y = N_5 + N_7 \cdot \sin \gamma = 0; \quad \sin \gamma = 1 / \sqrt{3^2 + 1^2} = 0,316;$$

$$N_5 = -(-14,22) \cdot 0,316 = 4,49 \text{ кН}.$$

2. Построение линий влияния.

Заметим, что при вычислении усилий методом сечений были применены рациональные способы, позволяющие просто выразить каждое усилие через внешние силы. Выбор таких способов особенно важен при построении линий влияния.

Так как нагрузка на ферму приложена к верхнему поясу, линии влияния строим для езды поверху.

Предварительно построим линии влияния опорных реакций. Так как ферма балочная (реакции при вертикальной нагрузке вертикальны), эти линии влияния соответствуют линиям влияния балочных реакций (рис.49).

Линия влияния N_1 . Рассматриваем сечение I-I, применяем способ моментной точки (точка 4).

Сечение I-I разрезает грузовой пояс на две части: левую (от узла 1 до узла 4) и правую (от узла 5 до узла 7), поэтому отдельно рассматриваем расположение силы $F = I$ на каждой из этих частей.

Сила слева от сечения:

$$\sum M_4 = R_B \cdot 9 - N_1 \cdot 4 = 0, \text{ откуда } N_1 = 2,25 R_B.$$

В соответствии с полученным соотношением линия влияния может быть получена как линия влияния R_B с ординатами, умноженными на 2,25 (рис.49). Соотношение получено при расположении силы только слева от сечения, следовательно, оно действительно только в пределах узлов 1...4. Эта часть линии влияния называется **левой прямой**.

Сила справа от сечения:

$$\sum M_4 = R_A \cdot 9 - N_1 \cdot 4 = 0, \text{ откуда } N_1 = 2,25 R_A.$$

Выполняя построение аналогично предыдущему, получим **правую прямую** линии влияния N_1 в пределах узлов 5...7.

Завершаем построение линии влияния проведением **передаточной прямой**, которая соединяет ординаты левой и правой прямых в

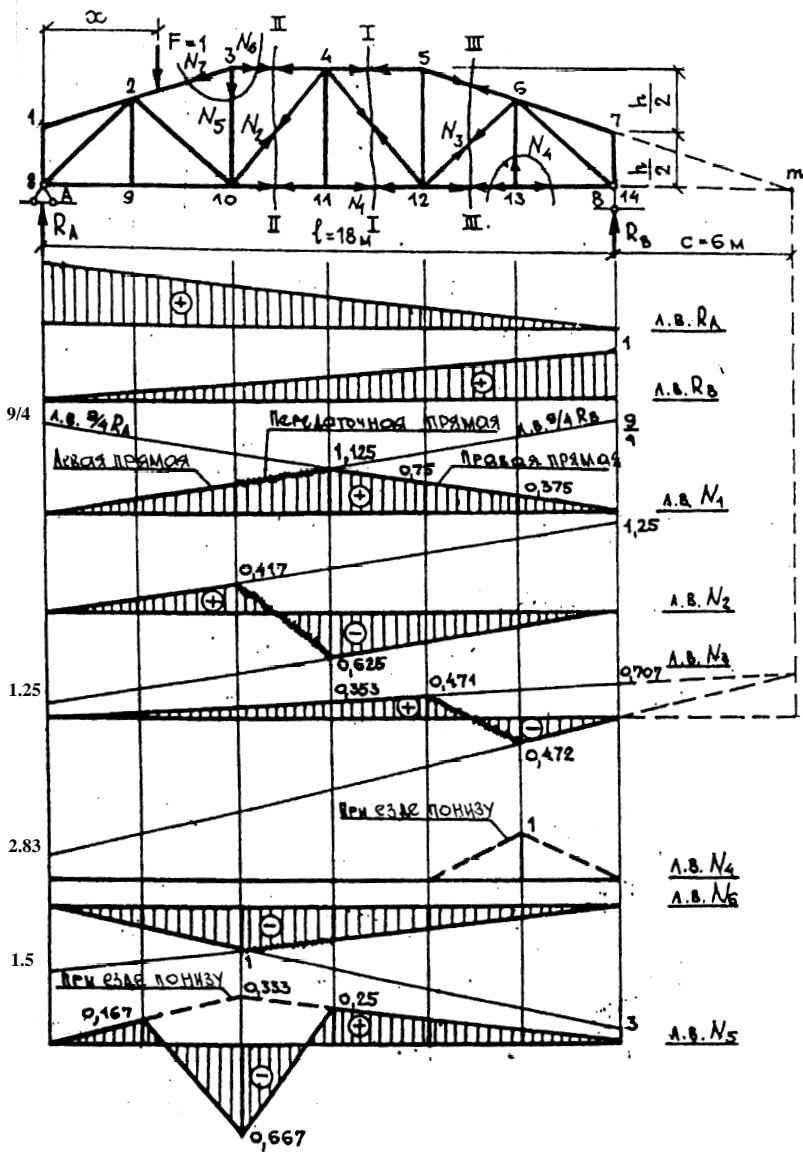


Рис.49

пределах разрезанной панели грузового пояса (между узлами 4 и 5).

Контроль: левая и правая прямые должны пересекаться под моментной точкой (здесь – точка 4).

Линия влияния N_2 . Сечение II-II, способ проекций.

Сила слева от сечения (между узлами 1...3):

$$\sum y = R_B - N_2 \cdot \sin \alpha = 0, \text{ откуда } N_2 = \frac{R_B}{\sin \alpha} = 1,25 R_B.$$

Сила справа от сечения (между узлами 4...7):

$$\sum y = R_A + N_2 \cdot \sin \alpha = 0, \text{ откуда } N_2 = -\frac{R_A}{\sin \alpha} = -1,25 R_A.$$

Передаточная прямая – между узлами 3 и 4.

Контроль: левая и правая прямые при отсутствии моментной точки параллельны друг другу.

Линия влияния N_3 . Сечение III-III, способ моментной точки (точка m).

Сила слева от сечения (между узлами 1...5):

$$\sum M_m = -R_B \cdot 6 + N_3 \cdot \sin \beta \cdot 12 = 0, \text{ откуда}$$
$$N_3 = R_B \frac{6}{0,707 \cdot 12} = 0,707 R_B.$$

Сила справа от сечения (между узлами 6...7):

$$\sum M_m = R_A \cdot 24 + N_3 \cdot \sin \beta \cdot 12 = 0, \text{ откуда}$$
$$N_3 = -R_A \frac{24}{0,707 \cdot 12} = -2,83 R_A.$$

Передаточная прямая – между узлами 5 и 6.

Контроль: левая и правая прямые пересекаются под моментной точкой (точка m).

Линия влияния N_4 . Узел 13.

Сечение, вырезающее узел 13 не пересекает грузовой пояс, поэтому при езде поверху всегда имеет место один случай расположения единичной силы – вне узла 13. В этом случае $N_4 = 0$. Следовательно, линия влияния N_4 - нулевая линия.

Линия влияния N_5 . Усилие N_5 определяется через вспомогательное усилие N_6 , поэтому сначала строим **линию влияния N_6** . Для этого рассмотрим сечение II-II, и применим способ моментной точки (точка 10).

Сила слева от сечения (между узлами 1...3):

$$\sum M_{10} = R_B \cdot 12 + N_6 \cdot 4 = 0, \text{ откуда } N_6 = -3R_B.$$

Сила справа от сечения (между узлами 4...7):

$$\sum M_{10} = R_A \cdot 6 + N_6 \cdot 4 = 0, \text{ откуда } N_6 = -1,5R_A.$$

Передаточная прямая – между узлами 3 и 4.

Контроль: левая и правая прямые пересекаются под моментной точкой (точка 10).

Далее рассматриваем равновесие узла 3.

Сечение, вырезающее узел 3, делит грузовой пояс на три части.

При этом значение усилия N_5 зависит от того, есть или отсутствует сила $F = I$ в узле 3. Поэтому рассматриваем соответствующие два положения силы:

а) сила вне узла 3 (между узлами 1...2 и 4..7):

$$\sum x = N_6 - N_7 \cdot \cos \gamma = 0, \text{ откуда } N_7 = N_6 / \cos \gamma;$$

$$\sum y = N_5 + N_7 \cdot \sin \gamma = 0, \text{ откуда}$$

$$N_5 = -N_7 \cdot \sin \gamma = -N_6 \cdot \operatorname{tg} \gamma; \operatorname{tg} \gamma = 1/3 \text{ и } N_5 = -0,333N_6.$$

В соответствии с полученным соотношением умножаем ординаты линии влияния N_6 на $-0,333$ и выделяем часть, расположенную между узлами 1...2 и 4..7;

б) сила в узле 3:

$$\sum x = 0, \text{ откуда } N_7 = N_6 / \cos \gamma;$$

$$\sum y = N_5 + N_7 \cdot \sin \gamma + F = 0, \text{ откуда } N_5 = -N_7 \cdot \sin \gamma - F$$

или с учетом соотношения между N_7 и N_6

$$N_5 = -N_6 \cdot \operatorname{tg} \gamma - F.$$

Значение $N_6 = -1$ берем на линии влияния N_6 при положении силы в узле 3. Тогда

$$N_5 = -(-1) \cdot 0,333 - 1 = -0,667.$$

Отложив под узлом 3 ординату $-0,667$, проводим передаточные прямые в пределах разрезанных панелей грузового пояса (2...3 и 3...4).

Отметим, что, если грузовым поясом будет нижний пояс фермы (при езде понизу), линии влияния тех усилий, для определения которых сечение пересекает нижний и верхний пояс в разных панелях (в том числе в разных по размерам) или пересекает лишь один пояс (при вырезании узлов), изменятся. Эти изменения появляются за счет того, что пределы расположения силы слева (справа) от сечения или в узле (вне узла) будут для нижнего пояса отличаться от соответствующих пределов для верхнего пояса. Эти отличия обычно показывают на линиях влияния пунктирной линией (см. рис.49).

3. Определение усилий от неподвижной нагрузки по линиям влияния.

Усилия от равномерно распределенной нагрузки определяются умножением интенсивности нагрузки q на площадь линии влияния, расположенную под этой нагрузкой. Площадь при этом берут с учетом знака.

В соответствии с этим получаем:

$$N_1 = 4 \cdot \frac{1,125 \cdot 9}{2} = 20,25 \text{ кН};$$

$$N_2 = 4 \cdot \left(-\frac{0,625 \cdot 9}{2} \right) = -11,25 \text{ кН};$$

$$N_3 = 4 \cdot \left(\frac{0,353 + 0,471}{2} \cdot 3 + \frac{0,471 - 0,472}{2} \cdot 3 - \frac{0,472 \cdot 3}{2} \right) =$$

$$= -2,11 \text{ кН};$$

$$N_4 = 4 \cdot 0 = 0;$$

$$N_5 = 4 \cdot \frac{0,25 \cdot 9}{2} = 4,5 \text{ кН}.$$

Усилия, вычисленные по линиям влияния, с точностью до последнего знака совпадают с найденными методом сечений.

4. Определение наибольшего по модулю усилия $|N_2|_{\max}$ от подвижной системы сил.

Наибольшее усилие возникает при расположении нагрузки над наибольшими ординатами, т.е. в рассматриваемом примере – над отрицательной частью линии влияния (рис.50).

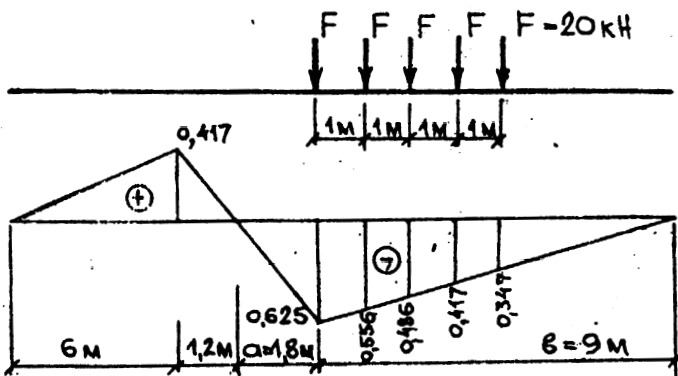


Рис.50

Положение нулевой точки линии влияния определяем из подобия треугольников:

$$a = \frac{3}{0,417 + 0,625} \cdot 0,625 = 1,8 \text{ м}.$$

Так как длина нагрузки не превышает длину отрицательной (треугольной) части линии влияния, воспользуемся правилами загрузки линий влияния треугольного очертания.

Подбираем критическую силу. Пусть ею будет вторая сила. Проверяем выполнение неравенств

$$\frac{\sum_{лев} F + F_{кр}}{a} \geq \frac{\sum F}{b},$$

$$\frac{\sum F}{a} \leq \frac{\sum F + F_{кр}}{b}.$$

При

$$F_{кр} = F_2 = 20 \text{ кН}, \quad \sum_{лев} F = F = 20 \text{ кН}, \quad \sum_{пр} F = 3F = 60 \text{ кН},$$

$$\frac{20 + 20}{1,8} = 22,2 > \frac{60}{9} = 6,7; \quad \frac{20}{1,8} = 11,1 > \frac{60 + 20}{9} = 8,9.$$

Так как второе неравенство не удовлетворяется, принимаем

$$F_{кр} = F_1. \text{ Тогда } \sum_{лев} F = 0; \quad \sum_{пр} F = 4F = 80 \text{ кН},$$

$$\frac{0 + 20}{1,8} = 11,1 > \frac{80}{9} = 8,9; \quad \frac{0}{1,8} = 0 < \frac{80 + 20}{9} = 8,9.$$

Оба неравенства удовлетворяются, следовательно, первая сила действительно критическая. Расположив нагрузку над линией влияния (рис.50) так, чтобы критическая сила находилась над ее вершиной, вычисляем соответствующее усилие:

$$\begin{aligned} |N_2|_{max} &= \left| \sum F_i \cdot y_i \right| = \\ &= 20(0,625 + 0,486 + 0,417 + 0,347) = 48,6 \text{ кН}. \end{aligned}$$