

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ХАРЬКОВСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ  
ГОРОДСКОГО ХОЗЯЙСТВА**

**Л.Н.Шутенко, В.П.Пустовойтов, Н.А.Засядько**

**СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**  
**Краткий курс**

**РАЗДЕЛ 1**  
**СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ**  
**СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ**

(для студентов строительных специальностей)

**Харьков – ХГАГХ - 2003**

**Шутенко Л.Н., Пустовойтов В.П., Засядько Н.А.** Строительная механика: Краткий курс / Раздел 1. Статически определимые стержневые системы (для студентов строительных специальностей). – Харьков: ХГАГХ, 2003 – 90 с.

Рецензент: проф., д.т.н. Г.А.Молодченко

В пособии изложены методы расчета статически определимых стержневых систем на неподвижную и подвижную нагрузки, а также определение перемещений от нагрузки, температурных воздействий и осадки опор. Приведены задания на расчетно-графические работы и примеры их выполнения.

Пособие предназначено для студентов строительных специальностей и филиалов академии.

Рекомендовано кафедрой строительной механики,  
протокол № 5 от 29.05.03 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Введение . . . . .	6
Вопросы . . . . .	8
1. Методы расчета на неподвижную нагрузку . . . . .	10
1.1. Метод сечений . . . . .	10
1.2. Кинематический метод . . . . .	10
1.3. Метод замены связей . . . . .	11
Вопросы . . . . .	11
2. Плоские фермы . . . . .	11
2.1. Определение. Конструкция. Особенности работы . . . . .	11
2.2. Определение усилий в стержнях фермы методом сечений	12
2.3. Способ вырезания узлов . . . . .	12
Вопросы . . . . .	13
3. Распределение усилий в стержнях балочной фермы. Способы определения усилий . . . . .	14
3.1. Распределение усилий в стержнях балочной фермы. Способ моментной точки и способ проекций . . . . .	14
3.2. Способ двух сечений . . . . .	16
3.3. Способ замкнутого сечения . . . . .	17
Вопросы . . . . .	18
4. Общая теория линий влияния. Линии влияния в однопролетной балке . . . . .	18
4.1. Основные понятия . . . . .	18
4.2. Линии влияния реакций и усилий в однопролетной балке	18
Вопросы . . . . .	20
5. Загружение линий влияния неподвижной нагрузкой . . . . .	21
5.1. Правила определения усилий от неподвижной нагрузки по линиям влияния . . . . .	21
5.2. Линии влияния при узловой передаче нагрузки . . . . .	22
Вопросы . . . . .	23
6. Загружение линий влияния подвижной нагрузкой . . . . .	23
6.1. Цель расчета. Загружение подвижной сосредоточенной силой . . . . .	23
6.2. Загружение линии влияния ломаного очертания подвижной системой сил . . . . .	24
6.3. Загружение подвижной системой сил линии влияния треугольного очертания . . . . .	25
Вопросы . . . . .	25
7. Линии влияния усилий в фермах . . . . .	26

	Стр.
7.1. Особенности расчета ферм на подвижную нагрузку. Линии влияния реакций . . . . .	26
7.2. Линии влияния усилий в стержнях . . . . .	26
Вопросы . . . . .	28
8. Шпренгельные фермы . . . . .	29
8.1. Образование шпренгельной фермы . . . . .	29
8.2. Расчет на неподвижную нагрузку . . . . .	30
8.3. Линии влияния усилий . . . . .	30
Вопросы . . . . .	30
9. Распорные системы. Расчет трехшарнирной арки на вертикальную нагрузку . . . . .	32
9.1. Определения . . . . .	32
9.2. Трехшарнирные арки. Расчет на вертикальную нагрузку	32
Вопросы . . . . .	36
10. Линии влияния в трехшарнирной арке . . . . .	37
Вопросы . . . . .	39
11. Трехшарнирные рамы. Арочные фермы . . . . .	41
11.1. Расчет трехшарнирных рам . . . . .	41
11.2. Трехшарнирные арочные фермы . . . . .	42
Вопросы . . . . .	44
12. Комбинированные, висячие и вантовые системы . . . . .	45
12.1. Комбинированные и висячие системы . . . . .	45
12.2. Понятие о расчете вантовых систем . . . . .	46
Вопросы . . . . .	48
13. Пространственные стержневые системы . . . . .	48
13.1. Основные определения. Кинематический анализ . . . . .	48
13.2. Расчет пространственных рам . . . . .	49
Вопросы . . . . .	51
14. Пространственные фермы . . . . .	51
Вопросы . . . . .	53
15. Общие теоремы об упругих системах . . . . .	53
15.1. Принцип возможных перемещений для упругих систем	53
15.2. Работа внешних сил . . . . .	54
15.3. Работа внутренних сил . . . . .	55
15.4. Теоремы о взаимности . . . . .	56
Вопросы . . . . .	57
16. Определение перемещений от нагрузки методом Мора . . . . .	58
16.1. Формула Мора для определения перемещений . . . . .	58
16.2. Техника определения перемещений в изгибаемых системах . . . . .	60

Вопросы . . . . .	Стр. 61
17. Определение перемещений от осадки опор и от температурных воздействий. Понятие о линиях влияния перемещений . . . . .	61
17.1. Перемещения от осадки опор . . . . .	61
17.2. Перемещения от температурных воздействий . . . . .	62
17.3. Понятие о линиях влияния перемещений . . . . .	64
Вопросы . . . . .	64
Приложение. Расчетно-графические работы . . . . .	66
Работа № 1 "Расчет статически определимой фермы" . . . . .	66
Работа № 2 "Расчет трехшарнирной арки" . . . . .	79
Список литературы	89

# ВВЕДЕНИЕ

## Предмет строительной механики

**Строительная механика** является одной из дисциплин, входящих в комплекс наук, изучающих методы расчета сооружений на прочность, жесткость, устойчивость.

Если сопротивление материалов изучает работу отдельного стержня, то строительная механика занимается расчетом сооружений, состоящих в основном из систем связанных между собой таких тел.

**Допущения**, принимаемые в строительной механике, совпадают с допущениями сопротивления материалов: упругость, сплошность, однородность материала; линейная деформируемость системы; малость перемещений.

Линейная деформируемость системы предполагает наличие линейной связи между нагрузками и перемещениями. Для линейно деформируемых систем применим принцип суперпозиции (принцип независимости действия сил), на основании которого результат действия суммы сил равен сумме результатов действия каждой отдельной силы.

Допущение о малости перемещений заключается в том, что перемещения точек сооружения считаются малыми по сравнению с размерами составляющих его тел, а относительные деформации - малыми по сравнению с единицей. На основании этого допущения принимают, что изменение геометрии осей сооружения за счет его деформации не сказывается на распределении усилий, и усилия вычисляются по недеформированной расчетной схеме.

## Расчетная схема и ее элементы

Реальное сооружение в строительной механике заменяется **расчетной схемой** – упрощенной, идеализированной схемой, отражающей основные свойства сооружения.

Элементами расчетной схемы являются тела (стержни, массивные тела, пластинки, оболочки), соединения тел (жесткие, шарнирные), опоры (шарнирно подвижная, шарнирно неподвижная, защемляющаяся неподвижная опора), нагрузки (сосредоточенные и распределенные, постоянные и временные, подвижные и неподвижные, статические и динамические).

## Понятие о геометрической неизменяемости

Геометрически неизменяемым называется сооружение, отдельные точки которого могут перемещаться только за счет деформаций его элементов. В геометрически изменяемом сооружении перемещения возможны даже при условии абсолютной жесткости элементов. На этом основывается **кинематический метод** проверки геометрической неизменяемости. Прежде всего, по формуле Чебышева

$$W = 3D - 2Ш - C_o \quad (1a)$$

определяется **число степеней свободы** сооружения как системы абсолютно жестких тел (дисков).

Здесь:  $D$  - число дисков - геометрически неизменяемых частей (стержней, систем стержней и т.д.);

$Ш$  - число простых (соединяющих по два стержня) шарниров, сложные шарниры учитываются кратным числом простых шарниров;

$C_o$  - число опорных связей.

При  $W > 0$  система геометрически изменяема. Условие  $W \leq 0$  является необходимым, но недостаточным условием геометрической неизменяемости. В этом случае еще необходима проверка геометрической структуры сооружения, т.к. связи могут распределяться в соединениях дисков количественно неправильно (в одних соединениях их может быть больше, чем необходимо, а в других – меньше).

Способы геометрически неизменяемого соединения дисков приведены на рис. 1а.

Иногда при правильном количественном распределении связей нарушается условие их расположения, например, когда диск присоединяется тремя стержнями, оси которых параллельны или пересекаются в одной точке. В этом случае система будет **мгновенно изменяемой**.

Изменяемые системы могут находиться в равновесии только при особых видах нагружения, поэтому в сооружениях они не применяются.

Число степеней свободы связано с понятием статической определимости. Если геометрически неизменяемая система имеет  $W = 0$ , то она статически определима, т.е. все усилия в ней можно найти из условий равновесия. При  $W < 0$  система статически неопределима и имеет  $n = -W$  лишних связей.

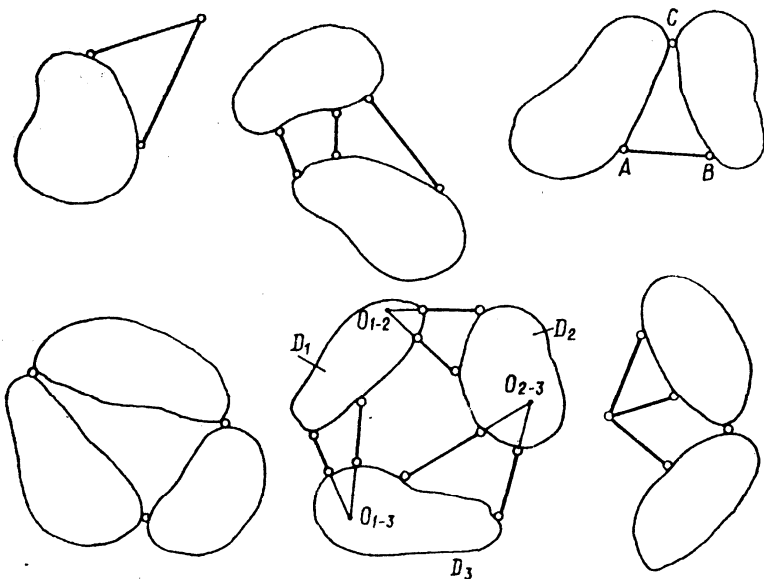


Рис. 1а

**Статический метод** проверки геометрической неизменяемости основан на том, что усилия в системе, находящейся в равновесии, всегда конечны по величине и определяются однозначно.

### Вопросы

1. Что такое строительная механика и в чем ее отличие от сопротивления материалов?
2. Что такое расчетная схема сооружения?
3. Из каких тел может быть составлено сооружение?
4. Какие имеются виды соединений элементов сооружения?
5. Что такое простой и сложный шарниры?
6. Назовите виды опор плоских сооружений. Каковы их статические и кинематические свойства?
7. Приведите классификацию нагрузок.
8. Что называют числом степеней свободы сооружения?



9. Почему при проверке геометрической неизменяемости стержни, составляющие сооружение, можно считать абсолютно жесткими?
10. Как геометрическая неизменяемость сооружения зависит от числа степеней свободы?
11. Какая система называется статически определимой?
12. Как статическая определимость сооружения связана с числом степеней свободы?
13. Почему для проверки геометрической неизменяемости при  $W \leq 0$  необходимо выполнять анализ геометрической структуры?
14. Перечислите основные способы геометрически неизменяемого соединения частей сооружения (дисков).
15. Какие системы называют мгновенно изменяемыми?
16. Каковы признаки мгновенной изменяемости?
17. Каковы статические признаки геометрической неизменяемости?
18. Какие допущения о свойствах материала принимают в строительной механике?
19. Что такое линейно-деформируемая система?
20. Что означает расчет сооружения по недеформированной схеме?

# 1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА НА НЕПОДВИЖНУЮ НАГРУЗКУ

## 1.1. Метод сечений

Порядок применения метода:

- система разрезается на две части;
- одна из частей отбрасывается, ее действие на оставшуюся часть заменяется внутренними усилиями;
- составляются уравнения равновесия оставшейся части под действием внешних сил и внутренних усилий;
- решением уравнений равновесия находят искомые внутренние усилия.

В зависимости от формы сечения и расположения неизвестных усилий различают такие основные способы применения метода сечений:

- **способ вырезания узлов**, когда линии действия всех сил пересекаются в одной точке. Решение получают из двух уравнений, выражающих условия равенства нулю сумм проекций этих сил на две оси;
- **способ моментной точки**, когда все неизвестные усилия, кроме одного, пересекаются в одной точке. Тогда условие равенства нулю суммы моментов сил относительно этой – **моментной** - точки дает уравнение для определения усилия, которое не проходит через моментную точку;
- **способ проекций**, когда все неизвестные усилия, кроме одного, параллельны друг другу. Тогда условие равенства нулю суммы проекций сил на ось, перпендикулярную к параллельным усилиям, дает уравнение для определения того усилия, которое непараллельно остальным.

**1.2. Кинематический метод** основан на применении принципа возможных перемещений.

**Принцип возможных перемещений** заключается в том, что для системы, находящейся в равновесии, сумма работ всех ее сил на бесконечно малых возможных перемещениях равна нулю.

Возможными называют такие перемещения, которым не препятствуют наложенные на систему связи.

Если удалить связь и заменить ее усилием, действующим в ней, то система остается в равновесии. Тогда, сообщив полученному механизму малые возможные перемещения, составляем условие равенства

нулю суммы работ действующих на нее сил. Решение этого уравнения дает выражение для усилия в отброшенной связи, выраженное через отношения перемещений точек механизма. Эти отношения устанавливаются на эпюре перемещений.

**1.3. Метод замены связей** может быть эффективным в некоторых задачах, когда применение метода сечений требует составления и совместного решения многих уравнений.

В этом случае систему преобразуют к удобному для расчета виду удалением некоторых, называемых **заменяемыми**, связей и постановкой взамен других – **заменяющих** – связей.

Составив условия равенства нулю усилий в заменяющих связях от заданной нагрузки и неизвестных усилий в заменяемых связях, получают условия для определения последних.

### **Вопросы**

1. Какие методы применяют для определения усилий в статически определимых системах?
2. В чем сущность метода сечений?
3. Как определяют внутренние усилия в балке?
4. Каковы способы определения усилий в методе сечений?
5. В чем суть кинематического метода? Какой принцип механики положен в его основу?
6. В чем сущность метода замены связей?
7. Что такое заменяемая, заменяющая связь?
8. Из какого условия определяются усилия в заменяемых связях?

## **2. ПЛОСКИЕ ФЕРМЫ**

### **2.1. Определение. Конструкция. Особенности работы**

**Ферма** – это система, состоящая из прямых стержней, соединенных в узлах шарнирами. Жесткость соединений стержней в реальной ферме считается несущественно влияющей на распределение усилий. Нагрузка считается приложенной в узлах, поэтому стержни ферм работают только на растяжение (сжатие). В растянутых стержнях материал стержней используется в работе полностью (напряжения в сечении постоянны), в отличие от изогнутых стержней, где средняя по высоте часть сечения недогружена. Поэтому ферма является более эко-

номичной конструкцией, чем балка.

В ферме выделяют следующие элементы (рис.1): верхний и нижний **пояса**, **решетка**, состоящая из наклонных стержней – **раскосов** и вертикальных – **стоек** и **подвесок**.

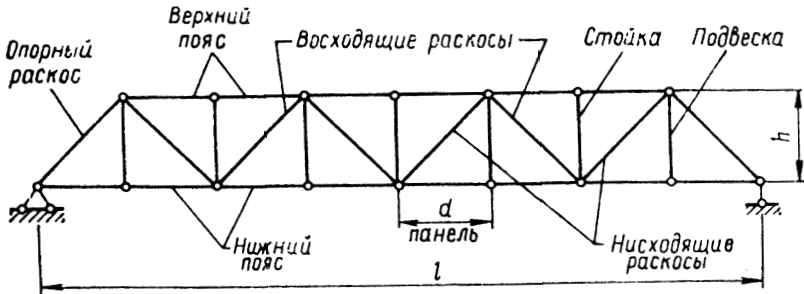


Рис.1

По направлению опорных реакций при вертикальной нагрузке различают **балочные** и **распорные** фермы; по назначению: **мостовые** и **стропильные**; по очертанию поясов: с **параллельными поясами**, с **треугольным очертанием поясов**, с **полигональным очертанием поясов**; по системе решетки: с **треугольной решеткой**, **раскосные**, **двух-** и **многораскосные**, со сложной решеткой, например, **шпренгельные**.

## 2.2. Определение усилий в стержнях фермы методом сечений

При расчете фермы, как и в балке, предварительно из условий равновесия фермы находят опорные реакции.

Применяя метод сечений, обычно стараются использовать для определения усилий рациональные способы. Кроме перечисленных в главе 2 способов **вырезания узлов**, **моментной точки** и **проекции**, применяют также способ **двух сечений** и способ **замкнутого сечения**.

Применение того или иного способа определяется целями расчета, формой сечения и расположением усилий в сечении.

## 2.3. Способ вырезания узлов

Этот способ применяется преимущественно в тех случаях, ког-

да требуется определить усилия во всех стержнях фермы.

**В классическом варианте**, приспособленном для ручного счета, последовательно рассматривают узлы в таком порядке, чтобы каждый узел содержал не более двух неизвестных усилий. Эти усилия для каждого узла находят решением уравнений равновесия. В конце расчета проверяют неиспользованные ранее условия равновесия узлов.

В частных случаях расположения стержней (рис.2) усилия можно найти без записи уравнений равновесия.

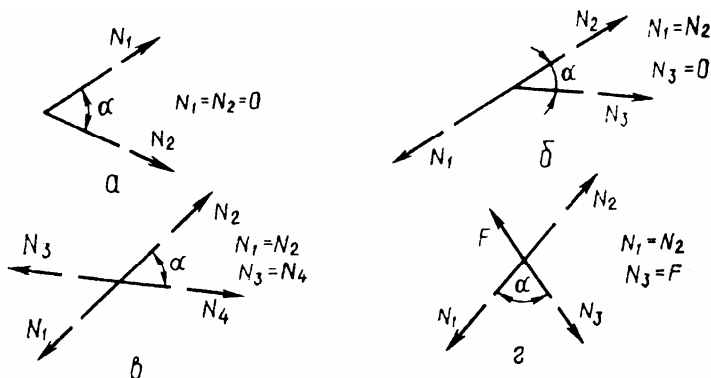


Рис.2

Способ удобен из-за однообразной схемы вычислений, недостатком является накопление ошибок при переходе от узла к узлу.

В некоторых фермах применение способа возможно только при комбинировании его с другими. Однако во всех случаях статически определимых ферм он может быть применен в **универсальном варианте**. Для этого достаточно составить уравнения равновесия всех узлов и решить их совместно.

### Вопросы

1. Что называется фермой?
2. Какие усилия появляются в стержнях ферм? Почему?
3. Почему ферма более экономична по сравнению с балкой?
4. Какие элементы выделяют в ферме?
5. По каким признакам классифицируют фермы?
6. Перечислите способы определения усилий в стержнях ферм методом сечений.

7. Как в классическом варианте применяется способ вырезания узлов?
8. В чем достоинства и недостатки способа вырезания узлов?
9. Приведите частные случаи равновесия узлов.
10. Как применяется способ вырезания узлов в универсальном варианте?

### **3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ БАЛОЧНОЙ ФЕРМЫ. СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ**

#### **3.1. Распределение усилий в стержнях балочной фермы. Способ моментной точки и способ проекций**

Рассмотрим балочную ферму с параллельными поясами и треугольной решеткой (рис.3, а).

Опорные реакции найдем из условия симметрии:

$$R_A = R_B = \frac{\sum F}{2} = 3,5F .$$

Проведем сечение I-I и рассмотрим равновесие левой части фермы. Следуя указаниям параграфа 2.1, для определения усилия  $N_I$  применяем способ моментной точки

$$\sum M_{K_I} = 0; R_A \cdot 3d - F(2d + d) - N_I \cdot h = 0 .$$

Анализируя усилия в балке (рис.3, б), заменяющей ферму, получаем  $M_{K_I}^o = R_A \cdot 3d - F(2d + d)$ . Тогда

$$M_{K_I}^o - N_I \cdot h = 0$$

$$\text{и } N_I = \frac{M_{K_I}^o}{h} . \quad (1)$$

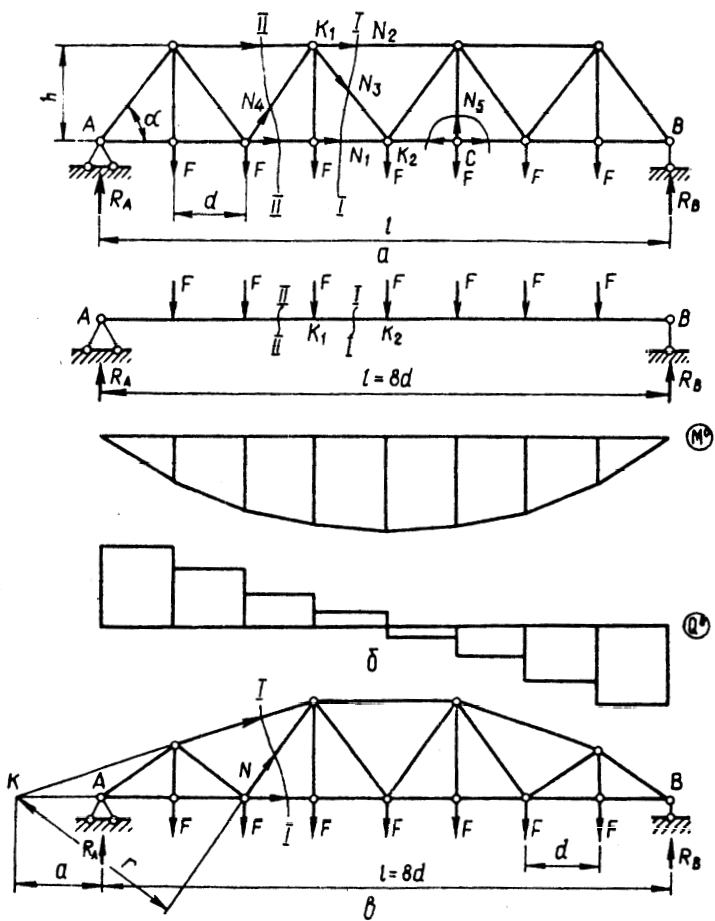


Рис.3

Аналогично для усилия  $N_2$  в стержне верхнего пояса

$$N_2 = -\frac{M_{K_2}^o}{h}. \quad (2)$$

Для определения усилия  $N_3$  в нисходящем раскосе применяем способ проекций:

$$\sum y = 0; R_A - 3F - N_3 \cdot \sin \alpha = 0.$$

Для балки (рис.3, б)  $Q_I^o = R_A - 3F$ . Тогда

$$Q_I^o - N_3 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\text{и } N_3 = \frac{Q_I^o}{\sin \alpha}. \quad (3)$$

Аналогично, проведя сечение II-II, находим

$$N_4 = -\frac{Q_{II}^o}{\sin \alpha}. \quad (4)$$

Таким образом, пояса фермы воспринимают изгибающий момент; верхний пояс сжат, нижний - растянут.

Решетка фермы воспринимает поперечную силу; восходящие раскосы сжаты, нисходящие - растянуты.

Из равновесия узла  $C$  следует, что усилие в подвеске равно узловой силе  $F$ , т.е. подвеска растянута и воспринимает местную нагрузку.

Отметим, что способ проекций не всегда можно применить для определения усилий в раскосах фермы. Например, в ферме с полигональным очертанием поясов (рис.3, в) для определения усилия  $N$  в раскосе применяется способ моментной точки.

### 3.2. Способ двух сечений

Этот способ применяется в тех случаях, когда более простые способы не могут быть использованы. Так, в ферме, приведенной на рис.4, проведем сечения I-I и II-II так, чтобы в них попали два одинаковых стержня (3-6 и 2-7). Записываем такие уравнения равновесия, в которые входят усилия в одних и тех же стержнях:



$$\sum M_{K_1} = 0; F \cdot r_1 + N_{2-7} \cdot r_1 - N_{3-6} \cdot r_2 = 0;$$

$$\sum M_{K_2} = 0; -R_B \cdot r_b - N_{2-7} \cdot r_3 - N_{3-6} \cdot r_4 = 0.$$

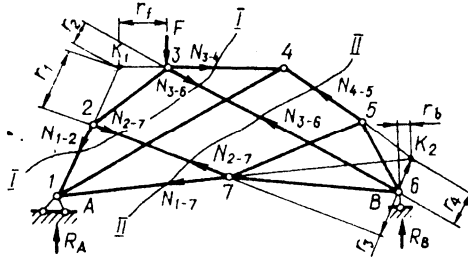


Рис.4

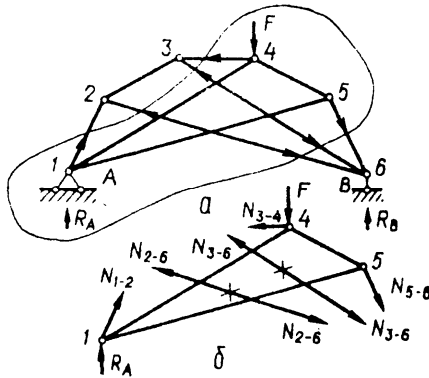


Рис.5

Решение системы этих уравнений дает значения усилий  $N_{2-7}$  и  $N_{3-6}$ .

### 3.3. Способ замкнутого сечения

Этот способ применяют в тех случаях, когда в ферме (рис.5, а) можно выделить диск (1-4-5). При этом усилия в стержнях, разрезанных дважды (2-6 и 3-6), образуют самоуравненные системы, которые не входят в условия равновесия (рис.5, б). Усилия в остальных

трех разрезанных стержнях могут быть найдены способом моментной точки или проекций.

### **Вопросы**

1. В каком случае рационально определять усилия способом моментной точки?
2. Как зависят усилия в поясах балочной фермы от ее высоты?
3. Как изменяются усилия в поясах балочной фермы вдоль ее пролета?
4. Когда удобно применять способ проекций? В чем отличие в работе восходящих и нисходящих раскосов балочной фермы?
5. Как изменяются усилия в раскосах балочной фермы вдоль ее пролета?
6. Как применяется способ двух сечений?
7. В каких случаях применяется способ замкнутого сечения?

## **4. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ. ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ В ОДНОПРОЛЕТНОЙ БАЛКЕ**

### **4.1. Основные понятия**

**Линией влияния** называется график изменения какого-либо фактора (изгибающего момента, поперечной силы в фиксированном сечении, перемещения некоторого сечения и др.) в зависимости от положения на сооружении единичной силы постоянного направления.

Единичная сила принимается, как правило, направленной вертикально вниз и в этом случае называется **единичным грузом**.

Линия, по которой перемещается единичная сила на сооружении, называется **грузовой линией**.

Линии влияния применяют для расчета линейно-деформируемых сооружений на подвижную нагрузку.

Для построения линий влияния применяют метод сечений (статический метод) и кинематический метод.

### **4.2. Линии влияния реакций и усилий в однопролетной балке**

Для построения линий влияния усилий в балке (рис.6, а) воспользуемся статическим методом. Например, для построения линии влияния реакции  $R_B$  запишем сумму моментов сил относительно точ-