

Рис.6

ки  $A$ :

$$\sum M_A = 0; F \cdot x - R_B \cdot l = 0,$$

откуда

$$R_B = F \frac{x}{l} \text{ или } R_B = \frac{x}{l}. \quad (5)$$

График этой зависимости (рис.6, б) и есть искомая линия влияния  $R_B$ .

Аналогично из условия  $\sum M_B = 0$  получаем

$$R_A = \frac{l-x}{l} \quad (6)$$

и строим линию влияния  $R_A$  (рис.6, в).

Для построения линии влияния изгибающего момента в сечении  $K$  необходимо отдельно определить  $M_K$  при положении единичного груза слева от сечения:

$$M_K = R_B \cdot b = \frac{x}{l} \cdot b$$

и отдельно – справа от сечения:

$$M_K = R_A \cdot a = \frac{l-x}{l} \cdot a.$$

Соответственно на линии влияния (рис.6, з) получаем две прямые – левую и правую.

Аналогично для поперечной силы  $Q_K$  получаем:  
при грузе слева от сечения

$$Q_K = -\frac{x}{l}$$

и при грузе справа –

$$Q_K = \frac{l-x}{l}.$$

Этим зависимостям соответствуют левая и правая прямые на линии влияния  $Q_K$  (рис.6, д).

Линии влияния усилий  $M_L$  и  $Q_L$  в сечении на консоли балки строятся аналогично, но имеют несколько иной вид (рис.6, е, ж).

Особенности расположения частей линий влияния отражены на рис.6.

Обратим внимание на тот факт, что в размерностях ординат линий влияния отсутствуют единицы силы. Это упрощенно можно объяснить тем, что единичный груз также принят не имеющим размерности.

### Вопросы

1. Какая нагрузка называется подвижной?
2. Что называется грузовой линией?
3. Дайте определение линии влияния.
4. Какие методы применяют для построения линий влияния?
5. В чем отличие линии влияния от эпюры?
6. Для каких систем возможно применение линий влияния?
7. В чем сущность построения линий влияния статическим методом?
8. Приведите зависимости опорных реакций простой балки от положения единичного груза?
9. Что такое левая и правая прямые линии влияния?
10. Каковы общие особенности линий влияния опорных реакций?
11. Каковы общие и отличительные особенности расположения левой и правой прямых на линиях влияния изгибающего момента и поперечной силы?
12. Какие особенности линии влияния усилий в сечениях балки на консоли?
13. Каковы размерности ординат линий влияния?

## 5. ЗАГРУЖЕНИЕ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ НЕПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКОЙ

### 5.1. Правила определения усилий от неподвижной нагрузки по линиям влияния

Эти правила являются общими для линий влияния любых факторов в любых сооружениях. При этом необходимо знать лишь расположение нагрузки над линией влияния. Поэтому определение усилий по линиям влияния называют также **загружением линий влияния**.

Рассмотрим правила загрузки линий влияния различными неподвижными нагрузками.

1) Усилие от **сосредоточенной силы**  $F$  определяется как произведение этой силы на расположенную под ней ординату линии влияния

$$S = F \cdot y. \quad (7)$$

Сила  $F$ , направленная вниз, берется со знаком "плюс", ордината  $y$  берется со знаком линии влияния.

2) Усилие от **равномерно распределенной нагрузки**  $q$  равно произведению интенсивности  $q$  нагрузки на расположенную в ее пределах площадь  $\omega$  линии влияния

$$S = q \cdot \omega. \quad (8)$$

При этом площадь  $q$  берется со знаком линии влияния.

3) Усилие от **сосредоточенного момента**  $M$  получают как произведение этого момента на тангенс угла наклона касательной к линии влияния в точке приложения этого момента

$$S = M \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (9)$$

Момент, вращающий по часовой стрелке, считается положительным, а знак угла  $\alpha$  берется по обычным правилам тригонометрии.

4) Усилие от **совокупности нагрузок** определяют на основании принципа независимости действия сил

$$S = \sum_i F_i y_i + \sum_k q_k \omega_k + \sum_j M_j \cdot \operatorname{tg} \alpha_j. \quad (10)$$

### 5.2. Линии влияния при узловой передаче нагрузки

На рис.7., *a* показана система, состоящая из **основной балки** *AB* и опирающихся на нее **второстепенных балок** *0-1, 1-2, ...*. Нагрузка прикладывается к второстепенным балкам и передается на основную через опоры – точки *0, 1, 2, ...*, называемые **узлами**.

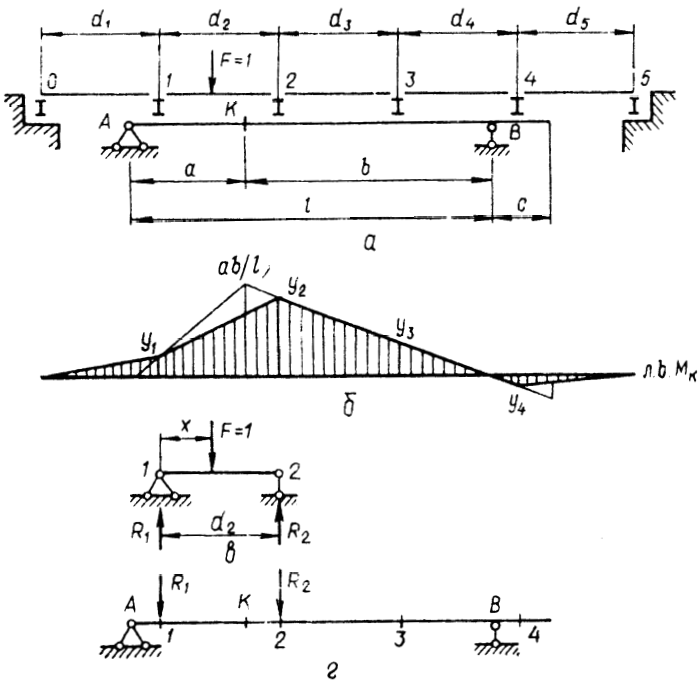


Рис.7

Пусть необходимо построить линию влияния изгибающего момента в сечении *K* основной балки. Для этого сначала построим линию влияния  $M_K$ , не обращая внимания на второстепенные балки (тонкая линия на рис.7, *б* – основная линия влияния). Далее, рассматривая по-

положение нагрузки на одной из второстепенных балок (1-2 на рис.7, в), определим реакции  $R_1$ ,  $R_2$  и загрузим ими основную балку (рис.7, г) и, соответственно, основную линию влияния. Тогда

$$M_K = R_1 \cdot y_1 + R_2 \cdot y_2.$$

Анализируя полученное выражение, получаем правило: линии влияния в пределах второстепенной балки есть отрезок прямой, проходящей через ординаты основной линии влияния под смежными узлами.

С учетом этого правила на рис.7, б получена линия влияния  $M_K$  при узловой передаче нагрузки (жирная линия).

### Вопросы

1. Что означает термин "загружение линии влияния"?
2. Как определяется по линии влияния усилие от неподвижной сосредоточенной силы, распределенной нагрузки, сосредоточенного момента и в общем случае нагружения?
3. Для каких конструкций имеет место узловая передача нагрузки?
4. Какой вид имеет линия влияния в пределах каждой второстепенной балки?
5. В каком порядке строится линия влияния усилия в основной конструкции при наличии узловой передачи нагрузки?

## 6. ЗАГРУЖЕНИЕ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКОЙ

### 6.1. Цель расчета. Загружение подвижной сосредоточенной силой

Целью расчета на подвижную нагрузку является определение наибольшего и наименьшего усилия. Положение нагрузки, соответствующее такому усилию, называют **невыгодным** или **опасным**.

Правила определения наибольшего и наименьшего усилий одинаковы, поэтому достаточно рассмотреть лишь один из этих случаев.

Наиболее просто получается решение при нагружении одной подвижной силой. При произвольном положении силы имеем

$$S(x) = F \cdot y(x).$$

Тогда наибольшему усилию  $S_{max}$  соответствует положение силы над наибольшей ординатой линии влияния  $S$  :

$$S_{max} = F \cdot y_{max}. \quad (11)$$

## 6.2. Загрузка линии влияния ломаного очертания подвижной системой сил

**Подвижной системой** называют ряд сил, при перемещении которых их величины, направления и взаимное расположение остаются постоянными.

Рассматривая перемещение подвижной системы над линией влияния ломаного очертания (рис.8) последовательно на равные величины  $\Delta x$ , получают выражение для приращения усилия на каждом шаге:

$$\Delta S = \Delta x \sum_{i=1}^n F_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i. \quad (12)$$

Из этого выражения следует, что  $\Delta S$  может измениться только (при изменении  $\alpha_i$ , т.е. при переходе хотя бы одной из сил через одну из вершин линии влияния.

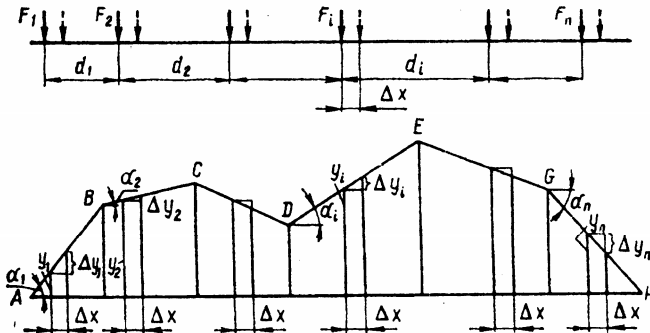


Рис.8

Так как при переходе через максимум  $\Delta S$  должно поменять свой знак, можно сделать вывод о том, что наибольшему усилию должно соответствовать положение хотя бы одной из сил над одной из вершин линии влияния. Эта вершина и эта сила называются **критическими**.

### 6.3. Загружение подвижной системой сил линии влияния треугольного очертания

Применяя формулу (12), составляем величину приращения  $\Delta S$  при движении нагрузки слева к опасному положению и далее вправо от опасного положения (рис.9) и учитываем, что в первом случае приращение  $\Delta S$  должно быть положительным, а во втором – отрицательным. Таким образом, приходим к двум неравенствам

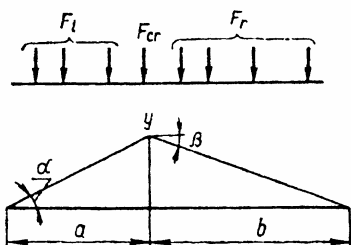


Рис.9

$$\frac{\sum F_{лев} + F_{кр}}{a} \geq \frac{\sum F_{пр}}{b}, \quad (13)$$

$$\frac{\sum F_{лев}}{a} \leq \frac{\sum F + F_{кр}}{b}.$$

Эти неравенства позволяют путем подбора найти критическую силу и, далее, соответствующее значение  $S_{max}$ .

#### Вопросы

1. Что является целью расчета на подвижную нагрузку?
2. Какое положение нагрузки называют невыгодным или опасным?
3. Как определяется наибольшее усилие от одной подвижной силы?
4. Что такое подвижная система сил?
5. Что такое критическая сила?
6. Как найти наибольшее усилие от подвижной системы сил, если линия влияния имеет ломаное очертание?

7. Как определяется критическая сила, если линия влияния имеет треугольное очертание?

8. Как определить наибольшее усилие, если известна критическая сила?

## 7. ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ УСИЛИЙ В ФЕРМАХ

### 7.1. Особенности расчета ферм на подвижную нагрузку.

#### Линии влияния реакций

При построении линий влияния в фермах следует иметь в виду наличие узловой передачи нагрузки.

Опорные реакции в балочной ферме выражаются, как и в балке, зависимостями (5), (6) и их линии влияния имеют такой же вид, как и в балке (рис.6, б, в).

### 7.2. Линии влияния усилий в стержнях

При построении линий влияния усилий в стержнях ферм особенно важно выбрать наиболее простой способ определения усилия.

Покажем построение линии влияния усилия  $N_I$  в ферме, приведенной на рис.10, а.

Проведя сечение I-I, рассмотрим положение единичного груза слева от сечения. Тогда

$$\sum M_{K_I} = 0; R_B \cdot 5d - N_I \cdot h = 0 \text{ и } N_I = R_B \cdot \frac{5d}{h} = \frac{x}{l} \cdot \frac{5d}{h}.$$

Учитывая узловую передачу нагрузки, получаем левую прямую (рис.10, б) до разрезанной панели грузового пояса ( $0 \leq x \leq 2d$ ).

Аналогично при грузе справа от сечения ( $3d \leq x \leq 8d$ )

$$\sum M_{K_I} = 0; -R_A \cdot 3d + N_I \cdot h = 0 \text{ и } N_I = R_A \cdot \frac{3d}{h} = \frac{l-x}{l} \cdot \frac{3d}{h}.$$

Этому выражению соответствует правая прямая на рис.10, б.



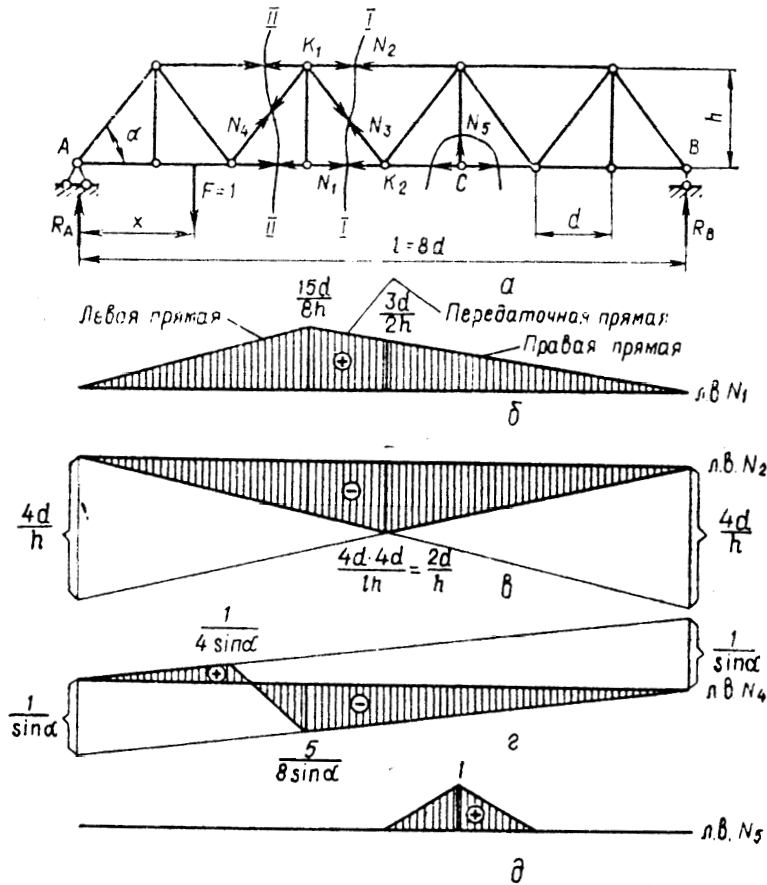


Рис.10

Заканчивая построение, соединяем левую и правую прямые передаточной прямой.

Отметим, что левая и правая прямые при продолжении пересекаются под моментной точкой  $K_1$ . Это свойство можно использовать для упрощения построения линии влияния.

Так, для усилия  $N_2$  при положении единичного груза слева от сечения I-I получаем

$$\sum M_{K_2} = 0; R_B \cdot 4d + N_2 \cdot h = 0, \quad N_2 = -\frac{4d}{h} R_B.$$

Умножая ординаты линии влияния  $R_B$  на  $-\frac{4d}{h}$ , получаем левую прямую (рис.10, в). Правая прямая может быть проведена из условия, что она пересекается с левой прямой под моментной точкой  $K_2$ .

Для построения линий влияния  $N_1$  и  $N_2$  можно также воспользоваться соотношениями (1) и (2).

Усилие  $N_4$  в раскосе определяется способом проекций. Воспользовавшись соотношением (4), получаем его линию влияния как линию влияния  $Q_{II}^0$ , взятую с множителем  $-\frac{I}{\sin \alpha}$  (рис.10, з). Разумеется, эта линия влияния в пределах разрезанной сечением II-II панели имеет передаточную прямую.

Отметим, что при этом левая и правая прямые линии влияния  $N_4$  параллельны.

Для определения усилия  $N_5$  рационально вырезать узел С. Если единичный груз находится в этом узле, то  $N_5 = F = I$  и, если нет,  $N_5 = 0$ . С учетом узловой передачи нагрузки получаем линию влияния  $N_5$  (рис.10, д).

### Вопросы

1. Какой вид имеют линии влияния опорных реакций в балочной ферме?
2. Как построить линию влияния усилия в стержне фермы в общем случае?
3. Как расположены относительно друг друга части линии влияния, если усилие определяется способом моментной точки? способом проекций?
4. Как построить линию влияния усилия, имея выражение, связывающее его с другим усилием (опорной реакцией, балочным усилием)?